

Slide10 必做题

Exercise 7.1.3 从以下文法出发:

$$S \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB$$

$$A \rightarrow C$$

$$B \rightarrow S \mid A$$

$$C \rightarrow S \mid \varepsilon$$

- a) 有没有无用符号? 如果有的话去除它们。
- b) 去除 ε -产生式。
- c) 去除单位产生式。
- d) 把该文法转化为乔姆斯基范式。

参考解答:

a) 没有无用符。

b) 所有符号 S, A, B, C 都是可致空的, 消去 ε -产生式后得到新的一组产生式:

$$S \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid B \mid 00 \mid 11$$

$$A \rightarrow C$$

$$B \rightarrow S \mid A$$

$$C \rightarrow S$$

c) 单元偶对包括: $(A, A), (B, B), (C, C), (S, S), (A, C), (A, S), (A, B), (B, A), (B, C), (B, S), (C, A), (C, B), (C, S), (S, A), (S, B), (S, C)$, 消去单元产生式后得到新的一组产生式

$$S \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11$$

$$A \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11$$

$$B \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11$$

$$C \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11$$

d) 先消去无用符号 C , 得到新的一组产生式:

$$S \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11$$

$$A \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11$$

$$B \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11$$

引入非终结符 C, D , 增加产生式 $C \rightarrow 0$ 和 $D \rightarrow 1$, 得到新的一组产生式:

$$S \rightarrow CAC \mid DBD \mid BB \mid CC \mid DD$$

$$A \rightarrow CAC \mid DBD \mid BB \mid CC \mid DD$$

$$B \rightarrow CAC \mid DBD \mid BB \mid CC \mid DD$$

$$C \rightarrow 0$$

$$D \rightarrow 1$$

引入非终结符 E, F , 增加产生式 $E \rightarrow CA$ 和 $F \rightarrow DB$, 得到满足 Chomsky 范式的一组产生式:

$$S \rightarrow EC \mid FD \mid BB \mid CC \mid DD$$

$$A \rightarrow EC \mid FD \mid BB \mid CC \mid DD$$

$B \rightarrow EC / FD / BB / CC / DD$

$E \rightarrow CA$

$F \rightarrow DB$

$C \rightarrow 0$

$D \rightarrow 1$

Exercise 7.1.9 (b)

参考解答:

对于 CFG $G = (V, T, P, S)$, 可通过下列归纳步骤计算可达符号集合:

基础 S 是可达符号;

归纳 如果 A 是可达符号, 并且有产生式 $A \rightarrow \alpha$ (其中 $\alpha \in (V \cup T)^*$), 则 α 中的符号都是可达符号;

该题目要求证明上述步骤可以求出所有并只能求出 G 的可达符号. 证明思路是: 一方面, 所得到的符号的确是可达符号; 另一方面所有的可达符号都可由上述步骤得到.

先来证明所得到的符号的确是可达符号. 对应于以上计算步骤应用结构归纳:

首先, S 属于该集合, 因为 $S \Rightarrow^* S$, 所以 S 为可达符号;

设 A 是可达符号, 并且有产生式 $A \rightarrow \alpha$, 符号 X 是 α 中的符号, 则 X 属于该集合; 因 X 是 α 中的符号, 所以存在 $\beta, \gamma \in (V \cup T)^*$, 使得 $\alpha = \beta X \gamma$, 即 $A \rightarrow \beta X \gamma$ 是一个产生式; 因 A 是可达符号, 根据归纳假设, 存在 $\beta', \gamma' \in (V \cup T)^*$, 使得 $S \Rightarrow^* \beta' A \gamma'$, 由此我们可以得出 $S \Rightarrow^* \beta' \beta X \gamma \gamma'$; 所以 X 是可达符号.

再来证明所有的可达符号都可由上述步骤得到:

设 X 是可达符号, 即存在 $\beta, \gamma \in (V \cup T)^*$, 使得 $S \Rightarrow^* \beta X \gamma$; 归纳于该推导的步数 n : 若 $n=0$, 一定有 $\beta X \gamma = S$, 只有 $X = S$, 可以由上述步骤产生; 若 $n>0$, 假设最后一步推导是 $\beta' A \gamma' \Rightarrow^* \beta X \gamma$, 并使用了产生式 $A \rightarrow \beta'' X \gamma''$ (即 $\beta = \beta' \beta'', \gamma = \gamma' \gamma''$); 因为 $S \Rightarrow^* \beta' A \gamma'$ 的步数小于 n , 根据归纳假设, 符号 A 可由上述步骤产生; 因为产生式 $A \rightarrow \beta'' X \gamma''$, 所以 X 也可由上述步骤产生.

证毕。

第十讲思考题

***!Exercise 7.1.10**

参考解答:

从"课程文件"中下载网页文件，从中找到参考解答