

Exercice 6

Pour une population de loi normale de variance σ^2 connue, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le niveau de confiance pour l'intervalle $\bar{x} - 2.08 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 2.08 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$?
2. Quel est le niveau de confiance pour l'intervalle $\bar{x} - 1.92 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 1.92 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$?

Petit TP

Travail demandé :

1. Générer un échantillon de taille $N = 15\,000$ de la loi $X \sim \mathcal{N}(15, 25)$.
2. Organiser ces 15 000 réalisations en 200 échantillons de taille $n = 75$.
3. Déterminer 200 estimations de μ et de σ^2 .
4. Déterminer 200 intervalles de confiance à 90% pour μ et pour σ^2 en supposant l'autre paramètre inconnu.
5. Décompter le nombre de fois où le paramètre (μ ou σ^2) ne se trouve pas dans l'IDC.
Le résultat est-il cohérent avec le niveau de confiance ?

Commandes utiles sur R-Studio :

- Pour générer, un échantillon de taille n d'une v.a. $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$:
Ech <- rnorm(n, μ , σ)
- Pour organiser l'échantillon précédent en une matrice $l \times c$, et à condition que $n = lc$:
EchOrg <- matrix(Ech, nrow=l, ncol=c)

On peut alors la regarder comme l échantillons de taille c chacun.

- Pour appliquer une même fonction à chaque ligne, par exemple calculer la moyenne :
T1 <- apply(EchOrg, 1, mean)

T1 contient alors les l moyennes de chaque ligne.

- Pour déterminer le fractile t de niveau β pour une loi X , c à d le nombre t qui vérifie l'équation :
 $\beta = F_X(t) = P(X \leq t)$:
t <- qnorm(β , μ , σ) si $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
t <- qt(β , ν) si $X \sim T_\nu$ loi de student à ν d.d.l.
t <- qchisq(β , ν) si $X \sim \chi_\nu^2$ loi du khi deux à ν d.d.l.

Exercice 7

Dans la population française, le pourcentage d'individus de sang de rhésus négatif est de 15%. Dans un échantillon représentatif de 200 Basques français on observe que 44 personnes sont de rhésus négatif. Donner un intervalle de confiance à 99% de la proportion de Basques français ayant un rhésus négatif.