

# M10: Trägheitsellipsoids eines symmetrischen Körpers

Gruppe: C-004

Verfasser: Maximilian Gilsendegen, David Flemming

Matrikelnummern: 3650677,3650295

Studentische Mailadresse: st182513@stud.uni-stuttgart.de, st182571@stud.uni-stuttgart.de

Versuchstag: 22.03.2023

Abgabedatum: 24.03.2023

Assistent: Rebecca Pons

## Inhalt

1 Versuchsziel und Versuchsmethode .....	3
2 Messprinzip mit Skizze und Versuchsablauf.....	3
2.1 Experimentelle Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$ .....	3
2.1.1 statische Methode.....	3
2.1.2 dynamische Methode.....	3
2.2 Experimentelle Bestimmung des Trägheitsellipsoides .....	4
2.2.1 Anisotroper Körper .....	4
2.2.2 Isotroper Körper .....	4
3 Formeln .....	5
4 Messwerte .....	5
4.1 Messwerte zur Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$ .....	5
4.1.1 statische Methode.....	5
4.1.2 dynamische Methode.....	5
4.2 Messwerte zur Bestimmung des Trägheitsellipsoides .....	6
4.2.1 anisotroper Körper .....	6
4.2.2 isotroper Körper .....	6
5 Auswertung .....	6
5.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$ nach der statischen Methode .....	6
5.2 Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$ nach der dynamischen Methode .....	6
5.3 Bestimmung des Trägheitsellipsoides $J$ eines anisotropischen Körpers .....	7
5.4 Bestimmung des Trägheitsellipsoides $J$ eines isotropischen Körpers .....	9
6 Fehlerrechnung .....	10
6.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$ nach der statischen Methode .....	10
6.2 Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$ nach der dynamischen Methode .....	11
6.3 Bestimmung des Trägheitsellipsoides $J$ eines anisotropischen Körpers .....	12
6.4 Bestimmung des Trägheitsellipsoides $J$ eines isotropischen Körpers .....	12
7 Zusammenfassung.....	12
8 Quellen .....	13
9 Anhang.....	13

## 1 Versuchsziel und Versuchsmethode

Das Trägheitsellipsoid zweier symmetrischer Körper mit isotropischer/anisotropischer Massenverteilung soll nach der Bestimmung der Winkelrichtgröße, durch zwei verschiedene Methoden, experimentell ermittelt werden.

## 2 Messprinzip mit Skizze und Versuchsablauf

### 2.1 Experimentelle Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$



**Abbildung 1:** Versuchsaufbau in Ausgangsstellung.  
Es stehen sich jeweils zwei gleiche Massen gegenüber.

#### 2.1.1 statische Methode

Der Aufbau wurde wie in Abbildung 1 dargestellt mit nur einer kleinen Masse auf einem Stab verwendet. Um die Winkelrichtgröße  $D'$  zu bestimmen, wurde ein Federkraftmesser verwendet, dieser konnte unter der Schraube für die Fixierung der Masse befestigt werden, woraufhin eine ganze Drehung um  $360^\circ$  durchgeführt wurde. Die hierbei benötigte Kraft  $F$ , welche im  $90^\circ$  Winkel zum Hebelarm gemessen wurde, wurde für weitere Berechnungen notiert, so wie der Abstand von der Drehachse bis zur Fixierscheibe des Gewichtes  $l$ .

#### 2.1.2 dynamische Methode

Zur Bestimmung der Winkelrichtgröße  $D'$  wurde bei der dynamischen Methode der Aufbau wie in der Abbildung 1 mit nur zwei sich gegenüberliegenden Stäben und den sich darauf, sich im selben Abstand von der Drehachse befindenden, Massen verwendet. Durch eine Auslenkung wird der Aufbau in eine Drehschwingung versetzt, hierbei wurden die Periodendauern gemessen. Zweimal wurde die Zeit für je fünf Perioden gemessen, wobei nach dem ersten Versuch die Massen etwas näher zur Drehachse bewegt wurden. Die Gesamtmasse der zwei Massen und die Periodendauern wurden für weitere Berechnungen notiert. (Tabelle 1)

## 2.2 Experimentelle Bestimmung des Trägheitsellipsoides



**Abbildung 2:** Versuchsaufbau, bei dem der Stab mit einem befestigten Gewicht in die Befestigung gesteckt wurde, welche zur Spiralfeder führt.

### 2.2.1 Anisotroper Körper

Der Abbildung 1 ist zu entnehmen, dass je neun Löcher in die, die Drehachse geschraubt werden kann und die mit verschiedenen Zahlen/ Buchstaben beschriftet sind für einen messbaren Oktanten vorliegen. Die kleinen Massen wurden näher zur Rotationsachse geschoben und dort fixiert, die großen Massen wurden am äußere Ende der Befestigungsstangen positioniert, daraufhin wurde aus der Position, wie in der Abbildung dargestellt, die Periodendauer bestimmt, dies Messung wurde für jede der neun Positionen dreimal durchgeführt, wobei immer fünf Perioden pro Messung berücksichtigt wurden. Nach einer Vollständigen Messung der Periodendauer einer möglichen Position im Oktanten, wurde die Kugel vom Stab geschraubt, welcher in der Befestigung steckte, und in ein weiteres Loch der Kugel geschraubt, die beiden Ausnahmen bilden die Löcher des Oktanten, in denen bereits die Stäbe mit den Massen befestigt waren. Der jeweilige Stab wurde in die Befestigung, welche zur Spiralfeder führte, gesteckt (Abbildung 2). Die jeweiligen Periodendauern wurden beim gesamten Oktanten für weitere Berechnungen notiert. (Tabelle 2)

### 2.2.2 Isotroper Körper

Damit der Körper aus Abbildung 1 als isotrop gilt, muss die Periodendauer der großen Massen exakt so groß sein, wie die der kleinen Massen, wobei sie dabei um die Achse der kleinen Massen schwingen wie in Abb. 2 ersichtlich wird. Dies wird durch die Verschiebung der Massen zur Rotationsachse oder von dieser weg erreicht. Nachdem die beiden Periodendauern übereinstimmten, wurden beide Massenpaare wieder gegenüber voneinander in die Kugel geschraubt und es wurden die Periodendauern, aufgrund der Symmetrie, für einen Viertelkreis bestimmt. Hierbei wurden Steckplätze in der Ebene der Massen verwendet. Die Periodendauern wurden hier für die weiteren Berechnungen notiert. (Tabelle 3)

### 3 Formeln

Für die Bestimmung der Winkelrichtgröße  $D'$  bei der statischen Methode gilt:

$$D' = \frac{F \cdot d}{\varphi} \quad (1)$$

Hierbei ist  $F$  die gemessene Kraft, die benötigt wurde,  $d$  der Abstand vom Massenschwerpunkt bis zur Drehachse und  $\varphi$  der Winkel, um den der Versuchsaufbau gedreht wurde.

Die Winkelrichtgröße  $D'$  wird bei der dynamischen Methode hingegen mit folgender Formel berechnet.

$$D' = \frac{4\pi^2 \cdot m_{ges} \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 - T_2^2} \quad (2)$$

Hierbei ist  $m_{ges}$  die gewogene Gesamtmasse der beiden Gewichte,  $l_1/l_2$  die jeweiligen Abstände der Massen zur Rotationsachse für den ersten und zweiten Durchlauf und  $T_1/T_2$  sind die Periodendauern für den ersten und zweiten Durchlauf.

Ein Hauptträgheitsmoment  $J(\hat{\omega})$  lässt sich wie folgt bestimmen.

$$J(\hat{\omega}) = \frac{D' \cdot T^2(\hat{\omega})}{4\pi^2} \quad (3)$$

Hierbei steht  $T(\hat{\omega})$  für die Periodendauer in die Richtung um eine Drehachse  $\hat{\omega}$  welche beliebig gewählt wird.

### 4 Messwerte

#### 4.1 Messwerte zur Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$

##### 4.1.1 statische Methode

Bei der Messung wurde um den Winkel  $\varphi = 360^\circ = 2\pi$  gedreht, was bei einer Distanz von Drehachse bis zum Schwerpunkt der Masse, an dem gezogen wurde,  $l = 9,8 \text{ cm} = 0,098 \text{ m}$ , eine Kraft  $F = 1,80 \text{ N}$  als Ergebnis lieferte.

##### 4.1.2 dynamische Methode

**Tabelle 1:** Distanz  $l$  der Massen von der Drehachse, die gemessene Zeit für 5 Perioden und die daraus resultierende Periodendauer  $T$ .

Durchführung	Distanz $l$ [in m]	Gemessene Zeit für 5 Perioden [in s]	Periodendauer $T$ [in s]
1	0,154	16.08	3.216
2	0,094	11.35	2,27

Für die Messungen wurde das Gesamtgewicht der beiden Massen  $m = 0,2192 \text{ kg}$  gewogen.

## 4.2 Messwerte zur Bestimmung des Trägheitsellipsoids

### 4.2.1 anisotroper Körper

**Tabelle 2:** Position bei der Messung für die bestimmten Gesamtzeiten für je 5 Perioden, wobei immer drei Durchführungen stattgefunden haben, und die resultierende Periodendauer  $T$ . Die kleinen Massen befanden sich an Position D, die großen an Position 4.

Position	G	F	E	D	2	3	4	i	h
Gesamtzeit für 5 Perioden [in s]	20.99	20.59	19.85	19.16	16.75	12.28	8.72	12.82	18.50
	20.56	20.35	19.56	19.09	17.00	12.22	8.75	13.06	18.85
	20.85	20.35	19.50	19.00	17.13	12.09	8.91	12.85	18.44
Periodendauer $T$ [in s]	4.16	4.086	3.927	3.817	3.392	2.439	1.759	2.582	3.719

### 4.2.2 isotroper Körper

**Tabelle 3:** Position bei der Messung für die bestimmten Gesamtzeiten für je 5 Perioden, wobei immer drei Durchführungen stattgefunden haben, und die resultierende Periodendauer  $T$ .

Position	10	11	12	1
Gesamtzeit für 5 Perioden [in s]	10.85	10.68	10.78	10.91
	10.41	10.82	10.86	10.75
	10.87	10.87	10.87	10.82
Periodendauer $T$ [in s]	2.142	2.158	2.167	2.165

## 5 Auswertung

### 5.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$ nach der statischen Methode

Die Winkelrichtgröße, welche über die statische Methode ermittelt wird, wird mithilfe der Gleichung 1 berechnet:

$$D' = \frac{1,80\text{N} \cdot 0,098\text{m}}{2\pi} = 0,0281 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \quad (4)$$

### 5.2 Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$ nach der dynamischen Methode

Da bei der dynamischen Methode die Schwingdauer  $t$  von 5 Perioden gemessen wurde wird die Schwingdauer einer Periode  $T$  über folgende Formel berechnet:

$$\frac{t}{5} = T \quad (5)$$

Damit ergibt sich für die Messung 1:

$$\frac{16,08s}{5} = 3,22s = T_1 \quad (6)$$

Für Messung 2 ergibt sich:  $T_2 = 2,27s$

Die Winkelrichtgröße, welche über die dynamische Methode ermittelt wird, wird mithilfe der Gleichung 2 berechnet:

$$D = \frac{4\pi^2 \cdot 0,2192kg \cdot ((0,154m)^2 - (0,094m)^2)}{(3,22s)^2 - (2,27s)^2} = 0,0247 \frac{Nm}{rad} \quad (7)$$

Beide errechneten Winkelrichtgrößen weichen etwas voneinander ab. Da kein Literaturwert vorliegt ist es nicht möglich zu sagen welcher Wert der Realität eher entspricht. Auf Hinweis unseres Assistenten wird für die Berechnung des Trägheitsellipsoids die Winkelrichtgröße, welche über die statische Methode bestimmt wurde, benutzt.

### 5.3 Bestimmung des Trägheitsellipsoids $J$ eines anisotropischen Körpers

Die Periodendauer  $T$  wird über Gleichung 5 berechnet, wobei für  $t$  der ermittelte Mittelwert verwendet wird.

Tabelle 4 Periodendauer  $T$  sowie der Kehrwert  $\frac{1}{T}$  der jeweiligen Achsen

Achse	G/g	F	E	D/1	2	3	4/j	i	h
$T$ in s	4,16	4,09	3,93	3,82	3,39	2,44	1,76	2,58	3,72
$\frac{1}{T}$ in $\frac{1}{s}$	0,24	0,24	0,25	0,26	0,29	0,41	0,57	0,39	0,27

In der nachfolgenden Abbildung wird das Trägheitsellipsoid des anisotropischen Körpers graphisch dargestellt.



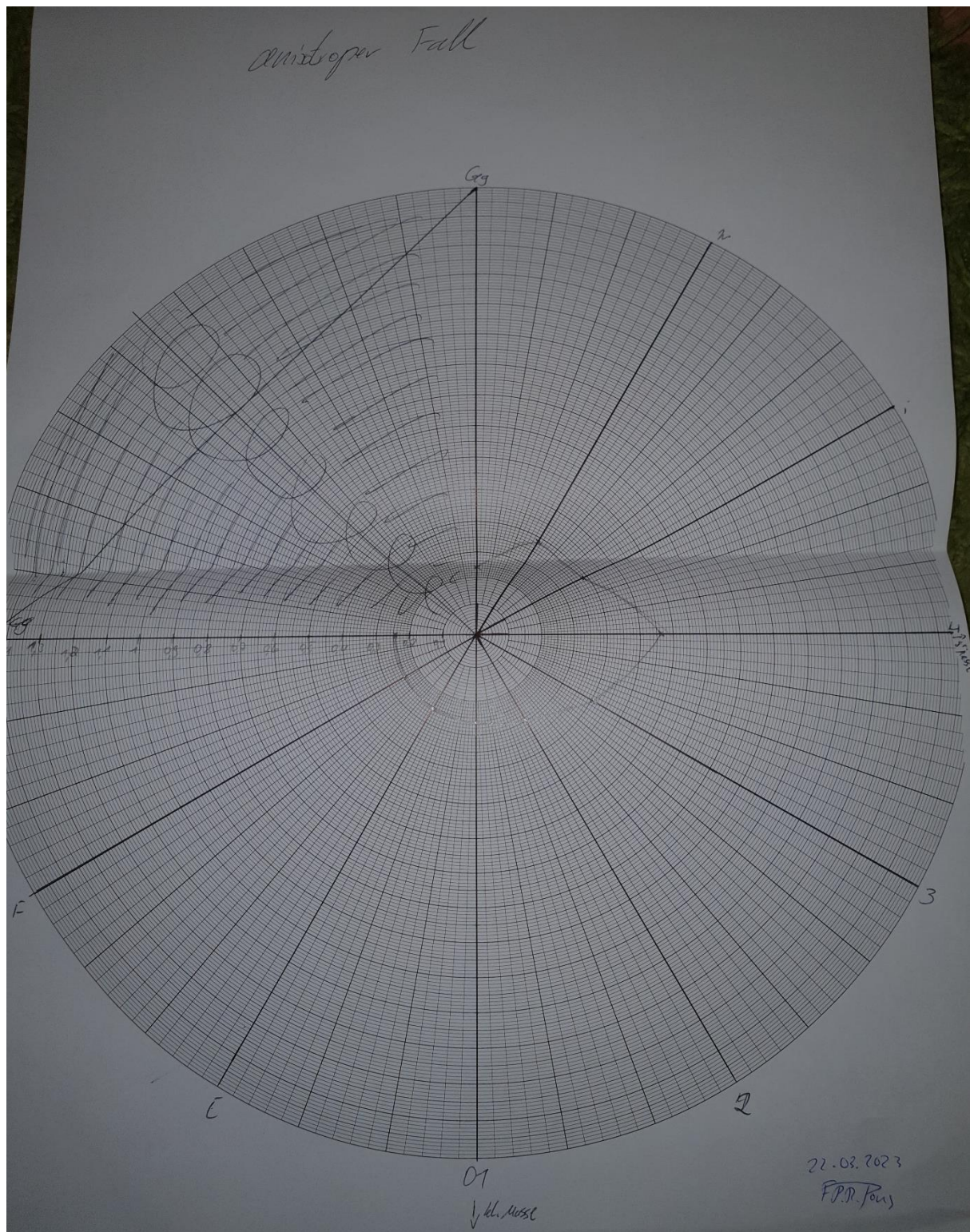


Abb. 3 : Trägheitse ellipsoid eines anisotropischen Körpers.



Dabei stellen die Achsen G/g, D/1 und 4/j die Hauptträgheitsachsen dar da diese die einzigen drei gemessenen Achsen darstellen die senkrecht zueinanderstehen. Mithilfe der Gleichung 3 lassen sich die drei Hauptträgheitsmomente bestimmen. Dies wird anhand der Achse G/g beispielhaft dargestellt.

$$J(\omega_{G/g}) = \frac{(4,16s)^2 \cdot 0,028 \frac{Nm}{rad}}{4\pi^2} = 0,0123 m^2 \cdot kg$$

Für die Hauptträgheitsachse ergibt sich  $J(\omega_{D/1}) = 0,0103 m^2 \cdot kg$  und für 4/j ergibt sich  $J(\omega_{4/j}) = 0,002 m^2 \cdot kg$

#### 5.4 Bestimmung des Trägheitsellipsoids $J$ eines isotropischen Körpers

Die Periodendauer  $T$  wird genau wie beim anisotropischen Körper berechnet

Tab. 5: Periodendauer  $T$  sowie der Kehrwert  $\frac{1}{T}$  der jeweiligen Achsen

Achse	10	11	12	13
$T$ in s	2,14	2,16	2,17	2,17
$\frac{1}{T}$ in $\frac{1}{s}$	0,47	0,46	0,46	0,46

In der Nachfolgenden Abbildung wird das Trägheitsellipsoid des isotropischen Körpers dargestellt

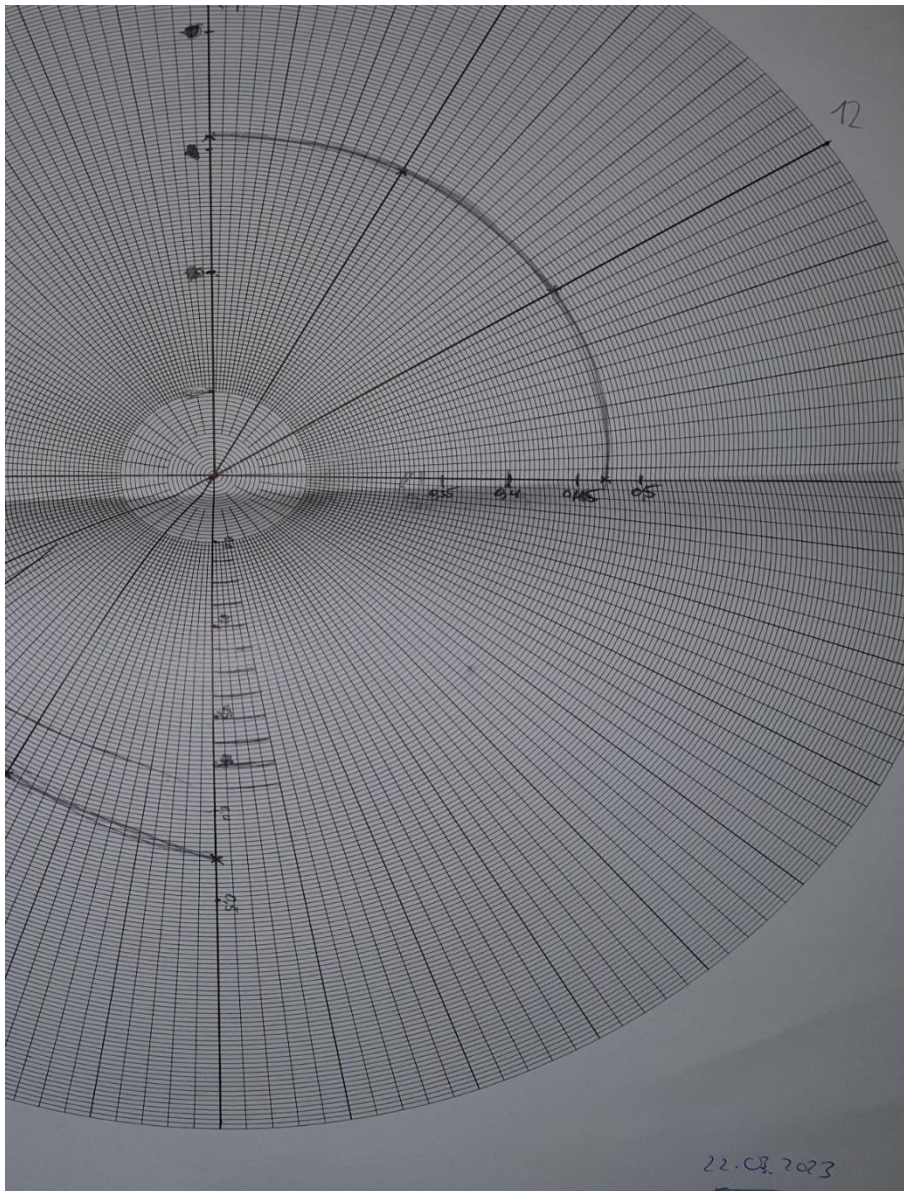


Abb. 4: Trägheitsellipsoid eines isotropischen Körpers.

Hierbei stellen 10 und 13 die Hauptträgheitsachsen dar, da diese die einzigen beiden Achsen darstellen die senkrecht zueinander stehen und das kartesische Koordinatensystem dementsprechend gewählt wurde. Auch hierbei werden die jeweiligen Trägheitsmomente über Gleichung 3 berechnet. Für 10 ergibt sich hierbei  $J(\omega_{10}) = 0,0032 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$ , für 13 ergibt sich  $J(\omega_{13}) = 0,0033 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$

## 6 Fehlerrechnung

### 6.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$ nach der statischen Methode

Die Fehlerbestimmung erfolgt über die Größtfehlerabschätzung. Diese wird über die Addition der gewichteten Größtfehler der einzelnen Messgrößen ermittelt. Dabei stellt der Gewichtungsfaktor die jeweilige partielle Ableitung dar. Bei der statistischen Methode wurde ein Größtfehler für die Kraft  $\Delta F$  von 0,02 N festgestellt, für die Länge  $\Delta l$  0,001m und für  $\Delta \varphi$  ein Größtfehler von  $\frac{\pi}{6}$  angenommen.

Aus der partiellen Ableitung von Gleichung 1 ergibt sich dann folgender Größtfehler:

$$\begin{aligned}
 \Delta D' &= \left| \frac{\partial D'}{\partial F} \right| \cdot \Delta F + \left| \frac{\partial D'}{\partial l} \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{\partial D'}{\partial \varphi} \right| \cdot \Delta \varphi \\
 &= \left| \frac{l}{\varphi} \right| \cdot \Delta F + \left| \frac{F}{\varphi} \right| \cdot \Delta l + \left| -\frac{F \cdot l}{\varphi^2} \right| \cdot \Delta \varphi \\
 &= \left| \frac{0,098\text{m}}{2\pi} \right| \cdot 0,02\text{N} + \left| \frac{1,80\text{N}}{2\pi} \right| \cdot 0,001\text{m} + \left| \frac{1,80\text{N} \cdot 0,098\text{m}}{4\pi^2} \right| \cdot \frac{\pi}{6} = 0,003 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}
 \end{aligned}$$

Damit wurde die Winkelrichtgröße auf  $(0,0281 \pm 0,003) \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$  genau bestimmt.

## 6.2 Bestimmung der Winkelrichtgröße $D'$ nach der dynamischen Methode

Bei der dynamischen Methode wurde wie bei der Statistischen Methode ein Größtfehler von  $\Delta l = 0,001\text{m}$  festgestellt. Für die Masse  $\Delta m = 0,2\text{g}$ , für die Zeit  $\Delta T = 0,062\text{s}$ . Dieser Zeitfehler setzt sich aus dem Zeitfehler der Stoppuhr (0,01s), der menschlichen Reaktionszeit (0,3s) zusammen. Dieser Wert wird durch die Anzahl der Perioden geteilt.

$$\Delta T = \frac{0,31\text{s}}{5} = 0,062\text{s}$$

Damit ergibt sich für die Winkelgröße folgender Größtfehler:

$$\begin{aligned}
 \Delta D' &= \left| \frac{\partial D'}{\partial m} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial D'}{\partial l_1} \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{\partial D'}{\partial T_1} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{\partial D'}{\partial l_2} \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{\partial D'}{\partial T_2} \right| \cdot \Delta T \\
 &= \left| \frac{8\pi^2 \cdot l_1^2 - l_2^2}{T_1^2 - T_2^2} \right| \cdot \Delta F + \left| \frac{4\pi^2 \cdot 2m \cdot l_1}{T_1^2 - T_2^2} \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{-4\pi^2 \cdot m \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{(T_1^2 - T_2^2)^2} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{-4\pi^2 \cdot 2m \cdot l_2}{T_1^2 - T_2^2} \right| \cdot \Delta l \\
 &\quad + \left| \frac{-4\pi^2 \cdot m \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{(T_1^2 - T_2^2)^2} \right| \cdot \Delta T \\
 &= \left| \frac{8\pi^2 \cdot ((0,154\text{m})^2 - (0,094\text{m})^2)}{(3,22\text{s})^2 - (2,27\text{s})^2} \right| \cdot 0,02\text{N} + \left| \frac{4\pi^2 \cdot 0,2192\text{kg} \cdot (0,154\text{m} - 0,094\text{m})}{(3,22\text{s})^2 - (2,27\text{s})^2} \right| \cdot 0,001\text{m} \\
 &\quad + \left| \frac{-4\pi^2 \cdot 0,2192\text{kg} \cdot ((0,154\text{m})^2 - (0,094\text{m})^2)}{((3,22\text{s})^2 - (2,27\text{s})^2)^2} \right| \cdot 0,062\text{s} \\
 &\quad + \left| \frac{-4\pi^2 \cdot 0,2192\text{kg} \cdot (0,154\text{m} - 0,094\text{m})}{(3,22\text{s})^2 - (2,27\text{s})^2} \right| \cdot 0,001\text{m} \\
 &\quad + \left| \frac{-4\pi^2 \cdot 0,2192\text{kg} \cdot ((0,154\text{m})^2 - (0,094\text{m})^2)}{((3,22\text{s})^2 - (2,27\text{s})^2)^2} \right| \cdot 0,062\text{s} \\
 &= 0,0053 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}
 \end{aligned}$$

Damit wurde die Winkelrichtgröße auf  $(0,0247 \pm 0,0053) \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$  genau bestimmt.

### 6.3 Bestimmung des Trägheitsellipsoids $J$ eines anisotropischen Körpers

Für den Größtfehler der Zeit wurde  $\Delta T = 0,062\text{s}$  bestimmt. Dieser Zeitfehler setzt sich aus dem Zeitfehler der Stoppuhr (0,01s), der menschlichen Reaktionszeit (0,3s) zusammen. Dieser Wert wird durch die Anzahl der Perioden geteilt, siehe 6.2.

Aus der Berechnung der Größtfehler vom  $\Delta D'$  von der statischen Methode ergab sich ein Wert von  $\pm 0,0006 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ . Dadurch ergibt sich für die Achse G/g folgender Größtfehler:

$$\begin{aligned}\Delta J(\omega_{G/g}) &= \left| \frac{\partial J(\omega_{G/g})}{\partial T} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{\partial J(\omega_{G/g})}{\partial D'} \right| \cdot \Delta D' \\ &= \left| \frac{T^2}{4\pi^2} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{2D' \cdot T}{4\pi^2} \right| \cdot \Delta D' \\ &= \left| \frac{2 \cdot 0,028 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \cdot 4,16\text{s}}{4\pi^2} \right| \cdot 0,31\text{s} + \left| \frac{(4,16\text{s})^2}{4\pi^2} \right| \cdot 0,0006 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} = 0,002\text{m}^2 \cdot \text{kg}\end{aligned}$$

Somit ergibt sich für die Achse G/g ein Trägheitsmoment von  $(0,0123 \pm 0,002)\text{m}^2 \cdot \text{kg}$ , für die Achse D/1 ein Trägheitsmoment von  $(0,0103 \pm 0,0019)\text{m}^2 \cdot \text{kg}$  und für die Achse 4/j ein Trägheitsmoment von  $(0,002 \pm 0,0008)\text{m}^2 \cdot \text{kg}$

### 6.4 Bestimmung des Trägheitsellipsoids $J$ eines isotropischen Körpers

Da die Größtfehler sowie die Gewichtung der Fehler denen des anisotropischen Körpers entsprechen wird hierbei auf ein Beispiel verzichtet. Somit ergibt sich für das Trägheitsmoment der Achse 10 ein Wert von  $(0,0032 \pm 0,0010)\text{m}^2 \cdot \text{kg}$ . Für die Achse 13 ein Trägheitsmoment von  $(0,0033 \pm 0,0010)\text{m}^2 \cdot \text{kg}$ .

## 7 Zusammenfassung

Über den Versuch sollte das Trägheitsellipsoid eines isotropischen und eines anisotropischen Körpers bestimmt werden. Zuerst wurde dazu die Winkelrichtgröße über die statistische und dynamische Methode ermittelt. Dabei ergab sich nach der Statischen Methode ein Wert von  $(0,0281 \pm 0,003) \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$  und nach der Dynamischen Methode ein Wert von  $(0,0247 \pm 0,0053) \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$

Anschließend wurde mithilfe der Winkelrichtgröße die jeweiligen Trägheitsmomente der der Achsen des anisotropischen und des isotropischen Körpers bestimmt. Beim anisotropischen Körper ergab sich die Hauptträgheitsmomente die Trägheitsmomente  $J(\omega_{G/g}) = (0,0123 \pm 0,002)\text{m}^2 \cdot \text{kg}$ , für die Achse D/1 ein Trägheitsmoment von  $J(\omega_{D/1}) = (0,0103 \pm 0,0019)\text{m}^2 \cdot \text{kg}$  und für die Achse 4/j ein Trägheitsmoment von  $J(\omega_{4/j}) = (0,002 \pm 0,0008)\text{m}^2 \cdot \text{kg}$ . Beim isotropischen Körper ergab sich für die Hauptträgheitsmomente die Werte von  $J(\omega_{10}) = (0,0032 \pm 0,0010)\text{m}^2 \cdot \text{kg}$  und für die Achse 13 ein Trägheitsmoment von  $J(\omega_{13}) = (0,0033 \pm 0,0010)\text{m}^2 \cdot \text{kg}$ . Für die Achsen des anisotropischen Körpers wichen die Hauptträgheitsmomente voneinander ab, während die Hauptträgheitsmomente des isotropischen Körpers nahezu identisch sind, was zu erwarten war. Die größte Fehlerquelle sind systematischer und statistischer Natur da Alltagsgegenstände wie Lineale und Stoppuhren zur Messung verwendet wurden. Diese Fehler hätte durch präzisere Messgeräte signifikant reduziert werden können.



## 8 Quellen

[1] Anleitungstext M10 Trägheitsellipsoid, 2021

## 9 Anhang

Handwritten calculations on graph paper for a moment of inertia experiment.

**Table 1: Measured times (s)**

	10	11	12	13
1. SP: 4.66 s	10.86 s	10.68 s	10.78 s	10.91 s
2. SP:	10.41 s	10.82 s	10.86 s	10.75 s
3. SP:	10.87 s	10.87 s	10.87 s	10.82 s
1P:	2.142 s	2.158 s	2.167 s	2.165 s

**Calculated values:**

$D' = 0.028075 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$  (statische Methode)

$T_1 = 4.16 \text{ s}$        $T_u = 2.142 \text{ s}$

$T_2 = 3.817 \text{ s}$        $T_5 = 2.165 \text{ s}$

$T_3 = 1.759 \text{ s}$

**Formula for  $J(\omega)$ :**

$$J(\omega) = \frac{D' T^2(\omega)}{4\pi^2}$$

**Calculation for  $J(\omega)$ :**

$$J(\omega) = \frac{0.028075 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \cdot 4.16^2}{4\pi^2} \approx 0.0123 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

**Table 2: Calculated moments of inertia and periods**

#	$J(\omega) [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$T [\text{s}]$
1	0.0123	4.16
2	0.0103	3.817
3	0.0022	1.759
4	0.0033	2.142
5	0.0033	2.165

Date: 22.08.2023  
 T.P.P. 2023

Physik  
MBA - Vorkursaufgabe

Statistik:  
 $l = 9,8 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$   
 $F = 1,8 \text{ N} \pm 0,02 \text{ N}$   
 $m = 219,2 \text{ g} \pm 0,2 \text{ g}$   
 $l = 4,5 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$   
 $l = 9,4 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$

E für die Perioden

Periode	$\Delta t [s]$	$f [1/s]$
1	5,38	3,37
2	3,09	6,46
3	2,43	9,89
4	2,12	13,01
5	2,07	16,08

$\pm 0,01 \text{ s Messgerät}$   
 $\pm 0,1 \text{ s Reaktionszeit}$

anisotropisch: SP, 5 Perioden  
 $L_1 = G_1$   
 $L_2 = F$

Periode	$\Delta t [s]$	$f [1/s]$
1	1,92	1,52
2	2,24	4,21
3	2,49	6,70
4	2,72	8,82
5	2,48	11,55

$D = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{T_1 - T_2}$   
 $\approx 0,028025 \text{ 1/m}$

3.  $L_3 = E$   
 $L_4 = 2$   
 $L_5 = 3$   
 $L_6 = 4$   
 $L_7 = 5$   
 $L_8 = 6$   
 $L_9 = 7$   
 $L_{10} = 8$   
 $L_{11} = 9$   
 $L_{12} = 10$   
 $L_{13} = 11$   
 $L_{14} = 12$   
 $L_{15} = 13$   
 $L_{16} = 14$   
 $L_{17} = 15$   
 $L_{18} = 16$   
 $L_{19} = 17$   
 $L_{20} = 18$   
 $L_{21} = 19$   
 $L_{22} = 20$   
 $L_{23} = 21$   
 $L_{24} = 22$   
 $L_{25} = 23$   
 $L_{26} = 24$   
 $L_{27} = 25$   
 $L_{28} = 26$   
 $L_{29} = 27$   
 $L_{30} = 28$   
 $L_{31} = 29$   
 $L_{32} = 30$   
 $L_{33} = 31$   
 $L_{34} = 32$   
 $L_{35} = 33$   
 $L_{36} = 34$   
 $L_{37} = 35$   
 $L_{38} = 36$   
 $L_{39} = 37$   
 $L_{40} = 38$   
 $L_{41} = 39$   
 $L_{42} = 40$   
 $L_{43} = 41$   
 $L_{44} = 42$   
 $L_{45} = 43$   
 $L_{46} = 44$   
 $L_{47} = 45$   
 $L_{48} = 46$   
 $L_{49} = 47$   
 $L_{50} = 48$   
 $L_{51} = 49$   
 $L_{52} = 50$   
 $L_{53} = 51$   
 $L_{54} = 52$   
 $L_{55} = 53$   
 $L_{56} = 54$   
 $L_{57} = 55$   
 $L_{58} = 56$   
 $L_{59} = 57$   
 $L_{60} = 58$   
 $L_{61} = 59$   
 $L_{62} = 60$   
 $L_{63} = 61$   
 $L_{64} = 62$   
 $L_{65} = 63$   
 $L_{66} = 64$   
 $L_{67} = 65$   
 $L_{68} = 66$   
 $L_{69} = 67$   
 $L_{70} = 68$   
 $L_{71} = 69$   
 $L_{72} = 70$   
 $L_{73} = 71$   
 $L_{74} = 72$   
 $L_{75} = 73$   
 $L_{76} = 74$   
 $L_{77} = 75$   
 $L_{78} = 76$   
 $L_{79} = 77$   
 $L_{80} = 78$   
 $L_{81} = 79$   
 $L_{82} = 80$   
 $L_{83} = 81$   
 $L_{84} = 82$   
 $L_{85} = 83$   
 $L_{86} = 84$   
 $L_{87} = 85$   
 $L_{88} = 86$   
 $L_{89} = 87$   
 $L_{90} = 88$   
 $L_{91} = 89$   
 $L_{92} = 90$   
 $L_{93} = 91$   
 $L_{94} = 92$   
 $L_{95} = 93$   
 $L_{96} = 94$   
 $L_{97} = 95$   
 $L_{98} = 96$   
 $L_{99} = 97$   
 $L_{100} = 98$   
 $L_{101} = 99$   
 $L_{102} = 100$   
 $L_{103} = 101$   
 $L_{104} = 102$   
 $L_{105} = 103$   
 $L_{106} = 104$   
 $L_{107} = 105$   
 $L_{108} = 106$   
 $L_{109} = 107$   
 $L_{110} = 108$   
 $L_{111} = 109$   
 $L_{112} = 110$   
 $L_{113} = 111$   
 $L_{114} = 112$   
 $L_{115} = 113$   
 $L_{116} = 114$   
 $L_{117} = 115$   
 $L_{118} = 116$   
 $L_{119} = 117$   
 $L_{120} = 118$   
 $L_{121} = 119$   
 $L_{122} = 120$   
 $L_{123} = 121$   
 $L_{124} = 122$   
 $L_{125} = 123$   
 $L_{126} = 124$   
 $L_{127} = 125$   
 $L_{128} = 126$   
 $L_{129} = 127$   
 $L_{130} = 128$   
 $L_{131} = 129$   
 $L_{132} = 130$   
 $L_{133} = 131$   
 $L_{134} = 132$   
 $L_{135} = 133$   
 $L_{136} = 134$   
 $L_{137} = 135$   
 $L_{138} = 136$   
 $L_{139} = 137$   
 $L_{140} = 138$   
 $L_{141} = 139$   
 $L_{142} = 140$   
 $L_{143} = 141$   
 $L_{144} = 142$   
 $L_{145} = 143$   
 $L_{146} = 144$   
 $L_{147} = 145$   
 $L_{148} = 146$   
 $L_{149} = 147$   
 $L_{150} = 148$   
 $L_{151} = 149$   
 $L_{152} = 150$   
 $L_{153} = 151$   
 $L_{154} = 152$   
 $L_{155} = 153$   
 $L_{156} = 154$   
 $L_{157} = 155$   
 $L_{158} = 156$   
 $L_{159} = 157$   
 $L_{160} = 158$   
 $L_{161} = 159$   
 $L_{162} = 160$   
 $L_{163} = 161$   
 $L_{164} = 162$   
 $L_{165} = 163$   
 $L_{166} = 164$   
 $L_{167} = 165$   
 $L_{168} = 166$   
 $L_{169} = 167$   
 $L_{170} = 168$   
 $L_{171} = 169$   
 $L_{172} = 170$   
 $L_{173} = 171$   
 $L_{174} = 172$   
 $L_{175} = 173$   
 $L_{176} = 174$   
 $L_{177} = 175$   
 $L_{178} = 176$   
 $L_{179} = 177$   
 $L_{180} = 178$   
 $L_{181} = 179$   
 $L_{182} = 180$   
 $L_{183} = 181$   
 $L_{184} = 182$   
 $L_{185} = 183$   
 $L_{186} = 184$   
 $L_{187} = 185$   
 $L_{188} = 186$   
 $L_{189} = 187$   
 $L_{190} = 188$   
 $L_{191} = 189$   
 $L_{192} = 190$   
 $L_{193} = 191$   
 $L_{194} = 192$   
 $L_{195} = 193$   
 $L_{196} = 194$   
 $L_{197} = 195$   
 $L_{198} = 196$   
 $L_{199} = 197$   
 $L_{200} = 198$   
 $L_{201} = 199$   
 $L_{202} = 200$   
 $L_{203} = 201$   
 $L_{204} = 202$   
 $L_{205} = 203$   
 $L_{206} = 204$   
 $L_{207} = 205$   
 $L_{208} = 206$   
 $L_{209} = 207$   
 $L_{210} = 208$   
 $L_{211} = 209$   
 $L_{212} = 210$   
 $L_{213} = 211$   
 $L_{214} = 212$   
 $L_{215} = 213$   
 $L_{216} = 214$   
 $L_{217} = 215$   
 $L_{218} = 216$   
 $L_{219} = 217$   
 $L_{220} = 218$   
 $L_{221} = 219$   
 $L_{222} = 220$   
 $L_{223} = 221$   
 $L_{224} = 222$   
 $L_{225} = 223$   
 $L_{226} = 224$   
 $L_{227} = 225$   
 $L_{228} = 226$   
 $L_{229} = 227$   
 $L_{230} = 228$   
 $L_{231} = 229$   
 $L_{232} = 230$   
 $L_{233} = 231$   
 $L_{234} = 232$   
 $L_{235} = 233$   
 $L_{236} = 234$   
 $L_{237} = 235$   
 $L_{238} = 236$   
 $L_{239} = 237$   
 $L_{240} = 238$   
 $L_{241} = 239$   
 $L_{242} = 240$   
 $L_{243} = 241$   
 $L_{244} = 242$   
 $L_{245} = 243$   
 $L_{246} = 244$   
 $L_{247} = 245$   
 $L_{248} = 246$   
 $L_{249} = 247$   
 $L_{250} = 248$   
 $L_{251} = 249$   
 $L_{252} = 250$   
 $L_{253} = 251$   
 $L_{254} = 252$   
 $L_{255} = 253$   
 $L_{256} = 254$   
 $L_{257} = 255$   
 $L_{258} = 256$   
 $L_{259} = 257$   
 $L_{260} = 258$   
 $L_{261} = 259$   
 $L_{262} = 260$   
 $L_{263} = 261$   
 $L_{264} = 262$   
 $L_{265} = 263$   
 $L_{266} = 264$   
 $L_{267} = 265$   
 $L_{268} = 266$   
 $L_{269} = 267$   
 $L_{270} = 268$   
 $L_{271} = 269$   
 $L_{272} = 270$   
 $L_{273} = 271$   
 $L_{274} = 272$   
 $L_{275} = 273$   
 $L_{276} = 274$   
 $L_{277} = 275$   
 $L_{278} = 276$   
 $L_{279} = 277$   
 $L_{280} = 278$   
 $L_{281} = 279$   
 $L_{282} = 280$   
 $L_{283} = 281$   
 $L_{284} = 282$   
 $L_{285} = 283$   
 $L_{286} = 284$   
 $L_{287} = 285$   
 $L_{288} = 286$   
 $L_{289} = 287$   
 $L_{290} = 288$   
 $L_{291} = 289$   
 $L_{292} = 290$   
 $L_{293} = 291$   
 $L_{294} = 292$   
 $L_{295} = 293$   
 $L_{296} = 294$   
 $L_{297} = 295$   
 $L_{298} = 296$   
 $L_{299} = 297$   
 $L_{300} = 298$   
 $L_{301} = 299$   
 $L_{302} = 300$   
 $L_{303} = 301$   
 $L_{304} = 302$   
 $L_{305} = 303$   
 $L_{306} = 304$   
 $L_{307} = 305$   
 $L_{308} = 306$   
 $L_{309} = 307$   
 $L_{310} = 308$   
 $L_{311} = 309$   
 $L_{312} = 310$   
 $L_{313} = 311$   
 $L_{314} = 312$   
 $L_{315} = 313$   
 $L_{316} = 314$   
 $L_{317} = 315$   
 $L_{318} = 316$   
 $L_{319} = 317$   
 $L_{320} = 318$   
 $L_{321} = 319$   
 $L_{322} = 320$   
 $L_{323} = 321$   
 $L_{324} = 322$   
 $L_{325} = 323$   
 $L_{326} = 324$   
 $L_{327} = 325$   
 $L_{328} = 326$   
 $L_{329} = 327$   
 $L_{330} = 328$   
 $L_{331} = 329$   
 $L_{332} = 330$   
 $L_{333} = 331$   
 $L_{334} = 332$   
 $L_{335} = 333$   
 $L_{336} = 334$   
 $L_{337} = 335$   
 $L_{338} = 336$   
 $L_{339} = 337$   
 $L_{340} = 338$   
 $L_{341} = 339$   
 $L_{342} = 340$   
 $L_{343} = 341$   
 $L_{344} = 342$   
 $L_{345} = 343$   
 $L_{346} = 344$   
 $L_{347} = 345$   
 $L_{348} = 346$   
 $L_{349} = 347$   
 $L_{350} = 348$   
 $L_{351} = 349$   
 $L_{352} = 350$   
 $L_{353} = 351$   
 $L_{354} = 352$   
 $L_{355} = 353$   
 $L_{356} = 354$   
 $L_{357} = 355$   
 $L_{358} = 356$   
 $L_{359} = 357$   
 $L_{360} = 358$   
 $L_{361} = 359$   
 $L_{362} = 360$   
 $L_{363} = 361$   
 $L_{364} = 362$   
 $L_{365} = 363$   
 $L_{366} = 364$   
 $L_{367} = 365$   
 $L_{368} = 366$   
 $L_{369} = 367$   
 $L_{370} = 368$   
 $L_{371} = 369$   
 $L_{372} = 370$   
 $L_{373} = 371$   
 $L_{374} = 372$   
 $L_{375} = 373$   
 $L_{376} = 374$   
 $L_{377} = 375$   
 $L_{378} = 376$   
 $L_{379} = 377$   
 $L_{380} = 378$   
 $L_{381} = 379$   
 $L_{382} = 380$   
 $L_{383} = 381$   
 $L_{384} = 382$   
 $L_{385} = 383$   
 $L_{386} = 384$   
 $L_{387} = 385$   
 $L_{388} = 386$   
 $L_{389} = 387$   
 $L_{390} = 388$   
 $L_{391} = 389$   
 $L_{392} = 390$   
 $L_{393} = 391$   
 $L_{394} = 392$   
 $L_{395} = 393$   
 $L_{396} = 394$   
 $L_{397} = 395$   
 $L_{398} = 396$   
 $L_{399} = 397$   
 $L_{400} = 398$   
 $L_{401} = 399$   
 $L_{402} = 400$   
 $L_{403} = 401$   
 $L_{404} = 402$   
 $L_{405} = 403$   
 $L_{406} = 404$   
 $L_{407} = 405$   
 $L_{408} = 406$   
 $L_{409} = 407$   
 $L_{410} = 408$   
 $L_{411} = 409$   
 $L_{412} = 410$   
 $L_{413} = 411$   
 $L_{414} = 412$   
 $L_{415} = 413$   
 $L_{416} = 414$   
 $L_{417} = 415$   
 $L_{418} = 416$   
 $L_{419} = 417$   
 $L_{420} = 418$   
 $L_{421} = 419$   
 $L_{422} = 420$   
 $L_{423} = 421$   
 $L_{424} = 422$   
 $L_{425} = 423$   
 $L_{426} = 424$   
 $L_{427} = 425$   
 $L_{428} = 426$   
 $L_{429} = 427$   
 $L_{430} = 428$   
 $L_{431} = 429$   
 $L_{432} = 430$   
 $L_{433} = 431$   
 $L_{434} = 432$   
 $L_{435} = 433$   
 $L_{436} = 434$   
 $L_{437} = 435$   
 $L_{438} = 436$   
 $L_{439} = 437$   
 $L_{440} = 438$   
 $L_{441} = 439$   
 $L_{442} = 440$   
 $L_{443} = 441$   
 $L_{444} = 442$   
 $L_{445} = 443$   
 $L_{446} = 444$   
 $L_{447} = 445$   
 $L_{448} = 446$   
 $L_{449} = 447$   
 $L_{450} = 448$   
 $L_{451} = 449$   
 $L_{452} = 450$   
 $L_{453} = 451$   
 $L_{454} = 452$   
 $L_{455} = 453$   
 $L_{456} = 454$   
 $L_{457} = 455$   
 $L_{458} = 456$   
 $L_{459} = 457$   
 $L_{460} = 458$   
 $L_{461} = 459$   
 $L_{462} = 460$   
 $L_{463} = 461$   
 $L_{464} = 462$   
 $L_{465} = 463$   
 $L_{466} = 464$   
 $L_{467} = 465$   
 $L_{468} = 466$   
 $L_{469} = 467$   
 $L_{470} = 468$   
 $L_{471} = 469$   
 $L_{472} = 470$   
 $L_{473} = 471$   
 $L_{474} = 472$   
 $L_{475} = 473$   
 $L_{476} = 474$   
 $L_{477} = 475$   
 $L_{478} = 476$   
 $L_{479} = 477$   
 $L_{480} = 478$   
 $L_{481} = 479$   
 $L_{482} = 480$   
 $L_{483} = 481$   
 $L_{484} = 482$   
 $L_{485} = 483$   
 $L_{486} = 484$   
 $L_{487} = 485$   
 $L_{488} = 486$   
 $L_{489} = 487$   
 $L_{490} = 488$   
 $L_{491} = 489$   
 $L_{492} = 490$   
 $L_{493} = 491$   
 $L_{494} = 492$   
 $L_{495} = 493$   
 $L_{496} = 494$   
 $L_{497} = 495$   
 $L_{498} = 496$   
 $L_{499} = 497$   
 $L_{500} = 498$   
 $L_{501} = 499$   
 $L_{502} = 500$   
 $L_{503} = 501$   
 $L_{504} = 502$   
 $L_{505} = 503$   
 $L_{506} = 504$   
 $L_{507} = 505$   
 $L_{508} = 506$   
 $L_{509} = 507$   
 $L_{510} = 508$   
 $L_{511} = 509$   
 $L_{512} = 510$   
 $L_{513} = 511$   
 $L_{514} = 512$   
 $L_{515} = 513$   
 $L_{516} = 514$   
 $L_{517} = 515$   
 $L_{518} = 516$   
 $L_{519} = 517$   
 $L_{520} = 518$   
 $L_{521} = 519$   
 $L_{522} = 520$   
 $L_{523} = 521$   
 $L_{524} = 522$   
 $L_{525} = 523$   
 $L_{526} = 524$   
 $L_{527} = 525$   
 $L_{528} = 526$   
 $L_{529} = 527$   
 $L_{530} = 528$   
 $L_{531} = 529$   
 $L_{532} = 530$   
 $L_{533} = 531$   
 $L_{534} = 532$   
 $L_{535} = 533$   
 $L_{536} = 534$   
 $L_{537} = 535$   
 $L_{538} = 536$   
 $L_{539} = 537$   
 $L_{540} = 538$   
 $L_{541} = 539$   
 $L_{542} = 540$   
 $L_{543} = 541$   
 $L_{544} = 542$   
 $L_{545} = 543$   
 $L_{546} = 544$   
 $L_{547} = 545$   
 $L_{548} = 546$   
 $L_{549} = 547$   
 $L_{550} = 548$   
 $L_{551} = 549$   
 $L_{552} = 550$   
 $L_{553} = 551$   
 $L_{554} = 552$   
 $L_{555} = 553$   
 $L_{556} = 554$   
 $L_{557} = 555$   
 $L_{558} = 556$   
 $L_{559} = 557$   
 $L_{560} = 558$   
 $L_{561} = 559$   
 $L_{562} = 560$   
 $L_{563} = 561$   
 $L_{564} = 562$   
 $L_{565} = 563$   
 $L_{566} = 564$   
 $L_{567} = 565$   
 $L_{568} = 566$   
 $L_{569} = 567$   
 $L_{570} = 568$   
 $L_{571} = 569$   
 $L_{572} = 570$   
 $L_{573} = 571$   
 $L_{574} = 572$   
 $L_{575} = 573$   
 $L_{576} = 574$   
 $L_{577} = 575$   
 $L_{578} = 576$   
 $L_{579} = 577$   
 $L_{580} = 578$   
 $L_{581} = 579$   
 $L_{582} = 580$   
 $L_{583} = 581$   
 $L_{584} = 582$   
 $L_{585} = 583$   
 $L_{586} = 584$   
 $L_{587} = 585$   
 $L_{588} = 586$   
 $L_{589} = 587$   
 $L_{590} = 588$   
 $L_{591} = 589$   
 $L_{592} = 590$   
 $L_{593} = 591$   
 $L_{594} = 592$   
 $L_{595} = 593$   
 $L_{596} = 594$   
 $L_{597} = 595$   
 $L_{598} = 596$   
 $L_{599} = 597$   
 $L_{600} = 598$   
 $L_{601} = 599$   
 $L_{602} = 600$   
 $L_{603} = 601$   
 $L_{604} = 602$   
 $L_{605} = 603$   
 $L_{606} = 604$   
 $L_{607} = 605$   
 $L_{608} = 606$   
 $L_{609} = 607$   
 $L_{610} = 608$   
 $L_{611} = 609$   
 $L_{612} = 610$   
 $L_{613} = 611$   
 $L_{614} = 612$   
 $L_{615} = 613$   
 $L_{616} = 614$   
 $L_{617} = 615$   
 $L$