Aufgaben - Woche 1

Aufgabe 1.1

$$p = \frac{nRT}{V}; n = \frac{m}{M}$$

$$p = \frac{mRT}{MV}$$

$$M = \frac{mRT}{pV} = \frac{2.55\mathrm{g} \cdot 373.15\mathrm{K} \cdot \ 8.314\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K}}}{101325\mathrm{kPa}} = 78.08\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$$

Für den Stoff mit der Formel C_6H_6 ergibt die Molmasse
$M = 6 \cdot M(\mathrm{C}) + 6 \cdot M(\mathrm{H}) = 78.08\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$

Aufgabe 1.2

ACHTUNG, dieser Teil der Aufgabe ist falsch.
Für den Druck gilt:

$$p_H = \frac{nRT}{V} = \frac{2\mathrm{mol} \cdot 273.1\mathrm{K} \cdot 8.135\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K}}}{0.0224\mathrm{m}^3} = 99187\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

$$p_N = 198375,2\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Die Reaktion läuft nach folgender Gleichung ab:
$3\,H_2 + N_2 \longrightarrow NH_3$
Somit ergibt der Druck nach der vollständigen Umsetzung:

$$p_{Ges} = \frac{3}{4}p_H + \frac{1}{4}p_N = 198375,2\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Korrekte Lösung:

-	n_H	n_N n_{NH3}	
vor:	2 mol	1 mol	-
Reakt:	2 mol	$\frac{2}{3}$ mol	$\frac{4}{3}$ mol
nach:	-	$\frac{1}{3}$ mol	$\frac{4}{3}$ mol

$$n_{ges} = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}(\mathrm{mol})$$

$$p_{ges} = 1,69 \cdot 10^5 Pa$$

$$x_i = \frac{n_i}{n_{ges}}$$

$$x_H = 0; x_N = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}}; x_{NH3} = 0,8$$

$$p_i = x_i \cdot p_{ges}$$

Damit berechnen.

Aufgabe 1.3

a)

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dT$$

b)

$$d^2p = \frac{2nR}{V^3}d^2V - 2\frac{nR}{V^2}dTdV$$

Schwartzschen Satz beweisen:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 p}{\partial T \partial V}$$

$$-\frac{nr}{V^2} = -\frac{nr}{V^2}$$

Aufgabe 1.4

a)

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{\frac{nRT}{p}} \cdot \frac{nR}{p} = \frac{1}{T}$$

$$\beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{\frac{nRT}{V}} \cdot \frac{nR}{V} = \frac{1}{T}$$

$$K = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_V = -\frac{1}{\frac{nRT}{V}} \cdot -\left(\frac{nRT}{p^2}\right) = \frac{1}{p}$$

b)

$$\alpha = \beta K p$$

$$\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \cdot \left(-\frac{1}{V}\right)\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T | \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p = -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P$$

Da gilt:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = -1; \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p = 1$$

Ergibt dies:

$$1 = 1$$

Aufgabe 1.5

$$\lambda = \frac{\langle v \rangle}{z_1} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma\frac{N}{V}} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma\frac{p}{K_B T}}$$

Auf diese GLeichung kommt man mit folgenden Umformungen:

$$z_1 = \sqrt{2}\langle v \rangle \sigma \frac{N}{V}$$

$$pV = nRT | n = \frac{N}{N_A}$$

$$pV = \frac{N}{N_A} RT = N K_B T$$

$$p = \frac{N}{V} K_B T$$

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{K_B T}$$

Somit:

$$\lambda_N = 6.76 \cdot 10^{-5}\text{m}$$

Aufgabe 1.6

$$T_1 = 273.15\,\text{K}, T_2 = 373.15\,\text{K}$$

$$p_1 = p_2$$

$$\frac{n_1 R T_1}{V} = \frac{n_2 R T_2}{V}$$

$$n_1 T_1 = n_2 T_2$$

$$n_1 + n_2 = n = 2\,\text{mol}$$

$$n_1 T_1 = (2 - n_1) T_2$$

$$n_1 T_1 = 2T_2 - n_1 T_2$$

$$n_1 (T_1 + T_2) = 2T_2$$

$$n_1 \frac{2T_2}{T_1 + T_2} = 0.845\,\text{mol}$$

$$n_2 = 2 - n_1 = 1.155\,\text{mol}$$

$$p = \frac{n_1 R T_1}{V} = 1.072 \cdot 10^5\,\text{Pa}$$

Aufgabe 1.7

$$E_{pot} = 4\epsilon \left(\left(\frac{r_0}{r} \right)^{12} - \left(\frac{r_0}{r} \right)^6 \right)$$

$$F = \frac{dE_{pot}}{dr} = \left(\left(-12 \cdot 4\epsilon r_0^{12} \cdot r^{-13} \right) - \left(-6 \cdot 4\epsilon r_0^6 r^{-7} \right) \right)$$

$$\frac{48\epsilon r_0^{12}}{r^1 3} - \frac{24\epsilon r_0^6}{r^7} = 0$$

damit:

$$0 = \frac{2r_0^1 2}{r^1 3} - \frac{r_0^6}{r^2}$$

Damit:

$$r_0^6 r^6 = 2r_0^1 2$$

$$r = \sqrt[6]{2} r_0$$

$$r^6 = \frac{2r_0^{12}}{r_0^6} = 2r_0^6$$

$$r = \sqrt[6]{2} r_0$$

$$E_{pot} = -\epsilon$$