66.26 Arquitecturas paralelas Trabajo Práctico Final

Integrantes:

| Alumno | padron |
|----------------------------|--------|
| Llauró, Manuel Luis | 95736 |
| Blanco, Sebastian Ezequiel | 98539 |

GitHub:

https://github.com/BlancoSebastianEzequiel/66.26-TP-Final

Índice

| 1. | Obj | ${f etivo}$ |
|----|-----------------|--|
| 2. | Des 2.1. | arrollo teorico |
| | 2.1. | Ley de Amdahl |
| | 2.3. | Ley de Gustafson |
| | 2.3. $2.4.$ | Map-reduce |
| | 2.4. | LAPACK |
| | 2.6. | ScaLAPACK |
| | 2.7. | |
| | 2.1. | CDLAS |
| 3. | _ | lementacion |
| | 3.1. | Explicacion del modelo |
| | 3.2. | |
| | | 3.2.0.1. Preprocesamiento |
| | | 3.2.0.2. Mapeo |
| | | 3.2.0.3. Reduccion |
| | 3.3. | Multiplicacion de matrices de elemento por fila |
| | | 3.3.0.1. Preprocesamiento |
| | | 3.3.0.2. Mapeo |
| | | 3.3.0.3. Reduccion |
| | 3.4. | Multiplicacion de matrices de columna por fila |
| | | 3.4.0.1. Preprocesamiento |
| | | 3.4.0.2. Mapeo |
| | | 3.4.0.3. Reduccion |
| | 3.5. | Forma de ejecucion |
| | 3.6. | Datos sobre la computadora que se utilizó |
| 4. | Res | $\operatorname{ultados} \ldots \ldots$ |
| | | Multiplicacion por bloques |
| | 1.1. | 4.1.0.1. Salida Amdahl |
| | | 4.1.0.2. Salida Gustafson |
| | 4.2. | Multiplicacion elemento por fila |
| | | 4.2.0.1. Salida Amdahl |
| | | 4.2.0.2. Salida Gustafson |
| | 4.3. | Multiplicacion columna por fila |
| | 1.0. | 4.3.0.1. Salida Amdahl |
| | | 4.3.0.2. Salida Gustafson |
| | 4.4. | Cblas e instrucciones vectorizadas |
| _ | | |

| 6. | Anexo | 23 |
|----|--|----|
| | 6.1. src/app.py | 23 |
| | 6.2. src/graphs.py | 25 |
| | 6.3. src/main.c | 26 |
| | 6.4. src/cblas/cblas_dgemm.h | 28 |
| | 6.5. src/cblas/cblas_dgemm.c | 30 |
| | 6.6. src/vectorization/blocked_dgemm_sse.h | 31 |
| | 6.7. src/vectorization/blocked_dgemm_sse.c | 32 |
| | 6.8. src/controller/file.h | 34 |
| | 6.9. src/controller/file.c | 35 |
| | 6.10. src/controller/utils.h | |
| | 6.11. src/controller/utils.c | 38 |
| | 6.12. src/controller/generate_output_data.py | 39 |
| | 6.13. src/controller/map_reduce.py | 44 |
| | 6.14. src/controller/pool.py | 47 |
| | 6.15. src/controller/process.py | 48 |
| | 6.16. src/controller/my_process.py | 49 |
| | 6.17. src/controller/statistics.py | 50 |
| | 6.18. src/controller/utils.py | 51 |
| | 6.19. src/model/multiply_matrices_interface.py | 54 |
| | 6.20. src/model/element_by_row_block.py | 55 |
| | 6.21. src/model/column_by_row.py | 56 |
| | 6.22. src/model/by_blocks.py | 57 |

1. Objetivo

Se propone la verificación empírica de la ley de amdahl (trabajo constante) versus la ley de Gustafson (tiempo constante) aplicada a un problema de paralelismo utilizando el modelo de programación MapReduce.

Haremos una multiplicación de matrices (ambas de NxN) y se realizarán las mediciones de tiempo variando la cantidad de threads involucrados en el procesamiento. Luego se realizarán las mismas mediciones manteniendo fija la cantidad de threads pero variando la dimensión de las matrices.

Finalmente se hara una multiplicacion de dos matrices diferentes de NxN usando la libreria CBLAS y usando una intruccion de vectorizacion (MMX) para el compilador usando solo un procesador. De esta manera la idea es comparar el tiempo que tarda el map-reduce en serie frente a cblas y la vectorizacion.

2. Desarrollo teorico

2.1. Speed up

Es la mejora en la velocidad de ejecución de una tarea ejecutada en dos arquitecturas similares con diferentes recursos.

La noción de speedup fue establecida por la ley de Amdahl, que estaba dirigida particularmente a la computación paralela. Sin embargo, la speedup se puede usar más generalmente para mostrar el efecto en el rendimiento después de cualquier mejora en los recursos.

De forma genérica se define como:

$$speed_up = \frac{Rendimiento_con_mejora}{Rendimiento_sin_mejora}$$
 (1)

En el caso de mejoras aplicadas a los tiempo de ejecución de una tarea:

$$\mathbf{speed_up} = \frac{T_ejecucion_sin_mejora}{T_ejecucion_con_mejora}$$
 (2)

2.2. Ley de Amdahl

Utilizada para averiguar la mejora máxima de un sistema de información cuando solo una parte de éste es mejorado.

Establece que la mejora obtenida en el rendimiento de un sistema debido a la alteración de uno de sus componentes está limitada por la fracción de tiempo que se utiliza dicho componente.

Suponiendo que nuestro algoritmo se divide en una parte secuencial s u una parte paralelizable p y siendo \mathbb{N} la cantidad de threads, entonces podemos decir que:

$$\mathbf{speed_up} = \frac{s+p}{s+\frac{p}{N}} \tag{3}$$

Amdahl establece un límite superior al speedup que puede obtenerse al introducir una mejora en un determinado algoritmo. Este límite superior está determinado por la porción de la tarea sobre la que se aplique la mejora. Entonces si tomamos la ecuacion anterior y calculamos el limite de la misma con N tendiendo a infinito tenemos:

$$speed_up_max = 1 + \frac{p}{s}$$
 (4)

2.3. Ley de Gustafson

Establece que cualquier problema suficientemente grande puede ser eficientemente paralelizado. La ley de Gustafson está muy ligada a la ley de Amdahl, que pone límite a la mejora que se puede obtener gracias a la paralelización, dado un conjunto de datos de tamaño fijo, ofreciendo así una visión pesimista del procesamiento paralelo. Por el contrario la ley de Gustafson propone realizar mas trabajo con la misma cantidad de recursos, de esta manera aprovecho la paralelizacion para calcular mas cosas.

Entonces siendo s el tiempo de la ejecucucion de la seccion serie, siendo p el tiempo de la ejecucion de la seccion paralela y siendo N la cantidad de procesadores podemos calcular el speed up como:

$$\mathbf{speed_up} = \frac{s + p * N}{s + p} \tag{5}$$

2.4. Map-reduce

MapReduce es una técnica de procesamiento y un programa modelo de computación distribuida. El algoritmo MapReduce contiene dos tareas importantes.

Map toma un conjunto de datos y se convierte en otro conjunto de datos, en el que los elementos se dividen en tuplas (pares: clave, valor).

En el medio ocurre la fase de agrupamiento la cual consiste de agrupar los valores con misma clave en un vector para entregarle a la fase de reduce un conjunto de tuplas (clave, valores) donde en este caso el valor son todos los valores en una lista.

Reduce recibe un conjunto de tuplas (clave, valores) donde el valor es una lista de todos los valores que tenian la misma clave. Entonces reduce aplica una funcion a todos estos valores para retornar un unico valor y asi devolver un conjunto de tuplas (clave, valor)

La principal ventaja de MapReduce es que es fácil de escalar procesamiento de datos en múltiples nodos.

De acuerdo a este modelo, basado en la programación funcional, la tarea del usuario consiste en la definición de una función map y una función reduce y definidas estas funciones, el procesamiento es fácilmente paralelizable, ya sea en una sola máquina o en un cluster.

2.5. LAPACK

LAPACK está escrito en Fortran 90 y proporciona rutinas para resolver sistemas de ecuaciones lineales simultáneas, soluciones de mínimos cuadrados de sistemas de ecuaciones lineales, problemas de valores propios y problemas de valores singulares. También se proporcionan las factorizaciones matriciales asociadas (LU, Cholesky, QR, SVD, Schur, Schur generalizado), al igual que los cálculos relacionados, tales como la reordenación de las factorizaciones de Schur y la estimación de los números de condición. Se manejan matrices densas y con bandas, pero no matrices dispersas generales. En todas las áreas, se proporciona una funcionalidad similar para matrices reales y complejas, con precisión simple y doble.

2.6. ScaLAPACK

Es una liberia de rutinas de álgebra lineal de alto rendimiento para máquinas de memoria distribuida en paralelo. ScaLAPACK resuelve sistemas lineales densos y en bandas, problemas de mínimos cuadrados, problemas de valores propios y problemas de valores singulares. Las ideas clave incorporadas en ScaLAPACK incluyen el uso de:

- Una distribución de datos de bloques cíclicos para matrices densas y una distribución de datos de bloques para matrices en bandas, parametrizable en tiempo de ejecución.
- Algoritmos de partición de bloque para asegurar altos niveles de reutilización de datos.
- Componentes modulares de bajo nivel bien diseñados que simplifican la tarea de paralelizar las rutinas de alto nivel haciendo que su código fuente sea el mismo que en el caso secuencial.

2.7. CBLAS

BLAS (Subprogramas de Álgebra Lineal Básica) son rutinas que proporcionan bloques de construcción estándar para realizar operaciones básicas de vectores y matrices. Las BLAS de nivel 1 realizan operaciones escalares, vectoriales y vectoriales, las BLAS de nivel 2 realizan operaciones de vectores matriciales y las BLAS de nivel 3 realizan operaciones de matriz-matriz. Debido a que los BLAS son eficientes, portátiles y ampliamente disponibles, se usan comúnmente en el desarrollo de software de álgebra lineal de alta calidad, LAPACK, por ejemplo. CBLAS es una interfaz de lenguaje C para BLAS.

3. Implementation

3.1. Explicación del modelo

La implementación del MapReduce para resolver el problema esta basado en el siguiente esquema:

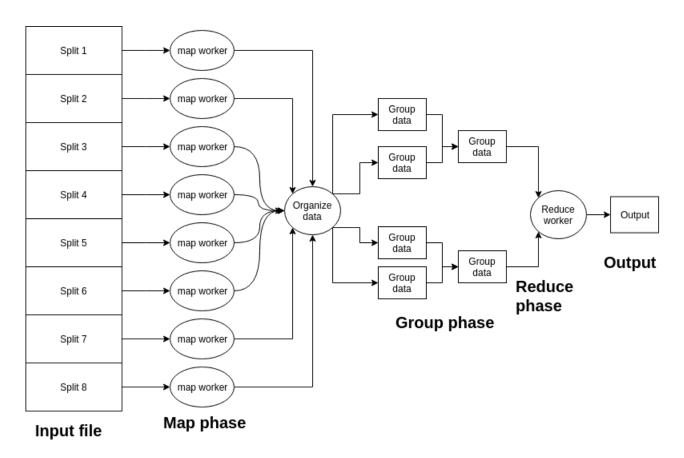


Figura 1: Esquema de un map reduce

En nuestro caso creamos una clase llamada MapReduce la cual usa una libreria de python llamada multiprocessing en donde usamos el modulo pool el cual ofrece un medio conveniente para paralelizar la ejecución de una función a través de múltiples valores de entrada, distribuyendo los datos de entrada a través de procesos (paralelismo de datos).

Entonces lo que hicimos fue instanciar dos <code>pool</code>, uno para hacer el map y el otro para el reduce de manera que el primero se le pasa como atributo la cantidad de worker en el cual se quiere paralelizar el problema y el segundo solo se usa uno de manera tal que la fase de reduce sea la serie.

3.2. Multiplicación de matrices por bloques

3.2.0.1 Preprocesamiento

Sean dos matrices A de NxN y B de NxN las dividimos en (N/2)x(N/2) bloques cada una. Luego generamos una lista de tuplas donde cada una tiene la posicion (r, c) de un bloque de la matriz A, tiene el bloque en custion a_block_rc, y la fila numero c de bloques de la matriz B, quedando con este formato:

(r, c, a_block_rc, b_block_c)

3.2.0.2 Mapeo

Recibimos la posicion r, c del bloque a, el bloque a y una lista de bloques b que es la fila c de bloques en la matriz B.

Entonces multiplicamos el bloque a por cada bloque de la lista de bloques b y guardamos en un vector una tupla con una clave r, c_b donde c_b es el indice en la lista de bloques b y como valor guardamos la multiplicacion. Por cada multiplicacion, agregamos una de estas tuplas al vector de salida para luego devolver este.

3.2.0.3 Reduccion

Recibimos la posicion de un bloque de salida y una lista de multiplicaciones parciales de bloques. Se suman estas multiplicaciones parciales y se devuelve un vector con los valores resultantes del la multiplicacion. Pero por cada valor se calcula la posicion de salida del mismo en la matriz resultante y nos deshacemos de la posicion de los bloques

3.3. Multiplicación de matrices de elemento por fila

3.3.0.1 Preprocesamiento

Sean dos matrices A de NxN y B de NxN generamos una lista de tuplas a partir de las dos matrices. Se itera por cada elemento (a_ij) de la matriz A y se guarda en cada tupla el numero de fila i del elemento a_ij, el elemento a_ij y la fila j de la matriz B. Quedando cada tupla de la siguiente manera:

(i, a_ij, B[j])

3.3.0.2 Mapeo

De esta manera, en la funcion map, obtenemos partes de esta lista de tuplas y devolvemos un par clave, valor donde la clave es la posicion de salida de la matriz resultante (i, j) y el valor es la multiplicación del elemento a_ij contra cada elemento de la fila j de la matriz B

3.3.0.3 Reduccion

Obtenemos una posicion de salida y una lista de valores que resultaron de la multiplicacion que se hizo en el map. Entonces se suman las multiplicaciones parciales y se obtiene el valor en la posicion de salida de la matriz resultante

3.4. Multiplicación de matrices de columna por fila

3.4.0.1 Preprocesamiento

Sean dos matrices A de NxN y B de NxN generamos una lista de tuplas a partir de las dos matrices. Se guarda en cada tupla la columna i de la matriz A y la fila i de la matriz B. Quedando cada tupla de la siguiente manera:

(A[:][i], B[i])

3.4.0.2 Mapeo

Recibimos una columna de la matriz A y una fila de la matriz B y por cada elemento de la columna elem_a lo multiplicamos por cada elemento de la fila elem_b obteniendo una matriz parcial de la multiplicacion. Por cada multiplicacion guardamos en un vector una tupla con un par clave valor donde la clave es la posicion de salida de la matriz resultante y el valor es la multiplicacion anteriormente mencionada. Finalmente se devuelve el vector de tuplas.

3.4.0.3 Reduccion

Se recibe la posicion de salida de la matriz resultante y una lista de multiplicaciones parciales. Entonces se suman estas y se devuelve la posicion de salida y la suma.

3.5. Forma de ejecucion

Para el caso de Amdahl multiplicamos dos matrices de 100x100 y cada una de estas multiplicaciones la realizamos para 1, 2, 3, 4, 8, 16, 32, 64 y 128 threads.

Para el caso de gustafson se usan siempre 4 threads multiplicando dos matrices de 2x2, 4x4, 16x16, 64x64, 100x100, 200x200, y 300x300.

Luego para el caso de cblas y de instrucciones vectoriales (MMX) se usa un thread multiplicando dos matrices de 400x400

Para compilar cblas y las instrucciones vectoriales que estan en lenguaje c se debe ejecutar:

\$ make.

Para realizar el calculo de **cblas** y las instrucciones vectoriales que estan en lenguaje c se debe ejecutar:

```
$ ./app.
```

Para realizar el calculo se debe ejecutar:

```
$ sh scripts/run.sh.
```

Luego para generar los graficos que vemos en el informe se debe ejecutar:

```
$ sh scripts/generate_output_data.sh
```

Y finalmente para generar el informe debemos ejecutar:

```
$ sh scripts/make_report.sh
```

Tambien hay un script que corre estos tres comandos en un solo script:

```
$ sh scripts/run_all.sh
```

3.6. Datos sobre la computadora que se utilizó

El equipo sobre el que se realizarán las mediciones es una laptop con un procesador Intel core I7 que posee 4 nucleos a 2.7 Ghz, es decir, soporta hasta 4 threads en paralelo, con 16 Gb de memoria y corriendo sobre un sistema Linux.

Para averiguar estos datos en linux se ejecutaron los siguientes comandos:

• Cantidad de cores: \$ grep -c processor /proc/cpuinfo

• Velocidad de reloj: \$ lscpu | grep GHz

• Memoria RAM: \$ free -g

4. Resultados

4.1. Multiplicacion por bloques

4.1.0.1 Salida Amdahl

| | $number_of_threads$ | parallel_time | serial_time | matrix_dimension |
|---|-----------------------|---------------|-------------|------------------|
| 0 | 1 | 3178.862333 | 537.276983 | 100 |
| 1 | 2 | 2735.191107 | 537.839651 | 100 |
| 2 | 3 | 2217.736483 | 543.824673 | 100 |
| 3 | | 1868.114948 | 537.915468 | 100 |
| 4 | 8 | 1906.499386 | 584.030390 | 100 |
| 5 | 16 | 1838.134766 | 536.170721 | 100 |
| 6 | 32 | 1919.524193 | 579.051971 | 100 |
| 7 | 64 | 1897.083282 | 517.779827 | 100 |
| 8 | 128 | 2035.792112 | 521.183252 | 100 |

Figura 2: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

De acuerdo a estos datos podemos calcular el speed up maximo, real y teórico.

| | number_of_threads | theoretical_speed_up | real_speed_up | max_speed_up |
|---|-------------------|----------------------|---------------|--------------|
| 0 | 1 | 1.000000 | 1.000000 | 6.916617 |
| 1 | 2 | 1.747367 | 1.717734 | 6.916617 |
| 2 | 3 | 2.327099 | 2.152307 | 6.916617 |
| 3 | 4 | 2.789910 | 2.394193 | 6.916617 |
| 4 | 8 | 3.976034 | 3.028579 | 6.916617 |
| 5 | 16 | 5.049405 | 3.646863 | 6.916617 |
| 6 | 32 | 5.837329 | 3.909908 | 6.916617 |
| 7 | 64 | 6.331306 | 4.411339 | 6.916617 |
| 8 | 128 | 6.611032 | 4.760814 | 6.916617 |

Figura 3: Speed up real, teorico y maximo segun la cantidad de threads

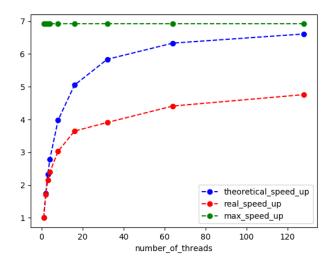


Figura 4: Grafico

Podemos observar que el speed up teorico tiende al maximo speed up mientras que el real encuentra un maximo luego de los 4 thread aproximadamente ya que la cantidad maxima de core de la computadora donde se corrio el programa es de 4

4.1.0.2 Salida Gustafson

| | $number_of_threads$ | parallel_time | serial_time | matrix_dimension |
|---|-----------------------|---------------|--------------|------------------|
| 0 | 4 | 1.578808 | 2.407789 | 2 |
| 1 | 4 | 1.833916 | 1.959085 | 4 |
| 2 | | 10.851145 | 11.962414 | 16 |
| 3 | 4 | 403.552532 | 135.166407 | 64 |
| 4 | | 2299.946070 | 640.191793 | 100 |
| 5 | 4 | 16672.408342 | 4410.587788 | 200 |
| 6 | 4 | 56456.478119 | 14151.839733 | 300 |

Figura 5: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

Podemos ver que estos resultados demuestran que la sección serie del problema se mantiene casi constante respecto de la sección paralela que varía en forma ascendente con el tamaño de los datos de entrada. Así, la fracción secuencial representa menos al tiempo total en la medida que la carga de trabajo aumenta

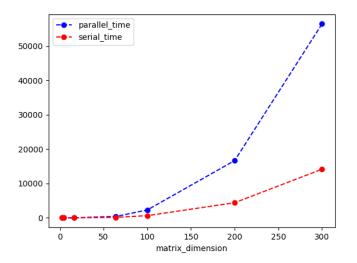


Figura 6: Tiempo paralelo y serie en funcion de la dimension de las matrices de entrada

Luego a partir de estos datos podemos calcular el speed up y obtuvimos lo siguiente:

| | matrix_dimension | speed_up |
|---|------------------|----------|
| 0 | 2 | 2.188087 |
| 1 | 4 | 2.450500 |
| 2 | 16 | 2.426934 |
| 3 | 64 | 3.247290 |
| 4 | 100 | 3.346774 |
| 5 | 200 | 3.372396 |
| 6 | 300 | 3.398718 |

Figura 7: Tabla de valores del speed up

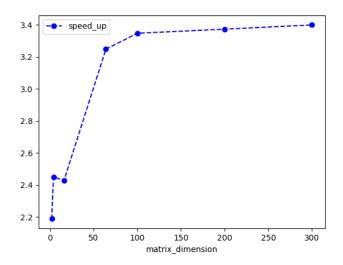


Figura 8: Grafico del speed up

4.2. Multiplicacion elemento por fila

4.2.0.1 Salida Amdahl

| | number_of_threads | parallel_time | serial_time | matrix_dimension |
|---|-------------------|---------------|-------------|------------------|
| 0 | 1 | 3014.070272 | 565.473557 | 100 |
| 1 | 2 | 2426.795244 | 565.452337 | 100 |
| 2 | | 1894.866705 | 563.212395 | 100 |
| 3 | 4 | | 556.397915 | |
| 4 | 8 | 1888.506889 | 557.536125 | 100 |
| 5 | 16 | | 568.376541 | |
| 6 | 32 | 1889.244318 | 566.127062 | 100 |
| 7 | 64 | 1901.825666 | 567.384481 | 100 |
| 8 | 128 | 1874.574900 | 557.483673 | 100 |

Figura 9: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

De acuerdo a estos datos podemos calcular el speed up maximo, real y teórico.

| | number_of_threads | theoretical_speed_up | real_speed_up | max_speed_up |
|---|-------------------|----------------------|---------------|--------------|
| 0 | 1 | 1.000000 | 1.000000 | 6.33017 |
| 1 | 2 | 1.727155 | 1.682125 | 6.33017 |
| 2 | 3 | 2.279727 | 2.057255 | 6.33017 |
| 3 | | 2.713850 | 2.363701 | 6.33017 |
| 4 | 8 | 3.799003 | 3.082213 | 6.33017 |
| 5 | 16 | 4.748332 | 3.538496 | 6.33017 |
| 6 | 32 | 5.426320 | 3.927551 | 6.33017 |
| 7 | 64 | 5.843501 | 4.135334 | 6.33017 |
| 8 | 128 | 6.077108 | 4.250894 | 6.33017 |

Figura 10: Speed up real, teorico y maximo segun la cantidad de threads

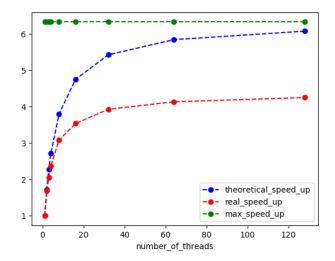


Figura 11: Grafico

Podemos observar que el speed up teorico tiende al maximo speed up mientras que el real encuentra un maximo luego de los 4 thread aproximadamente ya que la cantidad maxima de core de la computadora donde se corrio el programa es de 4

4.2.0.2 Salida Gustafson

| | number_of_threads | parallel_time | serial_time | matrix_dimension |
|---|-------------------|---------------|--------------|------------------|
| 0 | 4 | 1.441479 | 2.287149 | 2 |
| 1 | 4 | 1.933575 | 1.022339 | 4 |
| 2 | | 12.011766 | 4.426241 | 16 |
| 3 | 4 | 502.124786 | 178.322554 | 64 |
| 4 | _ | 1892.707109 | 565.406799 | 100 |
| 5 | 4 | 16864.702940 | 5348.829508 | 200 |
| 6 | 4 | 66471.372128 | 18364.505768 | 300 |

Figura 12: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

Podemos ver que estos resultados demuestran que la sección serie del problema se mantiene casi constante respecto de la sección paralela que varía en forma ascendente con el tamaño de los datos de entrada. Así, la fracción secuencial representa menos al tiempo total en la medida que la carga de trabajo aumenta

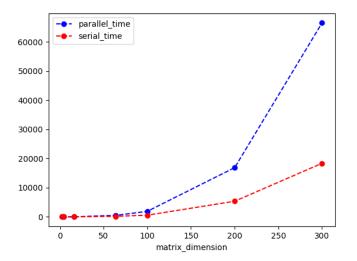


Figura 13: Tiempo paralelo y serie en funcion de la dimension de las matrices de entrada

Luego a partir de estos datos podemos calcular el speed up y obtuvimos lo siguiente:

| | matrix_dimension | speed_up |
|---|------------------|----------|
| 0 | 2 | 2.159793 |
| 1 | 4 | 2.962413 |
| 2 | 16 | 3.192194 |
| 3 | 64 | 3.213800 |
| 4 | 100 | 3.309950 |
| 5 | 200 | 3.277626 |
| 6 | 300 | 3.350587 |

Figura 14: Tabla de valores del speed up

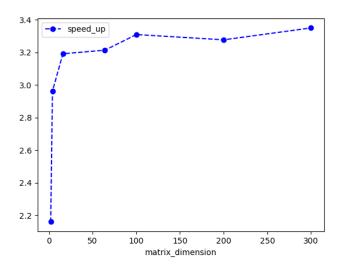


Figura 15: Grafico del speed up

4.3. Multiplicacion columna por fila

4.3.0.1 Salida Amdahl

| | $number_of_threads$ | parallel_time | serial_time | matrix_dimension |
|---|-----------------------|---------------|-------------|------------------|
| 0 | 1 | 2716.657877 | 613.165617 | 100 |
| 1 | 2 | 2333.233118 | 605.530024 | 100 |
| 2 | | 1750.370502 | 608.537197 | 100 |
| 3 | | 1775.277376 | 637.945175 | 100 |
| 4 | 8 | 1777.448416 | 643.797874 | 100 |
| 5 | 16 | 1838.029385 | 613.466740 | 100 |
| 6 | 32 | 2003.676891 | 618.367672 | 100 |
| 7 | 64 | 1804.571152 | 641.252518 | 100 |
| 8 | 128 | 2157.028198 | 621.368408 | 100 |

Figura 16: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

De acuerdo a estos datos podemos calcular el speed up maximo, real y teórico.

| | number_of_threads | theoretical_speed_up | real_speed_up | max_speed_up |
|---|-------------------|----------------------|---------------|--------------|
| 0 | 1 | 1.000000 | 1.000000 | 5.430545 |
| 1 | 2 | 1.688984 | 1.658307 | 5.430545 |
| 2 | 3 | 2.192522 | 1.978959 | 5.430545 |
| 3 | 4 | 2.576604 | 2.230821 | 5.430545 |
| 4 | 8 | 3.494968 | 2.795964 | 5.430545 |
| 5 | 16 | 4.252883 | 3.365851 | 5.430545 |
| 6 | 32 | 4.770103 | 3.850384 | 5.430545 |
| 7 | 64 | 5.078944 | 3.653488 | 5.430545 |
| 8 | 128 | 5.248863 | 4.353351 | 5.430545 |

Figura 17: Speed up real, teorico y maximo segun la cantidad de threads

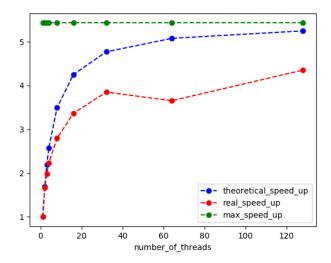


Figura 18: Grafico

Podemos observar que el speed up teorico tiende al maximo speed up mientras que el real empieza a tender a un maximo menor debido a que la cantidad maxima de core de la computadora donde se corrio el programa es de 4. Pero podemos ver tambien que hubo variaciones y que el speed up real tuvo anomalias y tendencias a crecer a pesar de el maximo de cores reales. Esto se debe a que al aumentar la cantidad de thread, la seccion serie del problema no se mantuvo constante si no que tuve ciertas variaciones equilibrando la caida de perfonmance de la seccion paralela. Esta variacion en el tiempo de la parte serie se debe a la forma en que quedan organizados los datos una vez procesados por los map workers

4.3.0.2 Salida Gustafson

| | $number_of_threads$ | parallel_time | serial_time | matrix_dimension |
|---|-----------------------|---------------|--------------|------------------|
| 0 | 4 | 1.410007 | 2.422810 | 2 |
| 1 | 4 | 1.790047 | 3.273010 | 4 |
| 2 | | 8.985043 | 7.999897 | 16 |
| 3 | 4 | 557.041168 | 226.171494 | 64 |
| 4 | | 2036.477327 | 702.104807 | 100 |
| 5 | 4 | 17703.527451 | 5522.381067 | 200 |
| 6 | 4 | 67648.321867 | 19749.793291 | 300 |

Figura 19: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

Podemos ver que estos resultados demuestran que la sección serie del problema se mantiene casi constante respecto de la sección paralela que varía en forma ascendente con el tamaño de los datos de entrada. Así, la fracción secuencial representa menos al tiempo total en la medida que la carga de trabajo aumenta

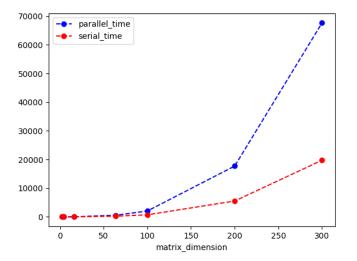


Figura 20: Tiempo paralelo y serie en funcion de la dimension de las matrices de entrada

Luego a partir de estos datos podemos calcular el speed up y obtuvimos lo siguiente:

| | matrix_dimension | speed_up |
|---|------------------|----------|
| 0 | 2 | 2.103633 |
| 1 | 4 | 2.060652 |
| 2 | 16 | 2.587002 |
| 3 | 64 | 3.133678 |
| 4 | 100 | 3.230874 |
| 5 | 200 | 3.286696 |
| 6 | 300 | 3.322075 |

Figura 21: Tabla de valores del speed up

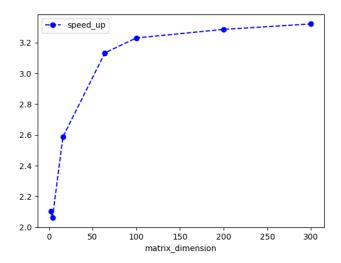


Figura 22: Grafico del speed up

4.4. Cblas e instrucciones vectorizadas

| | program | time_elapsed | matrix_dim | number_of_threads |
|---|-------------------|--------------|------------|-------------------|
| 0 | cblas_dgemm | 0.032921 | 500 | 1 |
| 1 | blocked_dgemm_sse | 0.367660 | 500 | 1 |

Figura 23: Tiempo serie de multiplicación en segundos

Podemos decir que en general, las corridas con mapReduce, en el caso donde se uso un solo thread, si sumamos el tiempo paralelo y serie (que es todo serie ya que se usa un solo thread) nos da en promedio de los tres tipos de multiplicacion tardaron alrededor de 3 segundos. En cambio podemos ver que usando cblas tenemos un tiempo de 0.03 segundos y usando las instrucciones vectorizadas 0.36 segundos.

De esta manera vemos que cblas y las instrucciones vectorizadas aprovechan mucho mejor el hardware para la realizacion de la misma operacion. Tambien es cierto que el map reduce hace uso de un modulo de python llamado pool que puede ser que sume latencia al momento de dividir el trabajo, pero cuando aumentamos mucho el volumen del trabajo se ve en los graficos que se aprovecha mejor la paralelizacion.

5. Conclusiones

Podemos decir que obtuvimos resultados esperados pero se tuvieron que hacer varias corridas y ajustar ciertos numeros para entender por que llegamos a estos resultados.

Primero para que las curvas de speed up de Amdahl nos den bien habia que tener en cuenta que la dimension de las matrices tenia que ser lo suficientemente grandes como para tener un becnhmark rasonable, pero tambien hay un limite superior para el cual no superamos la capacidad de los procesadores. Luego, una vez mapeados los datos, se aprovecho el uso de los multiprocesadores para reordenar los datos de manera tal que la parte de reduce pueda leerlos. Es decir, cuando los ordenamos lo hacemos dividiendo el trabajo en partes donde cada una la realiza cada procesador. De esta manera obtenemos una organizacion tipo arbol donde evitamos un cuello de botella.

Y segundo se coloco un sleep de medio segundo (que no afecto el calculo del tiempo paralelo-serie transcurrido) para evitar que cualquier trabajo que no sea puramente vinculado a la CPU afecte nuestro porgrama (como por ejemplo I/O)

Finalmente podemos decir que hay que tener en cuenta que hay otros programas corriendo en las cuatro CPU que tiene la computadora en la cual se probo este programa y que dependiendo del tamaño de informacion que manejamos, podemos tener un cuello de botella ya sea por intercambios de memoria o por exceso de memoria. Entonces se tuvieron que hacer varias corridas analizando el trafico de informacion mediante el comando gnome-system-monitor donde filtrando los procesos y solo viedno los de python pudimos ver el uso de cada CPU y graficos al respecto.

6. Anexo

$6.1. \operatorname{src/app.py}$

```
1 import time
 2 from typing import Type
3 from math import ceil
4 # from src.controller.threaded import Threaded as MapReduce
5 from src.controller.pool import Pool as MapReduce
6 from src.controller.utils import get random matrix of dim n
7 from src.model.element_by_row_block import ElementByRowBlock
8 from src.model.column_by_row import ColumnByRow
9 from src.model.by blocks import ByBlocks
10 from src.model.multiply_matrices_interface import
      → MultiplyMatricesInterface
11 from src.controller.generate_output_data import OutputData
12 from src.controller.utils import get_version_number
13
14
15 \text{ SAVE} = \text{True}
16 VERSION = get version number()
17
18
19 def gustafson (model: Type [MultiplyMatricesInterface]):
20
      name = model. name
                           -RUNNING GUSTAFSON-
21
22
      output_data = OutputData(version=VERSION)
23
      num\_workers = 4
       for matrix_dim in [2, 4, 16, 64, 100, 200, 300]:
24
           print(f"RUNNING WITH MATRIX DIMENSION: {matrix dim}")
25
26
           serial, parallel = run(num_workers, matrix_dim, model)
27
           output data.add data(serial, parallel, num workers,
      → matrix dim)
28
      if SAVE:
           output_data.save_data(name + '_gustafson_output.png')
29
           output_data.graph_gustafson_exec_time(name +
30

→ '_gustafson_exec_time.png')
31
          output_data.graph_gustafson_speed_up(name +
      → '_gustafson_speed_up.png')
32
           output data.save df data to json()
33
34
35 def amdahl(model: Type[MultiplyMatricesInterface]):
36
      name = model.__name_
37
                           -RUNNING AMDAHL---
       print ( f "-----
38
      output_data = OutputData(version=VERSION)
39
      matrix dim = 100
40
       for num_workers in [1, 2, 3, 4, 8, 16, 32, 64, 128]:
41
           print(f"RUNNING WITH NUM WORKERS: {num_workers}")
42
           serial, parallel = run(num_workers, matrix_dim, model)
```

```
output data.add data(serial, parallel, num workers,
43
     → matrix dim)
      if SAVE:
44
45
          output_data.save_data(name + '_amdahl_output.png')
          output_data.graph_amdahl_speed_up(name +
46
       '_amdahl_speed_up.png')
47
          output_data.save_df_data_to_json()
48
49
50 def run(num_workers, matrix_dim, model:
     → Type [MultiplyMatricesInterface]):
      map worker = model.map worker
51
      reduce worker = model.reduce worker
52
53
      mapper = MapReduce(map worker, reduce worker)
54
      matrix_a = get_random_matrix_of_dim_n(matrix_dim)
55
      matrix_b = get_random_matrix_of_dim_n(matrix_dim)
56
57
58
      div = ceil(matrix_dim/2)
59
60
      input_data = model.pre_processing(matrix_a, matrix_b, row_p=div,
     \hookrightarrow col p=div)
61
      partitioned_data = mapper.map(input_data,
62
     → num workers=num workers)
63
      mapper.reduce(partitioned_data)
64
      statistics = mapper.get_statistics()
65
      parallel_time = statistics.get_time_elapsed('parallel')
66
67
      serial_time = statistics.get_time_elapsed('serial')
      return serial_time, parallel_time
68
69
70
71 def run_model(model: Type[MultiplyMatricesInterface]):
72
      print(f " { model . __name___ } " )
73
74
      75
      amdahl (model)
76
      gustafson (model)
77
78
79 \text{ start} = \text{time.time}()
80 run_model(ElementByRowBlock)
81 run model (ColumnByRow)
82 run_model(ByBlocks)
83 \text{ end} = \text{time.time}()
85 print(f"The process lasted {end-start} seconds")
```

Listing 1: app

$6.2. \quad \text{src/graphs.py}$

```
from src.controller.generate_output_data import OutputData
from src.controller.utils import get_version_number

utput = OutputData(get_version_number)

output.read_dfs_data_from_json()

output.graph_dfs()

dgemm_output_data = OutputData(get_version_number, avoid=True)

dgemm_df = dgemm_output_data.get_df_from_csv("src/data/dgemm.csv")

dgemm_output_data.save_df_in_image(dgemm_df, "dgemm.png")
```

Listing 2: graphs

$6.3. \operatorname{src/main.c}$

```
1 #include <stdio.h>
 2 #include <stdlib.h>
3 #include <time.h>
4 #include "cblas/cblas_dgemm.h"
5 #include "controller/utils.h"
6 #include "vectorization/blocked_dgemm_sse.h"
7 #include "controller/file.h"
9 double run_cblas_dgemm(int N, double* A, double* B, double* C) {
10
       clock_t start, stop;
       double alpha = 1.0;
11
12
       double beta = 0.0;
13
       init_arr(N, N, 2, A);
14
       init_arr(N, N, 1, B);
15
       init_arr(N, N, 0, C);
16
       start = clock();
       \operatorname{mult}(A, B, C, \operatorname{alpha}, \operatorname{beta}, N, N, N);
17
18
       stop = clock();
19
       double elapsed_seconds = ((double)(stop - start)) /
      \hookrightarrow CLOCKS_PER_SEC;
       printf("Elapsed time = %f seconds\n", elapsed_seconds);
20
21
       return elapsed_seconds;
22 }
23
24 double run_blocked_dgemm_sse(int N, double* A, double* B, double* C)
25
       clock_t start , stop;
26
       init_arr(N, N, 2, A);
27
       init_arr(N, N, 1, B);
28
       init_arr(N, N, 0, C);
29
       start = clock();
30
       square_dgemm_blocked_sse(A, B, C, N, 2);
       stop = clock();
31
32
       double elapsed_seconds = ((double)(stop - start)) /
      \hookrightarrow CLOCKS_PER_SEC;
33
       printf("Elapsed time = %f seconds\n", elapsed_seconds);
34
       return elapsed_seconds;
35 }
36
37 int main() {
38
       char* attributes [4] = {
                "program",
39
40
                "time_elapsed",
41
                "matrix_dim",
42
                "number_of_threads"
43
       };
       file_t* file = create_file("src/data/dgemm.csv", "w+",
44
      \hookrightarrow attributes, 4);
45
       int N = 400;
       double A[N*N];
46
```

```
double B[N*N];
47
      double C[N*N];
48
      double elapsed_seconds;
49
50
51
52
      char elapsed_second_str[20];
53
      char* values[4] = {"cblas_dgemm", elapsed_second_str, "500",
      54
      elapsed_seconds = run_cblas_dgemm(N, A, B, C);
55
56
      double_to_string(elapsed_second_str, elapsed_seconds, 20);
57
      add_row(file, values, 4);
58
      elapsed_seconds = run_blocked_dgemm_sse(N, A, B, C);
59
60
      double_to_string(elapsed_second_str, elapsed_seconds, 20);
      values[0] = "blocked_dgemm_sse";
61
      values[1] = elapsed_second_str;
62
63
      add_row(file, values, 4);
64
      delete (file);
65
      return 0;
66 }
```

Listing 3: main

6.4. src/cblas/cblas_dgemm.h

```
1 #ifndef CBLAS DGEMM
 2 #define CBLAS_DGEMM
4 #include <stdio.h>
5 \#include < cblas.h>
7 /*
       The arguments provide options for how Intel MKL performs the
      \hookrightarrow operation.
9
       In this case:
10
11
       CblasRowMajor:
       Indicates that the matrices are stored in row major order, with
12
      \hookrightarrow the elements
13
       of each row of the matrix stored contiguously as shown in the
      \hookrightarrow figure above.
14
       CblasNo\ Trans:
15
16
       Enumeration type indicating that the matrices A and B should not
       transposed or conjugate transposed before multiplication.
17
18
19
       m, n, k:
20
       Integers indicating the size of the matrices:
21
22
       A: m rows by k columns
23
24
       B: k rows by n columns
25
26
       C: m rows by n columns
27
28
       alpha:
       Real value used to scale the product of matrices A and B.
29
30
31
32
       Array used to store matrix A.
33
34
35
       Leading dimension of array A, or the number of elements between
      \rightarrow successive
36
       rows (for row major storage) in memory. In the case of this
      \rightarrow exercise the
37
       leading dimension is the same as the number of columns.
38
39
       B:
40
       Array used to store matrix B.
41
42
43
       Leading dimension of array B, or the number of elements between
      \rightarrow successive
```

```
rows (for row major storage) in memory. In the case of this
44
      \rightarrow exercise the
45
       leading dimension is the same as the number of columns.
46
47
       beta:
48
       Real value used to scale matrix C.
49
50
       Array used to store matrix C.
51
52
53
       n:
       Leading dimension of array C, or the number of elements between
54
      \rightarrow successive
55
       rows (for row major storage) in memory. In the case of this
      \hookrightarrow exercise the
       leading dimension is the same as the number of columns.
56
57 */
58
59 int mult(double *A, double *B, double *C, double alpha, double beta,
      \hookrightarrow int m, int k, int n);
60
61 #endif // CBLAS_DGEMM
```

Listing 4: cblas_dgemm

6.5. src/cblas/cblas_dgemm.c

Listing 5: cblas_dgemm

6.6. src/vectorization/blocked_dgemm_sse.h

Listing 6: vectorization/blocked_dgemm

6.7. src/vectorization/blocked_dgemm_sse.c

```
1 #include "blocked_dgemm_sse.h"
 2 #include "../controller/utils.h"
 3 /*
 4
     In case you're wondering, dgemm stands for:
     Double-precision\;,\;\;GEneral\;\;Matrix-Matrix\;\;multiplication\;.
 5
 6
     A is M-by-K
 7
     B is K-by-N
     C is M-by-N
 9
     lda is the leading dimension of the matrix (the M of square_dgemm).
10 */
11
12
13 void basic_dgemm_sse(const double *restrict A, const double
       \hookrightarrow *restrict B,
14
             double *restrict C, int N, int block_size) {
        \mathbf{unsigned} \;\; i\;,\;\; j\;,\;\; k\,;
15
        for (i = 0; i < block_size; ++i) {
16
             for (j = 0; j < block_size; ++j) {
17
18
                  double cij = C[j*N + i];
19
                  #pragma vector always
20
                  for (k = 0; k < block_size; ++k) {
                       cij += A[i + k * N] * B[k + j * N];
21
22
23
                  C[j*N + i] = cij;
24
             }
25
        }
26 }
27
28 void do_block_sse(const double *A, const double *B, double *C, int
       \hookrightarrow i, int j,
29
                         int k, int N, int block_size) {
30
        basic\_dgemm\_sse(A + i + k*N, B + k + j*N, C + i + j*N, N,
       \hookrightarrow block_size);
31 }
32
33 void square_dgemm_blocked_sse(const double *A, const double *B,

→ double *C,

34
                                        int N, int block size) {
        \mathbf{unsigned} \;\; \mathrm{bi} \;, \;\; \mathrm{bj} \;, \;\; \mathrm{bk} \,;
35
        \mathbf{for} \ (\, \mathrm{bi} \, = \, 0\,; \ \mathrm{bi} \, < \, (\mathrm{N} \, / \, \, \mathrm{block\_size}\,)\,; \, +\!\!\!+\!\!\! \mathrm{bi}\,) \ \{
36
             const unsigned i = bi * block_size;
37
38
             for (bj = 0; bj < (N / block_size); ++bj) {
39
                  const unsigned j = bj * block_size;
40
                  for (bk = 0; bk < (N / block_size); ++bk) {
41
                       const unsigned k = bk * block_size;
42
                       do_block_sse(A, B, C, i, j, k, N, block_size);
43
                  }
             }
44
45
        }
46 }
```

Listing 7: vectorization/blocked_dgemm

6.8. src/controller/file.h

Listing 8: file

6.9. src/controller/file.c

```
1 #include "file.h"
 2 #include <stdlib.h>
3 #include "utils.h"
5 typedef struct file {
       FILE * fp;
7
       char *filename;
       char** attributes;
8
9
       int num_of_cols;
       int num_of_rows;
10
11 } file_t;
12
13 file_t* create_file(char* filename, char* mode, char** attributes,
      \hookrightarrow int cols) {
14
       file_t * file = (file_t *) malloc(sizeof(file_t));
       if (! file) {
15
16
           return NULL;
17
18
       file -> fp = fopen (filename, mode);
19
       file -> filename = filename;
20
       file \rightarrow num\_of\_cols = cols;
21
22
       char file_header [256];
23
       if (build_row(attributes, file_header, 256, cols) < 0) {
24
            delete (file);
25
           return NULL;
26
       }
27
       add_row(file , attributes , cols);
28
       file -> attributes = attributes;
29
       file \rightarrow num of rows = 0;
30
       return file;
31 }
32
33 int build_row(char **values, char *row, int max_bytes, int size) {
34
       int bytes = 0;
35
       int pos = 0;
36
       char* buff;
37
       for (int i = 0; i < size; i++) {
38
            buff = (row) + pos;
39
            if (i = size -1) {
                bytes = snprintf(buff, max_bytes, "%", values[i]);
40
41
                bytes = snprintf(buff, max_bytes, "%, ", values[i]);
42
43
44
           if (bytes < 0) {
45
                return bytes;
46
47
           pos += bytes;
48
49
       return bytes;
```

```
50 }
51
52 int add_row(file_t *file, char **values, int size) {
53
       if (size != file ->num_of_cols) {
54
           return 1;
55
56
       char file_header[256];
       int bytes = build_row(values, file_header, 256,
57

    file → num_of_cols);
58
       if (bytes < 0) {
59
           delete (file);
60
           return bytes;
61
       fprintf(file -\!\!> fp, " \% \backslash n", file\_header);
62
       63
64
       return 0;
65
66
67 void delete(file_t* file) {
68
       fclose (file ->fp);
69
       free (file);
70 }
```

Listing 9: file

6.10. src/controller/utils.h

Listing 10: utils

6.11. src/controller/utils.c

```
1 #include "utils.h"
3 void init_arr(double m, double n, double off, double* a) {
4
       int i;
       for (i = 0; i < (m*n); i++) {
5
6
           // a[i] = (i + 1) * off;
7
           a[i] = (i \% 10) * off;
8
       }
9 }
10 void print_arr(char *name, int m, int n, double *array) {
       11
12
13
       for (i = 0; i < m; i++){
14
           for (j = 0; j < n; j++) {
15
               printf("\%[t], array[i+j*n]);
16
17
           printf("\n");
       }
18
19 }
20
21 void multiply_matrices(const double *a, const double *b, double *c,
      \hookrightarrow int n) {
22
       int i, j, k;
23
       for (i = 0; i < n; i++) {
24
           for (j = 0; j < n; j++) {
               for (k = 0; k < n; k++) {
25
26
                    c[i+k*n] = c[i+k*n] + a[i+j*n] * b[j+k*n];
27
28
           }
29
       }
30 }
31
32 bool matrix_compare(const double *a, const double *b, int n) {
       \mathbf{int} \quad i \ , \quad j \ ;
33
34
       for (i = 0; i < n; i++) {
35
           for (j = 0; j < n; j++) {
               if (a[i+j] != b[i+j]) {
36
37
                    return false;
38
39
           }
       }
40
41
       return true;
42 }
43
44 int double_to_string(char* buffer, double num, int max_bytes) {
       return snprintf(buffer, max_bytes, "%f", num);
46 }
```

Listing 11: utils

6.12. src/controller/generate_output_data.py

```
1 import json
 2 import os
 3 import pandas as pd
4 from subprocess import call
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 from src.controller.utils import get_null_list_of_dim_n
8
9 class OutputData:
       def ___init___(self , version=1, avoid=False):
10
           self.data = {
11
12
               'number_of_threads': [],
13
               'parallel_time': [],
14
               'serial_time': [],
15
               'matrix_dimension': []
16
           }
           self.\_colors = ['b-', 'g-', 'r-', 'c-', 'm-', 'y-', 'k-',
17
      → 'w-']
           self.dfs_data = []
18
           pics_path = f"./docs/report/pics/graphs_v{version}/"
19
20
           if not os.path.isdir(pics_path) and avoid:
21
               os.system(f'mkdir {pics_path}')
22
           self.pics_path = pics_path
           files_path = f"./src/data/data_v{version}/"
23
24
           if not os.path.isdir(files_path) and avoid:
25
               os.system(f'mkdir {files_path}')
26
           self.files_path = files_path
27
       def add_data(self, serial, parallel, num_workers,
28
      → matrix dimension):
29
           self.data['number_of_threads'].append(num_workers)
           self.data['parallel_time'].append(parallel)
30
           self.data['serial_time'].append(serial)
31
           self.data['matrix_dimension'].append(matrix_dimension)
32
33
34
       @staticmethod
35
       def gustafson_speed_up(a, b, p):
36
           return (a + p * b) / (a + b)
37
38
       @staticmethod
       def amdahl_speed_up(s, p, n):
39
40
           return (s + p) / (s + p/n)
41
42
       @staticmethod
43
       \mathbf{def} amdahl_max_speed_up(s, p):
44
           return 1 + p/s
45
       def save_data(self, df_name):
46
           df = pd. DataFrame (data=self.data)
47
           self.save_df_data(df, [], '', {}, df_name, False)
48
```

```
49
50
       def save_df_in_image(self, df, df_name):
51
           path = self.pics_path + df_name
52
           df.to_html('table.html')
53
           command = f'wkhtmltoimage -f png --width 0 table.html {path}'
54
            call (command, shell=True)
55
            call ('rm table.html', shell=True)
56
       def df_to_csv(self, df, df_name):
57
58
           path = self.files_path + df_name
59
           df.to_csv(path, index=False, sep=',', encoding='utf-8-sig')
60
61
       def get df from csv(self, filepath):
           return pd.read_csv(filepath , low_memory=False , sep=',')
62
63
       def graph_amdahl_speed_up(self, filename):
64
65
           df = pd. DataFrame (data=self.data)
           columns = [
66
                'number_of_threads',
67
68
                'parallel_time',
69
                'serial_time'
70
           df = df.loc[:, columns]
71
           df['theoretical_speed_up'] =
72

    get_null_list_of_dim_n(len(df.index))
73
           df['theoretical_speed_up'] = df.apply(
74
                lambda x: self.amdahl_speed_up(
75
                    self.data['serial_time'][0],
                    self.data['parallel_time'][0],
76
77
                    x['number_of_threads']
78
                ),
79
                axis=1
80
81
           df['real_speed_up'] = get_null_list_of_dim_n(len(df.index))
82
           df['real_speed_up'] = df.apply(
83
                lambda x: self.amdahl_speed_up(
                    x['serial_time'],
84
                    x['parallel_time'],
85
                    x['number_of_threads']
86
87
                ),
88
                axis=1
89
           )
90
91
           df['max_speed_up'] = get_null_list_of_dim_n(len(df.index))
           df['max\_speed\_up'] = df.apply(
92
                lambda x: self.amdahl_max_speed_up(
93
                    x['serial_time'],
94
95
                    x['parallel_time']
96
                ),
97
                axis=1
98
99
           \max\_\operatorname{speed\_up} = \operatorname{df}[\operatorname{'max\_speed\_up'}][0]
```

```
100
            df['max speed up'] = df['max speed up'].map(lambda x:
       \hookrightarrow max_speed_up)
101
102
            columns = [
103
                 'number_of_threads',
104
                 'theoretical_speed_up',
105
                 'real_speed_up',
106
                 'max_speed_up'
107
108
            df = df.loc[:, columns]
109
            self.save_df_data(
110
                 df,
                 ['theoretical_speed_up', 'real_speed_up',
111
       \hookrightarrow 'max_speed_up'],
112
                 'number_of_threads',
113
                      'theoretical_speed_up': 'b-',
114
                     `real\_speed\_up': 'r-',
115
                     '\max\_speed\_up': 'g-'
116
117
118
                 filename,
119
                 True
120
            )
121
122
        def graph(self, df, y_axis, x_axis, colors, graph_name):
123
            for field in y_axis:
124
                 plt.plot(
125
                     df[x_axis],
                     df[field],
126
                     colors [field],
127
128
                     label=field,
                     marker='o',
129
130
                     linestyle='dashed'
131
                 )
132
            plt.xlabel(x_axis)
133
            plt.yscale('linear')
134
            plt.legend(loc='best')
            plt.savefig(self.pics_path + graph_name)
135
136
            plt.clf()
137
138
        @staticmethod
139
        def file_exists(path):
            return os.path.isfile(path) and os.access(path, os.R_OK)
140
141
142
        @classmethod
143
        def delete_all_data(cls):
            os.system('rm src/data/*')
144
145
146
        def save_df_data_to_json(self):
147
            path = f'{self.files_path}data.json'
            data = | |
148
149
            if self.file_exists(path):
```

```
with open(path, encoding='utf-8-sig') as json file:
150
                     text = json_file.read()
151
152
                     if text:
153
                         data = json.loads(text)
154
            with open(path, 'w') as f:
155
                json.dump(self.dfs_data+data, f)
156
157
       def save_df_data(self, df, y_axis, x_axis, colors, graph_name,
       \hookrightarrow has_graph):
158
            df_graph_name = graph_name.split('.png')[0] + '_table.csv'
159
            self.df_to_csv(df, df_graph_name)
160
            self.dfs data.append({
161
                'has graph': has graph,
                'df_path_name': df_graph_name,
162
163
                 'y_axis': y_axis,
                 'x_axis': x_axis,
164
                 'colors': colors,
165
166
                'graph_name': graph_name
167
            })
168
169
        def read_dfs_data_from_json(self):
            data_path = f "{ self.files_path} data.json "
170
171
            with open(data_path, encoding='utf-8-sig') as json_file:
                text = json_file.read()
172
173
                self.dfs_data = json.loads(text)
174
175
       def graph_dfs(self):
176
            for df_data in self.dfs_data:
177
                df_name = df_data['df_path_name']
                table_graph_name = df_name.split('.csv')[0] + '.png'
178
179
                df_path_name = self.files_path + df_name
                df = pd.read_csv(df_path_name, low_memory=False, sep=',')
180
181
                self.save_df_in_image(df, table_graph_name)
182
                if df_data['has_graph']:
183
                    y_axis = df_data['y_axis']
184
                    x axis = df data['x axis']
                     colors = df_data['colors']
185
186
                    graph_name = df_data['graph_name']
187
                     self.graph(df, y_axis, x_axis, colors, graph_name)
188
       def graph_gustafson_exec_time(self, filename):
189
190
            df = pd.DataFrame(data=self.data)
191
            columns = [
192
                'matrix dimension',
193
                'parallel_time',
                'serial time'
194
195
196
            df = df.loc[:, columns]
197
            self.save_df_data(
198
                df,
                ['parallel_time', 'serial_time'],
199
200
                 'matrix_dimension',
```

```
201
                       'parallel_time': 'b-',
202
                       'serial_time': 'r-'
203
204
205
                  filename,
206
                  True
207
             )
208
209
        def graph_gustafson_speed_up(self, filename):
210
             df = pd.DataFrame(data=self.data)
211
             columns = [
212
                  'matrix_dimension',
213
                  'parallel_time',
                  'serial_time'
214
215
             df = df.loc[:, columns]
df['speed_up'] = [0] * len(df.index)
df['speed_up'] = df.apply(
216
217
218
219
                  lambda x: self.gustafson_speed_up(
220
                      x['serial_time'],
                      x['parallel_time'],
221
222
                       self.data['number_of_threads'][0]
223
                  ),
224
                  axis=1
225
226
             df = df.loc[:, ['matrix_dimension', 'speed_up']]
227
             self.save_df_data(
228
                  df,
229
                  [ 'speed_up'],
230
                  'matrix_dimension',
231
                  { 'speed_up ': 'b-'},
232
                  filename,
233
                  True
234
```

Listing 12: generate output data

6.13. src/controller/map_reduce.py

```
1 import collections
 2 import itertools
 3 import multiprocessing as mp
4 from math import ceil
5 from src.controller.utils import chunks
6 from src.controller.statistics import Statistics
9 class MapReduce(object):
10
      11
12
13
           :param map_func: Function to map inputs to intermediate
      \hookrightarrow data. Takes as
14
           argument one input value and returns a tuple with the key
      \hookrightarrow and a value
15
           to be reduced.
           :param reduce_func: Function to reduce partitioned version of
16
17
           intermediate data to final output. Takes as argument a key
      \hookrightarrow as produced
           by map_func and a sequence of the values associated with
18
      \hookrightarrow that key.
           " " "
19
20
           self.map\_func = map\_func
21
           self.reduce_func = reduce_func
           self.statistics = Statistics()
22
23
24
       @staticmethod
25
       def get_chunksize(inputs, num_workers):
26
           chunksize = int(len(inputs) / num_workers)
27
           if chunksize == 0:
28
               return 1
29
           return chunksize
30
31
       def get_statistics(self):
32
           return self.statistics
33
34
       @staticmethod
35
       def keys_repeated(map_responses):
36
           map_responses = map_responses.copy()
37
           map\_responses =
      → list (itertools.chain.from_iterable(map_responses))
38
           keys = \{\}
39
           for a_mapped_value in map_responses:
40
               pos, values = a_mapped_value
               if pos not in keys:
41
42
                   keys [pos] = [False, values]
43
               else:
44
                    keys[pos][0] = True
                    keys[pos][1] += values
45
```

```
keys = list(keys.items())
46
            repeated = list(filter(lambda x: x[1][0], keys.copy()))
47
            \texttt{repeated} \; = \; \textbf{list} \left( \textbf{map}(\textbf{lambda} \; x \colon \; \left( \, x \, [\, 0\, ] \; , \; \; x \, [\, 1\, ] \, [\, 1\, ] \, \right) \; , \; \; \texttt{repeated} \; \right) )
48
49
            not_repeated = list(filter(lambda x: not x[1][0],
      \hookrightarrow keys.copy())
50
            not\_repeated = list(map(lambda x: (x[0], x[1][1]),
      → not_repeated))
            return repeated, not_repeated
51
52
53
       @staticmethod
54
       def group_by_key(mapped_values):
55
            Organize the mapped values by their key.
56
            Returns an unsorted sequence of tuples with a key and a
57
      \hookrightarrow sequence of
58
            values.
59
            partitioned_data = collections.defaultdict(list)
60
            for a_mapped_value in mapped_values:
61
62
                 key, value = a_mapped_value
63
                 partitioned_data[key].append(value)
64
            return list (partitioned_data.items())
65
       @staticmethod
66
67
       def shuffle (map responses, num workers):
            map_responses = list(filter(lambda x: len(x) != 0,
68

→ map_responses))
69
            map\_responses =
      → list (itertools.chain.from_iterable(map_responses))
70
            map_responses.sort(key=lambda tup: tup[0])
            map_responses = chunks(map_responses, num_workers)
71
72
            map_responses = list(filter(lambda x: len(x) != 0,

→ map responses))
73
            return map_responses
74
75
       def group_by_key_mapped_values(self, map_responses, num_workers):
76
            is repeated = True
            output = []
77
            while is_repeated:
78
                 self.statistics.start('serial')
79
80
                 num_workers = ceil(num_workers/2)
81
                 map_responses = self.shuffle(map_responses, num_workers)
                 chunksize = self.get_chunksize(map_responses,
82
      → num workers)
                 self.statistics.stop('serial')
83
                 pool = mp. Pool(processes=num_workers)
84
                 self.statistics.start('parallel')
85
86
                 map\_responses = pool.map(
87
                     self.group_by_key,
88
                     map_responses,
89
                     chunksize=chunksize
90
```

```
91
                  self.statistics.stop('parallel')
92
                  pool.close()
93
                  self.statistics.start('serial')
94
                  repeated, not\_repeated =

→ self.keys_repeated(map_responses)

95
                  output += not_repeated
96
                  map\_responses = repeated
97
                  is_repeated = len(repeated) != 0
                  self.statistics.stop('serial')
98
99
             return output
100
101
        def map(self , inputs , num_workers=None):
102
103
             : param \quad inputs: \quad data \quad to \quad map\!\!-\!reduce
104
             :param chunksize: The portion of the input data to hand to
       \hookrightarrow each worker.
105
             This can be used to tune performance during the mapping
       \rightarrow phase.
106
             :param num_workers: The number of workers to create.
107
             :return: Process the inputs through the map and reduce
       \hookrightarrow functions given.
108
109
        def reduce(self, partitioned_data, num_workers=1):
110
111
112
             : param partitioned\_data:
113
             : param \ num\_workers : \ The \ number \ of \ workers \ to \ create \, .
114
115
```

Listing 13: map_reduce

6.14. src/controller/pool.py

```
1 import time
 2 import multiprocessing as mp
3 from src.controller.map_reduce import MapReduce
5
6 class Pool (MapReduce):
7
8
       def ___init___(self , map_func , reduce_fun):
9
           super().__init__(map_func=map_func, reduce_func=reduce_fun)
           self.sleep\_sec = 0.5
10
11
12
       def map(self, inputs, num_workers=1):
13
           num_cpu = mp.cpu_count()
14
           if num_workers > num_cpu:
15
               num\_workers = num\_cpu
16
           chunksize = self.get_chunksize(inputs, num_workers)
           pool = mp.Pool(processes=num_workers)
17
18
           self.statistics.start('parallel')
19
           map\_responses = pool.map(
20
               self.map_func,
21
               inputs,
22
               chunksize=chunksize
23
           )
24
           self.statistics.stop('parallel')
25
           data = self.group_by_key_mapped_values(map_responses,
      → num_workers)
26
           pool.close()
27
           time.sleep(self.sleep_sec)
28
           return data
29
30
       def reduce(self , partitioned_data , num_workers=1):
31
           pool = mp. Pool ( processes=num_workers)
32
           self.statistics.start('serial')
33
           reduced_values = pool.map(self.reduce_func, partitioned_data)
34
           self.statistics.stop('serial')
35
           pool.close()
36
           time.sleep(self.sleep_sec)
37
           return reduced values
```

Listing 14: pool

6.15. src/controller/process.py

```
1 import itertools
 2 import multiprocessing as mp
 3 from src.controller.map_reduce import MapReduce
4 from src.controller.utils import chunks
5 from src.controller.my_process import MyProcess
6
7
8 class Process (MapReduce):
9
       def ___init___(self , map_func , reduce_fun):
10
11
           self.processes = []
           super().__init___(map_func=map_func, reduce_func=reduce_fun)
12
13
14
       def map(self, inputs, num_workers=1):
15
           num_cpu = mp.cpu_count()
16
           if num_workers > num_cpu:
17
               num workers = num cpu
           splitted data = chunks(inputs, num workers)
18
19
           for i in range(0, num_workers):
20
               arg = splitted_data[i]
               self.processes.append(MyProcess(target=self.map_func,
21
      \hookrightarrow \operatorname{args=arg})
           map_responses = []
22
23
           self.statistics.start('parallel')
24
           for process in self.processes:
25
               process.start()
           for process in self.processes:
26
27
               process.join()
28
               map_responses += process.get_output()
29
           self.statistics.stop('parallel')
30
           map\_responses = list(filter(lambda x: len(x) != 0,

→ map_responses))
31
           map\_responses =
      → list (itertools.chain.from_iterable(map_responses))
32
           return self.group_by_key(map_responses)
33
       def reduce(self, partitioned_data, num_workers=1):
34
35
           output = []
36
           self.statistics.start('serial')
37
           for item in partitioned data:
                output.append(self.reduce_func(item))
38
39
           self.statistics.stop('serial')
40
           return output
```

Listing 15: process

6.16. src/controller/my_process.py

```
1 \hspace{0.1cm} \textbf{from} \hspace{0.1cm} \textbf{multiprocessing} \hspace{0.1cm} \textbf{import} \hspace{0.1cm} \textbf{Process} \hspace{0.1cm}, \hspace{0.1cm} \textbf{Queue}
 3
 4 class MyProcess (Process):
 6
         \mathbf{def} __init__(self, target, args):
 7
               self.target = target
 8
               self.args = args
 9
               self.output = Queue()
10
               super().__init__(target=target, args=args)
11
12
         def run(self):
13
               for an_arg in self.args:
                     self.output.put(self.target(an_arg))
14
15
16
         def get_output(self):
17
               output_list = []
               while self.output.qsize() != 0:
18
                     \verb"output_list.append" (self.output.get" ())
19
               {\bf return} \ {\tt output\_list}
20
```

Listing 16: my_process

6.17. src/controller/statistics.py

```
1 from time import time
 3
 4 class Statistics:
       def ___init___(self):
            self.timers = {
 6
 7
                'serial': float(0),
                'parallel': float(0),
 8
                'global': float(0),
 9
10
            }
            self.time\_elapsed = \{
11
12
                'serial': \mathbf{float}(0),
                'parallel': float(0),
13
                'global': \mathbf{float}(0),
14
15
           }
16
       def start(self, key):
17
            self.timers[key] = time()
18
19
20
       def stop(self, key):
21
            stop_time = time()
            self.time_elapsed[key] += (stop_time - self.timers[key]) *1000
22
23
24
       def get_time_elapsed(self, key):
25
            return self.time_elapsed[key]
```

Listing 17: statistics

6.18. src/controller/utils.py

```
1 import numpy as np
 2 import os
3 from math import ceil
5
6 def column (matrix, i):
7
       return [row[i] for row in matrix]
8
9
10 def get_random_matrix_of_dim_n(N):
       random_matrix = np.random.randint(low=1, high=255, size=(N, N))
12
       for i in range (0, N):
           random_matrix[i] = random_matrix[i].tolist()
13
14
       return random_matrix.tolist()
15
16
17 def get_null_matrix_of_dim_n(N):
       random matrix = np.zeros((N, N))
18
19
       for i in range (0, N):
20
           random_matrix[i] = random_matrix[i].tolist()
21
       return random_matrix.tolist()
22
24 def get_null_list_of_dim_n(N):
25
       return np. zeros (N). tolist ()
26
27
28 def get_partitions(matrix, row_p, col_p):
29
      N = len(matrix)
30
       col\_size\_p = ceil(N/col\_p)
31
       row\_size\_p = ceil(N/row\_p)
32
       blocks = array_to_list(np.zeros((row_p, col_p)))
       for r in range (0, row_p):
33
           for c in range(0, col_p):
34
35
               left\_side = c * col\_size\_p
36
               right_side = left_side + col_size_p
37
               up\_side = r * row\_size\_p
               down\_side = up\_side + row\_size\_p
38
39
               rows = matrix [up_side:down_side]
40
               block = []
               for row in rows:
41
42
                    block.append(row[left_side:right_side])
43
               blocks[r][c] = block.copy()
44
       return blocks
45
46
47 def multiply_two_matrices(matrix_a, matrix_b):
       rows_a = len(matrix_a)
48
49
       cols b = len(matrix b[0])
       cols_a = len(matrix_a[0])
```

```
multiplication = array_to_list(np.zeros((rows_a, cols_b)))
51
52
        for i in range (0, rows_a):
53
            for j in range(0, cols_b):
54
                partial\_sum = 0
55
                for k in range(0, cols_a):
56
                    partial_sum += matrix_a[i][k] * matrix_b[k][j]
57
                multiplication[i][j] = partial_sum
       return multiplication
58
59
60
61 def sum matrices (matrices):
62
       rows = len(matrices[0])
63
        cols = len(matrices[0][0])
64
        result = array_to_list(np.zeros((rows, cols)))
65
        for i in range (0, rows):
            for j in range (0, cols):
66
67
                for matrix in matrices:
68
                     result[i][j] += matrix[i][j]
69
       return result
70
71
72 def array_to_list(array):
       rows = len(array)
73
       for i in range (0, rows):
74
75
            array[i] = array[i].tolist()
76
       return array.tolist()
77
78
79 def print_matrix(matrix):
       rows = len(matrix)
80
        for i in range (0, rows):
81
82
            print(f"{matrix[i]}\n")
83
84
85 def chunks(a_list, num):
86
87
        :param\ a\_list:\ a\ list\ to\ split\ in\ n\ chunks
88
        :param num: number of chunks
        : return: \ list \ splitted
89
90
91
       avg = len(a_list) / float(num)
92
       out = []
93
       last = 0.0
94
       while last < len(a list):
            out.append(a_list[int(last):int(last + avg)])
95
96
            last += avg
97
       return out
98
99
100 def get_version_number():
101
        folders = 0
102
        for _, dir_names, _ in os.walk('docs/report/pics/'):
```

| 103 | folders += len(dir_names) |
|-----|---------------------------|
| 104 | return folders |

Listing 18: utils

6.19. src/model/multiply_matrices_interface.py

```
1 \ \mathbf{class} \ \mathrm{MultiplyMatricesInterface}:
 3
           @staticmethod
           \mathbf{def} \ \operatorname{pre\_processing} \left( \operatorname{matrix\_a}, \ \operatorname{matrix\_b}, \ **kwargs \right) \colon
 4
 5
                  raise NotImplementedError
 6
 7
           @staticmethod
           \mathbf{def} \ \mathrm{map\_worker} \, (\, \mathrm{chunk} \, ) :
 8
 9
                   {\bf raise}\ \ {\rm NotImplementedError}
10
11
           @staticmethod
           \mathbf{def} \ \ \mathbf{reduce\_worker(item)}:
12
13
                   {\bf raise}\ \ {\rm NotImplementedError}
```

Listing 19: multiply_matrices_interface

6.20. src/model/element_by_row_block.py

```
1 from src.model.multiply_matrices_interface import
      → MultiplyMatricesInterface
3
4 class ElementByRowBlock(MultiplyMatricesInterface):
5
6
       @staticmethod
7
       def pre_processing(matrix_a, matrix_b, **kwargs):
8
           row_size = len(matrix_a)
           col\_size = len(matrix\_a[0])
9
           output = []
10
           for i in range (0, row\_size):
11
12
               for j in range(0, col_size):
13
                   element\_by\_row\_block = [matrix\_a[i][j]] + matrix\_b[j]
14
                   output.append((i, element_by_row_block))
15
           return output
16
       @staticmethod
17
18
       def map_worker(chunk):
19
           output = []
20
           i, elements = chunk
21
           elem_a = elements[0]
22
           elements.pop(0)
23
           col_size = len(elements)
24
           for j in range(0, col_size):
25
               output.append(((i, j), elem_a * elements[j]))
26
           return output
27
28
       @staticmethod
29
       def reduce_worker(item):
30
           output\_pos, values = item
           result = 0
31
32
           for a_value in values:
33
               result += a_value
34
           return output_pos, result
```

Listing 20: element_by_row_block

6.21. src/model/column_by_row.py

```
1 from src.model.multiply_matrices_interface import
      → MultiplyMatricesInterface
3
4 class ColumnByRow(MultiplyMatricesInterface):
5
6
       @staticmethod
7
       def pre_processing(matrix_a, matrix_b, **kwargs):
8
           N = len(matrix_a)
9
           output = []
           for i in range (0, N):
10
               col_a = [row[i] for row in matrix_a]
11
12
               output.append((col_a, matrix_b[i]))
13
           return output
14
       @staticmethod
15
       def map_worker(chunk):
16
           col\_a, row\_b = chunk
17
18
           output = []
19
           for row, elem_a in enumerate(col_a):
20
               for col , elem_b in enumerate(row_b):
21
                   key = (row, col)
22
                   value = elem_a * elem_b
23
                   output.append((key, value))
24
           return output
25
26
       @staticmethod
27
       def reduce_worker(item):
28
           output_pos, values = item
29
           result = 0
30
           for a_value in values:
31
               result += a_value
32
           return output_pos, result
```

Listing 21: column_by_row

6.22. src/model/by_blocks.py

```
1 import numpy as np
 2 from src.model.multiply_matrices_interface import
      → Multiply Matrices Interface
3 from src.controller.utils import get_partitions, sum_matrices
6 class ByBlocks (MultiplyMatricesInterface):
7
8
       @staticmethod
       def pre_processing(matrix_a, matrix_b, **kwargs):
9
10
           output = []
11
           row_p = kwargs.get('row_p', 2)
12
           col_p = kwargs.get('col_p', 2)
13
           blocks_a = get_partitions(matrix_a, row_p, col_p)
14
           blocks_b = get_partitions(matrix_b, row_p, col_p)
15
           for r_a in range(0, row_p):
               for c a in range(0, col p):
16
17
                    a \quad block = blocks \quad a[r \quad a][c \quad a]
18
                    output.append((r_a, a_block, blocks_b[c_a]))
19
           return output
20
21
       @staticmethod
22
       def map_worker(chunk):
23
           r_a, block_a, blocks_b = chunk
24
           output = []
           col_size = len(blocks_b)
25
26
           for c_b in range(0, col_size):
27
                result = np.matmul(block_a, blocks_b[c_b]).tolist()
28
               key = (r_a, c_b)
29
               output.append((key, result))
30
           return output
31
32
       @staticmethod
33
       def reduce_worker(item):
34
           output_pos, values = item
35
           result = sum_matrices(values)
36
           output = []
37
           row size = len(result)
38
           block_pos_i, block_pos_j = output_pos
           for i in range(0, row_size):
39
40
               col\_size = len(result[i])
41
               for j in range(0, col_size):
42
                    pos = (block_pos_i*row_size+i,
      \hookrightarrow block_pos_j*col_size+j)
43
                    output.append((pos, result[i][j]))
44
           return output
```

Listing 22: by_blocks