Estructuras Discretas
Tarea #2
“Demuestre que sabe demostrar”

Andrés Navarro
(201673001-k)

Pregunta 1

Demuestre por inducción sobre n que

$$\prod_{2\leq k\leq n}\left(1-\frac{1}{k^2}\right)=\frac{n+1}{2n}$$

Para $n=2$

$$\prod_{2\leq k\leq n}\left(1-\frac{1}{k^2}\right)=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)=\left(1-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{4-1}{4}\right)=\left(\frac{3}{4}\right)$$

Nos podemos percatar que:

$$\frac{3}{4}=\frac{2+1}{2*2}$$

Por lo que si se cumple el caso base.

Pregunta 2

Para vectores $\vec{x}=(x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n)$ se define la norma Euclidiana y la norma Infinita de la siguiente forma:

$$||\vec{x}||_2=\left(\sum_{i=1}^{n}|x_i|^2\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{|x_1|^2+|x_2|^2+...+|x_n|^2}$$

$$||\vec{x}||_\infty=\max_{i=1}^{n}|x_i|=\max(|x_1|,|x_2|,...,|x_n|)$$

Considere $n=2$. Para cualquier vector $\vec{x}$, use **deducción** para mostrar que:

$$||\vec{x}||_2\leq\sqrt{n}\cdot||\vec{x}||_\infty$$

Pista: Puede serle útil usar la variable auxiliar $x_m=\max(|x_1|,|x_2|)$.

Pregunta 3

1. Demuestre por contradicción que si una función $f:\mathscr{R}\rightarrow\mathscr{R}$ estrictamente creciente entonces es inyectiva.

2. Elija otro método (que no sea contradicción) para demostrar lo anterior.