

Estructuras Discretas

Tarea #3

“TLUITO GAIENL”

Andrés Navarro
(201673001-K)

2 de mayo de 2017

Pregunta 1

Se tiene un pentágono regular y 3 colores diferentes para colorear su vértices. Calcule el número de maneras de colorear el pentágono, considerando que no es necesario usar todos los colores para cada coloreo y que se consideran equivalentes dos maneras de colorear si resultan iguales al rotar el pentágono.

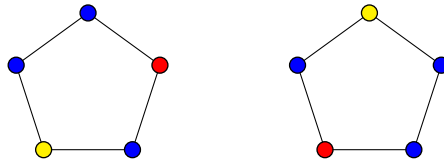


Figura 1: ejemplo de 2 maneras de colorear equivalentes

En un principio tenemos una secuencia con repeticiones, dado que cada vértice del pentágono puede tomar cualquiera de los 3 colores:

$$\text{Casos posibles} = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

Ahora bien, según el enunciado, se deben tomar como equivalentes 2 casos que al rotarse de cierta manera sean el mismo, por lo que tenemos que cada caso debería tener 4 casos equivalentes (5 representan 1). Sin embargo, tenemos 3 casos únicos que no se presentan como 5 en el conteo de casos posibles anterior, que corresponden a los que en cada punto del pentágono se tiene el mismo color.

Por lo que tenemos los siguiente:

$$\text{Casos posibles que se repiten 5 veces} = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 - 3 = 240$$

Dividimos por 5 para eliminar las maneras de colorear equivalentes

$$\text{Casos posibles} = 240/5 = 48$$

Con esto obtenemos las maneras de colorear sin que estas se repitan 5 veces, pero a esto les debemos sumar los 3 casos que no se repetían 5 veces.

Finalmente tenemos:

$$\text{Maneras de colorear} = 48 + 3 = 51$$

Pregunta 2

Considere la palabra EFERVESCENTEMENTE:

1. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras de EFERVESCENTE?

Dado que la palabra es formada por 12 letras, y 5 de ellas son “E”, tenemos:

$$\text{Maneras de ordenar} = \frac{12!}{5!} = 3991680$$

2. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras de ME₁NTE₂?

Dado que la palabra es formada por 5 letras, haciendo distinción en las 2 “E”, tenemos:

$$\text{Maneras de ordenar} = 5! = 120$$

3. Mapee los ordenamientos de ME₁NTE₂ a MENTE, ¿qué clase de mapa es este?

ME₁NTE₂ → MENTE

ME₂NTE₁

Corresponde a un mapa 2 a 1.

4. ¿Qué clase de mapa es el que lleva de E₁FE₂RVE₃SCE₄NTE₅ME₆NTE₇ a EFERVESCENTEMENTE?

Es un mapa 7! a 1, ya que las todas las “E” con subíndice pasan a ser solo “E”.

5. ¿Cuántos ordenamientos de E₁FE₂RVE₃SCE₄N₁T₁E₅ME₆N₂T₂E₇ hay?

Dado que la palabra es formada por 17 letras haciendo distinción en todas las letras que se repiten, tenemos:

$$\text{Maneras de ordenar} = 17! = 355687428096000$$

6. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar sus letras si se quiere que comience o termine con la letra T? Si dejamos una T fija al principio tenemos:

$$\text{Con T fija al principio} = \frac{16!}{7! \cdot 2!}$$

Si dejamos una T fija al final tenemos:

$$\text{Con T fija al final} = \frac{16!}{7! \cdot 2!}$$

Ahora debemos tomar en cuenta que debemos descontar los casos en que empiece y termine con T:

$$\text{Con T fija al principio y al final} = \frac{15!}{7! \cdot 2!}$$

Finalmente nos queda que, las maneras totales estan dadas por:

$$\begin{aligned} \text{Maneras totales} &= \frac{16!}{7! \cdot 2!} + \frac{16!}{7! \cdot 2!} - \frac{15!}{7! \cdot 2!} \\ &= 2 \cdot \frac{16!}{7! \cdot 2!} - \frac{15!}{7! \cdot 2!} \\ &= 4021617600 \end{aligned}$$

Pregunta 3

Si un tipo de código de barra se compone de 2 letras (del alfabeto inglés de 26 letras), seguido de 3 números y finalmente 2 letras. ¿Cuántos código de barra se pueden crear si...

1. Las repeticiones están permitidas.

$$\text{Códigos de barra posibles} = 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 26 = 456976000$$

2. Las repeticiones no están permitidas.

$$\text{Códigos de barra posibles} = 26 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 19 \cdot 8 \cdot 24 \cdot 23 = 258336000$$

3. El código de barras tiene al menos una letra repetida.

$$\begin{aligned}\text{Códigos de barra posibles} &= \text{Códigos de barra con repetición} - \text{Códigos de barra sin repetición de letras} \\ &= 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 26 - 26 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 24 \cdot 23 \\ &= 98176000\end{aligned}$$