

Théorie des Jeux

Problème 1 : Concurrence et coopération

Deux entreprises Danone et Yoplait veulent créer un nouveau yoghourt. Une étude de marché a montré que ce yoghourt pourrait être vendu au prix de 0.3 euro et que, au total, les consommateurs pourraient acheter 10 millions de yoghourts.

Si l'une des deux entreprises est seule sur le marché, elle vendra 10 millions de yoghourt à 0.3 euros, mais si les deux entreprises entrent sur le marché, elles devront se le partager et chaque entreprise vendra 5 millions de yoghourts à 0.3 euros.

Les deux entreprises ont les mêmes coûts de production. On distingue 2 types de coût dans une entreprise :

- Les coûts fixes, qui correspondent aux machines que l'entreprise doit acheter, et qui sont indépendants de la quantité produite. Evidemment, si une entreprise décide de ne pas produire, elle n'aura pas de coût fixe. Danone et Yoplait ont les mêmes coûts fixes qui s'élèvent à 1.5 millions d'euros.
- Les coûts variables, qui correspondent aux matières premières et à la main d'oeuvre, et qui dépendent du nombre de yoghourts produits. Les deux entreprises ont les mêmes coûts variables : 10 centimes d'euro pour chaque yoghourt.

Le bénéfice d'une entreprise est égal à :

$(\text{nombre de produit vendu} \times \text{prix de vente}) - (\text{nombre de produit vendu} \times \text{coût variable}) - \text{coût fixe}$

1. Calculer les bénéfices de Danone : - si l'entreprise produit 10 millions de yoghourts
- si l'entreprise produit 5 millions de yoghourts.
2. Remplissez la matrice des gains ci-dessous où chaque case représente le couple suivant : (gain de Danone en millions d'euros, gain de Yoplait en millions d'euros)

| | | Yoplait | |
|--------|----------------|-----------------------|----------------|
| | | Produit | Ne produit pas |
| Danone | Produit | (-500 000 : -500 000) | (500 000 : 0) |
| | Ne produit pas | (0 : 500 000) | (0 : 0) |

3. Qu'est ce qu'une stratégie dominante?

4. Existe-t-il une stratégie dominante pour Danone dans ce jeu ?
5. Qu'est ce qu'un équilibre de Nash?
6. Quel sont les équilibres de Nash dans ce jeu stratégique ?
7. Pourquoi parle-t-on dans ce cas d'avantage du premier arrivé ?
8. Quel est la situation qui va se réaliser ?

Danone et Yoplait se rendent bien compte qu'elles ne peuvent pas produire toutes les deux, chacune de leur côté, et qu'il est préférable de coopérer. Les deux entreprises vont créer une nouvelle société Daplait. Elles n'auront donc besoin d'acheter qu'une seule fois les machines.

9. Quel est le coût fixe de la nouvelle entreprise ?
10. Quelle est ici la source de la coopération? Expliquez.

Problème 2 : Coopération dans un groupe de travail

Les deux étudiants Maya et Tarek décident de préparer ensemble leur mémoire. Bien que les deux étudiants aient décidé de coopérer, chacun possède deux options : soit “travailler” soit se “reposer”, en pensant que l'autre fera une partie de son travail à sa place.

L'objectif principal des étudiants est d'obtenir une bonne note. Toutefois, des deux étudiants, Maya apprécie plus une bonne note que Tarek, car elle ne veut pas redoubler. En effet, comme elle doit travailler dans un fast-food pour payer ses études, elle souhaite qu'elles durent le moins longtemps possible. Par ailleurs, le travail est coûteux pour les deux étudiants mais il l'est plus pour Maya que pour Tarek, puisque Maya est fatiguée par son travail au fast-food.

Si les deux travaillent la note est meilleure : Maya obtient une utilité de 10 et Tarek une utilité de 8. Si Maya est la seule à travailler, la note est moyenne et les utilités sont 3 pour Maya et 6 pour Tarek. Si Tarek est le seul à travailler, la note est à nouveau moyenne et les utilités sont 7 pour Maya et 4 pour Tarek. Enfin, si personne ne travaille, ils obtiennent tous les deux une utilité nulle.

On suppose que Maya et Tarek prennent simultanément la décision de travailler ou de se reposer.

Ce jeu peut être représenté par la matrice suivante

| | | Stratégie de Tarek | |
|-------------------|------------|--------------------|------------|
| | | Travailler | Se reposer |
| Stratégie de Maya | Travailler | (10 : 8) | (3 : 6) |
| | Se reposer | (7 : 4) | (0 : 0) |

1. A quel concept économique correspond la stratégie "Se reposer" ?
2. Quelle est la définition d'une stratégie dominante ?
3. Existe-il une stratégie dominante pour Maya dans ce jeu ? Si oui, laquelle ?
4. Existe-il une stratégie dominante pour Tarek dans ce jeu ? Si oui, laquelle ?
5. Peut-on en déduire l'issue de ce jeu ?

Problème 3 : La Guerre du Tourisme

Une région constituée de deux communes voisines souhaite miser sur le tourisme pour relancer l'économie locale. La commune A projette de construire un parc d'attraction avec piscine, et la commune B un terrain de golf. Le coût de chacun de ces investissements est de 12 millions d'euros.

Les deux communes sollicitent un premier expert, avant de prendre leur décision d'investir ou non dans un parc d'attraction et dans un golf. Cet expert montre que le montant des dépenses touristiques varie avec le nombre d'équipements touristiques dans la région. Il estime à 28 millions d'euros les dépenses touristiques dans la région si les 2 équipements sont disponibles, chaque commune attirant exactement la moitié des dépenses. En revanche si un seul équipement est disponible il estime ces dépenses à 15 millions d'euros dans la seule commune qui a construit l'équipement. On s'intéresse dans la suite aux gains des communes.

1. Représentez ce jeu en remplissant le tableau suivant avec les gains des communes A et B en millions d'euros:

| | | B | |
|---|------------------|-----------|------------------|
| | | Construit | Ne construit pas |
| A | Construit | (:) | (:) |
| | Ne construit pas | (:) | (:) |

2. Donnez la définition d'une stratégie dominante.
3. Existe-t-il une stratégie dominante pour la commune A dans ce jeu ? Si oui, laquelle ?

4. Donnez la définition d'un équilibre de Nash.
5. Montrez l'existence d'un ou plusieurs équilibre(s) de Nash dans ce jeu.
6. Quelle sera l'issue de ce jeu ?

Un deuxième expert est engagé par les 2 communes : il chiffre quant à lui le montant des dépenses touristiques dans l'ensemble des 2 communes à 18 millions d'euros, qu'il y ait un ou deux équipements disponibles. Selon lui si une seule commune construit un équipement, elle attirera la totalité des touristes. Mais l'expert montre également que si les 2 communes construisent, alors elles vont récolter uniquement la moitié des recettes touristiques.

7. Représentez le jeu en remplissant le tableau de la question 1 en fonction des prévisions du 2e expert
8. Montrez que les divergences de vues entre les 2 experts proviennent d'une représentation différente de la relation entre les 2 consommations de loisirs (golf et parc d'attraction/piscine)
9. Montrez l'existence d'un ou plusieurs équilibre(s) de Nash dans cette 2e version du jeu.
10. Quelle sera l'issue de ce 2e jeu ? Expliquez.

Une association composée d'habitants des 2 communes se constitue et fait appel à un 3e expert. Ce dernier valide les prévisions chiffrées pour le tourisme du 1er expert, mais il montre qu'un facteur environnemental doit être pris en compte. En effet, les deux communes sont chaque année frappées de sécheresse en période estivale. Or les 2 projets touristiques consomment beaucoup d'eau. Il montre que chaque construction va engendrer un surcoût de 3 millions d'euros pour gérer les effets de la sécheresse, partagé à égalité entre les 2 communes puisqu'elles puisent leur eau dans la même nappe phréatique.

11. Représentez le jeu en remplissant le tableau de la question 1 en fonction des prévisions du 3e expert Montrez l'existence d'un ou plusieurs équilibre(s) de Nash dans cette 3e version du jeu.
 12. Quelle sera l'issue de ce 3e jeu ?
 13. Cette issue est-elle souhaitable ? Discutez.
- Le 3e expert propose aux communes de signer un contrat dans lequel elles s'engagent immédiatement ensemble à renoncer à leurs projets touristiques et à financer à la place un programme de reforestation qui ne leur rapportera rien.
14. Les communes peuvent-elles accepter ?
 15. Une fois l'engagement pris, quelle est la somme maximale que chacune des communes serait prête à verser ?
 16. Que se passerait-il si seule la commune A s'engageait à renoncer à son projet de parc d'attraction ?