Informática Teórica
Tarea #1
“Esto no se compila”

Andrés Navarro // 201673001-K

25 de septiembre de 2017

Una forma alternativa de construir una expresión regular que reconoce el lenguaje aceptado por el DFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ es plantear expresiones regulares para las palabras que llevan al DFA desde el estado inicial a cada uno de los estados. Básicamente, llamando R_q a la expresión para llegar al estado q, si $\delta(q, a) = p$, entre las alternativas para R_p estará $R_q a$. El lenguaje aceptado por M es la alternancia entre las expresiones para estados finales.

Esto termina en un sistema de ecuaciones para los distintos R_q, podemos usar nuestro teorema sobre solución de ecuaciones de la forma $X = XA \cup B$ entre lenguajes para resolver una de ellas, y substituir en las demás, hasta finalmente tener todos los R_q requeridos.

Comentarios en C++ quedan definidos por el DFA de la figura 1, donde hemos omitido el estado muerto y las transiciones a él para simplificar. El alfabeto usado es $\{/, *, a, n\}$, donde / y $*$ representan esos caracteres, n representa al fin de línea (se escribe $'\backslash n'$ en C++) y a es cualquier otro caracter válido.

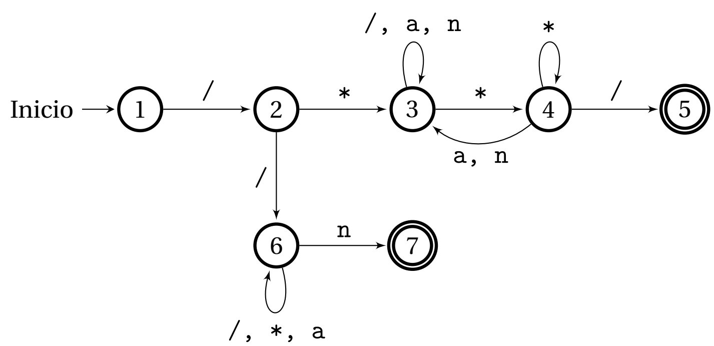

Figura 1: Comentarios en C++

1. Plantee el sistema de ecuaciones descrito para expresiones regulares R_1 a R_7 partiendo del autómata de la figura 1. Use s en vez del símbolo $*$ para evitar ambigüedades.

   Dado que R_1 es el correspondiente al estado 1, el cual es el inicial, se llega a el consumiendo solamente ϵ, para el resto de expresiones R_n, su ecuación fue confecionada visualizando el autómata.

   $R_1 = \epsilon$

   A R_2 solo se puede llegar desde R_1 consumiendo /.

   $R_2 = R_1/$

   Para R_3 podemos llegar desde R_2 consumiendo s, desde el mismo consumiendo a,n o /, o

   desde R_4 consumiendo a o n.

   $R_3 = R_2 s | R_3 / | R_3 a | R_3 n | R_4 a | R_4 n$

   A R_4 se puede llegar desde R_3 consumiendo s, o desde el mismo consumiendo s.

   $R_4 = R_3 s | R_4 s$

Para R_5 se tiene que solo se puede llegar desde R_4 consumiendo /.

$R_5 = R_4/$

Para R_6 se puede llegar consumiendo / desde R_2 o desde el mismo consumiendo s o a.

$R_6 = R_2/|R_6/|R_6s|R_6a$

Por último, para R_7 se tiene que se puede llegar a el desde R_6 consumiendo n.

$R_7 = R_6n$

Finalmente tenemos el sistema:

$R_1 = \epsilon$
$R_2 = R_1/$
$R_3 = R_2s|R_3/|R_3a|R_3n|R_4a|R_4n$
$R_4 = R_3s|R_4s$
$R_5 = R_4/$
$R_6 = R_2/|R_6/|R_6s|R_6a$
$R_7 = R_6n$

2. Dé la expresión regular para el lenguaje aceptado por el autómata en términos de los R_k.

   Se trabajará sobre las ecuaciones.

   Tanto R_1 como R_2 permanecen igual.

   $R_1 = \epsilon$

   $R_2 = R_1/$

   Reemplazando R_2 en R_3.

   $R_3 = R_2s|R_3/|R_3a|R_3n|R_4a|R_4n \Rightarrow R_3 = R_1/s|R_3/|R_3a|R_3n|R_4a|R_4n$

   Ahora, en R_4 reemplazamos R_3.

   $R_4 = R_3s|R_4s \Rightarrow R_4 = (R_1/s|R_3/|R_3a|R_3n|R_4a|R_4n)s|R_4s$

   En R_5 finalmente nos queda:

   $R_5 = ((R_1/s|R_3/|R_3a|R_3n|R_4a|R_4n)s|R_4s)/$

   Por otro lado, reemplazando R_2 en R_6:

   $R_6 = R_2/|R_6/|R_6s|R_6a \Rightarrow R_6 = R_1//|R_6/|R_6s|R_6a$

   Finalmente R_7 queda como:

   $R_7 = R_6n \Rightarrow R_7 = (R_1//|R_6/|R_6s|R_6a)n$

   Dado que nuestro DFA tiene dos estados finales, nuestra expresion regular estará dada por los R_n correspondientes a estos dos estados. Estos estados corresponden al 5 y al 7, por lo que nuesto RE sería:

   $RE = R_5|R_7$

   Si reemplazamos con lo obtenido:

   $RE = ((R_1/s|R_3/|R_3a|R_3n|R_4a|R_4n)s|R_4s)/|(R_1//|R_6/|R_6s|R_6a)n$

3. Indique paso a paso cómo resuelve el sistema de ecuaciones para las variables necesarias para la pregunta 2.

   Recordar que el teorema 1.1 nos dice que:

   $X = A|XB \Rightarrow X = AB^*$

   O bien:

   $X = A|BX \Rightarrow X = B^*A$

Primero reemplazamos R_1 en R_2

$R_1 = \epsilon$

$R_2 = R_1 / \Rightarrow R_2 = \epsilon / \Rightarrow R_2 = /$

Trabajando sobre R_3

Primero tenemos:

$R_3 = R_4 a | R_4 n \Rightarrow R_3 = R_4(a|n)$

Con lo obtenido anteriormente de R_2:

$R_3 = R_2 s \Rightarrow R_3 = /s$

Tenemos:

$R_3 = /s | R_3 / | R_3 a | R_3 n | R_4(a|n) \Rightarrow R_3 = /s | R_3(/|a|n) | R_4(a|n)$

Ahora, ocupando el teorema 1.1:

$R_3 = /s | R_3(/|a|n) \Rightarrow R_3 = /s(/|a|n)^*$

$R_3 = R_4(a|n) | R_3(/|n|a) \Rightarrow R_3 = R_4(a|n)(/|n|a)^*$

Finalmente:

$R_3 = /s(/|a|n)^* | R_4(a|n)(/|n|a)^*$

Trabajando sobre R_4

Ocupando el teorema 1.1 tenemos:

$R_4 = R_3 s | R_4 s \Rightarrow R_4 = R_3 s s^*$

Sabiendo que $ss* = s^+$:

$R_4 = R_3 s^+$

Con lo obtenido en R_3:

$R_4 = (/s(/|a|n)^* | R_4(a|n)(/|n|a)^*) s^+ \Rightarrow R_4 = /s(/|a|n)^* s^+ | R_4(a|n)(/|n|a)^* s^+$

Ocupando el teorema 1.1 tenemos:

$R_4 = /s(/|a|n)^* s^+ | R_4(a|n)(/|n|a)^* s^+ \Rightarrow R_4 = /s(/|a|n)^* s^+ ((a|n)(/|n|a)^* s^+)^*$

Trabajando sobre R_5

Ocupando lo obtenido en R_4:

$R_5 = R_4 / \Rightarrow R_5 = /s(/|a|n)^* s^+ ((a|n)(/|n|a)^* s^+)^* /$

Trabajando sobre R_6:

$R_6 = R_6 / | R_6 s | R_6 a \Rightarrow R_6 = R_6(/|s|a)$

Ocupando el teorema 1.1 tenemos:

$R_6 = R_2 / | R_6(/|s|a) \Rightarrow R_6 = R_2 / (/|s|a)^*$

Reemplazando R_2:

$R_6 = //(/|s|a)^*$

Trabajando sobre R_7:

Reemplazando R_6:

$R_7 = R_6 n \Rightarrow R_7 = //(/|s|a)^* n$

Con lo respondido en la pregunta 2, sabemos que la RE esta descrita por:

$RE = R_5 | R_7$

Reemplazando con lo obtenido:

$RE = /s(/|a|n)^* s^+ ((a|n)(/|n|a)^* s^+)^* / | //(/|s|a)^* n$