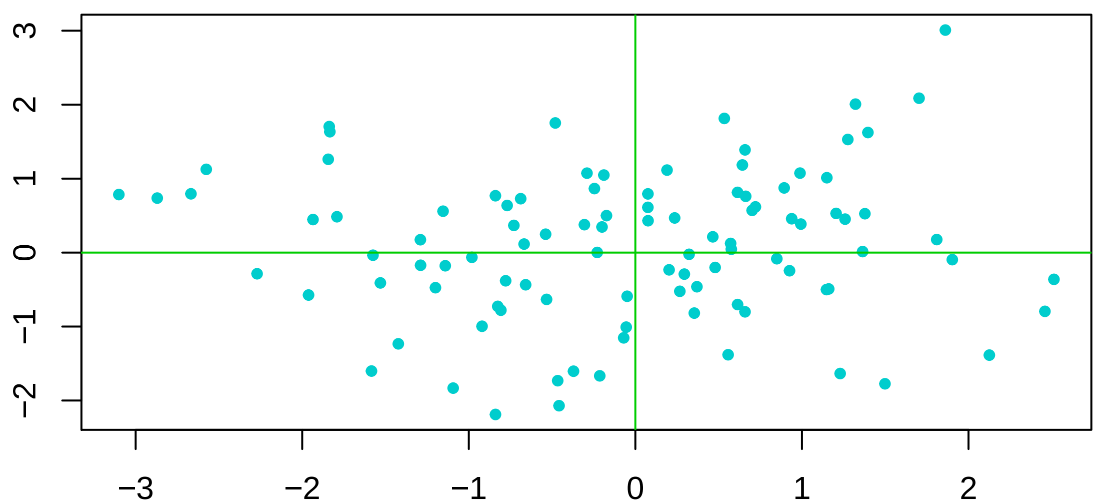
Raport 1

Aleksander Milach

8 October 2018

Zadanie 1

```
##Zad1
X=rnorm(100,0,1)
Y=rnorm(100,0,1)
Z=t(cbind(X,Y))
plot(t(Z),col='cyan3',pch=20,xlab="",ylab="")
abline(h=0,col='green3')
abline(v=0,col='green3')
```



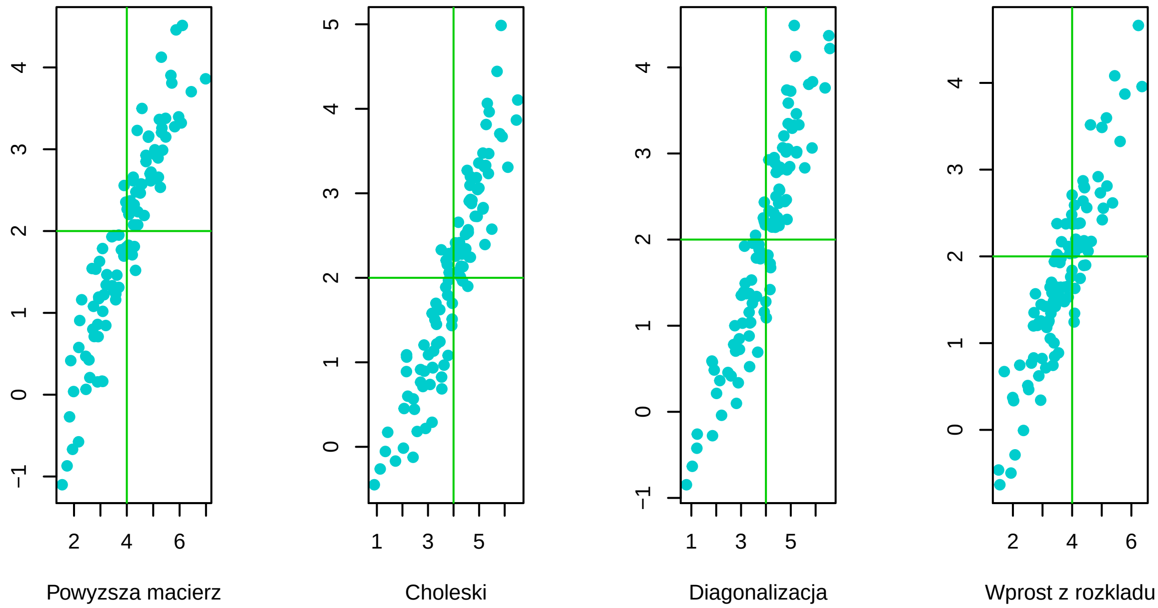
Zadanie 2

Podpunkt a

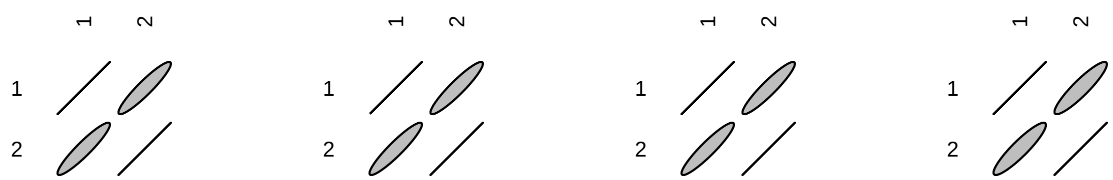
Przekształcenie afiniczne przekształcające chmurę punktów z zadania 1 w chmurę z zadanego rozkładu będzie dane wektorem $B = (4, 2)^T$ oraz macierzą A taką, że $AIA^T = \Sigma$. Taką macierzą jest $A = \begin{pmatrix} 0.9 & \frac{\sqrt{19}}{10} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Istotnie, $\begin{pmatrix} 0.9 & \frac{\sqrt{19}}{10} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.9 & 1 \\ \frac{\sqrt{19}}{10} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{pmatrix}$.

```
S=matrix(c(1,.9,.9,1),2,2)
par(mfrow=c(1,4))

M=matrix(c(.9,1,sqrt(19)/10,0),2,2)
z2arecznie=M%*%Z+c(4,2)
plot(z2arecznie[1,],z2arecznie[2,],col='cyan3',pch=19,xlab="Powyższa macierz",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')

Achol=t(chol(S))
z2achol=Achol%*%Z+c(4,2)
plot(z2achol[1,],z2achol[2,],col='cyan3',pch=19,xlab="Choleski",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')

P=eigen(S)$vectors
D=diag(eigen(S)$values)
lambda=sqrt(D)
Adiag=P%*%lambda
z2adiag=Adiag%*%Z+c(4,2)
plot(z2adiag[1,],z2adiag[2,],col='cyan3',pch=19,xlab="Diagonalizacja",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')

z2amvt=mvrnorm(100,c(4,2),S)
plot(z2amvt,col='cyan3',pch=19,xlab="Wprost z rozkladu",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')
```



```r
plotcorr(cor(t(z2arecznie)))
plotcorr(cor(t(z2achol)))
plotcorr(cor(t(z2adiag)))
plotcorr(cor(z2amvt))
```



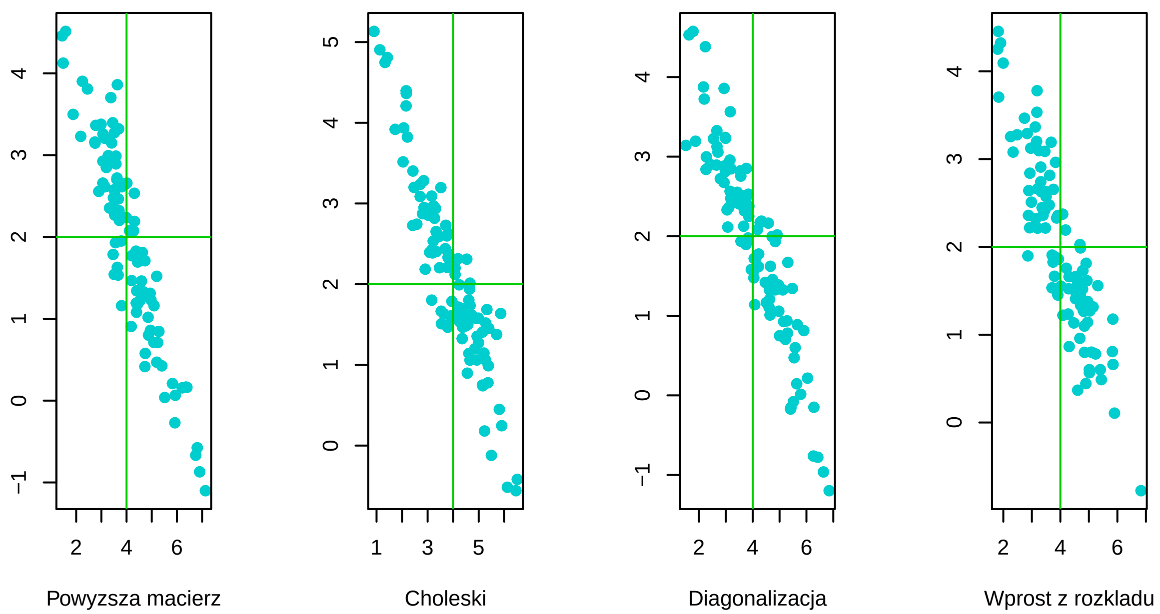
Chmura z zadania 1 po każdym w powyższych przekształceń wygląda niemal tak samo. Wykresy korelacji również są takie same, a “jajko” w wykresie korelacji jest ukośne w dół, co potwierdza wartość współczynnika korelacji - 0.9.

Podpunkt b

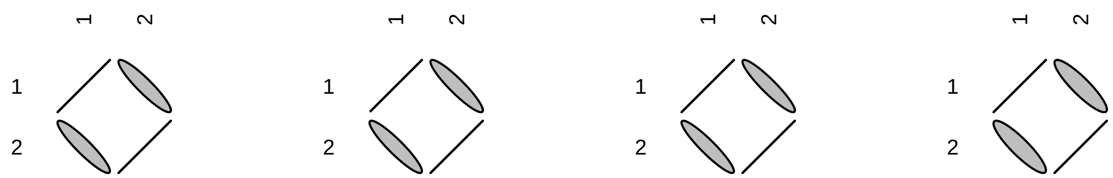
Przekształcenie afiniczne przekształcające chmurę punktów z zadania 1 w chmurę z zadanego rozkładu będzie dane wektorem $B = (4, 2)^T$ oraz macierzą A taką, że $AIA^T = \Sigma$. Taką macierzą jest $A = \begin{pmatrix} -0.9 & \frac{\sqrt{19}}{10} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Istotnie, $\begin{pmatrix} -0.9 & \frac{\sqrt{19}}{10} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.9 & 1 \\ \frac{\sqrt{19}}{10} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -0.9 \\ -0.9 & 1 \end{pmatrix}$.

```r
S=matrix(c(1,-.9,-.9,1),2,2)
par(mfrow=c(1,4))

M=matrix(c(-.9,1,sqrt(19)/10,0),2,2)
z2brecznie=M%*%Z+c(4,2)
plot(z2brecznie[1,],z2brecznie[2,],col='cyan3',pch=19,xlab="Powyższa macierz",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')

Achol=t(chol(S))
z2bchol=Achol%*%Z+c(4,2)
plot(z2bchol[1,],z2bchol[2,],col='cyan3',pch=19,xlab="Choleski",ylab="")
```

```
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')

P=eigen(S)$vectors
D=diag(eigen(S)$values)
lambda=sqrt(D)
Adiag=P%*%lambda
z2bdiag=Adiag%*%Z+c(4,2)
plot(z2bdiag[1,],z2bdiag[2,],col='cyan3',pch=19,xlab="Diagonalizacja",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')

z2bmvt=mvrnorm(100,c(4,2),S)
plot(z2bmvt,col='cyan3',pch=19,xlab="Wprost z rozkladu",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')
```




```
plotcorr(cor(t(z2brecznie)))
plotcorr(cor(t(z2bchol)))
plotcorr(cor(t(z2bdiag)))
plotcorr(cor(z2bmvt))
```



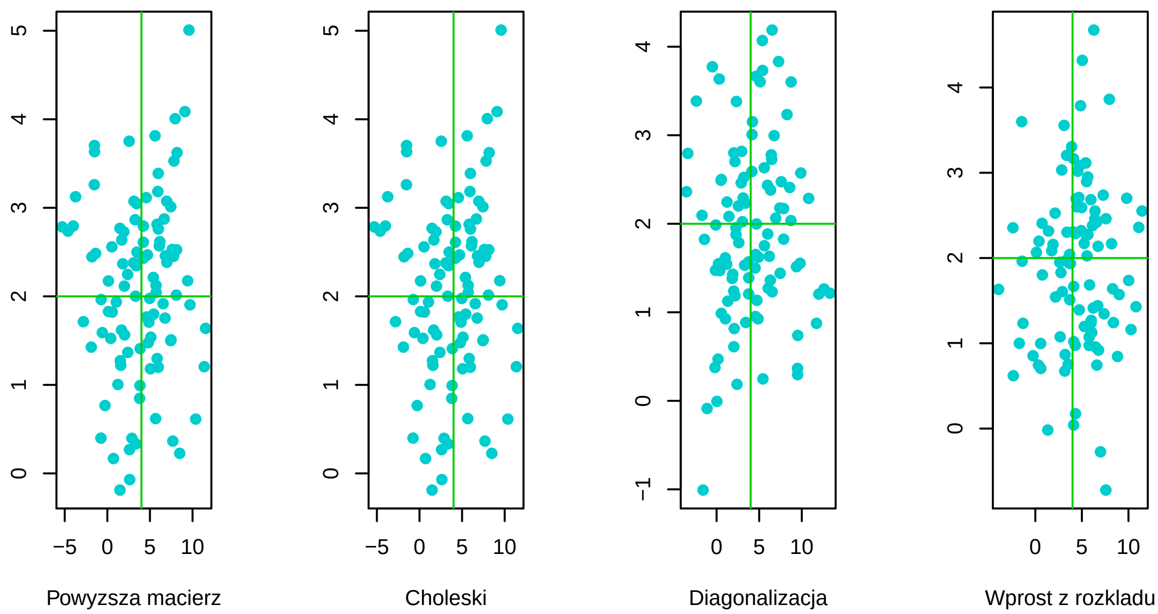
Chmura z zadania 1 po każdym w powyższych przekształceń wygląda niemal tak samo. Wykresy korelacji również są takie same, a "jajko" w wykresie korelacji jest ukośne w górę, co potwierdza wartość współczynnika korelacji - -0.9.

Podpunkt c

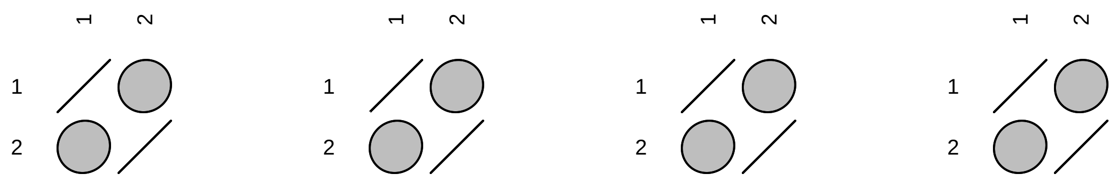
Przekształcenie afiniczne przekształcające chmurę punktów z zadania 1 w chmurę z zadanego rozkładu będzie dane wektorem $B = (4,2)^T$ oraz macierzą A taką, że $AIA^T = \Sigma$. Taką macierzą jest $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Istotnie, $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

```
S=matrix(c(9,0,0,1),2,2)
par(mfrow=c(1,4))

M=matrix(c(3,0,0,1),2,2)
z2crecznie=M%*%Z+c(4,2)
plot(z2crecznie[1,],z2crecznie[2,],col='cyan3',pch=19,xlab="Powyższa macierz",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')

Achol=t(chol(S))
z2cchol=Achol%*%Z+c(4,2)
plot(z2cchol[1,],z2cchol[2,],col='cyan3',pch=19,xlab="Choleski",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')

P=eigen(S)$vectors
D=diag(eigen(S)$values)
```

```
lambda=sqrt(D)
Adiag=P%*%lambda
z2cdiag=Adiag%*%Z+c(4,2)
plot(z2cdiag[1,],z2cdiag[2,],col='cyan3',pch=19,xlab="Diagonalizacja",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')

z2cmvt=mvrnorm(100,c(4,2),S)
plot(z2cmvt,col='cyan3',pch=19,xlab="Wprost z rozkladu",ylab="")
abline(h=2,col='green3')
abline(v=4,col='green3')
```



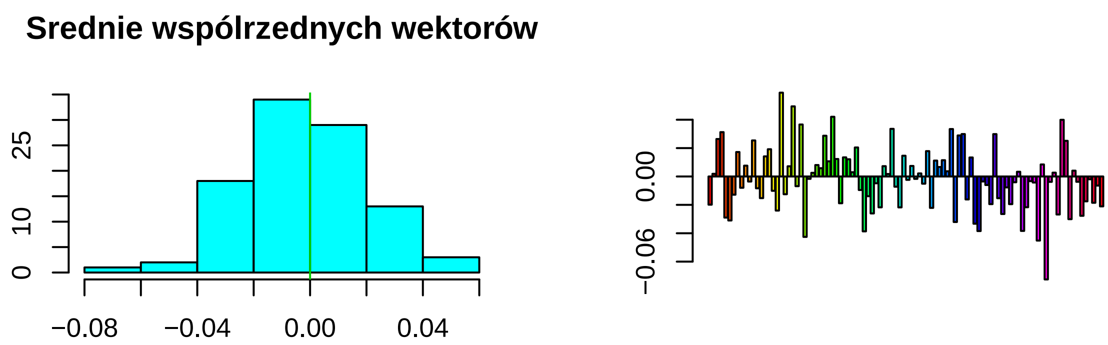

```
plotcorr(cor(t(z2crecznie)))
plotcorr(cor(t(z2cchol)))
plotcorr(cor(t(z2cdiag)))
plotcorr(cor(z2cmvt))
```

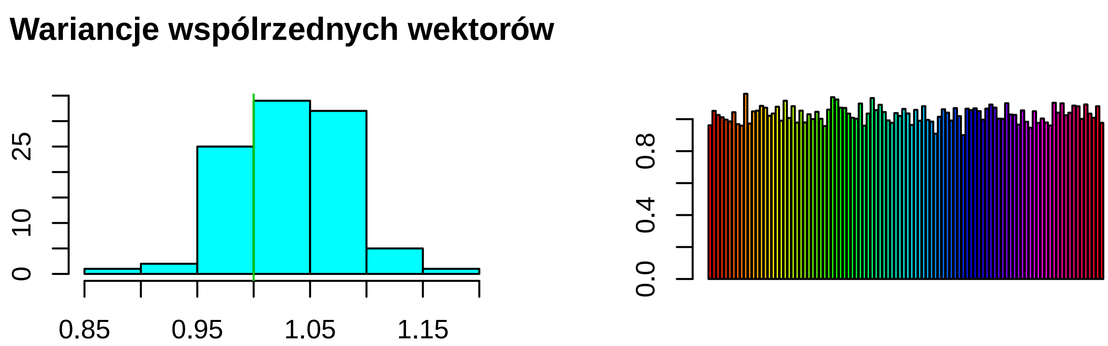


Chmura z zadania 1 po każdym w powyższych przekształceń wygląda niemal tak samo. Wykresy korelacji również są takie same, a "jajko" w wykresie korelacji jest okrągłe, co potwierdza wartość współczynnika korelacji - 0.

Zadanie 3

```
par(mfrow=c(2,2))
M=matrix(0.9,100,100)
for(i in 1:100)
{M[i,i]=1}

R=matrix(c(rnorm(20000)),200,100)
A=t(chol(M))

D=apply(R,1,function(v) A%*%v)


sr=apply(D,1,mean)
hist(sr,ylab="",xlab="",main="Średnie współrzędnych wektorów",col='cyan')
abline(v=0,col='green3')
barplot(sr,col=rainbow(100))
va=apply(D,1,var)
hist(va,ylab="", xlab="",main="Wariancje współrzędnych wektorów",col='cyan')
abline(v=1,col='green3')
barplot(va,col=rainbow(100))
```






```r
cov(D[1,],D[21,])
```

```
## [1] 0.9010145
```

```r
cov(D[1,],D[21,])
```

```
## [1] 0.9010145
```

```r
cov(D[1,],D[2,])
```

```
## [1] 0.9037501
```

```r
cov(D[1,],D[2,])
```

```
## [1] 0.9037501
```

```r
cov(D[1,],D[26,])
```

```
## [1] 0.9060531
```

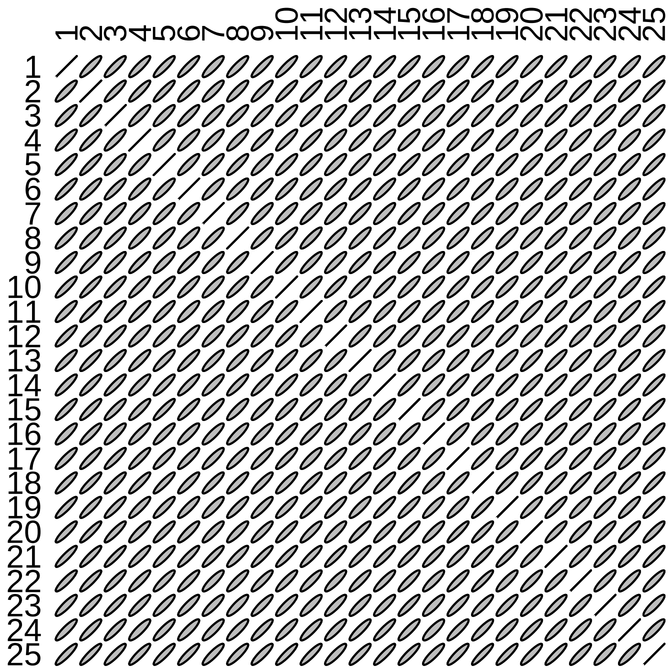
```r
cov(D[1,],D[26,])
```

```
## [1] 0.9060531
```

```r
cov(D[1,],D[29,])
```

```
## [1] 0.8529615
```

```r
par(mfrow=c(1,1))
plotcorr(cor(t(D[1:25,]))) #biorę tylko macierz 25x25, cała macierz korelacji wygląda anlogicznie
```



Zgodnie z intuicją średnie współrzędnych wektorów rozkładają się normalnie wokół 0, a wariancje wokół 1. Kowariancje między poszczególnymi wektorami w każdym prypadku wynoszą około 0.9, tak samo jak w podanej w zadaniu macierzy kowariancji. Wszystkie "jajka", które nie są na przekątnej są ukośne w górę, reprezentują wartość współczynnika korelacji jednakowego dla ich wszystkich - 0.9.