66.26 Arquitecturas paralelas Trabajo Práctico Final

Integrantes:

Alumno	padron
Llauró, Manuel Luis	95736
Blanco, Sebastian Ezequiel	98539

GitHub:

https://github.com/BlancoSebastianEzequiel/66.26-TP-Final

${\bf \acute{I}ndice}$

1.	Obj	${ m etivo}$
2.	Des	arrollo teórico
	2.1.	Speed up
	2.2.	Ley de Amdahl
	2.3.	Ley de Gustafson
	2.4.	Map-reduce
	2.5.	High Performance Portable Libraries for Dense Linear Algebra 4
		2.5.1. LAPACK
		2.5.2. ScaLAPACK
		2.5.3. CBLAS
	2.6.	Instrucciones vectoriales MMX
3.	Imp	lementación
	_	Explicación del modelo
		Multiplicación de matrices por bloques
	J	3.2.0.1. Preprocesamiento
		3.2.0.2. Mapeo
		3.2.0.3. Reducción
	3.3.	Multiplicación de matrices de elemento por fila
	0.0.	3.3.0.1. Preprocesamiento
		3.3.0.2. Mapeo
		3.3.0.3. Reducción
	3.4.	Multiplicación de matrices de columna por fila
	9.2.	3.4.0.1. Preprocesamiento
		3.4.0.2. Mapeo
		3.4.0.3. Reducción
	3.5.	MMX
	3.6.	Cblas
	3.7.	Forma de ejecución
	3.8.	Datos sobre la computadora que se utilizó
1	Ros	$\operatorname{ultados}$
1.		Multiplicación por bloques
	1.1.	4.1.0.1. Salida Amdahl
		4.1.0.2. Salida Gustafson
	4.2	Multiplicación elemento por fila
	4.2.	4.2.0.1. Salida Amdahl
		4.2.0.2. Salida Gustafson
	4.3.	Multiplicación columna por fila
	т.О.	4.3.0.1. Salida Amdahl
		4.3.0.2. Salida Gustafson
		1.0.0.2. Daiiaa Gabaanoi

	4.4.	Cblas e instrucciones vectorizadas	24
5.	5.1.	Pool	25 25 25
6.	Con	clusiones	26
7.	Ane	xo	27
		src/app.py	27
		src/graphs.py	29
	7.3.	src/cblas.c	30
	7.4.	src/mmx.c	31
	7.5.	src/test_pool.c	32
	7.6.	src/test_pool.py	33
	7.7.	src/cblas/cblas_dgemm.h	35
	7.8.	src/cblas/cblas_dgemm.c	37
	7.9.		38
		src/vectorization/blocked_dgemm_sse.c	39
		src/controller/file.h	41
		src/controller/file.c	42
		src/controller/utils.h	44
		src/controller/utils.c	45
		src/controller/generate_output_data.py	47
		src/controller/map_reduce.py	53
	7.17.	src/controller/pool.py	56
	7.18.	src/controller/process.py	57
		src/controller/my_process.py	58
		src/controller/statistics.py	59
		src/controller/utils.py	60
	7.22.	src/model/multiply_matrices_interface.py	62
		src/model/element_by_row_block.py	63
		src/model/column_by_row.py	64
	7.25.	src/model/by_blocks.py	65

1. Objetivo

Se propone la verificación empírica de la ley de Amdahl (trabajo constante) versus la ley de Gustafson (tiempo constante) aplicada a un problema de paralelismo utilizando el modelo de programación MapReduce.

Haremos una multiplicación de matrices (ambas de NxN) y se realizarán las mediciones de tiempo variando la cantidad de threads involucrados en el procesamiento. Luego se realizarán las mismas mediciones manteniendo fija la cantidad de threads pero variando la dimensión de las matrices.

Finalmente se hará una multiplicación de dos matrices diferentes de NxN usando la librería CBLAS e instrucción de vectorización (MMX) para el compilador con solo un procesador. De esta manera la idea es comparar el tiempo que tarda el map-reduce en serie frente a cblas y la vectorización.

2. Desarrollo teórico

2.1. Speed up

Es la mejora en la velocidad de ejecución de una tarea ejecutada en dos arquitecturas similares con diferentes recursos.

El speed-up se puede usar más generalmente para mostrar el efecto en el rendimiento después de cualquier mejora en los recursos.

De forma genérica se define como:

$$\mathbf{speed_up} = \frac{Rendimiento_con_mejora}{Rendimiento_sin_mejora} \tag{1}$$

En el caso de mejoras aplicadas a los tiempo de ejecución de una tarea:

$$\mathbf{speed_up} = \frac{T_ejecucion_sin_mejora}{T_ejecucion_con_mejora} \tag{2}$$

2.2. Ley de Amdahl

Utilizada para averiguar la mejora máxima de un sistema de información cuando solo una parte de éste es mejorado.

Establece que la mejora obtenida en el rendimiento de un sistema debido a la alteración de uno de sus componentes está limitada por la fracción de tiempo que se utiliza dicho componente.

Suponiendo que nuestro algoritmo se divide en una parte secuencial \mathbf{s} y una parte paralelizable \mathbf{p} y siendo \mathbb{N} la cantidad de threads, entonces podemos decir que:

$$\mathbf{speed_up} = \frac{s+p}{s+\frac{p}{N}} \tag{3}$$

Amdahl establece un límite superior al speed-up que puede obtenerse al introducir una mejora en un determinado algoritmo. Este límite superior está determinado por la porción de la tarea sobre la que se aplique la mejora. Entonces si tomamos la ecuación anterior y calculamos el límite de la misma con N tendiendo a infinito tenemos:

$$speed_up_max = 1 + \frac{p}{s}$$
 (4)

2.3. Ley de Gustafson

Establece que cualquier problema suficientemente grande puede ser eficientemente paralelizado. La ley de Gustafson está muy ligada a la ley de Amdahl, que pone límite a la mejora que se puede obtener gracias a la paralelización, dado un conjunto de datos de tamaño fijo, ofreciendo así una visión pesimista del procesamiento paralelo. Por el contrario la ley de Gustafson propone realizar mas trabajo con la misma cantidad de recursos, de esta manera aprovecha la paralelizacion para calcular mas cosas.

Entonces siendo s el tiempo de la ejecución de la sección serie, siendo p el tiempo de la ejecución de la sección paralela y siendo N la cantidad de procesadores podemos calcular el speed-up como:

$$\mathbf{speed_up} = \frac{s + p * N}{s + p} \tag{5}$$

Definiendo:

$$\alpha = \frac{s}{s+p} \tag{6}$$

Podemos decir que:

$$\mathbf{speed} \mathbf{\underline{up}} = N - \alpha * (N - 1) \tag{7}$$

2.4. Map-reduce

MapReduce es una técnica de procesamiento y un programa modelo de computación distribuida. El algoritmo MapReduce contiene dos tareas importantes.

Map toma un conjunto de datos y se convierte en otro conjunto de datos, en el que los elementos se dividen en tuplas (pares: clave, valor).

En el medio ocurre la fase de agrupamiento la cual consiste de agrupar los valores con misma clave en un vector para entregarle a la fase de reduce un conjunto de tuplas (clave, valores) donde en este caso el valor son todos los valores en una lista.

Reduce recibe un conjunto de tuplas (clave, valores) donde el valor es una lista de todos los valores que tenían la misma clave. Entonces reduce aplica una función a todos estos valores para retornar un único valor y asi devolver un conjunto de tuplas (clave, valor)

La principal ventaja de MapReduce es que es fácil de escalar procesamiento de datos en múltiples nodos.

De acuerdo a este modelo, basado en la programación funcional, la tarea del usuario consiste en la definición de una función map y una función reduce y definidas estas funciones, el procesamiento es fácilmente paralelizable, ya sea en una sola máquina o en un cluster.

2.5. High Performance Portable Libraries for Dense Linear Algebra

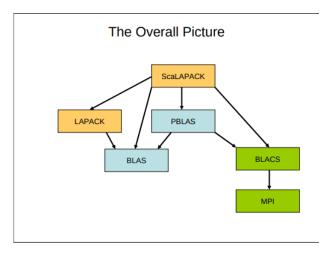


Figura 1: overall picture

2.5.1. LAPACK

LAPACK está escrito en Fortran 90 y proporciona rutinas para resolver sistemas de ecuaciones lineales simultáneas, soluciones de mínimos cuadrados de sistemas de ecuaciones lineales, problemas de valores propios y problemas de valores singulares. También se proporcionan las factorizaciones matriciales asociadas (LU, Cholesky, QR, SVD, Schur, Schur generalizado), al igual que los cálculos relacionados, tales como la reordenación de las factorizaciones de Schur y la estimación de los números de condición. Se manejan matrices densas y con bandas, pero no matrices dispersas generales. En todas las áreas, se proporciona una funcionalidad similar para matrices reales y complejas, con precisión simple y doble.

2.5.2. ScaLAPACK

Es una liberia de rutinas de álgebra lineal de alto rendimiento para máquinas de memoria distribuida en paralelo. ScaLAPACK resuelve sistemas lineales densos y en bandas, problemas de mínimos cuadrados, problemas de valores propios y problemas de valores singulares. Las ideas clave incorporadas en ScaLAPACK incluyen el uso de:

- Una distribución de datos de bloques cíclicos para matrices densas y una distribución de datos de bloques para matrices en bandas, parametrizable en tiempo de ejecución.
- Algoritmos de partición de bloque para asegurar altos niveles de reutilización de datos.
- Componentes modulares de bajo nivel bien diseñados que simplifican la tarea de paralelizar las rutinas de alto nivel haciendo que su código fuente sea el mismo que en el caso secuencial.

2.5.3. CBLAS

BLAS (Subprogramas de Álgebra Lineal Básica) son rutinas que proporcionan bloques de construcción estándar para realizar operaciones básicas de vectores y matrices. Las BLAS de nivel 1 realizan operaciones escalares y vectoriales, las BLAS de nivel 2 realizan operaciones de vectores matriciales y las BLAS de nivel 3 realizan operaciones de matriz-matriz. Debido a que los BLAS son eficientes, portátiles y ampliamente disponibles, se usan comúnmente en el desarrollo de software de álgebra lineal de alta calidad, LAPACK, por ejemplo.

CBLAS es una interfaz de lenguaje C para BLAS.

Nosotros estaremos usando Cblas para este tp.

2.6. Instrucciones vectoriales MMX

MMX es un Conjunto de instrucciones SIMD diseñado por Intel e introducido en 1997 en sus microprocesadores Pentium MMX. Fue desarrollado a partir de un set introducido en el Intel i860. Ha sido soportado por la mayoría de fabricantes de microprocesadores x86 desde entonces.

Fue presentado como un acrónimo de MultiMedia eXtension o Multiple Math o Matrix Math eXtension, pero oficialmente sólo es un juego de consonantes sin significado, usado con la única intención de poder poner cortapisas legales de marca registrada a los desarrollos de terceros que trataran de usarlo.

3. Implementación

3.1. Explicación del modelo

La implementación del MapReduce para resolver el problema esta basado en el siguiente esquema:



Figura 2: Esquema de un map reduce

En nuestro caso creamos una clase llamada MapReduce la cual usa una librería de python llamada multiprocessing en donde usamos el módulo pool el cual ofrece un medio conveniente para paralelizar la ejecución de una función a través de múltiples valores de entrada, distribuyendo los datos de entrada a través de procesos (paralelismo de datos).

Entonces lo que hicimos fue instanciar un **pool** para hacer el map de manera que se le pasa como atributo la cantidad de workers en el cual se quiere paralelizar el problema.

3.2. Multiplicación de matrices por bloques

3.2.0.1 Preprocesamiento

Sean dos matrices A de NxN y B de NxN las dividimos en (N/2)x(N/2) bloques cada una. Luego generamos una lista de tuplas donde cada una tiene la posición (r, c) de un bloque de la matriz A, tiene el bloque en custión a_block_rc, y la fila número c de bloques de la matriz B, quedando con este formato:

(r, c, a block rc, b block c)

3.2.0.2 Mapeo

Recibimos la posición r, c del bloque a, el bloque a y una lista de bloques b que es la fila c de bloques en la matriz B.

Entonces multiplicamos el bloque a por cada bloque de la lista de bloques b y guardamos en un vector una tupla con una clave r, c_b donde c_b es el indice en la lista de bloques b y como valor guardamos la multiplicación. Por cada multiplicación, agregamos una de estas tuplas al vector de salida para luego devolver éste.

3.2.0.3 Reducción

Recibimos la posición de un bloque de salida y una lista de multiplicaciones parciales de bloques. Se suman estas multiplicaciones parciales y se devuelve un vector con los valores resultantes de la multiplicación. Pero por cada valor se calcula la posición de salida del mismo en la matriz resultante y nos deshacemos de la posición de los bloques

3.3. Multiplicación de matrices de elemento por fila

3.3.0.1 Preprocesamiento

Sean dos matrices A de NxN y B de NxN generamos una lista de tuplas a partir de las dos matrices. Se itera por cada elemento (a_ij) de la matriz A y se guarda en cada tupla el número de fila i del elemento a_ij, el elemento a_ij y la fila j de la matriz B. Quedando cada tupla de la siguiente manera:

(i, a_ij, B[j])

3.3.0.2 Mapeo

De esta manera, en la función map, obtenemos partes de esta lista de tuplas y devolvemos un par clave, valor donde la clave es la posición de salida de la matriz

resultante (i, j) y el valor es la multiplicación del elemento a_ij contra cada elemento de la fila j de la matriz B

3.3.0.3 Reducción

Obtenemos una posición de salida y una lista de valores que resultaron de la multiplicación que se hizo en el map. Entonces se suman las multiplicaciones parciales y se obtiene el valor en la posición de salida de la matriz resultante

3.4. Multiplicación de matrices de columna por fila

3.4.0.1 Preprocesamiento

Sean dos matrices A de NxN y B de NxN generamos una lista de tuplas a partir de las dos matrices. Se guarda en cada tupla la columna i de la matriz A y la fila i de la matriz B. Quedando cada tupla de la siguiente manera:

(A[:][i], B[i])

3.4.0.2 Mapeo

Recibimos una columna de la matriz A y una fila de la matriz B y por cada elemento de la columna elem_a lo multiplicamos por cada elemento de la fila elem_b obteniendo una matriz parcial de la multiplicación. Por cada multiplicación guardamos en un vector una tupla con un par clave valor donde la clave es la posición de salida de la matriz resultante y el valor es la multiplicación anteriormente mencionada. Finalmente se devuelve el vector de tuplas.

3.4.0.3 Reducción

Se recibe la posición de salida de la matriz resultante y una lista de multiplicaciones parciales. Entonces se suman éstas y se devuelve la posición de salida y la suma.

3.5. MMX

Se escribió un código en c donde se multiplicaban dos matrices por bloques. Al momento de hacer la multiplicación parcial de elementos, donde cada elemento es un bloque de la matriz, se usa una intruccion llamada #pragma vector always para decirle al compilador que la siguiente fracción de código será vectoriada. Este código fue dessarrollado en el archivo blocked_dgemm_sse.c que se encuentra en el anexo.

3.6. Cblas

Se uso una función de la librería cblas.h de c. Esta función cuya firma es:

```
1
       void cblas dgemm (
 2
                CBLAS LAYOUT layout,
 3
                CBLAS_TRANSPOSE TransA,
                CBLAS TRANSPOSE TransB,
 4
5
                const int M, const int N,
 6
                const int K,
 7
                const double alpha,
8
                const double *A,
9
                const int lda,
10
                const double *B,
11
                const int ldb,
12
                const double beta,
                double *C,
13
14
                const int ldc);
15
```

Ésta llamada a la rutina cblas_dgemm multiplica dos matrices:

```
cblas_dgemm(CblasRowMajor, CblasNoTrans, CblasNoTrans, m, n, \hookrightarrow k, alpha, A, k, B, n, beta, C, n);
```

Los argumentos proporcionan opciones sobre cómo Intel MKL realiza la operación. En este caso:

- CblasRowMajor: Indica que las matrices se almacenan en el orden mayor de la fila, con los elementos de cada fila de la matriz almacenados de forma contigua.
- <u>CblasNoTrans</u>: Tipo de enumeración que indica que las matrices A y B no deben ser transpuestas o conjugadas antes de la multiplicación.
- m, n, k: Enteros que indican el tamaño de las matrices:
 - A: m filas por k columnas
 - **B:** k filas por n columnas
 - C: m filas por n columnas
- alpha: Valor real utilizado para escalar el producto de las matrices A y B.
- A: Arreglo utilizado para almacenar la matriz A.

- **k**: Dimensión inicial de la matriz A, o el número de elementos entre filas sucesivas (para el almacenamiento principal de fila) en la memoria. En el caso de este ejercicio, la dimensión principal es la misma que la cantidad de columnas.
- **B**: Arreglo utilizado para almacenar la matriz B.
- <u>n</u>: Dimensión inicial de la matriz B, o el número de elementos entre filas sucesivas (para el almacenamiento principal de fila) en la memoria. En el caso de este ejercicio, la dimensión principal es la misma que la cantidad de columnas.
- beta: Valor real utilizado para escalar la matriz C.
- C: Arreglo utilizado para almacenar la matriz C.
- <u>n</u>: Dimensión inicial de la matriz C, o el número de elementos entre filas sucesivas (para el almacenamiento principal de fila) en la memoria. En el caso de este ejercicio, la dimensión principal es la misma que la cantidad de columnas.

3.7. Forma de ejecución

Para el caso de Amdahl multiplicamos dos matrices de 100x100 y cada una de estas multiplicaciones la realizamos para 1, 2, 3, 4, 8, 16, 32, 64 y 128 threads.

Para el caso de Gustafson se usan se multiplican dos matrices de 100x100 con 1 thread, dos matrices de 140x140 con 2 threads y dos matrices de 200x200 con 4 threads.

Luego para el caso de $\tt cblas$ y de instrucciones vectoriales (MMX) se usa un thread multiplicando dos matrices de $\tt 400x400$

Para poder probar este trabajo se debe clonar el repositorio (el link esta en la carátula) y abrir una terminal en el root del mismo.

Para compilar **cblas** y las instrucciones vectoriales que están en lenguaje c se debe ejecutar:

\$ make.

Para realizar el cálculo de **cblas** y las instrucciones vectoriales que están en lenguaje c se debe ejecutar:

\$ make run_code.

Para realizar el cálculo de map-reduce se debe ejecutar: \$ sh scripts/run.sh.

Luego para generar los gráficos que vemos en el informe se debe ejecutar: \$\sh\ scripts/generate_output_data.sh\$

Y finalmente para generar el informe debemos ejecutar: \$ sh scripts/make_report.sh

También hay un script que corre estos últimos tres comandos en un solo script: \$ sh scripts/run_all.sh

3.8. Datos sobre la computadora que se utilizó

El equipo sobre el que se realizarán las mediciones es una laptop con un procesador Intel core I7 que posee 4 núcleos a 2.7 GHz, es decir, soporta hasta 4 threads en paralelo, con 16 Gb de memoria y corriendo sobre un sistema Linux. Para averiguar estos datos en linux se ejecutaron los siguientes comandos:

- Cantidad de cores: \$ grep -c processor /proc/cpuinfo
- Velocidad de reloj: \$ lscpu | grep GHz
- Memoria RAM: \$ free -g

4. Resultados

4.1. Multiplicación por bloques

4.1.0.1 Salida Amdahl

	number_of_threads	parallel_time	serial_time	matrix_dimension
0	1	15692.744017	857.866764	200
1		9746.788502	856.030464	200
2		9003.918648	853.797436	200
3		8714.613199		
\perp		8175.534725	857.297421	200
\perp		8740.187645	856.795311	200
6	64	8145.057917	858.325243	200
7	128	8780.988693	855.299711	200

Figura 3: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

De acuerdo a estos datos podemos calcular el speed up maximo, real y teórico.

	number_of_threads	theoretical_speed_up	real_speed_up	max_speed_up
0	1	1.000000	1.000000	19.292752
1	2	1.901443	1.560963	19.292752
2		3.461708	1.678950	19.292752
3	8	5.870135	1.729310	19.292752
4	16	9.001437	1.832273	19.292752
5	32	12.275488	1.724564	19.292752
6	64	15.004191	1.838266	19.292752
7	128	16.880346	1.717530	19.292752

Figura 4: Speed up real, teorico y maximo segun la cantidad de threads

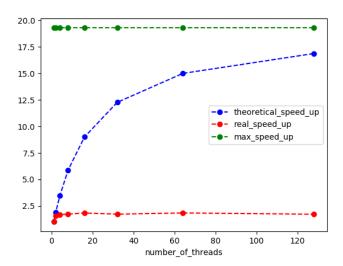


Figura 5: Grafico

Podemos observar que el speed up teórico tiende al máximo speed-up mientras que el real nos muestra que no usa toda la paralelizacion ya que al pasar de 1 a 2 threads, el tiempo no cae a la mitad, y al pasar de 1 a 4 threads tampoco. Se puede ver que tiene un speed-up de casi 2 lo cual quiere decir que hace uso de la mitad.

4.1.0.2 Salida Gustafson

	number_of_threads	parallel_time	serial_time	matrix_dimension
0		1648.200989	135.467768	100
1		3488.086462	311.276913	140
2	4	8769.488335	856.283665	200

Figura 6: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

Podemos ver que estos resultados demuestran que la sección serie del problema se mantiene casi constante respecto de la sección paralela que varía en forma ascendente con el tamaño de los datos de entrada. Pero además podemos observar que hay mucha ineficiencia respecto del uso de la paralelización ya que al aumentar el trabajo en casi el doble usando dos procesadores debería tardar aproximadamente lo mismo. Sin embargo vemos que el tiempo paralelo se duplicó, lo cual muestra que hay un problema de comunicación al aumentar el paralelismo. Mas adelante explicaremos que el módulo Pool es ineficiente respecto del uso de recursos

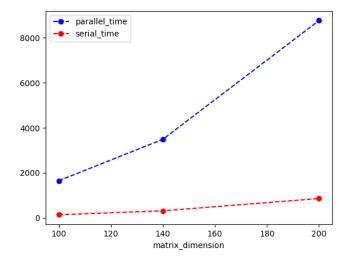


Figura 7: Tiempo paralelo y serie en funcion de la dimension de las matrices de entrada

Luego a partir de estos datos podemos calcular el speed up y obtuvimos lo siguiente:

	alpha	speed_up
	0.075949	
1	0.081929	3.754214
2	0.088957	3.733128

Figura 8: Tabla de valores del speed up

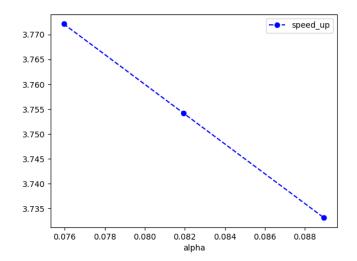


Figura 9: Grafico del speed up

4.2. Multiplicación elemento por fila

4.2.0.1 Salida Amdahl

	$number_of_threads$	parallel_time	serial_time	matrix_dimension
0	1	15708.036423	446.056843	200
1		11205.162048	454.832792	200
2		9440.731049	471.447229	200
3		9751.883030	448.982000	200
		9765.306711	448.605299	200
		9658.138990	449.154139	200
		9812.398195	467.936754	200
7	128	10609.148502	500.906706	200

Figura 10: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

De acuerdo a estos datos podemos calcular el speed up maximo, real y teórico.

	number_of_threads	theoretical_speed_up	real_speed_up	max_speed_up
0	1	1.000000	1.000000	36.215324
1	2	1.946259	1.385429	36.215324
2	4	3.693997	1.629722	36.215324
3	8	6.704163	1.583600	36.215324
4	16	11.313903	1.581577	36.215324
	32	17.241461	1.598261	36.215324
6	64	23.361117	1.571359	36.215324
7	128	28.401509	1.454007	36.215324

Figura 11: Speed up real, teorico y maximo segun la cantidad de threads

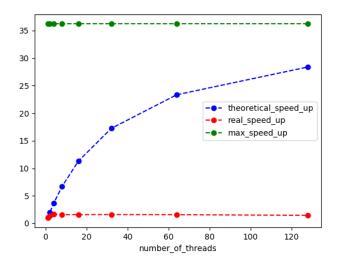


Figura 12: Grafico

Podemos observar que el speed up teórico tiende al máximo speed-up mientras que el real nos muestra que no usa toda la paralelizacion ya que al pasar de 1 a 2 threads, el tiempo no cae a la mitad, y al pasar de 1 a 4 threads tampoco. Se puede ver que tiene un speed-up de casi 2 lo cual quiere decir que hace uso de la mitad.

4.2.0.2 Salida Gustafson

	number_of_threads	parallel_time	serial_time	matrix_dimension
0		2096.164942	60.039043	100
1		3898.903131	162.311554	140
2	4	10634.383678	543.992043	200

Figura 13: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

Podemos ver que estos resultados demuestran que la sección serie del problema se mantiene casi constante respecto de la sección paralela que varía en forma ascendente con el tamaño de los datos de entrada. Pero además podemos observar que hay mucha ineficiencia respecto del uso de la paralelización ya que al aumentar el trabajo en casi el doble usando dos procesadores debería tardar aproximadamente lo mismo. Sin embargo vemos que el tiempo paralelo se duplicó, lo cual muestra que hay un problema de comunicación al aumentar el paralelismo. Mas adelante explicaremos que el módulo Pool es ineficiente respecto del uso de recursos

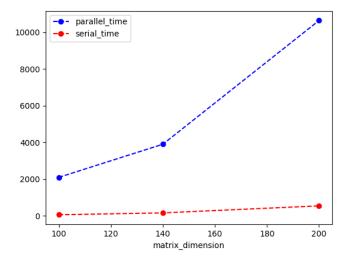


Figura 14: Tiempo paralelo y serie en funcion de la dimension de las matrices de entrada

Luego a partir de estos datos podemos calcular el speed up y obtuvimos lo siguiente:

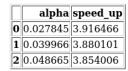


Figura 15: Tabla de valores del speed up

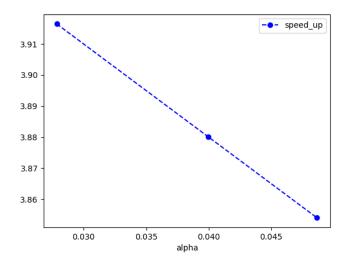


Figura 16: Grafico del speed up

4.3. Multiplicación columna por fila

4.3.0.1 Salida Amdahl

	number_of_threads			
0	1	16468.362093	448.450327	200
1		10398.904562	452.495813	200
2		9070.483685	614.428759	200
3		8816.234589	449.283838	200
		9031.642675	609.318018	200
		8829.077721	442.583561	200
6	64	8517.833948	592.516422	200
7	128	8467.262030	437.215805	200

Figura 17: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

De acuerdo a estos datos podemos calcular el speed up maximo, real y teórico.

	number_of_threads	theoretical_speed_up	real_speed_up	max_speed_up
0	1	1.000000	1.000000	37.722823
1	2	1.948351	1.558952	37.722823
2	4	3.705325	1.746718	37.722823
3	8	6.747843	1.825782	37.722823
4	16	11.447892	1.754681	37.722823
	32	17.565203	1.824572	37.722823
6	64	23.969351	1.856878	37.722823
7	128	29.313008	1.899810	37.722823

Figura 18: Speed up real, teorico y maximo segun la cantidad de threads

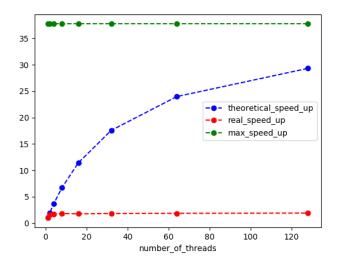


Figura 19: Grafico

Podemos observar que el speed up teórico tiende al máximo speed-up mientras que el real nos muestra que no usa toda la paralelizacion ya que al pasar de 1 a 2 threads, el tiempo no cae a la mitad, y al pasar de 1 a 4 threads tampoco. Se puede ver que tiene un speed-up de casi 2 lo cual quiere decir que hace uso de la mitad.

4.3.0.2 Salida Gustafson

	number_of_threads	parallel_time	serial_time	matrix_dimension
0		1642.557621	89.639187	100
1		3284.487009	153.816462	140
2	4	8694.979668	594.493628	200

Figura 20: Salida de los tiempos en serie y paralelo en milisegundos

Podemos ver que estos resultados demuestran que la sección serie del problema se mantiene casi constante respecto de la sección paralela que varía en forma ascendente con el tamaño de los datos de entrada. Pero además podemos observar que hay mucha ineficiencia respecto del uso de la paralelización ya que al aumentar el trabajo en casi el doble usando dos procesadores debería tardar aproximadamente lo mismo. Sin embargo vemos que el tiempo paralelo se duplicó, lo cual muestra que hay un problema de comunicación al aumentar el paralelismo. Mas adelante explicaremos que el módulo Pool es ineficiente respecto del uso de recursos

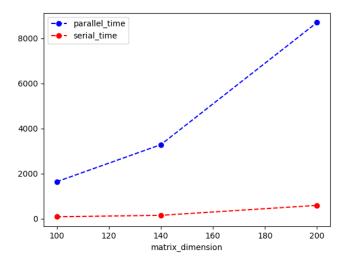


Figura 21: Tiempo paralelo y serie en funcion de la dimension de las matrices de entrada

Luego a partir de estos datos podemos calcular el speed up y obtuvimos lo siguiente:

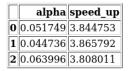


Figura 22: Tabla de valores del speed up

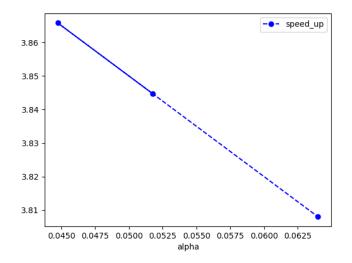


Figura 23: Grafico del speed up

4.4. Cblas e instrucciones vectorizadas

	program	time_elapsed	matrix_dim	number_of_threads
0	cblas_dgemm	0.053858	400	1
1	vectorized blocked_dgemm_sse	0.109354	400	1
2	not vectorized blocked_dgemm_sse	0.366132	400	1

Figura 24: Tiempo serie de multiplicacion en segundos

Podemos decir que en general, las corridas con mapReduce, en el caso donde se uso un solo thread, si sumamos el tiempo paralelo y serie (que es todo serie ya que se usa un solo thread) nos da en promedio de los tres tipos de multiplicacion tardaron alrededor de 3 segundos. En cambio podemos ver que usando cblas tenemos un tiempo de 0.03 segundos y usando las instrucciones vectorizadas 0.36 segundos.

De esta manera vemos que cblas y las instrucciones vectorizadas aprovechan mucho mejor el hardware para la realizacion de la misma operacion. Tambien es cierto que el map reduce hace uso de un modulo de python llamado pool que puede ser que sume latencia al momento de dividir el trabajo, pero cuando aumentamos mucho el volumen del trabajo se ve en los graficos que se aprovecha mejor la paralelizacion.

5. Análisis de resultados

5.1. Pool

El módulo de multiprocessing puede usar múltiples procesos, pero aún tiene que trabajar con el bloqueo global del intérprete de Python, lo que significa que no puede compartir memoria entre sus procesos. Por lo tanto, cuando intenta iniciar un Pool, necesita copiar variables útiles, procesar su cálculo y recuperar el resultado. Esto le cuesta un poco de tiempo para cada proceso y lo hace menos efectivo. Pero esto sucede porque se hace un cálculo muy pequeño: el multiprocessing solo es útil para cálculos más grandes, cuando la copia de la memoria y la recuperación de resultados es más barata (en el tiempo) que el cálculo.

Un cálculo costoso es más eficiente con el multiprocessing, incluso si no siempre se tiene lo que podría esperar (podría tener una aceleración x4, pero solo se obtuvo x2). Hay que tener en cuenta que Pool tiene que duplicar cada bit de memoria utilizada en el cálculo, por lo que puede ser costoso.

También hay que saber que numpy tiene una gran cantidad de funciones caras escritas en C / Fortran y que ya están en paralelo, por lo que no se puede hacer mucho para acelerarlas.

5.2. Prueba de latecia de pool, python y c

A continuación se hizo un calculo el cual requiere iterar unas 10000000 veces y hacer una acumulación para una suma. Por lo tanto se hizo la misma operación en c, en python y en python pero usando el modulo pool donde dividimos el trabajo en 4 procesos.

	program	time_elapsed (sec)	iterations	number_of_threads
0	c program	0.028173	10000000	1
1	python	0.9374971389770508	10000000.0	1
2	python using pool	2.0666675567626953	10000000.0	4

Figura 25: tiempos de la pruebas en segundos

Podemos ver que c es mucho mas eficiente siendo 40 veces mas rápido que python. También podemos ver que usando el módulo pool, dividiendo el trabajo en 4 cores tarda más que el mismo trabajo sin usar pool en python, lo cual demuestra que este módulo es infeficiente como se explicó anteriormente debido al uso de recursos.

6. Conclusiones

Podemos decir que obtuvimos resultados inesperados pero se tuvieron que hacer varias corridas y ajustar ciertos números para entender por que llegamos a éstos Se coloco un sleep de medio segundo (que no afectó el cálculo del tiempo paraleloserie transcurrido) para evitar que cualquier trabajo que no sea puramente vinculado a la CPU afecte nuestro porgrama (como por ejemplo I/O)

Finalmente podemos decir que hay que tener en cuenta que hay otros programas corriendo en las cuatro CPU y que dependiendo del tamaño de informacion que manejamos, podemos tener un cuello de botella ya sea por intercambios de memoria o por exceso de memoria. Entonces se tuvieron que hacer varias corridas analizando el tráfico de información mediante el comando gnome-system-monitor donde filtrando los procesos y solo viendo los de python pudimos ver el uso de cada CPU y gráficos al respecto.

7. Anexo

$7.1. \operatorname{src/app.py}$

```
1 import time
 2 from typing import Type
3 from math import ceil
4 from src.controller.pool import Pool as MapReduce
5 from src.controller.utils import get random matrix of dim n
6 from src.model.element by row block import ElementByRowBlock
7 from src.model.column_by_row import ColumnByRow
8 from src.model.by blocks import ByBlocks
9 \ \mathbf{from} \ \mathtt{src.model.multiply\_matrices\_interface} \ \mathbf{import}
      → MultiplyMatricesInterface
10 from src.controller.generate_output_data import OutputData
11
12
13 \text{ SAVE} = \text{True}
14
15
16 def gustafson (model: Type [Multiply Matrices Interface]):
17
       name = model._name_
       print (f "-
                            -RUNNING GUSTAFSON----
18
       output_data = OutputData()
19
20
       for values in [(1, 100), (2, 140), (4, 200)]:
21
           num_workers, matrix_dim = values
22
           print(f"RUNNING WITH MATRIX DIMENSION: {matrix_dim}")
23
           serial, parallel = run(num_workers, matrix_dim, model)
24
           output data.add data(serial, parallel, num workers,
      → matrix dim)
25
       if SAVE:
26
           output data.save data(name + ' gustafson output.png')
27
           output_data.graph_gustafson_exec_time(name +

→ '_gustafson_exec_time.png')

28
           output_data.graph_gustafson_speed_up(name +
      → '_gustafson_speed_up.png')
29
           output_data.save_df_data_to_json()
30
31
32 def amdahl(model: Type[MultiplyMatricesInterface]):
33
       name = model.__name_
       print (f "-
                            -RUNNING AMDAHL--
34
35
       output_data = OutputData()
36
       matrix dim = 200
37
       for num_workers in [1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128]:
38
           print(f"RUNNING WITH NUM WORKERS: {num_workers}")
39
           serial, parallel = run(num_workers, matrix_dim, model)
40
           output_data.add_data(serial, parallel, num_workers,
      → matrix dim)
41
       if SAVE:
           output data.save data(name + ' amdahl output.png')
42
```

```
output data.graph amdahl speed up(name +
43

→ '_amdahl_speed_up.png')

44
         output_data.save_df_data_to_json()
45
46
47 def run(num_workers, matrix_dim, model:
     → Type [MultiplyMatricesInterface]):
48
      map_worker = model.map_worker
      reduce_worker = model.reduce_worker
49
50
      mapper = MapReduce(map_worker, reduce_worker)
51
52
      matrix_a = get_random_matrix_of_dim_n(matrix_dim)
53
      matrix b = get random matrix of dim n(matrix dim)
54
55
      div = ceil(matrix_dim/2)
56
      input_data = model.pre_processing(matrix_a, matrix_b, row_p=div,
57
     \hookrightarrow col p=div)
58
59
      partitioned_data = mapper.map(input_data,
     → num_workers=num_workers)
      mapper.reduce(partitioned_data)
60
61
62
      statistics = mapper.get_statistics()
63
      parallel_time = statistics.get_time_elapsed('parallel')
64
      serial_time = statistics.get_time_elapsed('serial')
65
      return serial_time, parallel_time
66
67
68 def run_model(model: Type[MultiplyMatricesInterface]):
      69
      print(f " { model . __name___ } ")
70
      71
72
      amdahl (model)
73
      gustafson (model)
74
75
76 OutputData.delete_json_data()
77 \text{ start} = \text{time.time}()
78 run_model(ElementByRowBlock)
79 run_model (ColumnByRow)
80 run_model(ByBlocks)
81 \text{ end} = \text{time.time}()
83 print(f"The process lasted {end-start} seconds")
```

Listing 1: app

$7.2. \quad \text{src/graphs.py}$

```
from src.controller.generate_output_data import OutputData

output = OutputData()

output.read_dfs_data_from_json()

output.graph_dfs()

dgemm_output_data = OutputData()

dgemm_df = dgemm_output_data.get_df_from_csv("src/data/dgemm.csv")

dgemm_output_data.save_df_in_image(dgemm_df, "dgemm.png")
```

Listing 2: graphs

7.3. src/cblas.c

```
1 #include <stdio.h>
 2 #include <stdlib.h>
3 #include <time.h>
4 #include "cblas/cblas_dgemm.h"
5 #include "controller/utils.h"
6 #include "controller/file.h"
8 double run_cblas_dgemm(int N, double* A, double* B, double* C) {
9
       clock_t start, stop;
       double alpha = 1.0;
10
11
       double beta = 0.0;
12
       init_arr(N, N, 2, A);
13
       init_arr(N, N, 1, B);
14
       init_arr(N, N, 0, C);
15
       start = clock();
16
       mult(A, B, C, alpha, beta, N, N, N);
       stop = clock();
17
       double elapsed seconds = ((double)(stop - start)) /
18

→ CLOCKS PER SEC;

       printf("Elapsed time = %f seconds\n", elapsed_seconds);
19
20
       return elapsed_seconds;
21 }
22
23 int main() {
24
       \mathbf{char} * \mathbf{attributes} [4] = \{
                "program",
25
26
                "time_elapsed",
27
                "matrix_dim",
28
                "number_of_threads"
29
30
       file_t* file = create_file("src/data/dgemm.csv", "w+",
      \hookrightarrow attributes, 4);
       int N = 400;
31
32
       double A[N*N];
33
       double B[N*N];
34
       double C[N*N];
35
       double elapsed_seconds;
36
       char elapsed second str [20];
37
       char* values [4] = {"cblas_dgemm", elapsed_second_str, "400",
      \hookrightarrow "1"};
38
       elapsed_seconds = run_cblas_dgemm(N, A, B, C);
39
       double_to_string(elapsed_second_str, elapsed_seconds, 20);
40
       add_row(file, values, 4);
41
       delete (file);
42
       return 0;
43 }
```

Listing 3: main

7.4. src/mmx.c

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include <time.h>
4 #include "controller/utils.h"
5 #include "vectorization/blocked_dgemm_sse.h"
 6 #include "controller/file.h"
8 double run blocked dgemm sse(int N, double* A, double* B, double* C)
9
       clock_t start, stop;
10
       init_arr(N, N, 2, A);
       init_arr(N, N, 1, B);
11
12
       init_arr(N, N, 0, C);
13
       start = clock();
14
       square_dgemm_blocked_sse(A, B, C, N, 2);
15
       stop = clock();
       double elapsed_seconds = ((double)(stop - start)) /
16
      \hookrightarrow CLOCKS_PER_SEC;
       printf("Elapsed time = %f seconds\n", elapsed_seconds);
17
18
       return elapsed seconds;
19 }
20
21 int main(int argc, char **argv) {
22
       if (argc != 2) {
23
           return 1;
24
25
       char* program_name = argv[1];
26
       char* attributes [4] = {
27
                "program",
28
                "time_elapsed",
29
                "matrix_dim",
30
                "number of threads"
31
       };
       file_t* file = create_file("src/data/dgemm.csv", "a",
32
      \hookrightarrow attributes, 4);
33
       int N = 400;
34
       double A[N*N];
       double B[N*N];
35
36
       double C[N*N];
       double elapsed_seconds;
37
       char elapsed_second_str[20];
38
39
       char* values[4] = {program_name, elapsed_second_str, "400", "1"};
       elapsed seconds = run blocked dgemm sse(N, A, B, C);
40
41
       double_to_string(elapsed_second_str, elapsed_seconds, 20);
       add_row(file , values , 4);
42
43
       delete (file);
44
       return 0;
45 }
```

Listing 4: main

7.5. src/test_pool.c

```
1 #include <time.h>
 2 #include <stdio.h>
3 #include "controller/file.h"
4 #include "controller/utils.h"
6 #define SIZE 10000000
7
8 int main() {
       clock_t start, stop;
9
       start = clock();
10
11
       unsigned long sum = 0;
12
       for (unsigned long i = 0; i < SIZE; i++) {
13
           sum += i;
14
15
       stop = clock();
16
       char* attributes [4] = {
                "program",
17
                "time_elapsed (sec)",
18
                "iterations",
19
20
                "number_of_threads"
21
       file_t * file = create_file("src/data/test_pool.csv", "w+",
22
      \hookrightarrow attributes, 4);
       double elapsed_seconds = ((double)(stop - start)) /
23
      \hookrightarrow CLOCKS_PER_SEC;
24
       printf("Elapsed time = %1f seconds\n", elapsed_seconds);
25
26
       char elapsed_second_str[20];
27
       char size_str[20];
       double_to_string(elapsed_second_str, elapsed_seconds, 20);
28
29
       int_to_string(size_str, SIZE, 20);
30
       char* values[4] = {"c program", elapsed_second_str, size_str,
      \hookrightarrow "1"};
       add_row(file , values , 4);
31
32
       return 0;
33 }
```

Listing 5: main

7.6. src/test_pool.py

```
1 from multiprocessing import Pool
 2 from time import time
 3 from math import ceil
 4 from src.controller.utils import chunks
 5 \hspace{0.1cm} \textbf{from} \hspace{0.1cm} \textbf{src.controller.generate\_output\_data} \hspace{0.1cm} \textbf{import} \hspace{0.1cm} \textbf{OutputData}
 6 import pandas as pd
 8 \text{ SIZE} = 10000000
 Q
10
11 def loop(s):
12
        acum = 0
13
        size = len(s)
14
        for i in range (0, size):
15
            acum += s[i]
16
        return acum
17
18
19 a list = list (range(SIZE))
20 \text{ pool} = \text{Pool}(\text{processes}=4)
21 \text{ start} = \text{time}()
22 pool_sum = pool.map(loop, chunks(a_list, 4), chunksize=ceil(SIZE/4))
23 pool.close()
24 pool.join()
25 \text{ end} = \text{time}()
26 pool_elapsed_time = end - start
27 start = time()
28 serial_sum = loop(a_list)
29 \text{ end} = \text{time}()
30 \text{ elapsed time} = \text{end} - \text{start}
31 ratio = pool_elapsed_time/elapsed_time
32 print (f "pool_elapsed_time: {pool_elapsed_time}")
33 print(f"elapsed_time: {elapsed_time}")
34 print (f "ratio: {ratio}")
35
36 test_pool_output_data = OutputData()
37 \text{ test_pool_df} =

→ test_pool_output_data.get_df_from_csv("src/data/test_pool.csv")

38 test_pool_df = test_pool_df.append(
39
        pd. Series (
40
             ["python", str(elapsed_time), str(float(SIZE)), "1"],
41
             index=test_pool_df.columns),
42
        ignore_index=True)
43 test_pool_df = test_pool_df.append(
44
       pd. Series (
             ["python using pool", str(pool_elapsed_time),
45
       \hookrightarrow str(float(SIZE)), "4"],
             index=test_pool_df.columns),
46
47
        ignore index=True)
48 test_pool_output_data.save_df_in_image(test_pool_df, "test_pool.png")
```

Listing 6: main

7.7. src/cblas/cblas_dgemm.h

```
1 #ifndef CBLAS DGEMM
2 #define CBLAS_DGEMM
4 #include <stdio.h>
5 \#include < cblas.h>
7 /*
       The arguments provide options for how Intel MKL performs the
      \hookrightarrow operation.
9
       In this case:
10
11
       CblasRowMajor:
       Indicates that the matrices are stored in row major order, with
12
      \hookrightarrow the elements
13
       of each row of the matrix stored contiguously as shown in the
      \hookrightarrow figure above.
14
       CblasNo\ Trans:
15
16
       Enumeration type indicating that the matrices A and B should not
       transposed or conjugate transposed before multiplication.
17
18
19
       m, n, k:
20
       Integers indicating the size of the matrices:
21
22
       A: m rows by k columns
23
24
       B: k rows by n columns
25
26
       C: m rows by n columns
27
28
       alpha:
       Real value used to scale the product of matrices A and B.
29
30
31
32
       Array used to store matrix A.
33
34
35
       Leading dimension of array A, or the number of elements between
      \rightarrow successive
36
       rows (for row major storage) in memory. In the case of this
      \rightarrow exercise the
37
       leading dimension is the same as the number of columns.
38
39
       B:
40
       Array used to store matrix B.
41
42
43
       Leading dimension of array B, or the number of elements between
      \rightarrow successive
```

```
rows (for row major storage) in memory. In the case of this
44
      \rightarrow exercise the
45
       leading dimension is the same as the number of columns.
46
47
       beta:
48
       Real value used to scale matrix C.
49
50
       Array used to store matrix C.
51
52
53
       n:
       Leading dimension of array C, or the number of elements between
54
      \rightarrow successive
55
       rows (for row major storage) in memory. In the case of this
      \hookrightarrow exercise the
       leading dimension is the same as the number of columns.
56
57 */
58
59 int mult(double *A, double *B, double *C, double alpha, double beta,
      \hookrightarrow int m, int k, int n);
60
61 #endif // CBLAS_DGEMM
```

Listing 7: cblas_dgemm

$7.8. \quad src/cblas/cblas_dgemm.c$

Listing 8: cblas_dgemm

7.9. src/vectorization/blocked_dgemm_sse.h

Listing 9: vectorization/blocked_dgemm

7.10. src/vectorization/blocked_dgemm_sse.c

```
1 #include "blocked_dgemm_sse.h"
 2 #include "../controller/utils.h"
 3 /*
 4
     In case you're wondering, dgemm stands for:
     Double-precision\;,\;\;GEneral\;\;Matrix-Matrix\;\;multiplication\;.
 5
 6
     A is M-by-K
 7
     B is K-by-N
     C is M-by-N
 9
     lda is the leading dimension of the matrix (the M of square_dgemm).
10 */
11
12
13 void basic_dgemm_sse(const double *restrict A, const double
       \hookrightarrow *restrict B,
14
             double *restrict C, int N, int block_size) {
        \mathbf{unsigned} \;\; i\;,\;\; j\;,\;\; k\,;
15
16
        for (i = 0; i < block_size; ++i) {
             for (j = 0; j < block_size; ++j) {
17
18
                 double cij = C[j*N + i];
19
                 for (k = 0; k < block_size; ++k) {
                       cij += A[i + k * N] * B[k + j * N];
20
21
22
                 C[j*N + i] = cij;
23
            }
24
        }
25
26
27 void do_block_sse(const double *A, const double *B, double *C, int
       \hookrightarrow i, int j,
28
                         int k, int N, int block_size) {
29
       basic\_dgemm\_sse(A + i + k*N, B + k + j*N, C + i + j*N, N,
       \hookrightarrow block_size);
30 }
32 void square_dgemm_blocked_sse(const double *A, const double *B,

→ double *C,

33
                                       int N, int block_size) {
        unsigned bi, bj, bk;
34
        \mathbf{for} \ (\, \mathrm{bi} \, = \, 0\,; \ \mathrm{bi} \, < \, (\mathrm{N} \, / \, \, \mathrm{block\_size}\,)\,; \, +\!\!\!+\!\!\! \mathrm{bi}\,) \ \{
35
             const unsigned i = bi * block_size;
36
37
             \mathbf{for} \ (bj = 0; \ bj < (N \ / \ block\_size); \ +\!\!+bj) \ \{
38
                 const unsigned j = bj * block_size;
39
                 for (bk = 0; bk < (N / block_size); ++bk) {
40
                      const unsigned k = bk * block_size;
41
                      do_block_sse(A, B, C, i, j, k, N, block_size);
42
43
            }
44
        }
45 }
```

Listing 10: vectorization/blocked_dgemm

7.11. src/controller/file.h

```
1 #ifndef FILE_H
 2 #define FILE_H
4 #include < stdio . h>
 5 #include<string.h>
 7 typedef struct file {
        FILE * fp;
9
        char *filename;
10
        char** attributes;
11
        int num_of_cols;
12
        int num_of_rows;
13 } file_t;
14
15 file_t* create_file(char* filename, char* mode, char** attributes,
       → int cols);
16 int add_row(file_t *file, char **values, int size);
17 \ \mathbf{int} \ \mathrm{build\_row}(\mathbf{char} \ ** \mathrm{values} \ , \ \mathbf{char} \ *\mathrm{row} \ , \ \mathbf{int} \ \mathrm{max\_bytes} \ , \ \mathbf{int} \ \mathrm{size}) \ ;
18 void delete(file_t* file);
20 #endif // FILE_H
```

Listing 11: file

7.12. src/controller/file.c

```
1 #include "file.h"
 2 #include <stdlib.h>
3 #include "utils.h"
5 file_t* create_file(char* filename, char* mode, char** attributes,
      → int cols) {
       file_t* file = (file_t*) malloc(sizeof(file_t));
       if (! file) {
7
8
           return NULL;
9
10
       file ->fp = fopen(filename, mode);
11
       file -> filename = filename;
12
       file \rightarrow num\_of\_cols = cols;
13
14
       if (strcmp("a", mode) != 0) {
15
           char file_header [256];
           if (build_row(attributes, file_header, 256, cols) < 0) {
16
17
                delete (file);
18
                return NULL;
19
20
           add_row(file, attributes, cols);
21
22
       file -> attributes = attributes;
23
       file \rightarrow num\_of\_rows = 0;
24
       return file;
25
26
27 int build_row(char **values, char *row, int max_bytes, int size) {
28
       int bytes = 0;
29
       int pos = 0;
30
       char* buff;
31
       for (int i = 0; i < size; i++) {
32
           buff = (row) + pos;
33
           if (i = size -1) {
34
                bytes = snprintf(buff, max_bytes, "%", values[i]);
35
           } else {
                bytes = snprintf(buff, max_bytes, "%, ", values[i]);
36
37
38
           if (bytes < 0) {
39
                return bytes;
40
41
           pos += bytes;
42
43
       return bytes;
44 }
45
46 int add_row(file_t *file, char **values, int size) {
       if (size != file ->num_of_cols) {
47
48
           return 1;
49
```

```
 \begin{array}{ll} \textbf{char} & \textbf{file\_header} \ [256]; \\ \textbf{int} & \textbf{bytes} \ = \ \textbf{build\_row} \ (\textbf{values} \ , \ \textbf{file\_header} \ , \ 256 \, , \end{array} 
50
51
          \hookrightarrow file \rightarrownum_of_cols);
           if (bytes < 0) {
52
53
                  delete (file);
54
                  return bytes;
55
           fprintf(file ->fp, "%\n", file_header);
56
57
           file \rightarrow num\_of\_rows +=1;
58
           return 0;
59 }
60
61 void delete(file_t* file) {
            fclose (file ->fp);
62
63
            free (file);
64 }
```

Listing 12: file

7.13. src/controller/utils.h

Listing 13: utils

7.14. src/controller/utils.c

```
1 #include "utils.h"
3 void init_arr(double m, double n, double off, double* a) {
4
       int i;
       for (i = 0; i < (m*n); i++) {
5
6
           // a[i] = (i + 1) * off;
7
           a[i] = (i \% 10) * off;
8
       }
9 }
10 void print_arr(char *name, int m, int n, double *array) {
       11
12
13
       for (i = 0; i < m; i++){
14
           for (j = 0; j < n; j++) {
15
               printf("\%[t], array[i+j*n]);
16
17
           printf("\n");
       }
18
19 }
20
21 void multiply_matrices(const double *a, const double *b, double *c,
      \hookrightarrow int n) {
22
       int i, j, k;
23
       for (i = 0; i < n; i++) {
24
           for (j = 0; j < n; j++) {
               for (k = 0; k < n; k++) {
25
26
                    c[i+k*n] = c[i+k*n] + a[i+j*n] * b[j+k*n];
27
28
           }
29
       }
30 }
31
32 bool matrix_compare(const double *a, const double *b, int n) {
       \mathbf{int} \quad i \ , \quad j \ ;
33
34
       for (i = 0; i < n; i++) {
35
           for (j = 0; j < n; j++) {
               if (a[i+j] != b[i+j]) {
36
37
                    return false;
38
39
           }
       }
40
41
       return true;
42 }
43
44 int double_to_string(char* buffer, double num, int max_bytes) {
       return snprintf(buffer, max_bytes, "%f", num);
46 }
47
48 int int_to_string(char* buffer, int num, int max_bytes) {
       return snprintf(buffer, max_bytes, "%d", num);
```

50 }

Listing 14: utils

7.15. src/controller/generate_output_data.py

```
1 import json
 2 import os
 3 import pandas as pd
4 from subprocess import call
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 from src.controller.utils import get_null_list_of_dim_n
7 import multiprocessing as mp
9
10 class OutputData:
       pics_path = "./docs/report/pics/"
11
       files_path = "./src/data/"
12
13
14
       def ___init___(self):
15
            self.data = {
                'number_of_threads': [],
16
                'parallel_time': [],
17
                'serial_time': [],
18
19
                'matrix_dimension': []
20
            }
            self.\_colors = ['b-', 'g-', 'r-', 'c-', 'm-', 'y-', 'k-',
21
         'w- ']
            self.dfs\_data = []
22
            self.pics_path = "./docs/report/pics/"
23
            self.files_path = "./src/data/"
24
25
26
       def add_data(self, serial, parallel, num_workers,
      \hookrightarrow matrix_dimension):
27
            self.data['number_of_threads'].append(num_workers)
28
            self.data['parallel_time'].append(parallel)
            self.data['serial_time'].append(serial)
29
            self.data['matrix_dimension'].append(matrix_dimension)
30
31
32
       @staticmethod
33
       def gustafson_speed_up(a, b, p):
34
35
            :param\ a:\ serial\ section
36
            : param \ b: parallel \ section
37
            :param\ p:\ number\ of\ processors
38
            : return: speed-up
39
40
            alpha = a / (a + b)
41
            \mathbf{return} \ \mathbf{p} - (\mathbf{alpha} * (\mathbf{p}-1))
42
43
       @staticmethod
       \mathbf{def} amdahl_speed_up(s, p, n):
44
45
            return (s + p) / (s + p/n)
46
47
       @staticmethod
48
       def speed_up(s_n, p_n, s_1, p_1):
```

```
49
           return (s_1 + p_1) / (s_n + p_n)
50
51
       @staticmethod
52
       \mathbf{def} amdahl_max_speed_up(s, p):
53
           return 1 + p/s
54
55
       def save_data(self, df_name):
           df = pd. DataFrame (data=self.data)
56
           self.save_df_data(df, [], '', {}, df_name, False)
57
58
59
       def save_df_in_image(self, df, df_name):
           path = self.pics\_path + df\_name
60
61
           df.to html('table.html')
           command = f'wkhtmltoimage -f png --width 0 table.html {path}'
62
63
           call (command, shell=True)
           call ('rm table.html', shell=True)
64
65
       def df_to_csv(self, df, df_name):
66
67
           path = self.files_path + df_name
68
           df.to_csv(path, index=False, sep=',', encoding='utf-8-sig')
69
       def get df from csv(self, filepath):
70
           return pd.read_csv(filepath, low_memory=False, sep=',')
71
72
73
       def graph_amdahl_speed_up(self, filename):
74
           df = pd. DataFrame (data=self.data)
75
           columns = [
76
                'number_of_threads',
77
                'parallel_time',
                'serial_time'
78
79
           df = df.loc[:, columns]
80
81
           df['theoretical_speed_up'] =

→ get_null_list_of_dim_n(len(df.index))
82
           df['theoretical_speed_up'] = df.apply(
83
               lambda x: self.amdahl speed up(
                    self.data['serial_time'][0]
84
                    self.data['parallel_time'][0],
85
                    x['number_of_threads']
86
               ),
87
88
               axis=1
89
90
           df['real_speed_up'] = get_null_list_of_dim_n(len(df.index))
91
           df['real_speed_up'] = df.apply(
               lambda x: self.speed_up(
92
                    x['serial_time'],
93
                    x['parallel_time'],
self.data['serial_time'][0],
94
95
                    self.data['parallel_time'][0]
96
97
               ),
98
                axis=1
99
```

```
100
             df\left[\;'max\_speed\_up\;'\;\right] \;=\; get\_null\_list\_of\_dim\_n\left(\,\mathbf{len}\left(\,df\,.\,index\,\right)\,\right)
101
102
             df['max\_speed\_up'] = df.apply(
103
                  lambda x: self.amdahl_max_speed_up(
104
                       x['serial_time'],
105
                       x['parallel_time']
106
                  ),
107
                  axis=1
108
109
             max\_speed\_up \ = \ df \ [\ 'max\_speed\_up \ '\ ] \ [\ 0\ ]
110
             df['max_speed_up'] = df['max_speed_up'].map(lambda x:
        \hookrightarrow max_speed_up)
111
112
             columns = [
113
                  'number_of_threads',
                  'theoretical_speed_up',
114
115
                  'real_speed_up',
116
                  'max_speed_up'
117
118
             df = df.loc[:, columns]
119
              self.save_df_data(
120
                  df,
121
                  ['theoretical_speed_up', 'real_speed_up',
          'max_speed_up'],
122
                  'number_of_threads',
123
124
                       'theoretical_speed_up': 'b-',
                       'real\_speed\_up': 'r-',
125
126
                       'max_speed_up': 'g-'
127
128
                  filename,
129
                  True
130
             )
131
132
        def graph(self, df, y_axis, x_axis, colors, graph_name):
133
             for field in y_axis:
134
                  plt.plot(
135
                       df[x_axis],
                       df[field],
136
                       colors [field],
137
                       label=field,
138
139
                       marker='o',
                       linestyle='dashed'
140
141
142
             plt.xlabel(x_axis)
143
             plt.yscale('linear')
             plt.legend(loc='best')
144
145
             plt.savefig(self.pics_path + graph_name)
146
             plt.clf()
147
148
         @staticmethod
149
        def file_exists(path):
```

```
150
            return os.path.isfile(path) and os.access(path, os.R OK)
151
152
        @classmethod
153
        def delete_all_data(cls):
154
            os.system('rm src/data/*')
155
156
        @classmethod
        def delete_json_data(cls):
157
            path = f'' \{ cls.files\_path \} data.json''
158
159
            if cls.file_exists(path):
160
                os.system(f'rm {path}')
161
162
        def save df data to json(self):
            path = f'{self.files_path}data.json'
163
164
            data = []
            if self.file_exists(path):
165
166
                 with open(path, encoding='utf-8-sig') as json_file:
167
                     text = json\_file.read()
                     if text:
168
169
                         data = json.loads(text)
170
            with open(path, 'w') as f:
                json.dump(self.dfs_data+data, f)
171
172
        def save_df_data(self, df, y_axis, x_axis, colors, graph_name,
173
       \hookrightarrow has_graph):
174
            df_graph_name = graph_name.split('.png')[0] + '_table.csv'
175
            self.df_to_csv(df, df_graph_name)
176
            self.dfs_data.append({
177
                 'has_graph': has_graph,
                 "df\_path\_name": "df\_graph\_name",
178
                 'y_axis': y_axis,
179
                 , x_axis ': x_axis ,
180
181
                 'colors': colors,
182
                 'graph_name': graph_name
183
            })
184
        def read_dfs_data_from_json(self):
185
            data_path = f " { self . files_path } data . json "
186
187
            with open(data_path, encoding='utf-8-sig') as json_file:
                 text = json_file.read()
188
189
                 self.dfs_data = json.loads(text)
190
191
        def graph_dfs(self):
192
            for df data in self.dfs data:
                df_name = df_data['df_path_name']
193
                print(f graph name: {df_data['graph_name']}")
194
                print(f "df_name: {df_name}")
195
                table_graph_name = df_name.split('.csv')[0] + '.png'
196
197
                df_path_name = self.files_path + df_name
                df = pd.read_csv(df_path_name, low_memory=False, sep=',')
198
199
                print(f df.columns: {list(df.columns)}")
200
                 self.save_df_in_image(df, table_graph_name)
```

```
201
                  if df data['has graph']:
                      y_axis = df_data['y_axis']
x_axis = df_data['x_axis']
202
203
204
                       colors = df_data['colors']
205
                      graph_name = df_data['graph_name']
206
                       self.graph(df, y_axis, x_axis, colors, graph_name)
207
        \mathbf{def} \ \mathbf{graph\_gustafson\_exec\_time} \, (\, \mathbf{self} \ , \ \ \mathbf{filename} \, ) :
208
209
             df = pd. DataFrame (data=self.data)
210
             columns = [
211
                  'matrix_dimension',
212
                  'parallel_time',
213
                  'serial time'
214
215
             df = df.loc[:, columns]
             self.save_df_data(
216
217
                  df,
                   'parallel_time', 'serial_time'],
218
219
                  'matrix_dimension',
220
221
                       'parallel_time': 'b-',
222
                       'serial time': 'r-'
223
224
                  filename,
225
                  True
226
             )
227
228
        def graph_gustafson_speed_up(self, filename):
229
             df = pd. DataFrame (data=self.data)
230
             columns = [
                  'matrix_dimension',
231
232
                  'parallel_time',
                  'serial_time',
233
                  'number_of_threads'
234
235
             df = df.loc[:, columns]
236
237
             df['speed\_up'] = [0] * len(df.index)
             df['speed_up'] = df.apply(
238
                 lambda x: self.gustafson_speed_up(
239
                      x['serial_time'],
240
241
                      x['parallel_time'],
242
                      mp.cpu_count()
243
                  ),
244
                  axis=1
245
             df['alpha'] = df['serial_time'] / \
246
247
                  (df['serial_time'] + df['parallel_time'])
             df = df.loc[:, ['alpha', 'speed_up']]
248
249
             self.save_df_data(
250
                  df,
251
                  [ 'speed_up '],
                  'alpha',
252
```

```
253 { 'speed_up': 'b-'},

254 filename,

255 True

256 )
```

Listing 15: generate_output_data

7.16. src/controller/map_reduce.py

```
1 import collections
 2 import itertools
 3 import multiprocessing as mp
4 from math import ceil
5 from src.controller.utils import chunks
6 from src.controller.statistics import Statistics
9 class MapReduce(object):
10
      11
12
13
           :param map_func: Function to map inputs to intermediate
      \hookrightarrow data. Takes as
14
           argument one input value and returns a tuple with the key
      \hookrightarrow and a value
15
           to be reduced.
           :param reduce_func: Function to reduce partitioned version of
16
17
           intermediate data to final output. Takes as argument a key
      \hookrightarrow as produced
           by map_func and a sequence of the values associated with
18
      \hookrightarrow that key.
           " " "
19
20
           self.map\_func = map\_func
21
           self.reduce_func = reduce_func
           self.statistics = Statistics()
22
23
24
       @staticmethod
25
       def get_chunksize(inputs, num_workers):
26
           chunksize = int(len(inputs) / num_workers)
27
           if chunksize == 0:
28
               return 1
29
           return chunksize
30
31
       def get_statistics(self):
32
           return self.statistics
33
34
       @staticmethod
35
       def keys_repeated(map_responses):
36
           map_responses = map_responses.copy()
37
           map\_responses =
      → list (itertools.chain.from_iterable(map_responses))
38
           keys = \{\}
39
           for a_mapped_value in map_responses:
40
               pos, values = a_mapped_value
               if pos not in keys:
41
42
                   keys [pos] = [False, values]
43
               else:
44
                    keys[pos][0] = True
                    keys[pos][1] += values
45
```

```
keys = list(keys.items())
46
            repeated = list(filter(lambda x: x[1][0], keys.copy()))
47
            \texttt{repeated} \; = \; \textbf{list} \left( \textbf{map}(\textbf{lambda} \; x \colon \; \left( \, x \, [\, 0\, ] \; , \; \; x \, [\, 1\, ] \, [\, 1\, ] \, \right) \; , \; \; \texttt{repeated} \; \right) )
48
49
            not_repeated = list(filter(lambda x: not x[1][0],
      \hookrightarrow keys.copy())
50
            not\_repeated = list(map(lambda x: (x[0], x[1][1]),
      → not_repeated))
            return repeated, not_repeated
51
52
53
       @staticmethod
54
       def group_by_key(mapped_values):
55
            Organize the mapped values by their key.
56
            Returns an unsorted sequence of tuples with a key and a
57
      \hookrightarrow sequence of
58
            values.
59
60
            mapped\_values =
      → list (itertools.chain.from_iterable(mapped_values))
61
            partitioned_data = collections.defaultdict(list)
62
            for a_mapped_value in mapped_values:
63
                key, value = a_mapped_value
64
                 partitioned_data[key].append(value)
            return list (partitioned_data.items())
65
66
67
       @staticmethod
68
       def shuffle(map_responses, num_workers):
            map\_responses = list(filter(lambda x: len(x) != 0,
69

→ map_responses))
70
            map\_responses =
      → list(itertools.chain.from_iterable(map_responses))
71
            map_responses.sort(key=lambda tup: tup[0])
72
            map_responses = chunks(map_responses, num_workers)
            map_responses = list(filter(lambda x: len(x) != 0,
73

→ map responses))
74
            return map responses
75
76
       def group_by_key_mapped_values(self, map_responses, num_workers):
77
            is_repeated = True
78
            output = []
79
            while is_repeated:
80
                # self.statistics.start('serial')
                num _workers = ceil(num_workers/2)
81
82
                map responses = self.shuffle(map responses, num workers)
83
                chunksize = self.get_chunksize(map_responses,
      → num workers)
                # self.statistics.stop('serial')
84
85
                pool = mp. Pool (processes=num workers)
                # self.statistics.start('parallel')
86
87
                map\_responses = pool.map(
88
                     self.group_by_key,
89
                     map_responses,
```

```
90
                      chunksize=chunksize
91
92
                 # self.statistics.stop('parallel')
93
                  pool.close()
94
                  # self.statistics.start('serial')
95
                 repeated, not_repeated =
       → self.keys_repeated(map_responses)
96
                  output += not_repeated
97
                  map\_responses = repeated
98
                  is_repeated = len(repeated) != 0
99
                 # self.statistics.stop('serial')
100
             return output
101
102
        def map(self , inputs , num_workers=None):
103
104
             : param \quad inputs: \quad data \quad to \quad map\!\!-\!reduce
105
             :param chunksize: The portion of the input data to hand to
       \hookrightarrow each worker.
106
             This can be used to tune performance during the mapping
       \hookrightarrow phase.
107
             :param num_workers: The number of workers to create.
108
             :return: Process the inputs through the map and reduce
       \hookrightarrow functions given.
109
110
111
        def reduce(self , partitioned_data , num_workers=1):
112
113
             : param partitioned\_data:
114
             : param \ num\_workers : \ The \ number \ of \ workers \ to \ create \, .
115
             : return:
116
```

Listing 16: map_reduce

7.17. src/controller/pool.py

```
1 import time
 2 import multiprocessing as mp
 3 from src.controller.map_reduce import MapReduce
 5
 6 class Pool (MapReduce):
 7
       def ___init___(self , map_func, reduce_fun):
 8
 9
            \mathbf{super}\,(\,)\,.\,\_\_\mathrm{init}\_\_(\,\mathrm{map\_func}\!\!=\!\!\mathrm{map\_func}\,,\ \ \mathrm{reduce\_func}\!\!=\!\!\mathrm{reduce}\_\mathrm{fun}\,)
            self.sleep\_sec = 0.5
10
11
12
       def map(self, inputs, num_workers=1):
13
            num\_cpu = mp.cpu\_count()
14
            if num_workers > num_cpu:
15
                 num workers = num cpu
16
            chunksize = self.get_chunksize(inputs, num_workers)
            pool = mp. Pool ( processes=num_workers)
17
18
            self.statistics.start('parallel')
19
            map\_responses = pool.map(
20
                 self.map_func,
21
                 inputs,
22
                 chunksize=chunksize
23
24
            \# data = self.group\_by\_key\_mapped\_values(map\_responses,
       \hookrightarrow num\_workers)
25
            data = self.group_by_key(map_responses)
26
            pool.close()
27
            pool.join()
28
            self.statistics.stop('parallel')
29
            # time.sleep(self.sleep_sec)
30
            return data
31
32
       def reduce(self, partitioned_data, num_workers=1):
33
            \# pool = mp.Pool(processes=num\_workers)
34
            self.statistics.start('serial')
35
            \# reduced\_values = pool.map(self.reduce\_func,
       \hookrightarrow partitioned\_data)
36
            reduced values = []
37
            for data in partitioned_data:
38
                 reduced_values.append(self.reduce_func(data))
39
            # pool.close()
40
            # pool.join()
41
            self.statistics.stop('serial')
42
            # time.sleep(self.sleep_sec)
43
            return reduced_values
```

Listing 17: pool

7.18. src/controller/process.py

```
1 import itertools
 2 import multiprocessing as mp
 3 from src.controller.map_reduce import MapReduce
 4 from src.controller.utils import chunks
 5 from src.controller.my_process import MyProcess
 6
 7
 8 class Process (MapReduce):
 9
       def ___init___(self , map_func , reduce_fun):
10
11
            self.processes = []
            \mathbf{super}() \mathrel{.} \_\_\mathsf{init} \_\_(\mathsf{map\_func} = \mathsf{map\_func}, \;\; \mathsf{reduce\_func} = \mathsf{reduce}\_\mathsf{fun})
12
13
14
       def map(self, inputs, num_workers=1):
15
            num_cpu = mp.cpu_count()
16
            if num_workers > num_cpu:
17
                 num workers = num cpu
18
            splitted data = chunks(inputs, num workers)
19
            for i in range(0, num_workers):
20
                 arg = splitted_data[i]
                 self.processes.append(MyProcess(target=self.map_func,
21
       \hookrightarrow \operatorname{args=arg})
22
            map\_responses = []
23
            self.statistics.start('parallel')
24
            for process in self.processes:
25
                 process.daemon = True
26
                 process.start()
27
            for process in self.processes:
28
                 process.join()
29
                 map_responses += process.get_output()
30
            self.statistics.stop('parallel')
31
            map\_responses = list(filter(lambda x: len(x) != 0,
       \hookrightarrow map_responses))
32
            return self.group_by_key(map_responses)
33
34
       def reduce(self, partitioned_data, num_workers=1):
35
            output = []
36
            self.statistics.start('serial')
37
            for item in partitioned_data:
                 output.append(self.reduce_func(item))
38
39
            self.statistics.stop('serial')
40
            return output
```

Listing 18: process

7.19. src/controller/my_process.py

```
1 from multiprocessing import Process, Queue
2 import time
3
5 class MyProcess (Process):
6
7
       def ___init___(self , target , args):
8
           self.target = target
9
           self.args = args
10
           self.output = Queue()
11
           self.finish = Queue()
12
           self.output_list = []
13
           super().__init___(target=target, args=args)
14
15
       def run(self):
16
           for an_arg in self.args:
17
                self.output.put(self.target(an_arg))
           self.finish.put(True)
18
19
20
       def get_queue_data(self):
21
           output_list = []
22
           while self.output.qsize() != 0:
23
               output_list.append(self.output.get())
24
           return output_list
25
26
       def get_output(self):
27
           return self.output_list
28
29
       def has_finished(self):
30
           return self.finish.qsize() != 0
31
32
       def join(self, **kwargs):
           while self.finish.empty():
33
               time.sleep(0.00000000000000000001)
34
35
           self.finish.get()
36
           self.finish.close()
37
           self.finish.join_thread()
38
           self.output_list = self.get_queue_data()
39
           self.output.close()
40
           self.output.join_thread()
41
           super().join(**kwargs)
```

Listing 19: my_process

7.20. src/controller/statistics.py

```
1 from time import time
 3
4 class Statistics:
       def ___init___(self):
            self.timers = {
 6
 7
                'serial': float(0),
                'parallel': float(0),
 8
                'global': float(0),
 9
10
            }
            self.time\_elapsed = \{
11
12
                'serial': \mathbf{float}(0),
                'parallel': float(0),
13
                'global': \mathbf{float}(0),
14
15
           }
16
       def start(self, key):
17
            self.timers[key] = time()
18
19
20
       def stop(self, key):
21
            stop_time = time()
            self.time_elapsed[key] += (stop_time - self.timers[key]) *1000
22
23
24
       def get_time_elapsed(self, key):
25
            return self.time_elapsed[key]
```

Listing 20: statistics

7.21. src/controller/utils.py

```
1 import numpy as np
 2 import os
3 from math import ceil
5
6 def column (matrix, i):
7
       return [row[i] for row in matrix]
8
9
10 def get_random_matrix_of_dim_n(N):
       random_matrix = np.random.randint(low=1, high=255, size=(N, N))
11
12
       for i in range (0, N):
           random_matrix[i] = random_matrix[i].tolist()
13
14
       return random_matrix.tolist()
15
16
17 def get_null_matrix_of_dim_n(N):
       random matrix = np.zeros((N, N))
18
19
       for i in range (0, N):
20
           random_matrix[i] = random_matrix[i].tolist()
21
       return random_matrix.tolist()
22
24 def get_null_list_of_dim_n(N):
25
       return np. zeros (N). tolist ()
26
27
28 def get_partitions(matrix, row_p, col_p):
29
      N = len(matrix)
30
       col\_size\_p = ceil(N/col\_p)
31
       row\_size\_p = ceil(N/row\_p)
32
       blocks = array_to_list(np.zeros((row_p, col_p)))
       for r in range (0, row_p):
33
34
           for c in range (0, col_p):
35
               left\_side = c * col\_size\_p
36
                right_side = left_side + col_size_p
37
               up\_side = r * row\_size\_p
               down\_side = up\_side + row\_size\_p
38
39
               rows = matrix [up_side:down_side]
40
               block = []
               for row in rows:
41
42
                    block.append(row[left_side:right_side])
43
                blocks[r][c] = block.copy()
44
       return blocks
45
46
47 def multiply_two_matrices(matrix_a, matrix_b):
       rows_a = len(matrix_a)
48
49
       cols b = len(matrix b[0])
       cols_a = len(matrix_a[0])
```

```
multiplication = array_to_list(np.zeros((rows_a, cols_b)))
51
52
       for i in range (0, rows_a):
53
           for j in range(0, cols_b):
54
                partial\_sum = 0
55
                for k in range(0, cols_a):
56
                    partial_sum += matrix_a[i][k] * matrix_b[k][j]
                multiplication[i][j] = partial_sum
57
       return multiplication
58
59
60
61 def sum matrices (matrices):
62
       rows = len(matrices[0])
63
       cols = len(matrices[0][0])
64
       result = array_to_list(np.zeros((rows, cols)))
       for i in range (0, rows):
65
           for j in range (0, cols):
66
67
                for matrix in matrices:
                    result[i][j] += matrix[i][j]
68
69
       return result
70
71
72 def array_to_list(array):
73
       rows = len(array)
       for i in range (0, rows):
74
75
           array[i] = array[i].tolist()
76
       return array.tolist()
77
78
79 def print_matrix(matrix):
       rows = len(matrix)
80
       for i in range (0, rows):
81
82
           print(f"{matrix[i]}\n")
83
84
85 def chunks(a_list, num):
86
87
       :param\ a\_list:\ a\ list\ to\ split\ in\ n\ chunks
88
       : param \ num \colon \ number \ of \ chunks
       : return: \ list \ splitted
89
90
91
       avg = len(a_list) / float(num)
92
       out = []
93
       last = 0.0
94
       while last < len(a list):
95
           out.append(a_list[int(last):int(last + avg)])
96
           last += avg
97
       return out
```

Listing 21: utils

$7.22. \quad src/model/multiply_matrices_interface.py$

```
1 \ \mathbf{class} \ \mathrm{MultiplyMatricesInterface}:
 3
            @staticmethod
           \mathbf{def} \ \operatorname{pre\_processing} \left( \operatorname{matrix\_a}, \ \operatorname{matrix\_b}, \ **kwargs \right) \colon
 4
 5
                   {\bf raise} \quad {\rm NotImplementedError}
 6
 7
           @staticmethod
           \mathbf{def} \ \mathrm{map\_worker} \, (\, \mathrm{chunk} \, ) :
 8
 9
                   {\bf raise}\ \ {\rm NotImplementedError}
10
            @staticmethod
11
           {f def}\ {f reduce\_worker(item)}:
12
13
                   {\bf raise}\ \ {\rm NotImplementedError}
```

Listing 22: multiply_matrices_interface

7.23. src/model/element_by_row_block.py

```
1 from src.model.multiply_matrices_interface import
      → MultiplyMatricesInterface
3
4 class ElementByRowBlock(MultiplyMatricesInterface):
5
6
       @staticmethod
7
       def pre_processing(matrix_a, matrix_b, **kwargs):
8
           row_size = len(matrix_a)
           col\_size = len(matrix\_a[0])
9
           output = []
10
           for i in range (0, row\_size):
11
12
               for j in range(0, col_size):
13
                   element\_by\_row\_block = [matrix\_a[i][j]] + matrix\_b[j]
14
                   output.append((i, element_by_row_block))
15
           return output
16
       @staticmethod
17
18
       def map_worker(chunk):
19
           output = []
20
           i, elements = chunk
21
           elem_a = elements[0]
22
           elements.pop(0)
23
           col_size = len(elements)
24
           for j in range(0, col_size):
25
               output.append(((i, j), elem_a * elements[j]))
26
           return output
27
28
       @staticmethod
29
       def reduce_worker(item):
30
           output\_pos, values = item
           result = 0
31
32
           for a_value in values:
33
               result += a_value
34
           return output_pos, result
```

Listing 23: element_by_row_block

7.24. src/model/column_by_row.py

```
1 \hspace{0.1cm} \textbf{from} \hspace{0.1cm} \textbf{src.model.multiply\_matrices\_interface} \hspace{0.1cm} \textbf{import}
      → MultiplyMatricesInterface
 3
 4 class ColumnByRow(MultiplyMatricesInterface):
 5
       @staticmethod
 6
 7
       def pre_processing(matrix_a, matrix_b, **kwargs):
 8
            N = len(matrix_a)
 9
            output = []
            for i in range (0, N):
10
                 col_a = [row[i] for row in matrix_a]
11
12
                 output.append((col_a, matrix_b[i]))
13
            return output
14
       @staticmethod
15
       def map_worker(chunk):
16
            col\_a, row\_b = chunk
17
18
            output = []
19
            for row, elem_a in enumerate(col_a):
20
                 for col , elem_b in enumerate(row_b):
21
                     key = (row, col)
22
                     value = elem_a * elem_b
23
                     output.append((key, value))
24
            return output
25
26
       @staticmethod
27
       def reduce_worker(item):
28
            output_pos, values = item
29
            result = 0
30
            for a_value in values:
31
                 result += a_value
32
            return output_pos, result
```

Listing 24: column_by_row

7.25. src/model/by_blocks.py

```
1 import numpy as np
 2 from src.model.multiply_matrices_interface import
      → MultiplyMatricesInterface
3 from src.controller.utils import get_partitions, sum_matrices
6 class ByBlocks (MultiplyMatricesInterface):
7
8
       @staticmethod
       def pre_processing(matrix_a, matrix_b, **kwargs):
9
10
           output = []
11
           row_p = kwargs.get('row_p', 2)
12
           col_p = kwargs.get('col_p', 2)
13
           blocks_a = get_partitions(matrix_a, row_p, col_p)
14
           blocks_b = get_partitions(matrix_b, row_p, col_p)
15
           for r_a in range(0, row_p):
               for c a in range(0, col p):
16
17
                    a \quad block = blocks \quad a[r \quad a][c \quad a]
18
                    output.append((r_a, a_block, blocks_b[c_a]))
19
           return output
20
21
       @staticmethod
22
       def map_worker(chunk):
23
           r_a, block_a, blocks_b = chunk
24
           output = []
           col_size = len(blocks_b)
25
26
           for c_b in range(0, col_size):
27
                result = np.matmul(block_a, blocks_b[c_b]).tolist()
28
               key = (r_a, c_b)
29
               output.append((key, result))
30
           return output
31
32
       @staticmethod
33
       def reduce_worker(item):
34
           output_pos, values = item
35
           result = sum_matrices(values)
36
           output = []
37
           row size = len(result)
38
           block_pos_i, block_pos_j = output_pos
           for i in range (0, row\_size):
39
               col\_size = len(result[i])
40
41
               for j in range(0, col_size):
42
                    pos = (block_pos_i*row_size+i,
      \hookrightarrow block_pos_j*col_size+j)
43
                    output.append((pos, result[i][j]))
44
           return output
```

Listing 25: by_blocks