**1.**При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 11 символов и содержащий только символы И, К, Л, М, Н. Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объём памяти, отводимый этой программой для записи 20 паролей. (Ответ дайте в байтах.)

**2.**В информационной системе хранится информация об объектах определённой структуры. Описание каждого объекта включает в себя идентификатор объекта, описание структуры объекта и дополнительную информацию. Идентификатор объекта состоит из 7 заглавных латинских букв. Каждая буква идентификатора кодируется минимально возможным числом битов, а для хранения всего идентификатора отводится минимально возможное целое число байтов. Структура объекта описывается как последовательность простых элементов. Всего существует 1789 различных простых элементов. Каждый простой элемент кодируется одинаковым для всех элементов минимально возможным количеством битов. Для описания структуры объекта выделяется одинаковое для всех объектов минимальное количество байтов, достаточное для записи 70 простых элементов. Для хранения дополнительной информации выделяется одинаковое для всех объектов целое число байтов. Известно, что для хранения данных о 16 384 объектах потребовалось 2 Мбайт. Сколько байтов выделено для хранения дополнительной информации об одном объекте? В ответе запишите целое число  — количество байт.

**3.**Каждый сотрудник предприятия получает электронный пропуск, на котором записаны личный код сотрудника, код подразделения и некоторая дополнительная информация. Личный код состоит из 18 букв. Для формирования кодов используется 15 различных букв, каждая из которых может быть заглавной или строчной. Для записи кода на пропуске отведено минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Код подразделения  — целое трёхзначное число, он записан на пропуске как двоичное число и занимает минимально возможное целое число байт. Всего на пропуске хранится 30 байт данных. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном сотруднике? В ответе запишите только целое число  — количество байт.

**4.**При регистрации в компьютерной системе каждому объекту присваивается идентификатор, состоящий из 105 символов и содержащий только десятичные цифры и символы из 1500-⁠символьного специального алфавита. В базе данных для хранения сведений о каждом идентификаторе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используется посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Определите объём памяти (в Кбайт), необходимый для хранения сведений о 16 384 объектах. В ответе запишите только целое число  — количество Кбайт.

**5.**При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдается пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы Е, Г, Э, 2, 0, 1, 3. Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 30 паролей. (Ответ дайте в байтах.)

**6.**Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основаниями 17 и 15:

*x*B0917 + *x*8E815.

В записи чисел переменной *x* обозначена неизвестная цифра из алфавита десятичной системы счисления. Определите наименьшее значение *x*, при котором значение данного арифметического выражения кратно 155. Для найденного значения *x* вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 155 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**7.**Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 12 и 14:

*y*AA*x*12 + *x*02*y*14.

В записи чисел переменными *x* и *y* обозначены допустимые в данных системах счисления неизвестные цифры. Определите значения *x* и *y*, при которых значение данного арифметического выражения будет наименьшим и кратно 80. Для найденных значений *x* и *y* вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 80 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**8.**Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основаниями 14 и 12:

3*x*DA14 + 5*x*A612.

В записи чисел переменной *x* обозначена неизвестная цифра из алфавита десятичной системы счисления. Определите наименьшее значение *x*, при котором значение данного арифметического выражения кратно 81. Для найденного значения *x* вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 81 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**9.**Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 9 и 11:

88*x*4*y*9 + 7*x*44*y*11.

В записи чисел переменными *x* и *y* обозначены допустимые в данных системах счисления неизвестные цифры. Определите значения *x* и *y*, при которых значение данного арифметического выражения будет наименьшим и кратно 61. Для найденных значений *x* и *y* вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 61 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**10.**Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основаниями 15 и 13:

4C*x*415 + *x*62A13.

В записи чисел переменной *x* обозначена неизвестная цифра из алфавита десятичной системы счисления. Определите наименьшее значение *x*, при котором значение данного арифметического выражения кратно 121. Для найденного значения *x* вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 121 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**11.**Автомат обрабатывает натуральное число *N* по следующему алгоритму:

1.  Строится двоичная запись числа *N*.

2.  Складываются все цифры полученной двоичной записи. В конец записи (справа) дописывается остаток от деления суммы на 2.

3.  Предыдущий пункт повторяется для записи с добавленной цифрой.

4.  Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

*Пример.* Дано число *N*  =  13. Алгоритм работает следующим образом:

1.  Двоичная запись числа *N*: 1101.

2.  Сумма цифр двоичной записи  — 3, остаток от деления на 2 равен 1, новая запись: 11011.

3.  Сумма цифр полученной записи  — 4, остаток от деления на 2 равен 0, новая запись: 110110.

4.  На экран выводится число 54.

 Какое наименьшее число, большее 93, может появиться на экране в результате работы автомата?

**12.**Автомат получает на вход трёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1.  Складываются первая и вторая, а также вторая и третья цифры исходного числа.

2.  Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

*Пример*. Исходное число: 348. Суммы: 3 + 4  =  7; 4 + 8  =  12. Результат: 127.

 Сколько существует чисел, в результате обработки которых автомат выдаст число 1715?

**13.**Автомат обрабатывает натуральное число *N* (128 ≤ N ≤ 255) по следующему алгоритму.

1.  Строится восьмибитная двоичная запись числа N.

2.  Все цифры двоичной записи заменяются на противоположные (0 на 1, 1 на 0).

3.  Полученное число переводится в десятичную запись.

4.  Из исходного числа вычитается полученное, разность выводится на экран.

*Пример.* Дано число *N*  =  131. Алгоритм работает следующим образом.

1.  Восьмибитная двоичная запись числа *N*: 10000011.

2.  Все цифры заменяются на противоположные, новая запись: 01111100.

3.  Десятичное значение полученного числа: 124.

4.  На экран выводится число: 131 – 124  =  7.

 Какое число нужно ввести в автомат, чтобы в результате получилось 105?

**14.**Автомат получает на вход четырёхзначное число (число не может начинаться с нуля). По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1.  Складываются отдельно первая и вторая, вторая и третья, третья и четвёртая цифры заданного числа.

2.  Наименьшая из полученных трёх сумм удаляется.

3.  Оставшиеся две суммы записываются друг за другом в порядке неубывания без разделителей.

*Пример.* Исходное число: 1982. Суммы: 1 + 9  =  10, 9 + 8  =  17, 8 + 2  =  10. Удаляется 10. Результат: 1017.

Укажите наибольшее число, при обработке которого автомат выдаёт результат 1315.

**Примечание.** Если меньшие из сумм равны, то отбрасывают одну из них.

**15.**Автомат получает на вход четырёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1.  Складываются первая и вторая, а также третья и четвёртая цифры исходного числа.

2.  Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

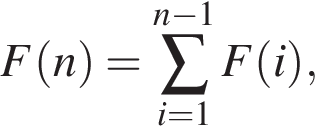
*Пример.* Исходное число: 3165. Суммы: 3 + 1  =  4; 6 + 5  =  11. Результат: 114.

 Укажите наименьшее число, в результате обработки которого, автомат выдаст число 1311.

**16.** Алгоритм вычисления значения функции F(*n*), где *n*  — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

F левая круглая скобка n правая круглая скобка =1при n меньше 3;

F левая круглая скобка n правая круглая скобка =F левая круглая скобка n минус 1 правая круглая скобка плюс 3 умножить на F левая круглая скобка n минус 2 правая круглая скобка ,если n больше 2и при этом *n* нечётно;

если n больше 2и при этом *n* чётно.

 Чему равно значение функции F(28)?

**17.**Алгоритм вычисления значения функции *F(n)*, где *n*  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

*F(n)*  =  *n*, если *n*  =  1;

*F(n)*  =  *n* − 1 + *F*(*n* − 1), если *n* > 1.

 Чему равно значение выражения *F*(2024) − *F*(2022)?

**18.**Алгоритм вычисления значения функции F(*n*), где *n*  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

F(1)  =  1;

F(*n*)  =  F(*n*–1) · n при *n* > 1.

 Чему равно значение функции F(5)? *В ответе запишите только натуральное число.*

**19.**Алгоритм вычисления значения функции F(*n*), где *n*  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

F(1)  =  1;

F(*n*)  =  *n* + F(*n* − 1), если *n* чётно;

F(*n*)  =  2 · F(*n* − 2), если *n* > 1 и при этом нечётно.

 Чему равно значение функции F(24)?

**20.**Алгоритм вычисления значения функции *F*(*n*), где *n*  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

*F(n)*  =  *n* при *n* > 2024;

*F(n)*  =  *n* · *F*(*n* + 1), если *n* ≤ 2024.

 Чему равно значение выражения *F*(2022) / *F*(2024)?

**21.**Найдите количество пятизначных восьмеричных чисел, в которых все цифры различны и никакие две четные или нечетные не стоят рядом.

**22.**Светлана составляет коды из букв слова ПАРАБОЛА. Код должен состоять из 8 букв, и каждая буква в нём должна встречаться столько же раз, сколько в заданном слове. Кроме того, в коде не должны стоять рядом две гласные и две согласные буквы. Сколько кодов может составить Светлана?

**23.**Определите количество 12⁠-⁠ричных пятизначных чисел, в записи которых ровно одна цифра 7 и не более трёх цифр с числовым значением, превышающим 8.

**24.**Игорь составляет 8-⁠буквенные коды из букв И, Г, О, Р, Ь. Буквы О и Ь должны встречаться в коде ровно по одному разу, при этом буква Ь не может стоять на первом месте. Остальные допустимые буквы могут встречаться произвольное количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодов может составить Игорь?

**25.**Света составляет 5-⁠буквенные коды из букв С, В, Е, Т, А. Буквы в коде могут повторяться, использовать все буквы не обязательно, но букву С нужно использовать хотя бы один раз. Сколько различных кодов может составить Света?

**26.**На числовой прямой даны два отрезка: *P*  =  [12, 62] и *Q*  =  [32, 92].

Какова наименьшая возможная длина интервала *A*, что формула

(¬(x ∈ А) ∧ (x ∈ Q)) → (x ∈ P)

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *х*.

**27.**Обозначим через *m&n* поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел *m* и *n*. *Например,* 14&5  =  11102&01012  =  01002  =  4. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа *А* формула

*x*&21074 ≠ 0 → (*x*&12369  =  0 → *x*&*A* ≠ 0)

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной *х*)?

**28.**Сколько существует целых значений числа *A*, при которых формула

((*x* < *A*) → (*x2* < 100)) ∧ ((*y2* ≤ 64) → (*y* ≤ *A*))

тождественно истинна при любых целых неотрицательных *x* и *y*?

**29.**Обозначим через **ДЕЛ**(*n, m*) утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*». Для какого наименьшего натурального числа *А* формула

**ДЕЛ**(*x, А*) → (**ДЕЛ**(*x*, 21) + **ДЕЛ**(*x*, 35))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *x*)?

**30.**Для какого наименьшего целого неотрицательного числа *А* выражение

(*x* + *2y* < *A*) ∨ (*y* > *x*) ∨ (*x* > 30)

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных *x* и *y*?

**31.**Исполнитель Фибо преобразует число на экране.

У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера.

1.  **Прибавить 1.**

2.  **Прибавить 2.**

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2.

Программа для исполнителя Фибо  — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 2 в число 18 и при этом траектория вычислений содержит число 9 и не содержит числа 14?

Траектория вычислений  — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 212 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 9, 10, 12.

**32.**Исполнитель преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера.

1.  **Прибавить 1.**

2.  **Умножить на 2.**

3.  **Прибавить 3.**

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2, третья увеличивает на 3.

Программа для исполнителя  — это последовательность команд. Например, если в начальный момент на экране находится число 1, то программа 312 последовательно преобразует его в 4, 5, 10.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 2 в число 20 и при этом траектория вычислений содержит число 8 и не содержит чисел 11 и 15?

Траектория вычислений программы  — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 312 при исходном числе 1 траектория будет состоять из чисел 4, 5, 10.

**33.**Исполнитель преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера.

1.  **Прибавить 1.**

2.  **Прибавить 3.**

3.  **Умножить на 3.**

Программа для исполнителя  — это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 3 результатом является число 18 и при этом траектория вычислений не содержит число 9 и не содержит число 15?

**34.**Исполнитель Увеличитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера.

1.  **Вычти 2.**

2.  **Найди целую часть от деления на 2.**

Первая из них уменьшает число на экране на 2, вторая заменяет число на экране на целую часть от деления числа на 2.

Программа для исполнителя  — это последовательность команд.

При исходном числе 80 результатом является число 1, и при этом траектория вычислений содержит число 40 и не содержит 20. Сколько таких программ существует?

Траектория вычислений программы  — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 122 при исходном числе 10 траектория состоит из чисел 8, 4, 2.

**35.**Исполнитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть две команды, которые обозначены буквами:

**A. Вычти 3**

**B. Если число чётное, Раздели на 2, Иначе Вычти 5**

Программа для исполнителя  — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 36 в число 3 и при этом траектория вычислений не содержит числа 12?

Траектория вычислений программы  — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. *Например*, для программы **BAB** при исходном числе 100 траектория будет состоять из чисел 50, 47, 42.

**36.**Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, x3, x4, x5, y1, y2, y3, y4, y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

 (x1 → x2) ∧ (x2 → x3) ∧ (x3 → x4) ∧ (x4 → x5 ) = 1

(y1 → y2) ∧ (y2 → y3) ∧ (y3 → y4) ∧ (y4 → y5 ) = 1

y5 → x5 = 1

 В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, x3, x4, x5, y1, y2, y3, y4, y5, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

**37.**Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x10, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

 ((x1 ≡ x2) ∧ (x3 ≡ x4)) ∨ (¬(x1 ≡ x2) ∧ ¬(x3 ≡ x4)) = 0

((x3 ≡ x4) ∧ (x5 ≡ x6)) ∨ (¬(x3 ≡ x4) ∧ ¬(x5 ≡ x6)) = 0

((x5 ≡ x6) ∧ (x7 ≡ x8)) ∨ (¬(x5 ≡ x6) ∧ ¬(x7 ≡ x8)) = 0

((x7 ≡ x8) ∧ (x9 ≡ x10)) ∨ (¬(x7 ≡ x8) ∧ ¬(x9 ≡ x10)) = 0

 В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, … x10 при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

**38.** Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x8, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

 ¬(x1 ≡ x2) ∧ ( (x1 ∧ ¬x3) ∨ (¬x1 ∧ x3) ) = 0

¬(x2 ≡ x3) ∧ ( (x2 ∧ ¬x4) ∨ (¬x2 ∧ x4) ) = 0

...

¬(x6 ≡ x7) ∧ ( (x6 ∧ ¬x8) ∨ (¬x6 ∧ x8) ) = 0

 В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, … x8 при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

**39.**Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, ... x10, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

 (x1 ∧ ¬x2) ∨ (¬x1 ∧ x2) ∨ (x3 ∧ x4) ∨ (¬x3 ∧ ¬x4) = 1

(x3 ∧ ¬x4) ∨ (¬x3 ∧ x4) ∨ (x5 ∧ x6) ∨ (¬x5 ∧ ¬x6) = 1

...

(x7 ∧ ¬x8) ∨ (¬x7 ∧ x8) ∨ (x9 ∧ x10) ∨ (¬x9 ∧ ¬x10) = 1

 В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных x1, x2, … x10 при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

**40.**Сколько существует различных наборов значений логических переменных *x*1, *x*2, ...*x*7, *y*1, *y*2, ...*y*7, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

(*y*1 → (*y*2 ∧ *x*1)) ∧ (*x*1 → *x*2) = 1

(*y*2 → (*y*3 ∧ *x*2)) ∧ (*x*2 → *x*3) = 1

                        …

(*y*6 → (*y*7 ∧ *x*6)) ∧ (*x*6 → *x*7) = 1

*y*7 → *x*7 = 1

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных *x*1, *x*2, ...*x*7, *y*1, *y*2, ...*y*7, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.