

Estructuras Discretas
Tarea #2
“Demuestre que sabe demostrar”

Discrete Structure Warriors

Pregunta 1

Demuestre por inducción sobre n que

$$\prod_{2 \leq k \leq n} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

(30 ptos.)

Pregunta 2

Para vectores $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ se define la norma Euclidiana y la norma Infinita de la siguiente forma:

$$\|\vec{x}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{|x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_n|^2}$$

$$\|\vec{x}\|_\infty = \max_{i=1}^n |x_i| = \max(|x_1|, |x_2|, \dots, |x_n|)$$

Considere $n = 2$. Para cualquier vector \vec{x} , use **deducción** para mostrar que:

$$\|\vec{x}\|_2 \leq \sqrt{n} \cdot \|\vec{x}\|_\infty$$

Pista: Puede serle útil usar la variable auxiliar $x_m = \max(|x_1|, |x_2|)$.

(40 ptos.)

Pregunta 3

1. Demuestre por contradicción que si una función $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ estrictamente creciente entonces es inyectiva.
2. Elija otro método (que no sea contradicción) para demostrar lo anterior.

(30 ptos.)