

# 复杂网络直径计算探索

bourneli

2016年8月

# 近几年相关论文

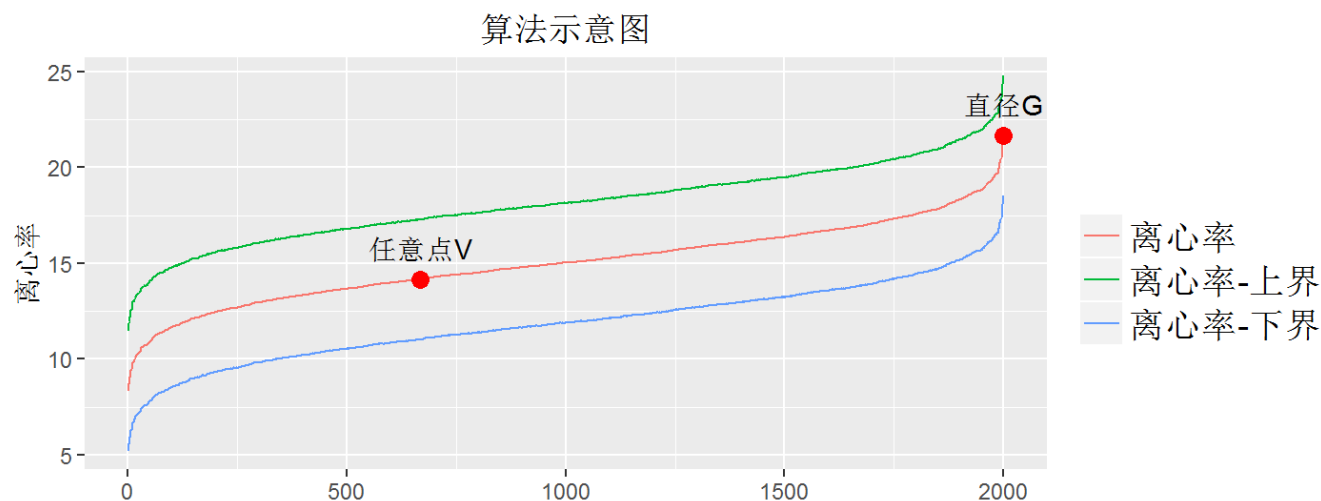
- (1999)Fast Estimation of Diameter and Shortest Paths without matrix multiplication; D. Aingworth, C. Checkuri, R. Motwani;  
 $O(m\sqrt{n \log n} + n^2 \log n)$
- (2013)Fast Approximation Algorithms for the Diameter and Radius of Sparse Graphs;Liam Roditty, Virginia Vassilevska Williams; $O(mn^{1/2})$
- (2014)Better Approximation Algorithms for the Graph Diameter;Shiri Chechik; Daniel H. Larkin, Liam Roditty, Grant Schoenebeck, Robert E. Tarjan, Virginia Vassilevska Williams; $O(m^{3/2})$ ;  $O(mn^{2/3})$
- (2011)Determining the Diameter of Small world Networks;Frank W. Takes,Walter A. Kusters; $O(mn)$ ,小世界网络效果非常好，但是没有理论证明。

前三篇论文思想一脉相承，均是估算直径范围，有严格数学理论证明，复杂度较高；最后一篇，无理论证明，复杂度较高，但实验显示，在小世界网络有较好效果，且可以计算精确直径。

# 小世界网络直径计算

## 算法思路

根据当前点的离心率，推断所有其他点的离心率。由于直径等于最大离心率，所以可以不断缩小直径的上界和下界，同时排除掉那些对上界和下界没有贡献的点。最终得到精确的直径。



# 相关定义与推论-Part 1

定义1:  $dist(v, w)$  是点  $v$  到  $w$  的最短路径长度

定义2: 离心率  $\epsilon(v)$  是节点  $v$  到其他点的最大最短路径

$$\epsilon(v) = \max_{w \in V} dist(v, w)$$

推论1: 直径  $\Delta G$  与离心率的关系

$$\Delta G = \max_{v \in V} \epsilon(v)$$
$$\epsilon(v) \leq \Delta(G) \leq 2\epsilon(v)$$

## 相关定义与推论-Part 2

推论2: 离心率界线, 已知点 $v$ 的离心率 $\epsilon(v)$ , 对任意点 $w \in V$ (包括 $v$ )有

$$\max(\epsilon(v) - \text{dist}(v, w), \text{dist}(v, w)) \leq \epsilon(w) \leq \epsilon(v) + \text{dist}(v, w)$$

定义3:  $\epsilon_L(v)$ 为当前点离心率下界,  $\epsilon_U(v)$ 为离心率上界。

推论3: 直径界限

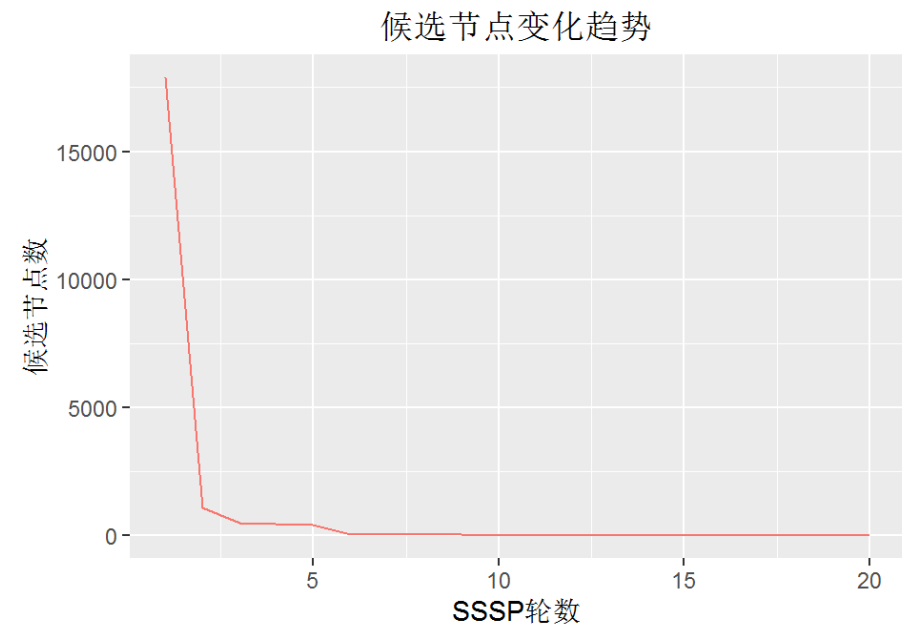
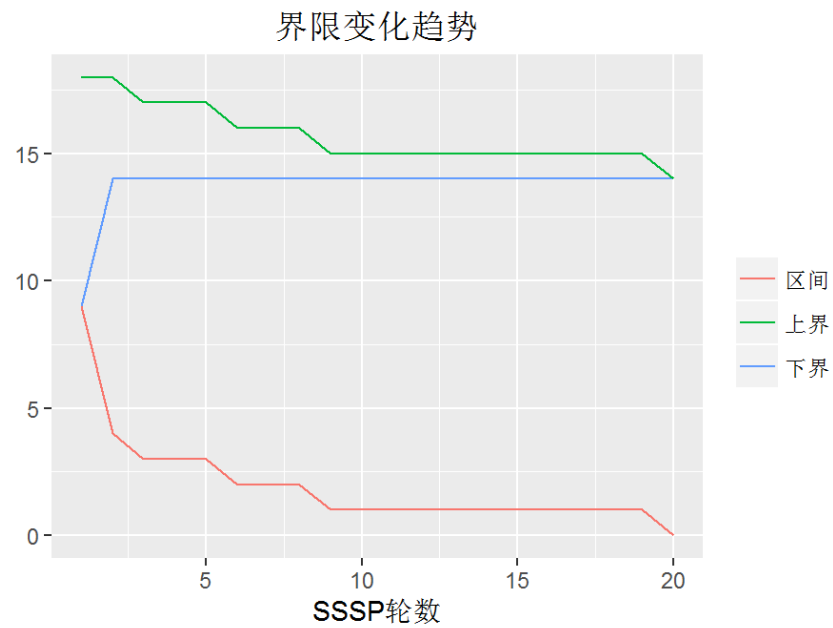
$$\max_{v \in V} \epsilon_L(v) \leq \Delta(G) \leq \min(\max_{v \in V} \epsilon_U(v), 2 * \min_{v \in V} \epsilon_U(v))$$

# 实验及结果-多数据计算

数据	有向	有权	节点数	边数	直径	SSSP轮数	描述
<b>AstroPhys</b>	无	无	17,903	394,003	14	27.80	天文物理论文协作网络，一起发过论文的科学家作为边
<b>Enron</b>	无	无	33,696	180,811	13	18.73	Enron公司邮件网络，有过邮件交互算作一条边
<b>Skitter</b>	无	无	1,694,616	11,094,209	31	7.65	互联网拓扑结构，2005年
<b>Web</b>	有	无	855,802	5,066,842	24	6.60	Google抓取的互联网页面网络，2002年
<b>CF 5次+</b>	有	有	892,151	9,273,672	9520	3.75	CF对局，5次及以上作为边

以上试验使用R单机实现，每一组数据均试验20轮，取平均需要的SSSP轮数。SSSP轮数相比于节点数，基本上可以忽略不计。

# 实验及结果-边界趋势



- 选取天体物理论文网络
- 上下界收敛非常快

# 参考资料

- [图直径与离心率\(eccentricity\)相关推论](#)
- [精确计算小世界网络直径](#)