LICENCIATURA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

MATEMÁTICA DISCRETA

Prof. Sergio Ariel Salinas

TRABAJO PRÁCTICO

Unidad 1: Conjuntos difusos

1 Función de membresía trapezoidal

La función de membresía trapezoidal en la lógica difusa es ampliamente utilizada debido a su capacidad para modelar fenómenos donde los estados o características no cambian abruptamente, sino que tienen una transición gradual entre diferentes niveles de membresía.

La función de membresía trapezoidal se define como:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \text{ o } x > d, \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x < b, \\ 1 & \text{si } b \leq x \leq c, \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{si } c < x \leq d. \end{cases}$$

donde a, b, c, y d son los puntos que definen la forma trapezoidal del gráfico.

En un sistema de control de temperatura, una función de membresía trapezoidal podría definirse para la "temperatura ideal" en un proceso químico. La temperatura entre 70°C y 90°C podría tener un grado de membresía de 1 (ideal). Entre 65°C y 70°C, y entre 90°C y 95°C, la membresía disminuye linealmente desde 1 hasta 0, representando zonas donde la temperatura es aceptable pero no ideal. Por debajo de 65°C y por encima de 95°C, el grado de membresía sería 0, indicando temperaturas inaceptables para el proceso.

Resolver los siguientes items:

1. Definir para el sistema de control la función de membresía asignando valores a las variables a, b, c, y d.

2. Calcular el valor de membresía para las mediciones de temperaturas entre 65 y 95.

3. Utilizar www.desmos.com/calculator para graficar la función y describirla.

2 Función de Membresía Gaussiana

La función gaussiana es ideal para características con cambios graduales, utilizando su forma de campana característica.

$$\mu(x) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

Donde:

- x es el valor del elemento para el cual se está calculando el grado de membresía.
- c es el centro de la curva, o el valor de la media.
- σ es la desviación estándar, que controla el ancho de la "campana".

En una encuesta realizada por tres encuestadores A, B y C se registraron los siguientes datos:

Table 1: Resultados parciales de encuesta

No.	**Nombre**	**Edad (años)**	**Estatura (cm)**
1	Juan	18	172
2	Ana	30	165
3	Carlos	20	178
4	Elena	28	160
5	Marcos	42	175
6	Sofía	31	169
7	David	52	180
8	Lucía	29	158
9	Fernando	70	174
10	María	27	167
11	Emma	15	195
12	Rocio	80	160

Considerar las etiquetas altura media (AM), jóvenes (J), adultos (A) y mayores (M). De acuerdo a los resultados de las encuestas calcular el valor de mombresía a cada categoría utilizando la función gaussiana.

La función de membresía para la categoría altura media se define a partir de los siguientes parámetros $c = 170$, $\sigma = 10$ esto convierte la función de gaussiana en:

$$\mu_{AM}(x) = e^{-\frac{(x-170)^2}{2\cdot 10^2}}$$

La función de membresía para la categoría jóvenes se define a partir de los valores $c = 20$, $\sigma = 5$ resultando en:

$$\mu_J(x) = e^{-\frac{(x-20)^2}{2\cdot 5^2}}$$

La función de membresía para la categoría adultos se define a partir de los valores $c = 40$, $\sigma = 10$ resultando en:

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{(x-40)^2}{2\cdot 10^2}}$$

La función de membresía para la categoría mayores se define a partir de los valores $c = 60$, $\sigma = 8$ resultando en:

$$\mu_M(x) = e^{-\frac{(x-60)^2}{2\cdot 8^2}}$$

Resolver los siguientes ejercicios:

1. Calcular el valor de membresía de cada persona encuestada a cada categoría, es decir AM, J, A y M.

2. Utilizar www.desmos.com/calculator para graficar cada una de las funciones. Describir las funciones graficadas.

3 Función de Membresía Sigmoidal

La función sigmoidal facilita transiciones suaves entre dos estados, con un punto de inflexión ajustable.

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + e^{-k(x-c)}}$$

Considerar como dominio del problema la determinación del movimiento de un vehículo, por ejemplo con transición alrededor de 10 km/h. Esto significa que es posible asignar a la función Sigmoid los valores $c = 10$, $k = 0.5$.

Resolver los siguientes ejercicios:

1. Suponer que se realiza la lectura automática de la velocidad de doce vehículos a través de sensores cada uno envía las siguientes lecturas: 5, 10, 110, 12, 14, 15, 18, 20, 7, 200, 90, 120. Calcular el valor de membresía de cada vahículo v_i a la categoría de vehículos en movimiento.

2. Utilizar www.desmos.com/calculator para graficar cada una de las funciones. Describir las funciones graficadas.

4 Sistema de riego automático

En un sistema de gestión de riego automático, se usa la variable difusa Nivel de Lluvia (en milímetros por hora, mm/h) para evaluar la situación luego de haber llovido en determinadas zonas. La lectura del nivel de lluvia en cada zona se realiza por medio de sensores y se calcula un promedio de la misma. A cada zona se le asigna una de las siguientes categorías en que se clasifican las lecturas: nivel de lluvia bajo, moderado e intenso.

Resolver los siguientes ejercicios:

1. Asignar a cada categoría el intervalo de nivel de lluvia correspondiente.

2. Seleccionar una función de membresía predefinida o definir una nueva para este problema.

3. Calcular los valores de membresía para al menos 10 lecturas aleatorias.

5 Calcular las siguientes operaciones utilizando las funciones de teóricas por defecto para cada operación.

Considerar los siguientes conjuntos difusos:

- $\underset{\sim}{A} = \{(x_1, 0.3), (x_2, 0.7), (x_3, 1)\}$
- $\underset{\sim}{B} = \{(x_1, 0.6), (x_2, 0.4), (x_3, 0.5)\}$
- $\underset{\sim}{C} = \{(x_1, 0.2),\ (x_2, 0.5),\ (x_3, 0.8),\ (x_4, 0.1),\ (x_5, 0.9),\ (x_6, 0.6),\ (x_7, 0.3)\}$
- $\underset{\sim}{D} = \{(x_1, 0.3),\ (x_2, 0.4),\ (x_3, 0.75),\ (x_4, 0.2),\ (x_5, 1.0),\ (x_6, 0.5),\ (x_7, 0.4)\}$
- $\underset{\sim}{E} = \{(x_1, 0.2), (x_2, 0.5), (x_3, 0.9)\}$
- $\underset{\sim}{F} = \{(x_1, 0.6), (x_2, 0.2), (x_3, 0.7)\}$

1. $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}$
2. $\underset{\sim}{A} - \underset{\sim}{B}$
3. $\underset{\sim}{B} - \underset{\sim}{A}$
4. $\underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{B}$
5. $\underset{\sim}{C} \cup \underset{\sim}{D}$
6. $\underset{\sim}{C} \cap \underset{\sim}{D}$
7. $\underset{\sim}{D} - \underset{\sim}{C}$
8. $\underset{\sim}{C} \times \underset{\sim}{D}$
9. $\underset{\sim}{E} \cup \underset{\sim}{F}$
10. $\underset{\sim}{E} \cap \underset{\sim}{F}$
11. $\underset{\sim}{F} - \underset{\sim}{E}$
12. $\underset{\sim}{E} \times \underset{\sim}{F}$
13. $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{D}$
14. $\underset{\sim}{E} - \underset{\sim}{A}$
15. $\underset{\sim}{A}^c \cup \underset{\sim}{B}^c$
16. $\underset{\sim}{E} \times \underset{\sim}{B}$

6 Resolver las siguientes operaciones utilizando las operaciones teóricas por defecto.

1. $((\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}) \cap \underset{\sim}{B}^c) - \underset{\sim}{A}$
2. $(\underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{B}) \times \underset{\sim}{C}^c$
3. $((\underset{\sim}{C} \cup \underset{\sim}{D}) \cap \underset{\sim}{C}^c)$
4. $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{C} \cup \underset{\sim}{E}$
5. $(\underset{\sim}{E} \cup \underset{\sim}{F}^c) \cap \underset{\sim}{E}$
6. $\underset{\sim}{E} \cup (\underset{\sim}{F}^c \cap \underset{\sim}{E})$

7 Definir una función de membresía por partes para los siguientes conjuntos difusos continuos y graficar

1. $\underset{\sim}{A} = [1, 7]$
2. $\underset{\sim}{B} = [2, 9]$
3. $\underset{\sim}{C} = [3, 5]$
4. $\underset{\sim}{D} = [3, 11]$
5. $\underset{\sim}{E} = [5, 14]$

Considerar los siguientes conjuntos difusos:

- $\underset{\sim}{A} = \{(Ana, 0.9), (Luis, 0.7), (Marta, 0.4), (Carlos, 0.2), (Sofia, 1.0), (Diego, 0.85), (Elena, 0.6)\}$
- $\underset{\sim}{B} = \{(Sevilla, 0.95), (Lima, 0.8), (Barcelona, 0.6), (Toronto, 0.5), (Madrid, 0.7), (Miami, 1.0)\}$

8 Para cada conjunto realizar las siguientes actividades:

1. Calcular $\underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{A}$, $\underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{B}$ y $\underset{\sim}{B} \times \underset{\sim}{B}$.
2. Definir una relación difusa $\underset{\sim}{R} \subset (\underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{A})$ donde $|\underset{\sim}{R}| \geq 3$
3. Definir una relación difusa $\underset{\sim}{S} \subset (\underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{B})$ donde $|\underset{\sim}{R}| \geq 3$
4. Definir una relación difusa $\underset{\sim}{T} \subset (\underset{\sim}{B} \times \underset{\sim}{B})$ donde $|\underset{\sim}{R}| \geq 3$

9 Considerar las relaciones difusas del ejercicio anterior y resolver.

1. $\underset{\sim}{R} \cup \underset{\sim}{S}$
2. $\underset{\sim}{R} \cap \underset{\sim}{S}$
3. $\underset{\sim}{S} - \underset{\sim}{R}$
4. $\underset{\sim}{R} \times \underset{\sim}{S}$
5. $\underset{\sim}{S} \cup \underset{\sim}{T}$
6. $\underset{\sim}{S} \cap \underset{\sim}{T}$
7. $\underset{\sim}{T} - \underset{\sim}{S}$
8. $\underset{\sim}{S} \times \underset{\sim}{T}$
9. $\underset{\sim}{R} \cup \underset{\sim}{T}$
10. $\underset{\sim}{R} - \underset{\sim}{T}$
11. $\underset{\sim}{R}^c \cap \underset{\sim}{T}^c$
12. $\underset{\sim}{R} \times \underset{\sim}{T}$

10 Para el resultado de cada uno de los incisos del punto anterior realizar las siguientes actividades

1. Definir la matriz de la relación.
2. Dibujar el gráfico correspondiente.
3. Evaluar todas las propiedades que cumple cada relación.
4. En caso de ser posible clasificar la relación obtenida.

11 Considerar las siguientes matrices para resolver los siguientes ejercicios.

$R_1(x_i, y_j)$	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.91	0.45	0.27	0.11
x_2	0.66	0.84	0.56	0.37
x_3	0.25	0.78	0.95	0.66
x_4	0.17	0.31	0.44	0.84

$S_1(y_i, z_j)$	z_1	z_2	z_3	z_4
y_1	0.31	0.73	0.64	0.24
y_2	0.55	0.21	0.88	0.47
y_3	0.68	0.35	0.77	0.98
y_4	0.49	0.61	0.29	0.55

$T_1(z_i, w_j)$	w_1	w_2	w_3	w_4
z_1	0.52	0.28	0.73	0.49
z_2	0.33	0.67	0.95	0.17
z_3	0.85	0.55	0.41	0.64
z_4	0.27	0.71	0.32	0.95

$R_2(x_i, y_j)$	y_1	y_2	y_3
x_1	0.75	0.43	0.61
x_2	0.22	0.89	0.38
x_3	0.56	0.31	0.80

$S_2(y_i, z_j)$	z_1	z_2	z_3
y_1	0.68	0.27	0.49
y_2	0.15	0.92	0.34
y_3	0.81	0.53	0.76

$T_2(z_i, w_j)$	w_1	w_2	w_3
z_1	0.34	0.72	0.18
z_2	0.59	0.21	0.87
z_3	0.44	0.66	0.09

Resolver:

1. $W_1 = R_1 \circ S_1 \circ T_1$

2. $W_2 = R_2 \circ S_2 \circ T_2$

3. Si es posible clasificar cada relación en equivalencia, tolerancia y de orden parcial. Justificar la respuesta.

4. Proponer tres relaciones de tolerancia y transformarlas en una relación de equivalencia. Justificar.