

Slide03 必做题

Exercise 3.1.1 写出下列语言的正规表达式:

b) 从右端数第 10 个位置是 1 的所有 0, 1 字符串的集合.

c) 最多包含两个相继的 1 的所有 0, 1 字符串的集合.

参考解答:

b) $(0+1)^* 1 (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1) (0+1)$

或 $(0+1)^* 1 (0+1)^9$

c) 对不包含相继的 1 的所有 0, 1 字符串的集合, 正规表达式可以为:

$(\varepsilon + 1) (0+01)^*$;

包含一对相继的 1, 正规表达式可以为:

$(0+10)^* 11 (0+01)^*$;

所以, 结果正规表达式可以为:

$(\varepsilon + 1) (0+01)^* + (0+10)^* 11 (0+01)^*$

Exercise 3.1.2 写出下列语言的正规表达式:

b) 0 的个数能够被 5 整除的所有 0, 1 字符串的集合.

参考解答:

正规表达式可以为:

$(1^* 01^* 01^* 01^* 01^* 01^*)^* + 1^*$,

或 $(01^* 01^* 01^* 01^* 0 + 1)^*$

!! Exercise 3.1.3(a)

参考解答:

$0^* (11^* 000^*)^* 1^* 0^*$ 或改写为 $0^* (1^* 000^*)^* 1^* 0^*$

(设计思路容易想出来)

***!Exercise 3.1.5**

参考解答: 从"课程文件"中下载网页文件, 从中找到参考解答

Exercise 3.4.1 验证下列包含正规表达式的等式

c) $(RS)T = R(ST)$

g) $(\varepsilon + R)^* = R^*$.

参考解答:

c) 将两个表达式具体化, 将 R 替换为 a , 将 S 替换为 b .

$(RS)T$ 具体化为 $(ab)a$, $R(ST)$ 具体化为 $a(ba)$, 而 $L((ab)a) = L(a(ba)) = \{abc\}$, 所以原等式成立;

g) 将两个表达式具体化, 将 R 替换为 a .

$(\varepsilon+R)^*$ 具体化为 $(\varepsilon+a)^*$, R^* 具体化为 a^* , 而 $L((\varepsilon+a)^*)=L(a^*)=\{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots\}$,
(注: 若严格证明 $L((\varepsilon+a)^*)=L(a^*)$, 可以在归纳证明: 对任意 $k \geq 0$, $\{\varepsilon, a\}^k = \{a\}^k$ 的基础上进行), 所以原等式成立;

Exercise 3.4.2 证明或否证下列关于正规表达式的命题

b) $(RS+R)^*R = R(SR+R)^*$

d) $(R+S)^*S = (R^*S)^*$.

参考解答:

b) 将两个表达式具体化, 将 R 替换为 a , 将 S 替换为 b .

$(RS+R)^*R$ 具体化为 $(ab+a)^*a$, $R(SR+R)^*$ 具体化为 $a(ba+a)^*$, 可以证明 $L((ab+a)^*a)=L(a(ba+a)^*)$

(注: 同上, 可以先归纳证明:

对任意 $k \geq 0$, $\{ab, a\}^k\{a\} = \{a\}\{ba, a\}^k$, 而由连接运算对 \cup 运算的分配律, 可知 $L((ab+a)^*a) = \cup_{k=0,1,2,\dots}(\{ab, a\}^k\{a\})$, $L(a(ba+a)^*) = \cup_{k=0,1,2,\dots}(\{a\}\{ba, a\}^k)$, 由此证得 $L((ab+a)^*a)=L(a(ba+a)^*)$),

所以原等式成立;

d) 将两个表达式具体化, 将 R 替换为 a , 将 S 替换为 b .

$(R+S)^*S$ 具体化为 $(a+b)^*b$, $(R^*S)^*$ 具体化为 $(a^*b)^*$, 由于 $\varepsilon \in L((a^*b)^*)$, 而 $\varepsilon \notin L((a+b)^*b)$, 所以原等式不成立.

Slide03 思考题

!! Exercise 3.1.3(b)

参考解答:

$(01+10)^*$

(设计思路: 可以从满足条件的 0, 1 串, 如 ε , 01, 10, ..., 归纳生成所有长度为 $2k$ 的串, 从归纳构造过程可联想到这个结果。)若严格证明的话, 需要从两个方面进行归纳证明: 一方面, 归纳于满足条件的串的长度, 证明这些串属于 $(01+10)^*$ 定义的语言; 另一方面, 归纳于 $(01+10)^* = (01+10)^0 \cup (01+10)^1 \cup (01+10)^2 \cup \dots \cup (01+10)^k \cup \dots$ 中的 k , 证明 $L((01+10)^*)$ 中串都满足题目中的条件.