

# Aufgaben - Woche 1

## Aufgabe 1.1

$$p = \frac{nRT}{V}; n = \frac{m}{M}$$

$$p = \frac{mRT}{MV}$$

$$M = \frac{mRT}{pV} = \frac{2.55\text{g} \cdot 373.15\text{K} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{101325\text{kPa}} = 78.08 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Für den Stoff mit der Formel  $\text{C}_6\text{H}_6$  ergibt die Molmasse

$$M = 6 \cdot M(\text{C}) + 6 \cdot M(\text{H}) = 78.08 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

## Aufgabe 1.2

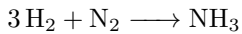
ACHTUNG, dieser Teil der Aufgabe ist falsch.

Für den Druck gilt:

$$p_H = \frac{nRT}{V} = \frac{2\text{mol} \cdot 273.1\text{K} \cdot 8.135 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{0.0224\text{m}^3} = 99187 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$p_N = 198375, 2 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Die Reaktion läuft nach folgender Gleichung ab:



Somit ergibt der Druck nach der vollständigen Umsetzung:

$$p_{Ges} = \frac{3}{4}p_H + \frac{1}{4}p_N = 198375, 2 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Korrekte Lösung:

-	$n_H$	$n_N$	$n_{\text{NH}_3}$
vor:	2 mol	1 mol	-
Reakt:	2 mol	$\frac{2}{3}$ mol	$\frac{4}{3}$ mol
nach:	-	$\frac{1}{3}$ mol	$\frac{4}{3}$ mol

$$n_{ges} = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}(\text{mol})$$

$$p_{ges} = 1,69 \cdot 10^5 \text{Pa}$$

$$x_i = \frac{n_i}{n_{ges}}$$

$$x_H = 0; x_N = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}}; x_{\text{NH}_3} = 0,8$$

$$p_i = x_i \cdot p_{ges}$$

Damit berechnen.

## Aufgabe 1.3

a)

$$dp = \left( \frac{\partial p}{\partial V} \right)_T dV + \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dT$$

b)

$$d^2p = \frac{2nR}{V^3} d^2V - 2 \frac{nR}{V^2} dT dV$$

Schwartzschen Satz beweisen:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 p}{\partial T \partial V}$$
$$-\frac{nr}{V^2} = -\frac{nr}{V^2}$$

## Aufgabe 1.4

a)

$$\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\frac{nRT}{p}} \cdot \frac{nR}{p} = \frac{1}{T}$$
$$\beta = \frac{1}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{\frac{nRT}{V}} \cdot \frac{nR}{V} = \frac{1}{T}$$
$$K = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = -\frac{1}{\frac{nRT}{V}} \cdot -\left( \frac{nRT}{p^2} \right) = \frac{1}{p}$$

b)

$$\alpha = \beta K p$$
$$\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \cdot \left( -\frac{1}{V} \right) \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$
$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = - \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_p$$
$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_p = - \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_p$$

Da gilt:

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = -1; \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_p = 1$$

Ergibt dies:

$$1 = 1$$

## Aufgabe 1.5

$$\lambda = \frac{\langle v \rangle}{z_1} = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma \frac{N}{V}} = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma \frac{p}{K_B T}}$$

Auf diese Gleichung kommt man mit folgenden Umformungen:

$$z_1 = \sqrt{2} \langle v \rangle \sigma \frac{N}{V}$$
$$pV = nRT | n = \frac{N}{N_A}$$
$$pV = \frac{N}{N_A} RT = N K_B T$$
$$p = \frac{N}{V} K_B T$$
$$\frac{N}{V} = \frac{p}{K_B T}$$

Somit:

$$\lambda_N = 6.76 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

## Aufgabe 1.6

$$T_1 = 273.15 \text{ K}, T_2 = 373.15 \text{ K}$$

$$p_1 = p_2$$

$$\frac{n_1 R T_1}{V} = \frac{n_2 R T_2}{V}$$

$$n_1 T_1 = n_2 T_2$$

$$n_1 + n_2 = n = 2 \text{ mol}$$

$$n_1 T_1 = (2 - n_1) T_2$$

$$n_1 T_1 = 2 T_2 - n_1 T_2$$

$$n_1 (T_1 + T_2) = 2 T_2$$

$$n_1 \frac{2 T_2}{T_1 + T_2} = 0.845 \text{ mol}$$

$$n_2 = 2 - n_1 = 1.155 \text{ mol}$$

$$p = \frac{n_1 R T_1}{V} = 1.072 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

## Aufgabe 1.7

$$E_{pot} = 4\varepsilon \left( \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} - \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right)$$

$$F = \frac{dE_{pot}}{dr} = ((-12 \cdot 4\varepsilon r_0^{12} \cdot r^{-13}) - (-6 \cdot 4\varepsilon r_0^6 r^{-7}))$$

$$\frac{48\varepsilon r_0^{12}}{r^{13}} - \frac{24\varepsilon r_0^6}{r^7} = 0$$

damit:

$$0 = \frac{2r_0^{12}}{r^{13}} - \frac{r_0^6}{r^7}$$

Damit:

$$r_0^6 r^6 = 2 r_0^{12}$$

$$r = \sqrt[6]{2} r_0$$

$$r^6 = \frac{2 r_0^{12}}{r_0^6} = 2 r_0^6$$

$$r = \sqrt[6]{2} r_0$$

$$E_{pot} = -\varepsilon$$

## Aufgaben - Woche 2

### Aufgabe 2.1

Wird die Virialgleichung nach dem zweiten Glied abgebrochen lautet diese:

$$\frac{p V_m}{RT} = 1 + B_p p$$

Mit den ersten Werten  $p = 1.013 \text{ bar}$  und  $p V_m = 22.693 \frac{\text{bar}}{\text{mol}}$ , ergibt sich:

$$\frac{22.693 \frac{\text{bar}}{\text{mol}}}{8.3145 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 273 \text{ K}} = 1 + B_p \cdot 1.013 \text{ bar} \rightarrow B_p = -0.977 \text{ J}$$

$p$ [bar]	$pV_m$ [ $\frac{\text{bar}}{\text{mol}}$ ]	$B_p$ [J]
1.013	22.693	-0.9772
3.039	22.673	-0.3256
5.065	22.652	-0.1955

Mit der Gleichung

$$T_B \approx \frac{a}{bR}$$

mit den Van-der-Waals-Koeffizienten  $a(\text{N}_2) = 140.8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Jm}^3}{\text{mol}^2}$  und  $b(\text{N}_2) = 39.1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$

$$T_B = 433.10 \text{ K} < 273 \text{ K}$$

Somit liegt die Messtemperatur unter der Boyletemperatur  $T_B$ .

## Aufgabe 2.2

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - a \left( \frac{n}{V} \right)^2 = \frac{1 \cdot 8.3145 \cdot 200}{0.005 - 1 \cdot 39.13 \cdot 10^{-6}} - 140.8 \cdot 10^{-3} \left( \frac{1}{0.005} \right)^2 \text{ bar} = 329.5740 \text{ kbar}$$

$$p = \frac{nRT}{V} \rightarrow p = \frac{1 \cdot 8.3145 \cdot 200}{0.005} \text{ bar} = 332.5800 \text{ kbar}$$

Da der Druck nach der VdW Gleichung kleiner ist als nach der idealen Gasgleichung ist davon auszugehen, dass die anziehenden Kräfte zwischen den Molekülen überwiegt, dafür spricht auch das typische Verhalten bei kleinem  $T$  und  $B_p < 0$

## Aufgabe 2.6

a)

$$w = - \int_{V_A}^{V_E} p dV = -nRT \ln \left( \frac{V_E}{V_A} \right) = -1 \cdot 8.3145 \cdot 273 \cdot \ln \left( \frac{0.0448}{0.0224} \right) \text{ J} = -1573,3460 \text{ J}$$

b)

$$-p_{ex} \Delta V = -\frac{RT}{V} \cdot 0.0224 \text{ m}^3 = 2269.8585 \text{ J}$$

c)

$$w = 0$$