- les salariés sont moins vigilants sur les consignes sanitaires.

 Cela entraı̂ne un déplacement de la courbe de demande vers la gauche : pour chaque niveau de prix, les consommateurs seront prêts à acheter moins de masques.
- l'Etat lance une grande commande publique de masques. Deux réponses possibles (la justification est importante!) :
 - L'Etat va acheter des masques qui n'auraient pas été achetés par les personnes de condition très modeste, par conséquent cela se traduit par une hausse de la demande donc un déplacement de la courbe de demande vers la droite.
 - Aucun effet puisque l'Etat va acheter des masques à la place des ménages (effet de substitution).
- les normes sur les masques (environnementales, qualité...) sont plus strictes. Si les normes deviennent plus drastiques, cela entraı̂ne une augmentation du coût de production. A prix donné, les entreprises réaliseront une marge plus faible, il y aura une baisse de l'offre : la courbe d'offre se déplace vers la gauche.

A l'issue de cette première partie, nous avons trouvé des explications permettant de comprendre les variations du prix des masques. Cependant nous n'arrivons pas encore à expliquer le caractère oscillatoire du prix jusqu'au mois de mai. Une des explications possibles est que les ajustements des prix et des quantités sur le marché ne sont pas instantanés. Nous proposons d'améliorer notre modèle en le rendant dynamique, ce qui est l'objet de la section suivante.

Partie 2: Un modèle dynamique

Dans le modèle précédent, nous avons supposé que les quantités offertes par les entreprises s'adaptent **instantanément** au prix de marché. Or dans la réalité, ce n'est pas crédible, à cause de contraintes sur la main d'œuvre et sur le capital. Les entreprises anticipent en général un niveau de production pour les jours (semaines ou mois) suivants, et le réalisent sans savoir le prix auquel elles pourront effectivement vendre leurs produits une fois disponibles sur le marché. Pour tenir compte de ce phénomène, nous modélisons la fonction d'offre de masques de la façon suivante :

$$q_t^s = c + dp_t^a,$$

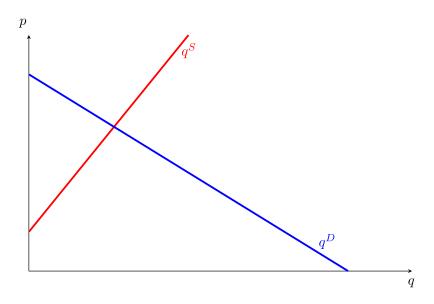
avec p_t^a le prix anticipé par les producteurs de masque à la date t, et a, b, c et d quatre constantes positives, avec a > c.

On suppose que les producteurs anticipent que le prix à la période t sera le prix de la période précédente, c'est-à-dire $p_t^a = p_{t-1}$. A la période t-1, les producteurs décident de la quantité q_t^S mise sur le marché à la date t, et cette décision est irrévocable. On suppose qu'à chaque période, l'offre et la demande de masques sont égales, c'est-à-dire $q_t = q_t^S = q_t^d$ (il n'y a pas de stockage ou de déstockage de masques de la part des producteurs entre les périodes).

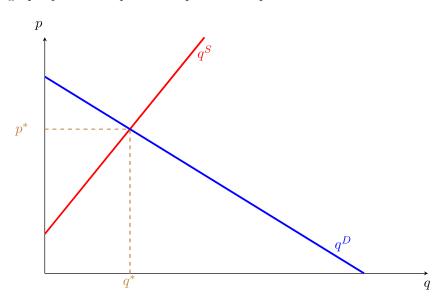
On suppose que la fonction de demande en masques à la période t est donnée par :

$$\begin{cases} q_t^d = a - bp_t \text{ si } 0 \le p_t \le \frac{a}{b} \\ = 0 \text{ sinon,} \end{cases}$$

1. Représenter sur un même graphique les fonctions d'offre et de demande de masques, avec la quantité en abscisses et le prix en ordonnées, et avec la contrainte b > d.

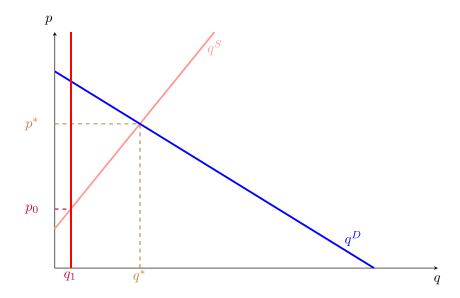


2. Repérer graphiquement le prix et la quantité d'équilibre.



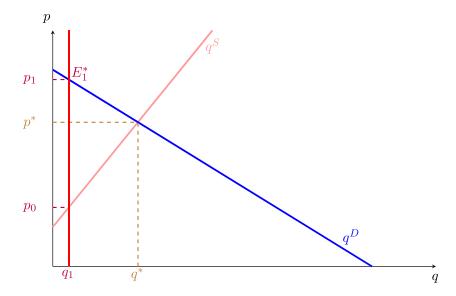
- 3. Supposons qu'initialement, le prix p_0 est inférieur au prix d'équilibre.
 - (a) A la période 0, quelle est l'anticipation des entreprises concernant le prix de vente des masques à la période 1 ? Quelle quantité décident-ils de produire à la période 0 de manière irrévocable pour la mettre sur le marché à la période 1 ? Représenter cette décision sur le graphique.

Les entreprises anticipent que le prix à la période 1 sera le même que celui de la période 0, c'est-à-dire p_0 . Elles décideront de produire q_1 comme indiqué sur le graphique cidessous, et offriront cette quantité à la période 1 quel que soit le prix de vente sur le marché p_1 .



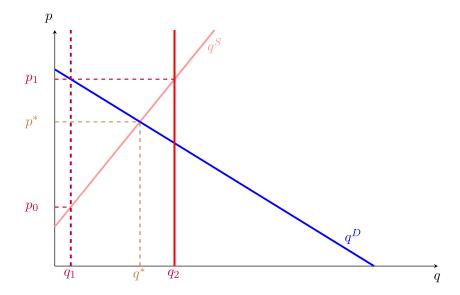
(b) Les producteurs ayant décidé de mettre sur le marché la quantité q_1 , quel sera le prix de vente des masques à la période 1, noté p_1 ? Les anticipations de prix des entreprises à la période 0 pour la période 1 étaient-elles correctes ? Compléter le graphique.

A l'équilibre (Offre = Demande, point E_1), le prix p_1 est supérieur au prix p_0 qui était anticipé par les entreprises. Par conséquent, les anticipations des entreprises étaient mauvaises ; elles ont sous-estimé le prix.

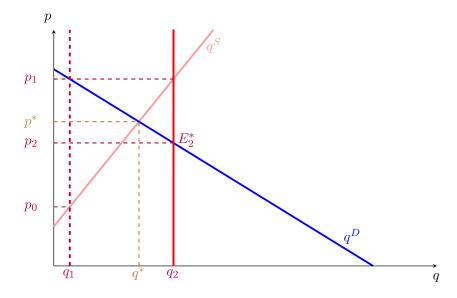


(c) Continuer le raisonnement pour les périodes 2, 3,... et placer sur le graphique $q_2, p_2, q_3, p_3, q_4, p_4$...

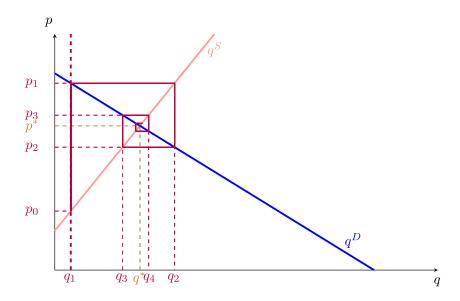
Les entreprises anticipent qu'à la période 2, le prix sera égal à p_1 . La quantité offerte à la période 2 mais décidée à la période 1 notée q_2 est représentée sur le graphique ci-dessous.



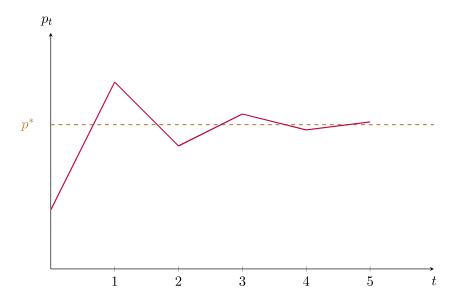
Or si les entreprises mettent q_2 sur le marché à la période 2, le prix de vente sera p_2 comme indiqué sur le graphique ci-dessous :



A la période 3, les entreprises vont anticiper que le prix sera égal à p_2 . Elles offriront la quantité q_3 à la période 3... ainsi de suite, et nous obtenons quelque chose en toile d'araignée (tout a été placé jusqu'à p_3 et q_4 , mais on peut poursuivre le schéma bien sûr, tant que cela reste lisible).



4. Sur un autre graphique, représenter l'évolution du prix des masques en fonction du temps. Que remarquez-vous ?



On remarque que le prix est cyclique et se situe une période au-dessus du prix d'équilibre, puis une période au-dessous de ce prix, puis à nouveau au-dessus, ainsi de suite. Au fur et à mesure des périodes, il converge vers p^* (oscillations de plus en plus faibles).

5. Donner l'expression de p^* en fonction de a, b, c et d.

Lorsque nous sommes à l'équilibre, ce la signifie qu'à partir d'une certaine période τ , le prix d'équilibre p^* est tel que :

$$p^* = p_{\tau} = p_{\tau+1} = p_{\tau+2} = \dots$$

Ainsi, l'équilibre entre offre et demande est tel que :

$$c + dp^* = a - bp^*$$

$$\iff (b+d)p^* = a - c$$

$$\iff p^* = \frac{a-c}{b+d}$$

6. En égalisant offre et demande à chaque période, déterminer une expression du prix p_t en fonction du prix p_{t-1} .

A partir de l'égalité Offre = Demande :

$$a - bp_t = c + dp_t^a$$

$$\iff a - bp_t = c + dp_{t-1}$$

$$\iff bp_t = a - c - dp_{t-1}$$

$$\iff p_t = \frac{a - c}{b} - \frac{d}{b}p_{t-1}$$

7. Déterminer p_t en fonction de p_0 , t et des différentes constantes du modèle.

Soit $(p_t)_{t\in\mathbb{N}}$ la suite représentant le prix des masques au cours du temps t définie par :

$$p_t = \begin{cases} p_0 & \text{si } t = 0\\ \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b} p_{t-1}, & \forall t > 0. \end{cases}$$

Deux possibilités : soit les étudiants remarquent qu'il s'agit d'une suite arithmético-géométrique, et connaissent la formule pour écrire p_t en fonction de p_0 , t et des différentes constantes du modèle ; soit ils ne la connaissent pas et ils peuvent procéder en conjecturant et en faisant une démonstration par récurrence. Si on considère ce dernier cas, regardons les premiers termes de la suite $(p_t)_{t \in \mathbb{N}}$:

$$p_{1} = \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b}p_{0}$$

$$p_{2} = \frac{a-c}{b} \left(1 - \frac{d}{b}\right) + \left(\frac{d}{b}\right)^{2} p_{0}$$

$$p_{3} = \frac{a-c}{b} \left(1 - \frac{d}{b} + \left(\frac{d}{b}\right)^{2}\right) - \left(\frac{d}{b}\right)^{3} p_{0}$$

Nous pouvons conjecturer que pour tout $t \ge 1$, nous avons :

$$p_t = \left(-\frac{d}{b}\right)^t p_0 + \frac{a-c}{b} \sum_{i=0}^{t-1} \left(-\frac{d}{b}\right)^i,$$

et en utilisant les résultats sur la somme des termes d'une suite géométrique (ici de raison -d/b), que :

$$p_t = \left(-\frac{d}{b}\right)^t p_0 + \frac{a-c}{b} \sum_{i=0}^{t-1} \left(-\frac{d}{b}\right)^i$$

$$= \left(-\frac{d}{b}\right)^t p_0 + \frac{a-c}{b} \left(\frac{1-\left(-\frac{d}{b}\right)^t}{1-\left(-\frac{d}{b}\right)}\right)$$

$$= \left(-\frac{d}{b}\right)^t p_0 + \frac{a-c}{b+d} \left(1-\left(-\frac{d}{b}\right)^t\right)$$

$$= \left(-\frac{d}{b}\right)^t p_0 + p^* \left(1-\left(-\frac{d}{b}\right)^t\right)$$

$$= (p_0 - p^*) \left(-\frac{d}{b}\right)^t + p^*$$

Montrons par récurrence que pour tout $t \ge 1$:

$$p_t = (p_0 - p^*) \left(-\frac{d}{b} \right)^t + p^*$$

Initialisation: Lorsque t = 1, nous avons:

$$p_1 = \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b}p_0$$

$$= \frac{a-c}{b+d} \frac{b+d}{b} - \frac{d}{b}p_0$$

$$= p^* \left(1 + \frac{d}{b}\right) - \frac{d}{b}p_0$$

$$= (p_0 - p^*) \left(-\frac{d}{b}\right) + p^*$$

Vérifiée.

 $\underline{\text{H\'er\'edit\'e}}$: Supposons la relation vérifiée à l'ordre t:

$$p_t = (p_0 - p^*) \left(-\frac{d}{b} \right)^t + p^*.$$

Alors à l'ordre t + 1:

$$p_{t+1} = \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b}p_t$$

$$= \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b}\left((p_0 - p^*)\left(-\frac{d}{b}\right)^t + p^*\right)$$

$$= \frac{a-c}{b} + (p_0 - p^*)\left(-\frac{d}{b}\right)^{t+1} - \frac{d}{b}p^*$$

$$= p^*\left(1 + \frac{d}{b}\right) + (p_0 - p^*)\left(-\frac{d}{b}\right)^{t+1} - \frac{d}{b}p^*$$

$$= (p_0 - p^*)\left(-\frac{d}{b}\right)^{t+1} + p^*.$$

Relation vérifiée à l'ordre t+1.

Conclusion: $\forall t \geq 1$:

$$p_t = (p_0 - p^*) \left(-\frac{d}{b} \right)^t + p^*.$$

8. Expliquer mathématiquement le phénomène observé à la question 4 (on rappelle que b > d).

Lorsque t est pair, le prix est au-dessus du prix d'équilibre $(p_t < p^*)$, et lorsque t est impair, le prix sera au-dessous du prix d'équilibre. Lorsque t tend vers $+\infty$, et si nous avons b < d, alors $\lim_{t \to +\infty} p_t = p^*$.

9. Au regard des résultats de la question précédente, ainsi que de ceux des questions 6 et 7, donner les conditions pour que le prix converge, diverge, ou alterne sur les mêmes valeurs.

Si b=d, les oscillations seront constantes $\left(\frac{d}{b}=1\right)$, cf question 7. Le fait d'être au-dessus ou au-dessous du prix d'équilibre dépend de la parité de t. On ne converge jamais vers le prix d'équilibre.

Si d > b, les oscillations sont de plus en plus fortes, et le prix diverge du prix d'équilibre!

10. Conclure.

Avec ce petit modèle, nous arrivons à expliquer pourquoi les prix oscillent tout en tendant vers le prix d'équilibre. Une explication serait que les producteurs ne pourraient pas adapter instantanément les quantités produites au prix de marché. Le texte donné en annexe donne de la crédibilité à cette hypothèse. En effet, les entreprises françaises ont remarqué que le prix des masques était élevé au début du confinement. Pensant que les prix allaient restés très élevés ensuite, elles se sont décidées à produire massivement des masques. Mais une fois mise sur le marché, la quantité disponible extrêmement importante a fait s'effondrer les prix.

Il ne faut cependant pas oublier que le résultat de convergence de notre modèle dépend de la condition b>d. Ceci suppose qu'en valeur absolue, la demande réagisse plus fortement à une variation des prix que l'offre. Mais nous n'avons pas pu vérifier si c'est effectivement le cas dans la réalité.

5.1 Annexe : Article de presse sur la filière des masques "Made in France"

Covid : que devient la filière des masques textiles "made in France" poussée par le gouvernement ?

Cédric Mathiot, Libération

Au plus fort de la crise, les entreprises françaises fabriquaient plus de 5 millions de masques réutilisables par jour. Aujourd'hui, on en est loin. La faute à la baisse de la demande et à la concurrence. Les acteurs comptent sur la commande publique pour relancer la production.

Fin mars, alors que la polémique enflait sur la pénurie de masques et l'impréparation des autorités, le gouvernement annonce sa volonté de créer – ou relancer – une filière de masques sanitaires français (les masques chirurgicaux et FFP2). Dans le même temps, le gouvernement annonce aussi la mise en place, à marche rapide, d'une production française de masques textiles, à usage non sanitaire. Le 29 mars est publiée une note d'information définissant un cadre pour la production de ces masques made in France, dits "masques grand public". L'objectif : des masques homologués, respectant des performances en termes de filtration, et reconnaissables à des logos.

Sous l'impulsion du comité stratégique de la filière mode et luxe (CSF) et en lien avec la Direction générale des entreprises (DGE), un groupement (devenu association) baptisé "Savoir faire ensemble" est créé, avec comme objectif de centraliser les demandes, de mettre en relation les confectionneurs avec les fabricants de matière première. Au plus fort de l'épidémie, le groupement a rassemblé jusqu'à 1 400 entreprises textiles, qui ont produit jusqu'à 5 millions de masques par jour, et ont trouvé pour certaines dans cette activité un moyen opportun de compenser l'effondrement de leur activité lié au Covid. Au total, "entre 150 et 200 millions de masques grand public français ont été fabriqués", avance Guillaume Gibault, PDG du Slip français et président de "Savoir faire ensemble".

Et aujourd'hui? Paradoxalement, alors que le port du masque est aujourd'hui quasi généralisé dans les espaces publics et dans les entreprises, on est très loin du rythme printanier. Le groupement, devenu association, est retombé à environ 500 entreprises dont 10% seulement produisent actuellement, estime Yves Dubief, président de l'Union des industries textiles (UIT) : "les ateliers ont été mis en sommeil, les CDD recrutés pour les faire tourner n'ont pas été reconduits". "On doit recevoir entre 10 et 20 commandes par jour sur la plateforme, soit 50 000 masques par jour", confirme Guillaume Gibault. Même en ajoutant les commandes qu'honorent les entreprises directement (sans passer par la plateforme commune), le total des masques textiles produits par la filière française est aujourd'hui probablement 10 voire 20 fois moins élevé que la capacité théorique de production, qui est de 25 millions de masques par semaine.

Début juin, un stock de 40 millions de masques sur les bras

Premier élément d'explication : tout le monde, désormais, a des masques. "La population est équipée depuis longtemps, les grandes surfaces ont du stock, et les entreprises et collectivités ont déjà beaucoup commandé, voire surcommandé, explique Yves Dubief. Une entreprise qui estimait son besoin à 100 000 masques, elle en aura reçu 200 000. Mais en raison du télétravail, elle en aura finalement consommé 50 000, deux fois moins que prévu... Une grande banque me disait ces derniers jours qu'ils avaient des masques jusqu'à mai de l'année prochaine." Dès le début de l'été, les fabricants de la filière ont été confrontés à une baisse de la demande, se retrouvant avec des millions de masques sur les bras. "Début juin, explique Guillaume Gibault, on avait estimé à

40 millions le stock de masques qui posait problème pour la filière, concernant principalement une trentaine d'entreprises. Une mission a été menée pour évaluer, et traiter, ce stock." Pour alléger ces invendus, la secrétaire d'Etat à l'Economie, Agnès Pannier-Runacher (depuis nommée ministre déléguée à l'Industrie), a exhorté les grandes entreprises à acheter français, déplorant sur RTL, le 8 juin : "C'est quand même incroyable. On a un produit qui est écologique, qui a un rapport qualité-prix imbattable, pour plus d'une dizaine d'utilisations par comparaison avec les masques à usage unique, et néanmoins on n'arrive pas à convertir les grandes entreprises à utiliser ce masque, on préfère le masque chirurgical qui, lui, est importé de Chine." Yves Dubief estime que le stock, qui est retombé à 20 millions fin juillet, doit être compris entre 14 et 15 millions aujourd'hui. "Et peut-être même un peu plus. Certains peuvent être tentés de ne pas trop communiquer, vu que c'est jamais bien vu par les banquiers d'avoir trop de stock."

Effondrement de la demande et explosion de l'offre

A l'effondrement de la demande s'est ajoutée l'explosion de l'offre. Les masques textiles doivent faire face à la concurrence des masques chirurgicaux, y compris made in France (près de 60 millions sont produits chaque semaine sur le territoire) qui sont désormais partout après avoir fait un temps l'objet de pénuries. Sans compter les masques textiles importés d'Asie ou fabriqués, parfois par des entreprises françaises, au Maghreb. Ce suréquipement, doublé de la concurrence, a eu pour effet de faire logiquement baisser les prix des masques en général. Celui des masques chirurgicaux a dégringolé depuis quelques mois, annulant l'argument économique dont pouvait se prévaloir le masque réutilisable. Ne restent plus au tissu made in France que l'argument écologique, celui de la fibre nationale, et l'argument esthétique, sur lequel certains fabricants tentent de jouer, notamment en visant le haut de gamme. Globalement, le tarif des masques en tissu a suivi le mouvement à la baisse, ce qui n'incite pas non plus des entreprises françaises à se remettre à la production. "Certains ont pu gagner de l'argent au pic de la crise. C'est beaucoup plus dur maintenant. Du coup, si elles en ont la possibilité, les entreprises préfèrent se concentrer sur leurs marchés habituels. Et puis à terme, nul n'ignore que dès qu'un vaccin est trouvé, le marché du masque, c'est fini", explique un acteur.

La généralisation du port du masque en entreprises, début septembre, n'a pas offert de réel débouché. Parce que les entreprises ont du stock, mais aussi parce que quand ce n'est pas le cas, elles se tournent plus volontiers vers le masque chirurgical, en dépit du volontarisme affiché du gouvernement. Le protocole sanitaire recommande explicitement le masque en tissu pour la majorité des salariés, réservant le masque chirurgical pour les personnes à risque ou le personnel médical. Problème : comme CheckNews l'écrivait, si l'employeur – tenu de fournir les masques aux salariés opte pour le réutilisable, la charge du nettoyage lui incombera. "Ça laisse deux possibilités, dit Yves Dubief : collecter les masques chaque jour, les nettoyer, et les redistribuer le lendemain, ce qui veut dire que vous pouvez vous retrouver avec le masque d'un collègue, ce qui ne plaît pas à tout le monde... Ou alors laisser le nettoyage à la charge de chaque salarié, ce qui implique de l'indemniser du coup du lavage. Ce qui ne revient pas cher, quelques euros en passant par un forfait, mais ce qui est compliqué à mettre en œuvre."

La commande publique, planche de salut?

Reste la commande publique. En l'absence de production nationale, l'Etat et les régions avaient commencé par se fournir en Asie au début de la crise, essentiellement en masques jetables, mais aussi en masques textiles, qu'on retrouve encore parfois dans les stocks publics. L'Etat a ainsi livré en juillet en Mayenne 650 000 masques en tissus... made in Vietnam. Un déstockage de masques commandés au début de la crise, mais qui a fait jaser. Dans les Yvelines, les 160 000

masques textiles livrés à la rentrée aux collégiens viennent d'Afrique du Nord: "On a puisé dans le stock qu'on avait constitué pendant le confinement, à un moment où il était impossible de trouver des masques français", se justifie la communication du département. Même provenance pour les masques des collégiens de Creuse, mais pour des raisons différentes: "Pour les masques tissus, on s'est d'abord fournis auprès de fournisseurs produisant dans le département ou en en Savoie, mais on a opté dernièrement, pour des raisons de prix, pour une entreprise française qui produit au Maghreb", explique-t-on au conseil départemental.

Mais ces cas semblent toutefois des exceptions. La commande publique s'est largement orientée ces derniers mois vers de la production française, au moins concernant les masques tissu. Nombreux départements et régions ont ainsi fait savoir par exemple qu'elles avaient fait appel à des entreprises tricolores pour fournir des masques aux collégiens et lycéens. C'est le cas du conseil départemental de Saône-et-Loire, qui a commandé 100 000 masques auprès de l'usine de Dim à Autun, dans le département. L'Allier, les Hautes-Alpes et l'Ain se sont aussi fournis dans la même entreprise. Le département de l'Oise s'est fourni auprès du groupe Kindy. En Corrèze aussi, les masques textiles ont été commandés essentiellement auprès de producteurs du département ou français. Au niveau régional, Jean Rottner, président de la région Grand Est, a annoncé la distribution de deux masques par élève, produits localement près de Troyes, dans le Haut-Rhin ou dans les Vosges. La région Hauts-de-France s'est fournie en masques jetables (33 millions de masques commandés) auprès de producteurs asiatiques, mais a fait dans le local pour les 9 millions de masques textiles. Idem en Paca ou en Auvergne-Rhône-Alpes, comme en Occitanie, où les 7 millions de masques tissu que s'est procurés depuis le début de l'épidémie la région sont tous de provenance locale.

Mais un relais de croissance plus substantiel pourrait venir d'une commande massive de l'Etat, que les acteurs de la filière appellent de leurs vœux. Yves Dubief : "L'activité de la filière peut se poursuivre un peu dans le temps s'il y a une commande publique qui s'étale sur une douzaine de mois, avec constitution d'un stock stratégique." Comme il en existe pour les masques sanitaires. Contacté par CheckNews, le ministère confirme que des "réflexions sont en cours" sur le sujet. Sans être capable de donner des précisions sur le volume, la date, ni les contours de ce marché public. L'enjeu sera aussi de faire profiter les industriels français en respectant les règles de la concurrence. "Il faudra que ce soit une commande stratégique", dit-on a Bercy. Comprendre : se débrouiller, en jouant par exemple sur les clauses environnementales, pour que la commande profite aux entreprises tricolores. Le tout, insistent les acteurs de la filière France, à un prix qui permette aux industriels de s'y retrouver.