

Consideraciones generales

La entrega de este TP debe contar con un informe explicando el procedimiento utilizado para resolver cada ejercicio y justificando las conclusiones a las que se arriba en cada punto. Se debe incluir también el código fuente utilizado para resolver cada ejercicio en uno o más archivo(s) por ejercicio.

Procesos de Poisson

Ejercicio 1

Una entidad financiera está analizando cambiar uno de sus cajeros automáticos por uno con la funcionalidad de reciclador de billetes (si un cliente realiza un depósito de efectivo, ese efectivo estará disponible para que lo pueda retirar otro cliente).

El cajero automático actual, que se quiere reemplazar, es de tipo estándar. No recicla los billetes, sino que posee dos compartimentos, uno con dinero para entregar y otro donde guarda el dinero que se deposita.

Esto presenta los siguientes problemas:

- Si no tiene más efectivo para entregar en el compartimento de retiro de dinero, no entrega efectivo aunque tenga en el compartimento de depósitos.
- Si el compartimento que recibe los depósitos se completa, no puede recibir más.

La entidad conoce que con el cajero actual el 20% de los clientes se retiraba sin poder extraer dinero, y sólo acepta cambiarlo si este porcentaje disminuye.

Por simplicidad suponer que el cajero sólo expende billetes de \$100, tiene una capacidad máxima de 2000 billetes, y comienza el día con su carga completa.

Si un cliente quiere extraer dinero y el cajero no cuenta con la suma suficiente, se va del mismo sin retirar nada. Algo similar ocurre cuando un cliente desea depositar efectivo y la capacidad máxima de billetes en el cajero fue alcanzada, retirándose sin poder depositar.

En el relevamiento que realizó la entidad diferenció a sus clientes en dos grupos:

Grupo 1: Sólo retiran efectivo, y corresponden al 75% de los clientes que arriban.

El tiempo que utilizan el cajero se puede modelar con una distribución exponencial de media 90 segundos.

Cada cliente de este grupo, extrae una cantidad de billetes que sigue una distribución uniforme [3,50].

Grupo 2: Sólo realizan depósitos, son el 25% de los clientes totales.

Utilizando el cajero un tiempo que siguen una distribución exponencial de media 5 minutos.

Cada cliente de este grupo, deposita una cantidad de billetes que se puede modelar utilizando una distribución uniforme [10,110].

Para determinar la frecuencia de arribos de clientes se han registrado 1000 tiempos entre arribos de los mismos.

El área a cargo de modelar el problema, realizó dos propuestas para modelar este tiempo.

- Utilizar una distribución de probabilidades Exponencial con media $\mu = 180$ seg
- Utilizar una distribución de probabilidades Exponencial con tasa $\lambda = 1/240$

Se pide:

- a. Proponer un método para determinar la función de probabilidades a utilizar para modelar el tiempo entre arribos de clientes, y aplicarlo a los datos brindados en el archivo auxiliar al enunciado para determinar cuál de las distribuciones es más adecuada (utilizar nivel de significación = 1%).
- b. Utilizando (Python sin Simpy, Matlab u Octave) simular 1000 días completos de 24 hrs.
- c. Para un día en particular graficar la cantidad de billetes en el cajero luego de cada transacción.
- d. Calcular el tiempo medio que los clientes demoraron en el sistema (espera + utilización del cajero)
- e. ¿Recomienda a la entidad que implemente el cambio de cajero?

Cadenas de Markov

Ejercicio 2

Un servidor recibe solicitudes las cuales son procesadas de una por vez en el orden de llegada (política FIFO).

Se determinó que en 10 milisegundos existe una probabilidad $p = \frac{1}{40}$ que llegue una nueva solicitud y una probabilidad $q = \frac{1}{30}$ que una solicitud termine de ser procesada y deje el sistema.

Se desea estudiar la cantidad de solicitudes en el servidor considerando tanto las que están en cola esperando ser procesadas como la solicitud que está siendo procesada.

- Determine la matriz de transición de estados explicando cómo se obtiene la misma.
- Utilizando Matlab, Octave o Python simule la evolución del sistema a lo largo de 1.000 segundos suponiendo que el servidor comienza sin estar procesando solicitudes.
- Realice un gráfico mostrando la cantidad de solicitudes en el servidor en cada instante de tiempo.
- Realice un histograma mostrando cuantas veces el sistema estuvo en cada estado.
- Determine el % de tiempo que el servidor se encuentra sin procesar solicitudes.

Sistemas dinámicos

Ejercicio 3

La formación de precios de productos cuya oferta se establece en función del precio de mercado en el período de tiempo anterior se puede modelar utilizando el siguiente sistema:

$$\begin{cases} Q_t^{\text{demanda}} = a - bP_t \\ Q_t^{\text{oferta}} = dP_{t-1} - c \\ Q_t^{\text{demanda}} = Q_t^{\text{oferta}} = Q_t \end{cases}$$

Para cada conjunto de parámetros se pide:

- Hallar la matriz del sistema.
- Hallar el punto de equilibrio.
- Realizar un análisis asintótico del sistema.
- Graficar la variable precio en función del período (t) para 100 períodos.
- Realizar un gráfico Cobweb para variable precio.

a) Parámetros:

a	b	c	d	P_0
10	1	0.4	0.9	10

b) Parámetros:

a	b	c	d	P_0
0.9	0.89	0.5	0.9	1

Simpy

Ejercicio 4

Se está diseñando un web service, el cual cada vez que es invocado consulta a una base de datos.

Se estima que el tiempo que transcurre entre cada llamada al servicio se puede modelar según una distribución exponencial con media $\mu = 4 \text{ segundos}$

Se debe decidir la arquitectura de base de datos a utilizar entre las dos siguientes:

- 1) Utilizar 2 bases de datos distribuidas.

Con probabilidad $p = 0.6$ las solicitudes son atendidas por la base 1 y con probabilidad $q = 1 - p$ son atendidos por la base de datos 2.

El tiempo que demora cada base de datos en atender una solicitud sigue una distribución exponencial con medias, $\mu_1 = 0,7 \text{ seg}$ y $\mu_2 = 1 \text{ seg}$ respectivamente.

- 2) Utilizar 1 base de datos central.

En este caso la demora en resolver una solicitud sigue una distribución exponencial con $\mu = 0,8 \text{ segundos}$

Simular para cada opción 100000 solicitudes procesadas, determinando:

- El tiempo medio de espera entre que la solicitud llega y puede ser procesada (suponer que ninguna conexión cae por timeout).
- La fracción de las solicitudes que no esperaron para ser procesadas.
- La opción 1 es más costosa que la segunda opción y la empresa sólo acepta realizar la inversión si el tiempo medio que demora en resolver cada solicitud (tiempo en fila + tiempo de procesamiento) es como mínimo 50% menor que la opción 2. ¿Qué solución le recomienda?