

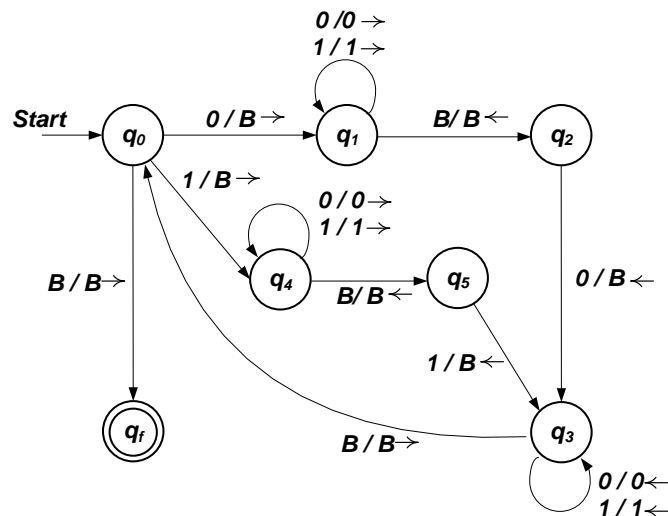
## Slide12 必做题

! **Exercise 8.2.2** 设计图灵机接受下列语言:

c)  $\{ ww^R \mid w \text{ 是任意的 } 0 \text{ 和 } 1 \text{ 的串} \}$ 。

参考解答:

c) 一个可能的图灵机:



**Exercise 8.2.3** 设计图灵机以二进制数字  $N$  作为输入并把输入加 1。准确地说, 开始时带包含着  $\$$  和后面跟着的二进制  $N$ 。开始时带头在状态  $q_0$  中扫描  $\$$ 。所设计的 TM 应当停机, 停机时带上二进制  $N$  并在状态  $q_f$  中扫描  $N+1$  的最左符号。必要时, 在产生  $N+1$  时可消除  $\$$ 。例如,  $q_0 \$10011 \vdash^* q_f 10100$ , 以及  $q_0 \$11111 \vdash^* q_f 100000$ 。

- 给出图灵机的转移, 并解释每个状态的目的。
- 当给定输入  $\$111$  时, 说明 TM 的 ID 序列。

参考解答:

a) 构造图灵机

$$M = ( \{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_f \}, \{ 0, 1, \$ \}, \{ 0, 1, \$, B \}, \delta, q_0, B, \{ q_f \} )$$

其中, 转移函数  $\delta$  定义如下:

$$\begin{aligned} \delta(q_0, \$) &= (q_1, \$, R); \\ \delta(q_1, 0) &= (q_1, 0, R); & \delta(q_1, 1) &= (q_1, 1, R); & \delta(q_1, B) &= (q_2, B, L); \\ \delta(q_2, 0) &= (q_3, 1, L); & \delta(q_2, 1) &= (q_4, 0, L); \end{aligned}$$

$\delta(q_3, 0) = (q_3, 0, L); \delta(q_3, 1) = (q_3, 1, L); \delta(q_3, \$) = (q_f, \$, R);$   
 $\delta(q_4, 0) = (q_3, 1, L); \delta(q_4, 1) = (q_4, 0, L); \delta(q_4, \$) = (q_f, 1, L);$

各状态的含义如下:

$q_0$ : 初态, 此时带头所扫描的符号必为"\$", 否则无动作 (说明该图灵机接受的串一定以"\$"打头);

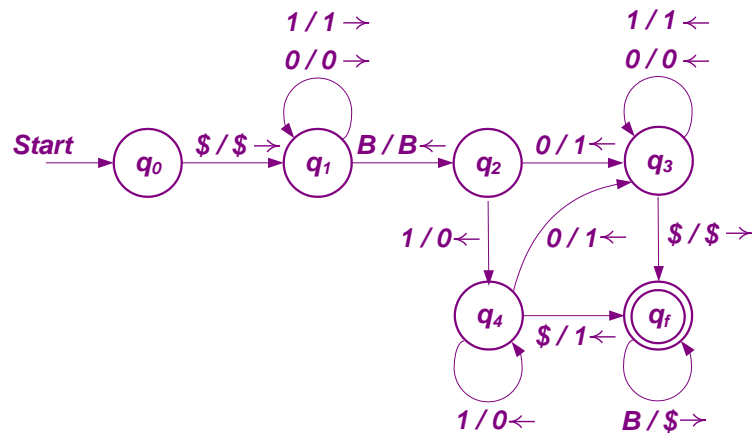
$q_1$ : 带头右移状态, 当前带头所扫描的符号若为"0"和"1"则一直右移, 直至遇到空白带符号为止;

$q_2$ : 带头处于二进制数的末位, 准备好末尾加"1"; 当前带头所扫描的符号必为"0"和"1", 否则无动作 (说明该图灵机不接受单独一个"\$");

$q_3$ : 带头左移状态, 当前带头所扫描的符号若为"0"和"1"则一直左移, 直至遇到"\$"为止; ( $q_3$ 状态下没有进位)

$q_4$ : 带头左移状态, 当前带头所扫描的符号若为"0"则将其变为"1" (加进位的"1"), 转  $q_3$ ; 当前带头所扫描的符号若为"1"则将其变为"0" (加进位的"1"), 并产生一个新的进位; 当前带头所扫描的符号若为"\$", 表明二进制数的首位完成加进位的"1", 并产生一个新的进位; ( $q_4$ 状态下有进位)

(参考如下转移图)



b)  $q_0 \$ 111 \vdash \$ q_1 111 \vdash \$ 1 q_1 11 \vdash \$ 11 q_1 1 \vdash \$ 111 q_1 B \vdash \$ 11 q_2 1 \vdash \$ 1 q_4 10 \vdash \$ q_4 100 \vdash q_4 \$ 000 \vdash q_f B 1000 \vdash q_f 1000$

**Exercise 8.2.5 (b)** 考虑图灵机

$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{q_f\})$

非形式化但清楚地描述语言  $L(M)$ ，如果  $\delta$  包含下列规则集合：

b)  $\delta(q_0, 0) = (q_0, B, R)$ ;  $\delta(q_0, 1) = (q_1, B, R)$ ;  $\delta(q_1, 1) = (q_1, B, R)$ ;  $\delta(q_1, B) = (q_f, B, R)$ 。

**参考解答：**  $L(M) = L(0^*11^*)$  即其中的串可非形式地描述为具有如下特征的 0、1 串：至少包含一个“1”，且第一个“1”之前只可能出现“0”，每个“1”之后只可能跟随“1”。