

Méthode PERT

Program Evaluation and Review Technique

Technique de Programmation, d'Evaluation et
de Révision

Méthode PERT

- Objectifs

- Mettre en évidence les différentes liaisons du projet, c'est-à-dire des tâches entre elles à l'aide d'un graphe.

- Avantages

- Permet d'observer le chemin critique.

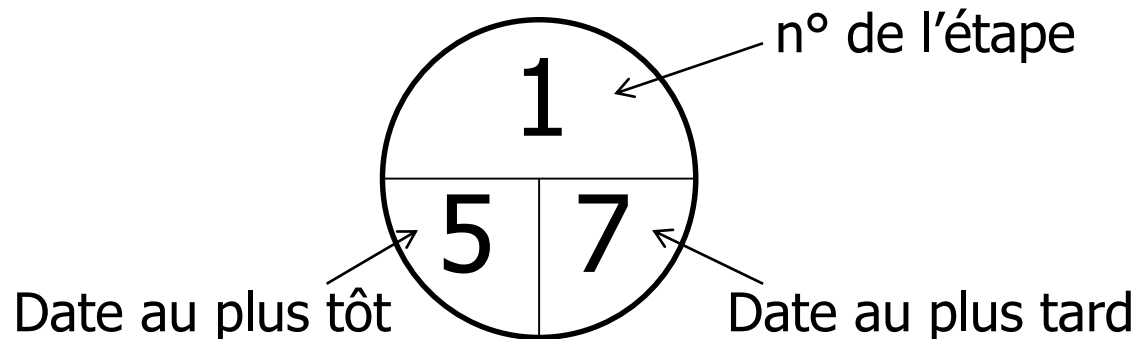
- PERT a été créé en 1957 pour l'US Navy (développement du programme des fusées Polaris).
- PERT permet de calculer le meilleur temps de réalisation d'un projet et d'établir le planning correspondant.

Diagramme PERT

- Le graphe PERT est composé d'étapes et de tâches.
- Représentation de la tâche A.

tâche A →

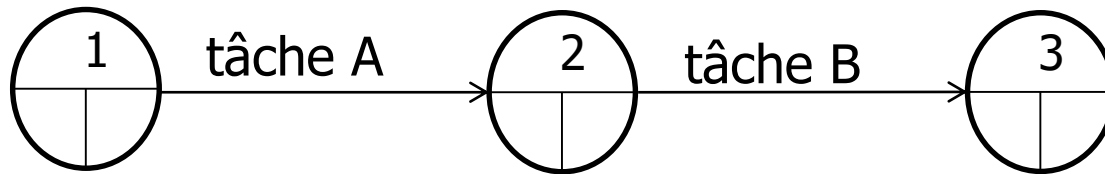
- Représentation de l'étape 1.



- Date au plus tôt = date à laquelle la tâche peut commencer au plus tôt.
- Date au plus tard = date à laquelle la tâche doit être exécutée au plus tard pour ne pas remettre en cause la durée optimale totale du projet.

Diagramme PERT

- Règles de représentation:
 - Toute tâche a une étape de début et une étape de fin.



- Deux tâches simultanées:

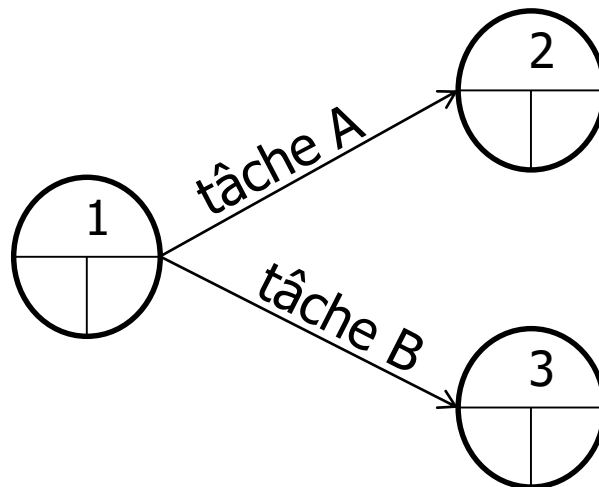
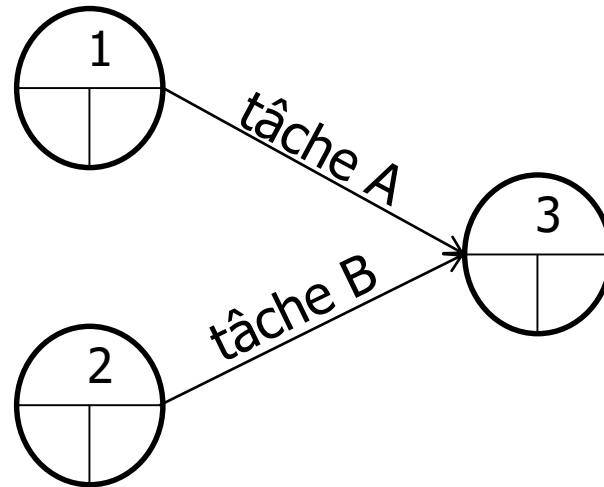


Diagramme PERT

- Deux étapes convergentes:



- Tâche fictive de durée nulle

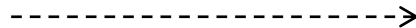
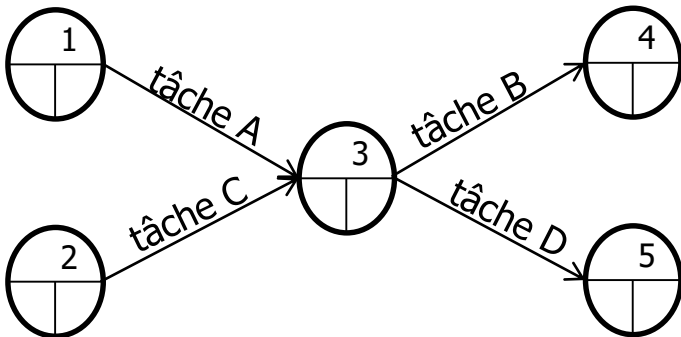


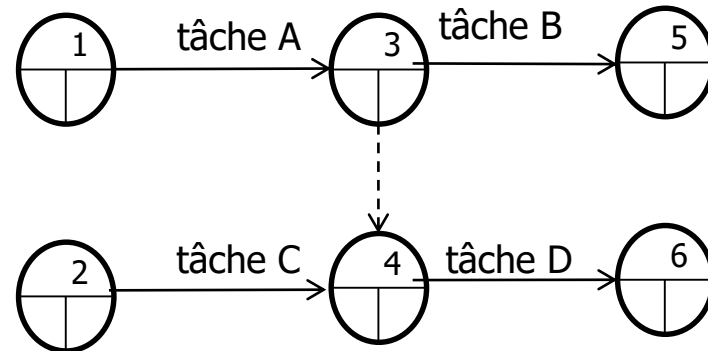
Diagramme PERT

| Tâches | Prédécesseurs |
|--------|---------------|
| B | A |
| D | AC |

NON



OUI



B démarre après A.
D démarre après A et C

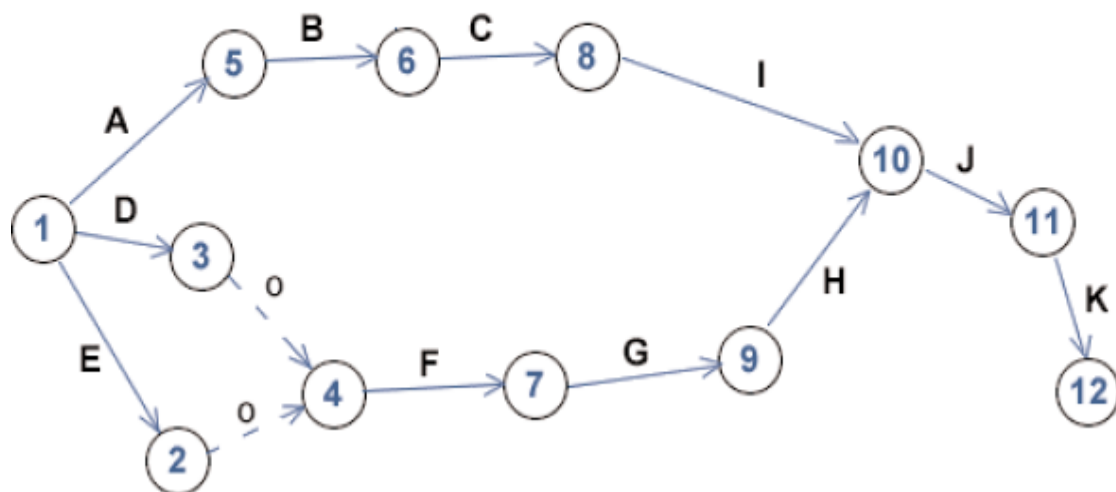
1 > Lister les tâches, estimer les durées

| ETAPES | Tâches à effectuer | Durée en sec . |
|--------|-----------------------------------|----------------|
| A | Mettre la farine dans un saladier | 3 |
| B | Mettre deux oeufs | 30 |
| C | Ajouter le lait et mélanger | 600 |
| D | Mettre du rhum dans une poêle | 3 |
| E | Couper les bananes | 300 |
| F | Les mélanger au rhum | 30 |
| G | Faire chauffer le mélange | 120 |
| H | Faire flamber | 10 |
| I | Faire cuire une crêpe | 10 |
| J | Verser le mélange sur la crêpe | 10 |
| K | Manger | |

2 > Déterminer l'ordre des tâches

| Pour faire | Il faut faire |
|------------|---------------|
| A | |
| B | A |
| C | B |
| D | |
| E | |
| F | D-E |
| G | F |
| H | G |
| I | C |
| J | I-H |
| K | J |

3 > Dessiner le graphe PERT



4 > Déterminer le chemin critique

- Le chemin critique est la chaîne de tâches partant du début et aboutissant à la fin.
- C'est le chemin le plus long entre le début et la fin, il y en a toujours au moins un.
- L'addition de toutes les durées des tâches situées sur le chemin critique donne le délai de réalisation du projet.

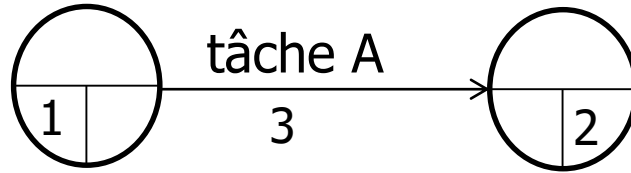
Diagramme PERT

- Une tâche a une durée et un coût.
- Une étape marque un début ou un achèvement de tâche, sa durée est nulle.
- La date au plus tôt se calcule à partir de l'étape initiale par l'addition successive des durées de tâches. En cas de conflit, la date au plus tôt correspond au chemin dont la durée est la plus longue.
- La date au plus tôt est la date à laquelle une tâche peut commencer.
- La date au plus tard se calcule à partir de l'étape finale en retranchant successivement la durée des tâches. En cas de conflit, la date au plus tard correspond au chemin dont la durée est la moins longue.
- La date au plus tard est la date à laquelle la tâche doit être exécutée sans remettre en cause la durée optimale du projet.

Diagramme PERT

- **Marge Totale** = retard maximal que peut prendre une tâche sans retarder l'ensemble du projet =

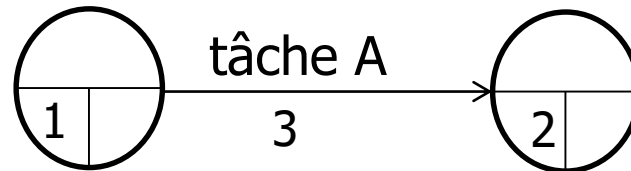
Date au plus tard de l'étape aval – Date au plus tôt de l'étape amont – Durée tâche.



$$\text{Marge totale} = 2 - 1 - 3$$

- **Marge Libre** = retard maximal que peut prendre une tâche sans retarder le début des tâches suivantes =

Date au plus tôt de l'étape aval – Date au plus tôt de l'étape amont – Durée tâche.



$$\text{Marge libre} = 2 - 1 - 3$$

Diagramme PERT

- Toutes les étapes pour lesquelles la marge est nulle sont des étapes critiques.
- Chaque tâche délimitée par deux étapes critiques est une tâche critique.
- L'ensemble des tâches critiques constitue le **chemin critique**.
- Le chemin critique est la succession des tâches pour lesquelles aucun retard n'est possible sans remettre en cause la durée optimale du projet.

Diagramme PERT

- Au cours de la préparation d'un diplôme du CNAM, un étudiant souhaite inclure les huit unités d'enseignement figurant dans le tableau ci-dessous.

| | Prérequis |
|--|-----------|
| Application des biotechnologies | B |
| Biotechnologie générale | C |
| Biologie Cellulaire | H |
| Structures ADN | C |
| Activité des Enzymes | D,G |
| Fondements des techniques de nutrition | E |
| Génie génétique | C |
| Biologie Humaine | Aucun |

Diagramme PERT

- Pour voir dans quel ordre il doit suivre ces enseignements, il suffit de dessiner un diagramme PERT.
- Ce diagramme n'est autre que le graphe représentant la structure des prérequis.
- Les sommets de ce digraphe représentent les huit unités d'enseignement que nous avons noté de A à H.
- Les arcs représentent les liens entre les prérequis spécifiés dans le tableau.

Diagramme PERT

| | Prérequis | Durée |
|--|-----------|-------|
| Application des biotechnologies | B | 2 |
| Biotechnologie générale | C | 5 |
| Biologie Cellulaire | H | 3 |
| Structures ADN | C | 4 |
| Activité des Enzymes | D,G | 3 |
| Fondements des techniques de nutrition | E | 6 |
| Génie génétique | C | 2 |
| Biologie Humaine | Aucun | 4 |

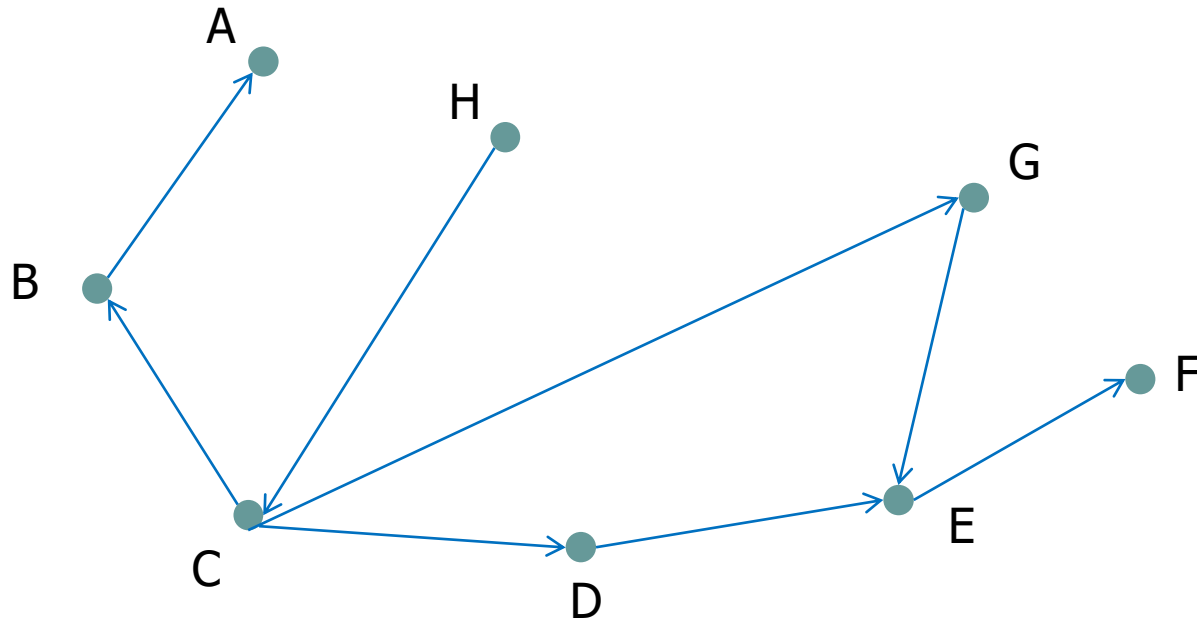
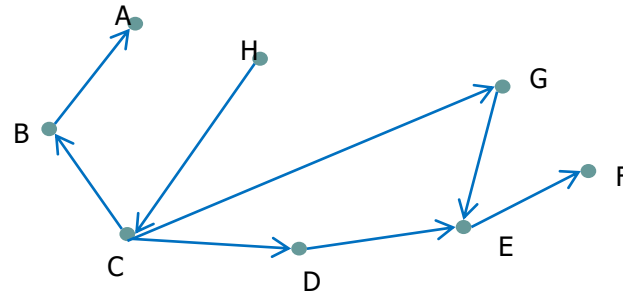


Diagramme PERT

- Algorithme de tri topologique.
 - Calculer les antécédents de chaque sommet $A(x)$
 - *etiquette* = 0
 - **while** il reste des sommets non marqués x tels que $A(x) = \emptyset$ **do**
 - **begin**
 - *etiquette* = *etiquette* + 1
 - On choisit un sommet y tel que $A(y) = \emptyset$
 - Assigner *etiquette* à y
 - **for** chaque sommet non marqué **do**
 - $A(x) = A(x) - \{y\}$
 - **end**
 - **end**

Diagramme PERT



- Etape 0: Ecrire l'ensemble de antécédents: $A(A)=\{B\}$, $A(B)=\{C\}$, $A(C)=\{H\}$, $A(D)=\{C\}$, $A(E)=\{D,G\}$, $A(F)=\{E\}$, $A(G)=\{C\}$, $A(H)=\{\emptyset\}$.
- Etape 1: Assigner l'étiquette 1 au sommet **H** et supprimer H des différents ensembles. Ainsi on a: $A(A)=\{B\}$, $A(B)=\{C\}$, $A(C)=\{\emptyset\}$, $A(D)=\{C\}$, $A(E)=\{D,G\}$, $A(F)=\{E\}$, $A(G)=\{C\}$.

Diagramme PERT

- Etape 2: Assigner l'étiquette 2 au sommet **C** et supprimer C des différents ensembles. Ainsi on a: $A(A)=\{B\}$, $A(B)=\{\emptyset\}$, $A(D)=\{\emptyset\}$, $A(E)=\{D,G\}$, $A(F)=\{E\}$, $A(G)=\{\emptyset\}$.
- Etape 3: Il y a maintenant plusieurs choix possibles pour le prochain sommet à marquer. Chacun de ces choix conduit à un marquage cohérent différent. Par exemple on peut assigner l'étiquette 3 au sommet **B** et supprimer B des différents ensembles. Ainsi on a: $A(A)=\{\emptyset\}$, $A(D)=\{\emptyset\}$, $A(E)=\{D,G\}$, $A(F)=\{E\}$, $A(G)=\{\emptyset\}$.

Diagramme PERT

- Etape 4: On choisit d'assigner l'étiquette 4 au sommet **A** et supprimer A des différents ensembles. Ainsi on a: $A(D)=\{\emptyset\}$, $A(E)=\{D,G\}$, $A(F)=\{E\}$, $A(G)=\{\emptyset\}$.
- Etape 5: On choisit d'assigner l'étiquette 5 au sommet **D** et supprimer D des différents ensembles. Ainsi on a: $A(E)=\{G\}$, $A(F)=\{E\}$, $A(G)=\{\emptyset\}$.
- Etape 6: On choisit d'assigner l'étiquette 6 au sommet **G** et supprimer G des différents ensembles. Ainsi on a: $A(E)=\{\emptyset\}$, $A(F)=\{E\}$.
- Etape 7: On choisit d'assigner l'étiquette 7 au sommet **E** et supprimer E des différents ensembles. Ainsi on a: $A(F)=\{\emptyset\}$.

Diagramme PERT

- Etape 8: On assigne l'étiquette 8 au sommet **F**.
- Finalement un marquage cohérent possible est:
 - **H, C, B, A, D, G, E, F.**
- On a ainsi obtenu un ordre dans lequel les unités d'enseignement peuvent être suivies, ordre qui est cohérent avec les prérequis imposés.

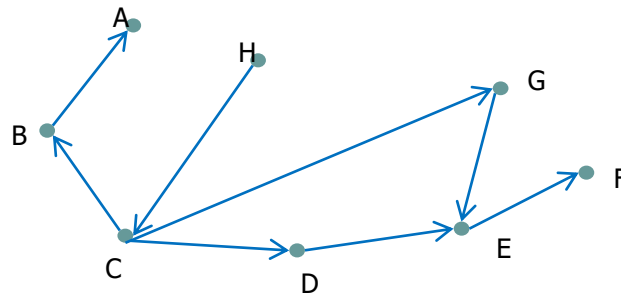
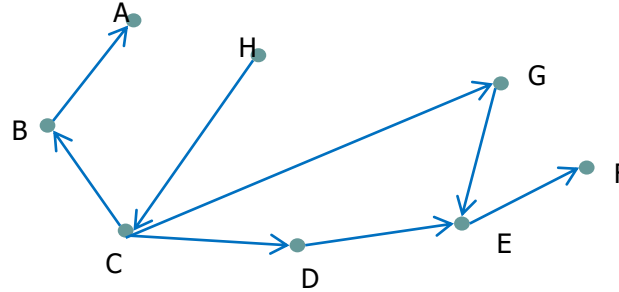


Diagramme PERT

- Même exercice. Résolution avec un tableau.



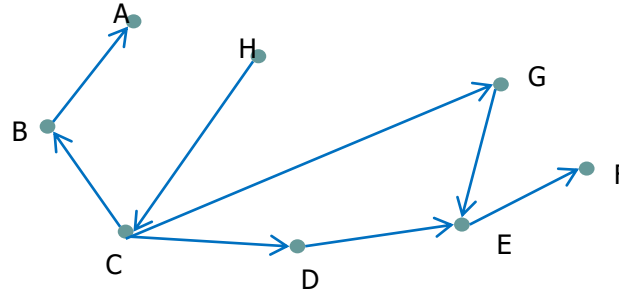
| | A | B | C | D | E | F | G | H | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|
| A | | x | | | | | | | | | | | |
| B | | | x | | | | | | | | | | |
| C | | | | | | | | x | | | | | |
| D | | | x | | | | | | | | | | |
| E | | | | x | | | x | | | | | | |
| F | | | | | x | | | | | | | | |
| G | | | x | | | | | | | | | | |
| H | | | | | | | | | | | | | |

La première ligne signifie: « A a pour antécédent B ».

La seconde ligne signifie: « B a pour antécédent C », etc ...

Diagramme PERT

- Même exercice. Résolution avec un tableau.

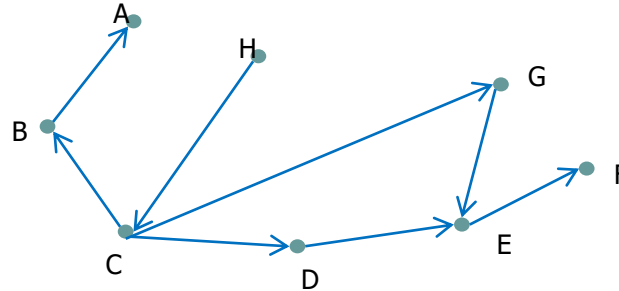


| | A | B | C | D | E | F | G | H | 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| A | | x | | | | | | | 1 | | | | |
| B | | | x | | | | | | 1 | | | | |
| C | | | | | | | | x | 1 | | | | |
| D | | | x | | | | | | 1 | | | | |
| E | | | | x | | | x | | 2 | | | | |
| F | | | | | x | | | | 1 | | | | |
| G | | | x | | | | | | 1 | | | | |
| H | | | | | | | | | 0 | | | | |

Dans la colonne 1, on compte le nombre de prédécesseurs. Le seul qui n'a pas de prédécesseur est H. On supprime les prédécesseurs H.

Diagramme PERT

- Même exercice. Résolution avec un tableau.

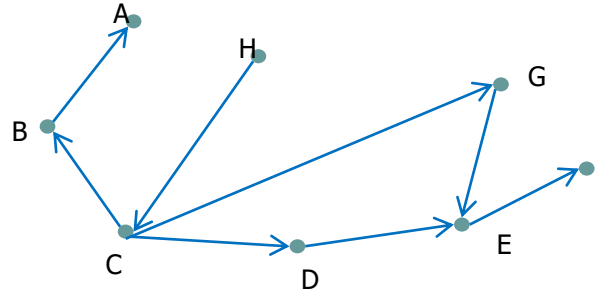


| | A | B | C | D | E | F | G | H | 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| A | | x | | | | | | | 1 | | | | |
| B | | | x | | | | | | 1 | | | | |
| C | | | | | | | | | 1 | | | | |
| D | | | x | | | | | | 1 | | | | |
| E | | | | x | | | x | | 2 | | | | |
| F | | | | | x | | | | 1 | | | | |
| G | | | x | | | | | | 1 | | | | |
| H | | | | | | | | | 0 | | | | |

Dans la colonne 1, on compte le nombre de prédécesseurs. Le seul qui n'a pas de prédécesseur est H. On supprime les prédécesseurs H.

Diagramme PERT

- Même exercice. Résolution avec un tableau.

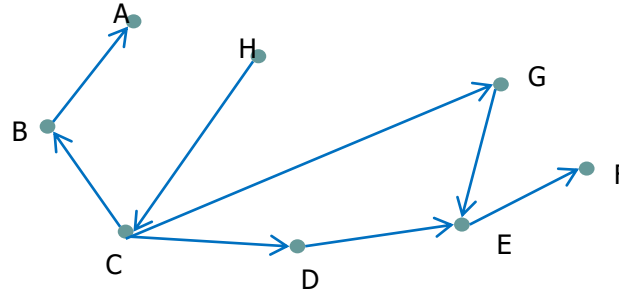


| | A | B | C | D | E | F | G | H | 1 | 2 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
| A | | x | | | | | | | 1 | 1 | | | |
| B | | | x | | | | | | 1 | 1 | | | |
| C | | | | | | | | | 1 | 0 | | | |
| D | | | x | | | | | | 1 | 1 | | | |
| E | | | | x | | | x | | 2 | 2 | | | |
| F | | | | | x | | | | 1 | 1 | | | |
| G | | | x | | | | | | 1 | 1 | | | |
| H | | | | | | | | | 0 | | | | |

Dans la colonne 2, on compte le nombre de prédécesseurs. Le seul qui n'a pas de prédécesseur est C.
On supprime les prédécesseurs C.

Diagramme PERT

- Même exercice. Résolution avec un tableau.

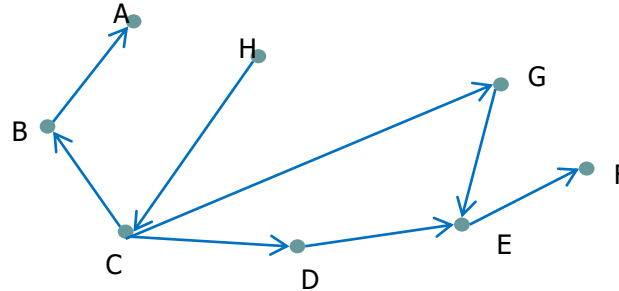


| | A | B | C | D | E | F | G | H | 1 | 2 | 3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|
| A | | x | | | | | | | 1 | 1 | 1 | | |
| B | | | | | | | | | 1 | 1 | 0 | | |
| C | | | | | | | | | 1 | 0 | | | |
| D | | | | | | | | | 1 | 1 | 0 | | |
| E | | x | | x | | | x | | 2 | 2 | 2 | | |
| F | | | | | x | | | | 1 | 1 | 1 | | |
| G | | | | | | | | | 1 | 1 | 0 | | |
| H | | | | | | | | | 0 | | | | |

Dans la colonne 3, on compte le nombre de prédécesseurs. B, D et G n'ont pas de prédécesseurs. On supprime les prédécesseurs B, D et G.

Diagramme PERT

- Même exercice. Résolution avec un tableau.

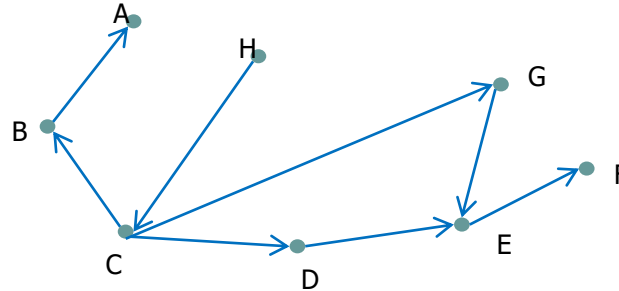


| | A | B | C | D | E | F | G | H | 1 | 2 | 3 | 4 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| A | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| B | | | | | | | | | 1 | 1 | 0 | | |
| C | | | | | | | | | 1 | 0 | | | |
| D | | | | | | | | | 1 | 1 | 0 | | |
| E | | | | | | | | | 2 | 2 | 2 | 0 | |
| F | | | | | x | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| G | | | | | | | | | 1 | 1 | 0 | | |
| H | | | | | | | | | 0 | | | | |

Dans la colonne 4, on compte le nombre de prédécesseurs. A et E n'ont pas de prédécesseurs. On supprime les prédécesseurs A et E.

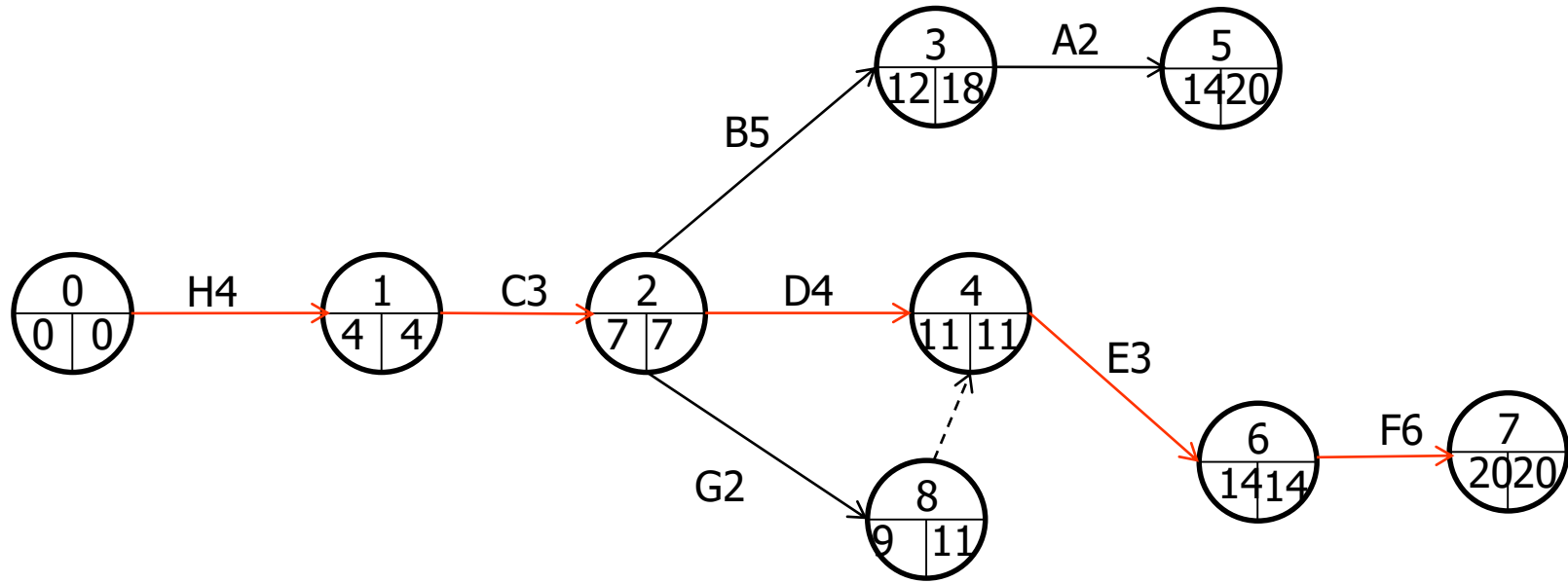
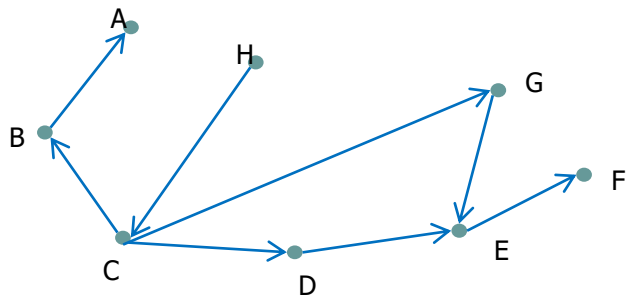
Diagramme PERT

- Même exercice. Résolution avec un tableau.



| | A | B | C | D | E | F | G | H | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| B | | | | | | | | | 1 | 1 | 0 | | |
| C | | | | | | | | | 1 | 0 | | | |
| D | | | | | | | | | 1 | 1 | 0 | | |
| E | | | | | | | | | 2 | 2 | 2 | 0 | |
| F | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| G | | | | | | | | | 1 | 1 | 0 | | |
| H | | | | | | | | | 0 | | | | |

Dans la colonne 5, on compte le nombre de prédécesseurs. F n'a pas de prédécesseurs. On supprime les prédécesseurs F.



H, C, BDG, AE, F

Chemin critique: H C D E F