大学物理(上)

冯 波

电话：**18627014796**
email: bfeng@hust.edu.cn

作业：2 —— T1-T6

请独立完成作业！

- 牛顿运动定律

1. 牛顿第一定律（惯性定律）

2. 牛顿第二定律

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} \qquad m\text{为常量时：}$$

$$\vec{F} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a}$$

- 只在惯性系中成立，
- 可以做矢量分解，对每个方向分别成立。

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} \\ \vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \end{cases} \qquad \begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \\ F_z = ma_z \end{cases}$$

- 多个力对一个质点运动的改变满足矢量叠加原理，

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots$$

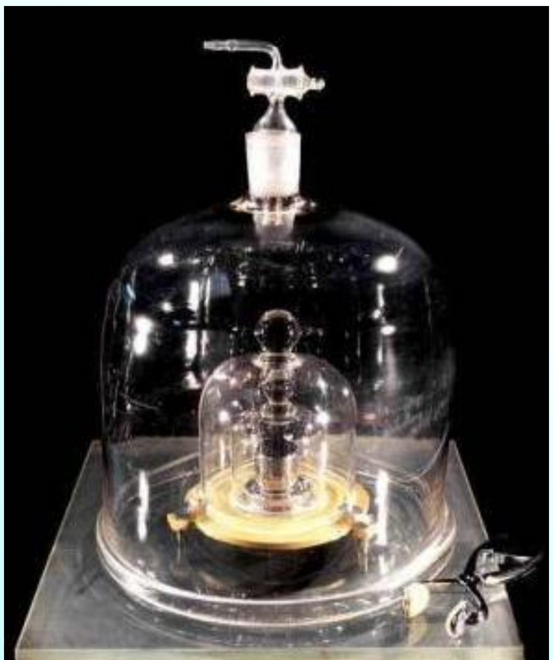
$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \cdots$$

➢ 质量的定义和度量

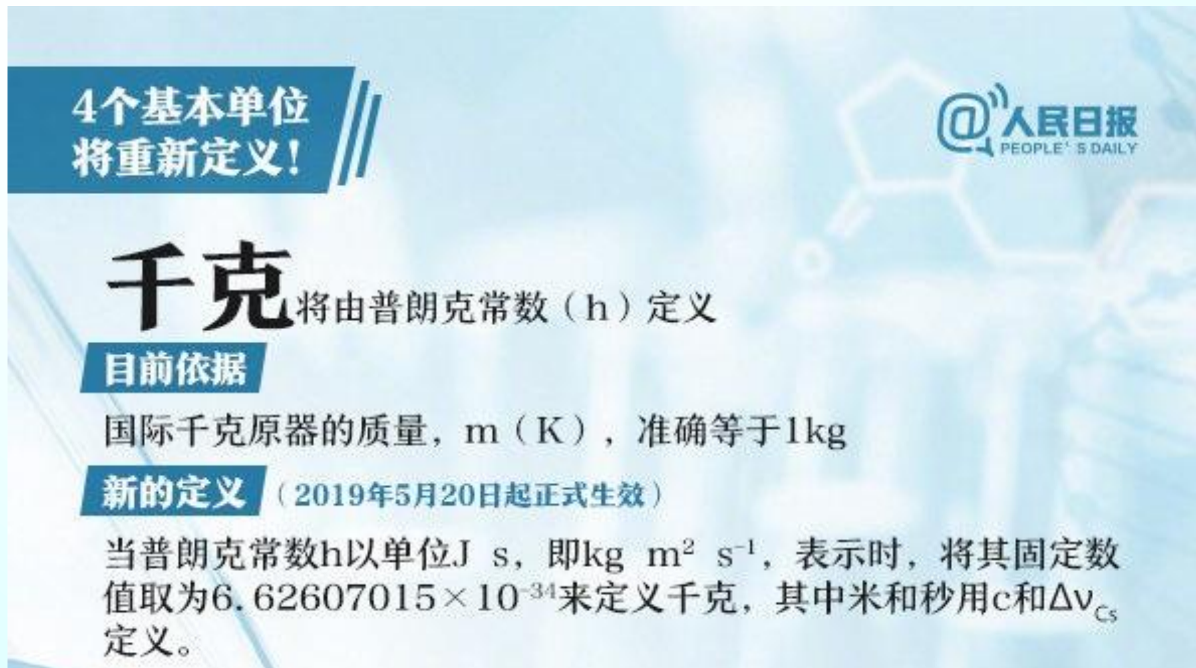
使两个质量分别为 m_1和 m_2的物体在相同的力 F的作用下分别获得加速度 a_1和 a_2，

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{a_2}{a_1}$$

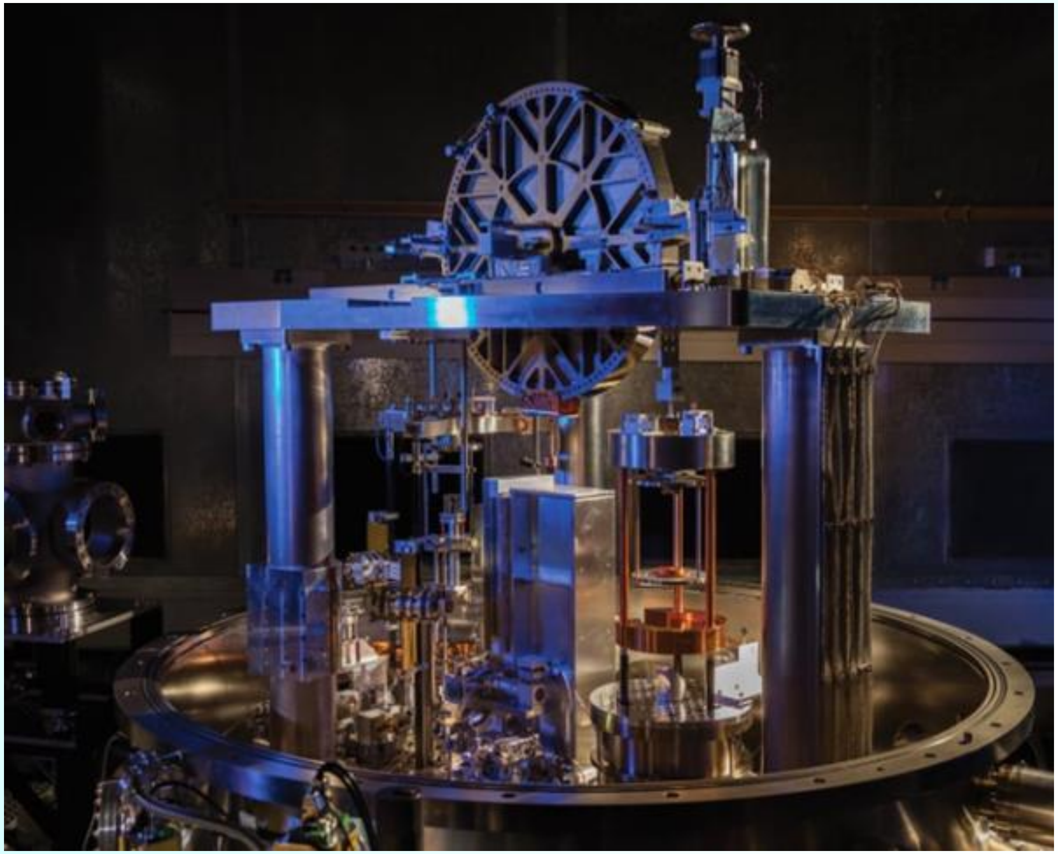
规定两个质量之一为**标准质量**，就可以根据上式算也另一个质量的大小



国际千克原器



新标准于2019年5月实施

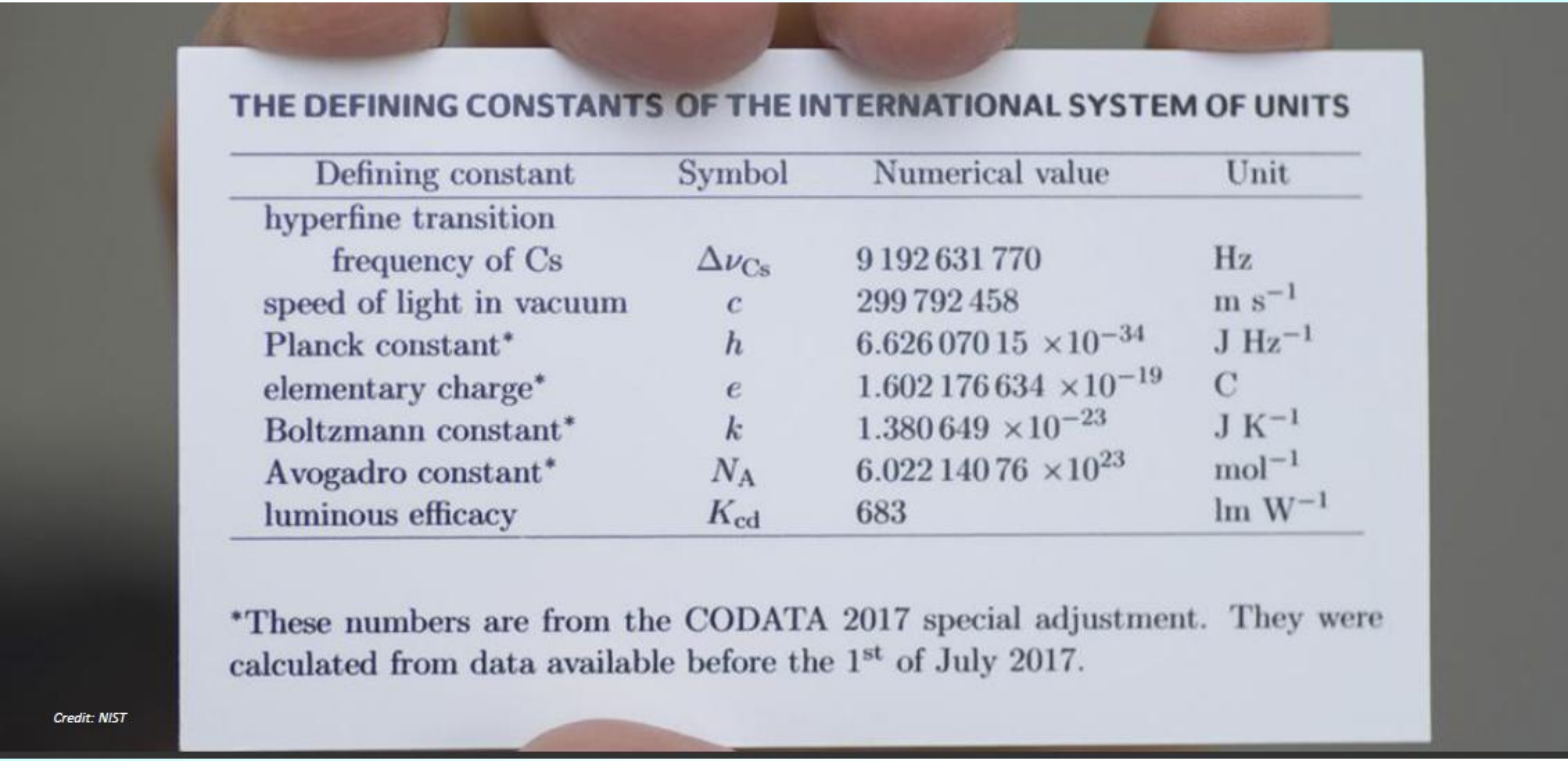


Watt-Balance
NIST、BIPM、NRC

Avogadro Project
硅原子定义kg标准

2018年11月16日，法国凡尔赛的第26届CGPM (General Conference on Weights and Measures)会议上表决通过修订国际单位制SI的提案，利用普朗克常数*h*、基本电荷*e*、玻尔兹曼常数*k*和阿伏伽德罗常数N_A重新定义千克、安培、开尔文和摩尔。新标准于2019年5月实施。

keep the SI in your wallet



THE DEFINING CONSTANTS OF THE INTERNATIONAL SYSTEM OF UNITS

Defining constant	Symbol	Numerical value	Unit
hyperfine transition frequency of Cs	$\Delta\nu_{\mathrm{Cs}}$	9 192 631 770	Hz
speed of light in vacuum	c	299 792 458	m s^{-1}
Planck constant*	h	$6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$	J Hz^{-1}
elementary charge*	e	$1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$	C
Boltzmann constant*	k	$1.380\,649 \times 10^{-23}$	J K^{-1}
Avogadro constant*	N_{A}	$6.022\,140\,76 \times 10^{23}$	mol^{-1}
luminous efficacy	K_{cd}	683	lm W^{-1}

*These numbers are from the CODATA 2017 special adjustment. They were calculated from data available before the 1st of July 2017.

For all times, for all peoples.

为全人类所用，在任何时代适用

3. 牛顿第三定律

每一个作用总有一个相等的反作用与它对抗；或者说，两个物体之间的相互作用永远相等，且方向相反。

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

- 这两个力总是沿着一条直线，而且分别作用在不同的物体上，
- 两个物体相互作用，可有接触或非接触，
- 只适用于惯性系。

第2节　基本力简介

自然界存在四种基本的力

力的种类	相互作用的物体	力的强度	力程
万有引力	一切质点	10^{-38}	无限远
弱力	放射性衰变	10^{-13}	小于 10^{-17} m
电磁力	电荷	10^{-2}	无限远
强力	核子、核子内部	1*	10^{-15} m

* 以距源 10^{-15} m处强相互作用的力强度为 1

弱力

电磁力

格拉肖，温伯格和萨拉姆，弱电统一理论（1979年诺贝尔物理学奖）

强力

大统一理论

万有引力

The theory of everything?

➢ 万有引力定律

任何两个质点都互相吸引，这引力的大小与它们的质量的乘积成正比，和它们的距离的平方成反比。

$$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

G是万有引力常量。

• 1798 Cavendish	$G=(6.67\pm0.07)\times10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$	1.000%
• 1973 CODATA	$G=(6.6720\pm0.0041)\times10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$	0.061%
• 1986 CODATA	$G=(6.67259\pm0.00085)\times10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$	0.013%
• 1998 CODATA	$G=(6.673\pm0.010)\times10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$	0.150%
• 2002 CODATA	$G=(6.6742\pm0.0010)\times10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$	0.015%
• 2006 CODATA	$G=(6.67428\pm0.00067)\times10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$	0.010%
• 2010 CODATA	$G=(6.67384\pm0.00080)\times10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$	0.012%

2019年9月12日 人民日报

华中科技大学万有引力*G* 值研究成果写入中学教材

我国华中科技大学引力中心团队在引力常量的测量中做出了突出贡献，于2018年得到了当时最精确的引力常量G的值。

我国科学家在华中科技大学引力中心的山洞实验室里，历时30多年，于2018年得到了当时最精确的G值。

- ✓ 万有引力定律中的质量反映了物体的引力性质，是物体与其它物体相互吸引的性质的量度，因此又叫引力质量。
- ✓ 在相同力的作用下，物体的质量和加速度成反比，质量大的物体产生的加速度小，即运动状态难以改变，惯性大；反之，质量小的物体产生的加速度大，即状态容易改变，惯性小。

  因此可以说，质量是物体惯性大小的量度，$\vec{F}=m\vec{a}$ 式中的质量叫做物体的惯性质量。
- ✓ 实验证明（精度达到10^{-12}），同一个物体的这两个质量是相等的。在牛顿力学中，物体的惯性质量和引力质量可以被看作是同一质量的两种表现而不加区分。

第3节 牛顿运动定律的运用

运用牛顿运动定律解决动力学问题的大致步骤：

（1）确定研究对象。

（2）分析研究对象的运动状态，包括它的轨迹、速度和加速度等。

（3）隔离物体, 仔细分析每个物体的受力情况。

（4）选择合适的参考系，并在其上建立坐标系。

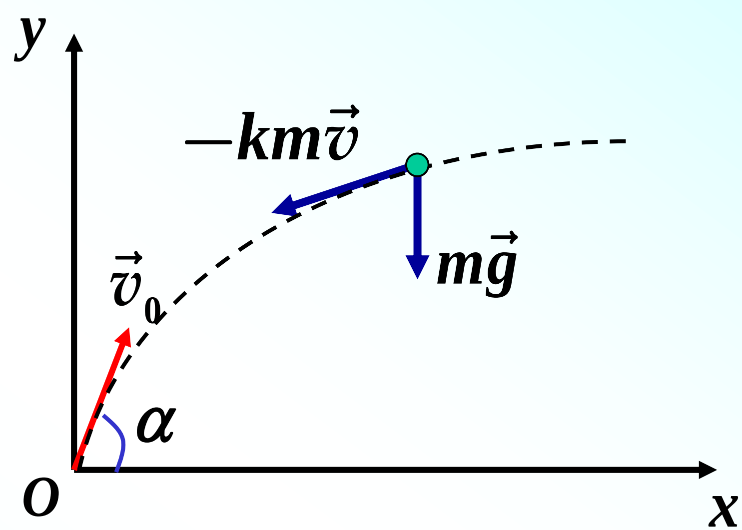
（5）把上面由分析得出的质量、加速度和力按牛顿第二定律或其分量形式列出方程。

（6）求解方程，并对结果进行讨论 。

1. 在惯性参考系中的应用

例：一质量为 m 的物体在重力的作用下，以大小为v_0的初速度沿与水平方向成 α角的方向向上抛出，空气的阻力与物体的动量成正比，比例系数为 k ，求物体的运动轨迹。

解：建立如图所示的坐标系



运动方程：

$$m\vec{g}-km\vec{v}=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$$

$$\begin{cases} -kmv_x=m\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} \\ -mg-kmv_y=m\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

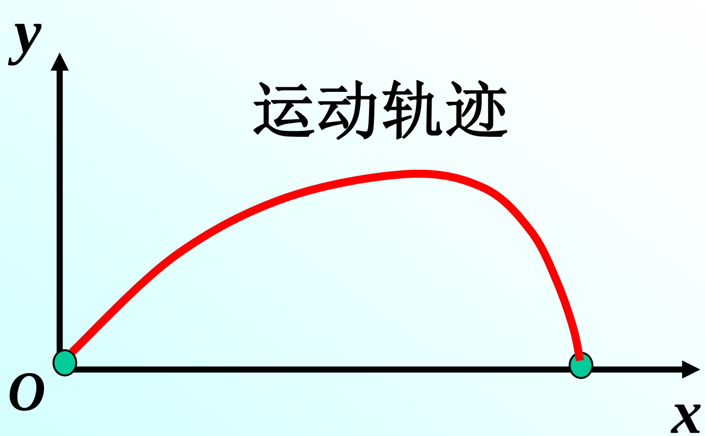
$$\begin{cases} -kv_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} & \Rightarrow v_x=v_0\mathrm{e}^{-kt}\cos\alpha=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ -g-kv_y=\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} & \Rightarrow v_y=\dfrac{1}{k}\left[(g+kv_0\sin\alpha)\mathrm{e}^{-kt}-g\right]=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

积分可得：

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{v_0 \cos\alpha}{k}(1 - \mathrm{e}^{-kt}) \\ y = \dfrac{1}{k^2}\ \ g + k v_0 \sin\alpha\ \ 1 - \mathrm{e}^{-kt}\ \ - \dfrac{gt}{k} \end{cases}$$

消去时间t，可得运动轨迹：

$$y = (\tan\theta_0 + \frac{g}{k v_0 \cos\theta_0})x + \frac{g}{k^2}\ln(1 - \frac{k}{v_0 \cos\theta_0}x)$$

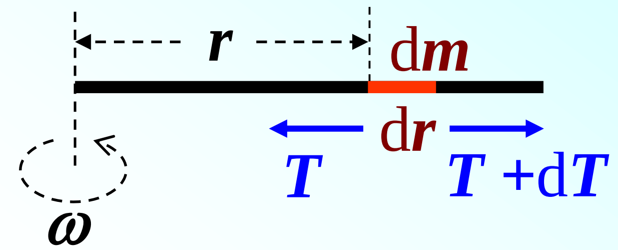


不是抛物线！

例：一条均匀的绳子，质量为 m，长度为 l，将它栓在转轴上，以角速度 ω 旋转，证明略去重力时，绳中的张力分布为：

$$T(r)=\frac{m\omega^2}{2l}(l^2-r^2)$$，式中 r 为到转轴的距离。

解：取绳上任意质元：$\mathrm{d}m=\frac{m}{l}\mathrm{d}r$



质元所受的合外力：

$$F=T-(T+\mathrm{d}T)$$（向心为正）

质元的加速度：$a=\frac{v^2}{r}=\frac{(r\omega)^2}{r}=r\omega^2$

牛顿第二定律：$F=\mathrm{d}m\cdot a$

$$\Rightarrow T-(T+\mathrm{d}T)=\frac{m}{l}\mathrm{d}r\cdot r\omega^2$$

$$\Rightarrow -\mathrm{d}T=\frac{m\omega^2}{l}r\mathrm{d}r$$

$$\Rightarrow -\int_T^0\mathrm{d}T=\frac{m\omega^2}{l}\int_r^l r\mathrm{d}r$$

$$\Rightarrow T=\frac{m\omega^2}{2l}(l^2-r^2)$$

对于质点系：

对质点系中任一质点，受外力为$\vec{F}_{i外}$，受内力为$\vec{F}_{i内}$

$$\vec{F}_{i外}+\vec{F}_{i内}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}_i}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(m_i\vec{v}_i)}{\mathrm{d}t}$$

则对整个质点系有：

$$\sum_i \vec{F}_{i外}+\sum_i \vec{F}_{i内}=\sum_i \frac{\mathrm{d}\vec{p}_i}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\sum_i \vec{p}_i}{\mathrm{d}t}$$

内力之和为0：$\sum_i \vec{F}_{i内}=0$

质点系所受的合外力：$\vec{F}=\sum_i \vec{F}_{i外}$

质点系的总动量：$\vec{p}=\sum_i \vec{p}_i$

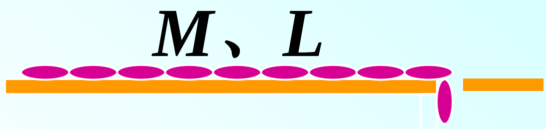
$$\Rightarrow \vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$

若每一质点速度相等，$\vec{v}_i=\vec{v}\Rightarrow \vec{p}=\sum_i m_i\vec{v}_i=\left(\sum_i m_i\right)\vec{v}=m\vec{v}$

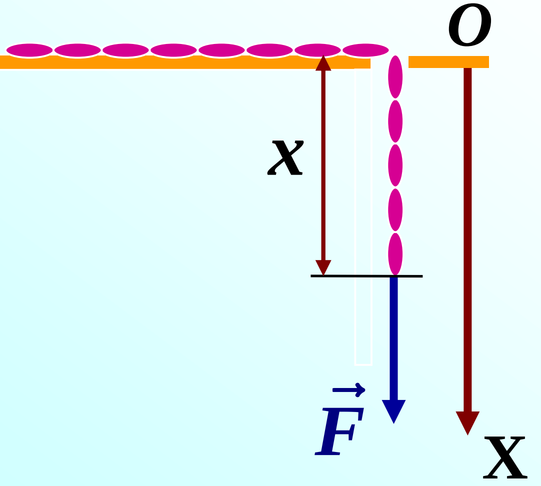
对质量不变的情况 $\Rightarrow \vec{F}=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=m\vec{a}$

例：一条质量为 M 长为 L 的均匀链条，放在一光滑的水平桌面上，链子的一端有极小的一段长度被推入桌子上的一个洞在重力作用下开始下落，试求在下列两种情况下链条刚刚离开桌面时的速度。

（1）下落前，链条为一直线形式。



解：链条在运动过程中，各部分的速度，加速度大小相同。建立坐标：如图



$$\begin{cases} \text{任意}t\text{ 时刻受力：} \vec{F} = m_x \vec{g} = \dfrac{M}{L} x \vec{g} \\ \text{运动方程：} F = M \dfrac{dv}{dt} \end{cases}$$

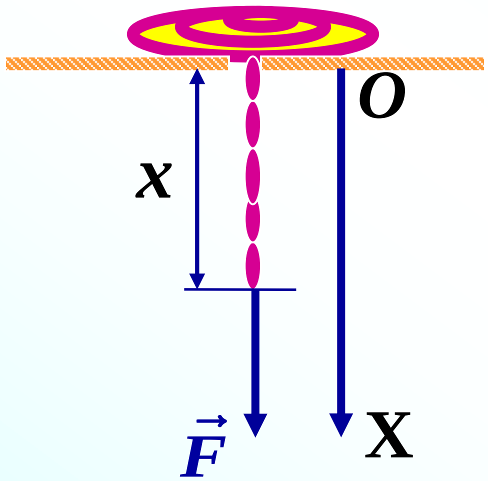
$$\Rightarrow \frac{g}{L} x = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{g}{L} x = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{g}{L}\int_0^L x\,dx = \int_0^v v\,dv \Rightarrow v = \sqrt{gL}$$

用机械能守恒定律求解

（2）在刚刚下落时，链条盘在桌子边缘。

建立如图所示的坐标系。



链条在任意t时刻所受合外力为：

$$\vec{F} = m_x\vec{g} = \frac{M}{L}x\vec{g}$$

运动方程： $\cancel{F = m_x\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}}$

$$\begin{cases} F = \dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} \\ p = m_x \cdot v + (M - m_x)\cdot 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow F = \frac{\mathrm{d}(m_x v)}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{v = \sqrt{gL}}$$

两次求得的速度为何不同？

机械能守恒？

$$\Rightarrow \frac{M}{L}xg = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{M}{L}xv\right) \Rightarrow xg\mathrm{d}t = \mathrm{d}(xv)$$

两边同乘 xv

$$\Rightarrow x^2vg\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\mathrm{d}\ \ x^2v^2 \Rightarrow x^2g\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\mathrm{d}\ \ x^2v^2$$

$$\Rightarrow g\int_0^L x^2\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^{L^2v^2}\mathrm{d}\ \ x^2v^2 \quad \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{3}gL}$$

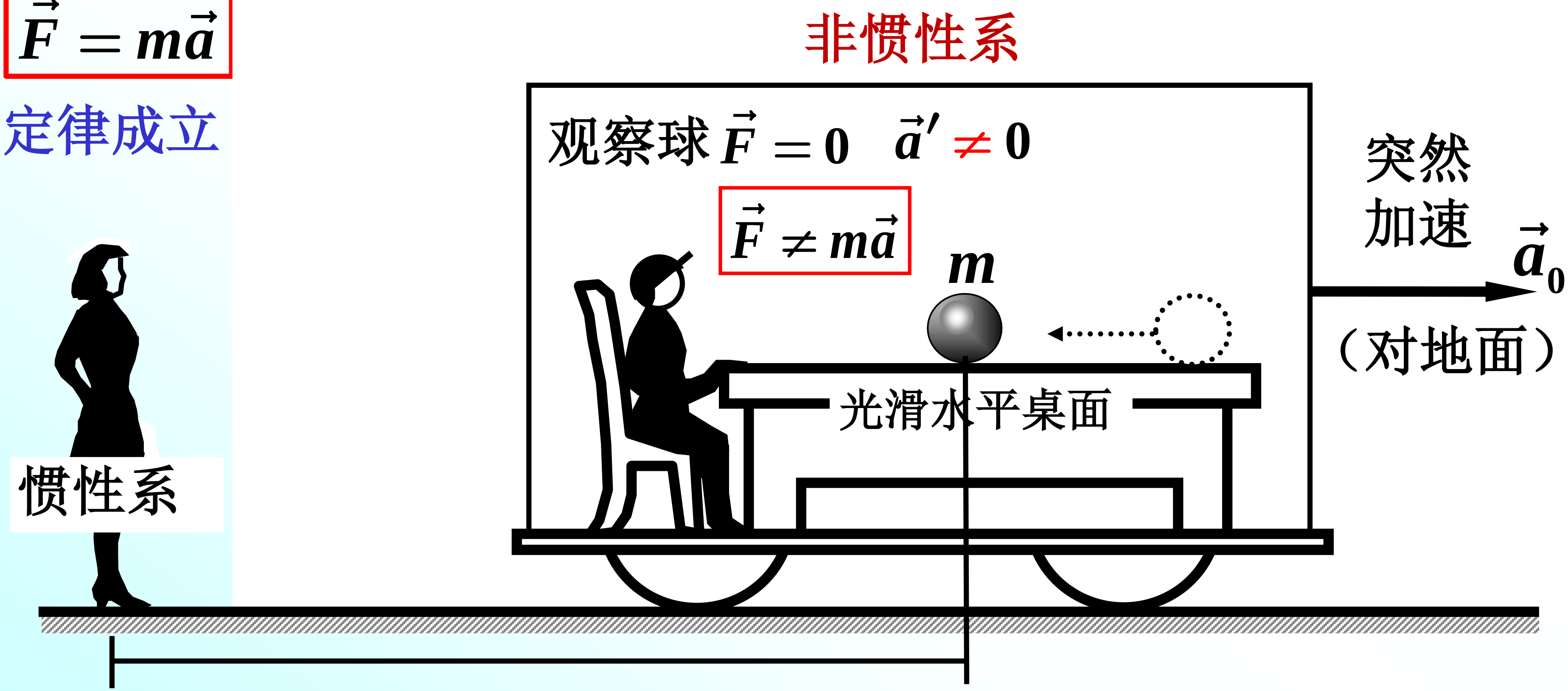
2. 在非惯性参考系中的应用

a. 加速平动参考系

观察球 $\vec{F}=0 \quad \vec{a}=0$

$$\boxed{\vec{F}=m\vec{a}}$$

定律成立



能否使非惯性系中的观察者也能用牛顿第二定律的形式去求解力学问题？