Economie I
Cours 2 : La théorie du consommateur

O. Barrera, C. Bordenave, J.-B. Jarin, P. Larbaoui, P. Lacassy, F. Maublanc, Q. de Nantes, A.-C. Soh-Voutsa, A. Szczygiel, O. Thöni

Sommaire

Introduction

- Comment modéliser le comportement des consommateurs ? Comment les consommateurs décident-ils de leurs achats de biens et services ?
  - Les choix des consommateurs dépendent de leurs envies...
  - ... mais également des prix des biens et services.
- Nous allons élaborer un modèle mathématique pour expliquer le comportement des consommateurs.
- En microéconomie, il est d'usage de considérer d'abord le modèle le plus simple possible, de regarder les résultats de ce modèle, et enventuellement de le complexifier ensuite. Nous allons faire quelques hypothèses sur notre modèle.

Les préférences du consommateur

Les paniers de consommation

- Nous allons tout d'abord définir un **panier de consommation**. Il s'agit d'une liste de biens et services impliqués dans le choix du consommateur.
- Bien sûr, les choix de consommation peuvent dépendre du lieu, de la date, et des circonstances... mais on simplifie ici le problème au maximum !
- Nous allons considérer des paniers de consommation contenant seulement 2 biens ou services, à nouveau pour simplifier : cela nous permettra de faire des représentations graphiques dans un plan.
- Soit un panier de consommation noté X constitué de deux biens (Bien 1 et Bien 2) en quantités x_1 et x_2 respectivement. On note $X = (x_1, x_2)$ ce panier.

Les préférences des consommateurs

- Soit un autre panier de consommation noté Y constitué des deux mêmes biens (Bien 1 et Bien 2) en quantités y_1 et y_2 respectivement. On note $Y = (y_1, y_2)$ ce panier.
- Nous allons supposer que nos consommateurs ont des préférences qui sont **cohérentes**.
- Cette cohérence s'exprime au travers de troix axiomes que nous allons développer ici : la complétude, la réflexivité et la transitivité.

Hypothèses sur les préférences I

- Le premier axiome est la **complétude** : nous supposons que chaque consommateur est **toujours** capable de classer les différents paniers de consommation.
- Dans notre exemple, il est capable de dire :
  - Je préfère **strictement** le panier X au panier Y. On notera dans ce cas là $X \succ Y$ ou $Y \prec X$. Le panier X lui apporte plus de satisfaction que le panier Y.
  - Je suis indifférent entre le panier X et le panier Y. Cela signifie qu'il est autant satisfait avec X qu'avec Y. On notera dans ce cas là $X \sim Y$.
  - Si je préfère **ou** que je suis indifférent entre le panier X et le panier Y, on note $X \succeq Y$.

Hypothèses sur les préférences II

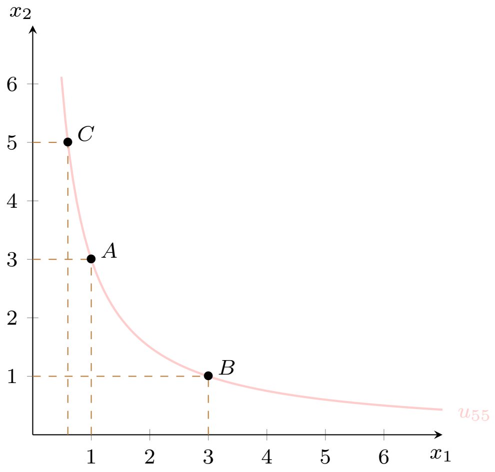
- Le deuxième axiome est la **réflexivité** : tout panier de consommation est au-moins aussi désirable qu'un panier identique. Cela s'écrit $X \succeq X$.

- Le troisième axiome est la **transitivité**. Considérons un troisième panier Z composé des deux mêmes biens (Bien 1 et Bien 2) en quantités z_1 et z_2 respectivement.
La **transitivité** stipule que si nous avons $X \succeq Y$ et $Y \succeq Z$, alors $X \succeq Z$.

Courbes d'indifférence I

- Imaginons que nous ayons un très grand nombre de paniers de consommation possibles. Dans un premier temps, nous allons supposer que les quantités de biens 1 et 2 sont des réels positifs.
- Nous pourrions classer tous ces paniers à l'aide des relations de préférence précédemment établies.
- Mais une façon plus pratique de mettre en évidence ces relations est de représenter des **courbes d'indifférence**.
- Comme son nom l'indique, il s'agit de l'ensemble des paniers composés de bien 1 et de bien 2 apportant la même **satisfaction** au consommateur.
- On les représente sous forme de **courbe de niveau** dans un repère où les quantités des deux biens sont en abscisses et en ordonnées.

Courbes d'indifférence II



Courbes d'indifférence III

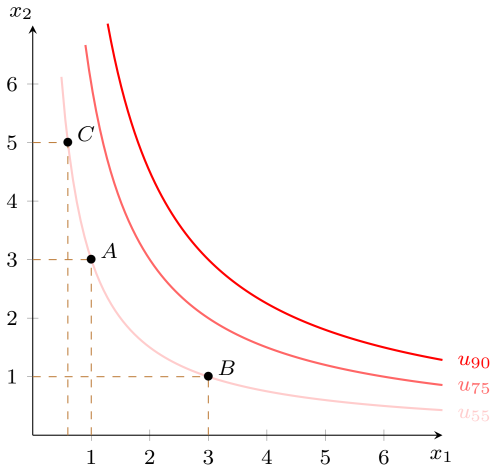
- Ici, les paniers de consommation $A = (1; 3)$, $B = (3; 1)$ et $C = (0.6; 5)$ apportent le même niveau de satisfaction à ce consommateur. Cette satisfaction vaut ici 55. Nous notons la courbe d'indifférence de niveau 55 par u_{55}.

- Nous avons ainsi $A \sim B \sim C$.

- En réalité, il existe ici une infinité de paniers de consommation telle que la satisfaction retirée par le consommateur soit égale à 55.

- Imaginons que l'on veuille tracer les courbes d'indifférence apportant un niveau de satisfaction supérieur au consommateur : par exemple de niveau 75 et 95.

Courbes d'indifférence IV

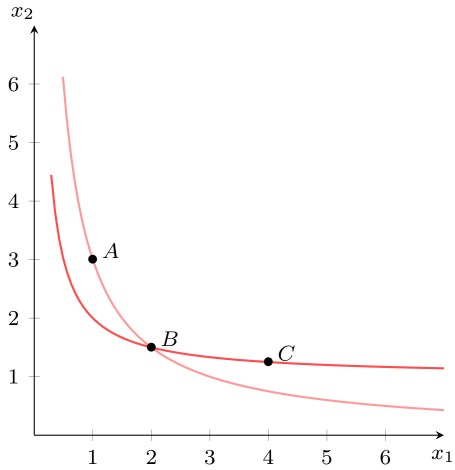


Courbes d'indifférence V

1. On note que les courbes d'indifférence ne se croisent pas.
2. On remarque que les courbes d'indifférence sont toutes décroissantes.
3. On remarque que plus le niveau de satisfaction est élevé, plus les courbes d'indifférence sont situées dans la partie supérieure droite du graphique.
4. On remarque que les courbes d'indifférence sont convexes.

Analysons plus précisément chacune de ces observations.

Courbes d'indifférence VI

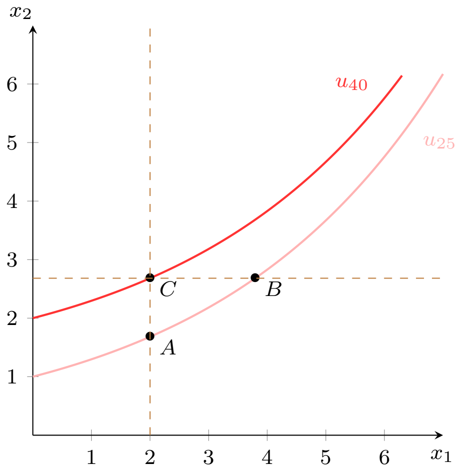


Courbes d'indifférence VII

Les courbes d'indifférence peuvent-elles être sécantes ?

- Sur le graphique précédent, imaginons que $A \succ C$.
- B est sur la même courbe d'indifférence que A donc $A \sim B$. C est sur la même courbe d'indifférence que B donc $B \sim C$.
- Comme $A \sim B$ et $B \sim C$, nous avons par transitivité $A \sim C$. Or ceci contredit l'hypothèse que $A \succ C$.
- Si nous avions supposé $C \succ A$, nous aurions abouti à la même contradiction. Par conséquent, deux courbes d'indifférence ne peuvent pas se croiser.

Courbes d'indifférence VIII

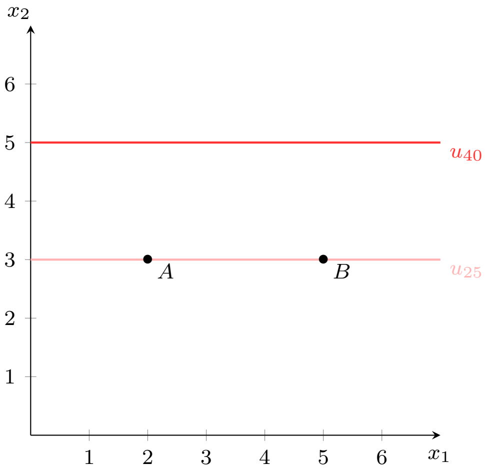


Courbes d'indifférence IX

Les courbes d'indifférence peuvent-elles être croissantes ?

- Les paniers de consommation A et B appartiennent à la même courbe d'indifférence, donc $A \sim B$.
- Or le panier B contient plus de biens 1 et de biens 2 que le panier A.
- Les paniers B et C contiennent le même nombre de biens 2, mais B a plus de biens 1 que C tout en apportant une satisfaction plus faible. Le bien 1 est **indésirable** !
- Il est possible d'avoir des courbes d'indifférence croissantes, mais cela traduit le fait qu'un des biens est indésirable (un produit qu'il n'aime pas).

Courbes d'indifférence X

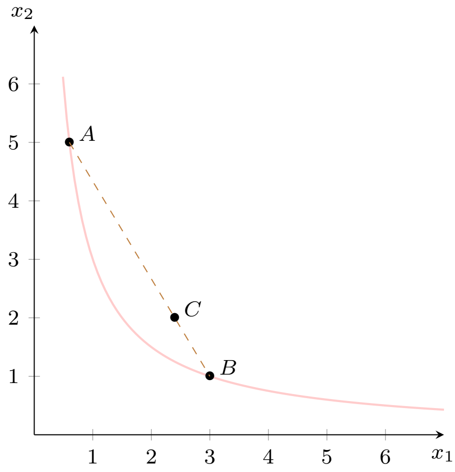


Courbes d'indifférence XI

Les courbes d'indifférence peuvent-elles être horizontales (ou verticales) ?

- Les paniers A et B ont exactement le même nombre de biens 2 mais le panier B a davantage de biens 1.
- Pourtant ils procurent au consommateur exactement la même satisfaction.
- Augmenter la quantité de bien 1 n'apporte aucune satisfaction supplémentaire au consommateur. Le bien 1 est ici neutre !
- Des courbes d'indifférence verticales ou horizontales traduisent la présence d'un **bien neutre** pour le consommateur.

Courbes d'indifférence XII



Courbes d'indifférence XIII

Que traduit la convexité des courbes d'indifférence ?

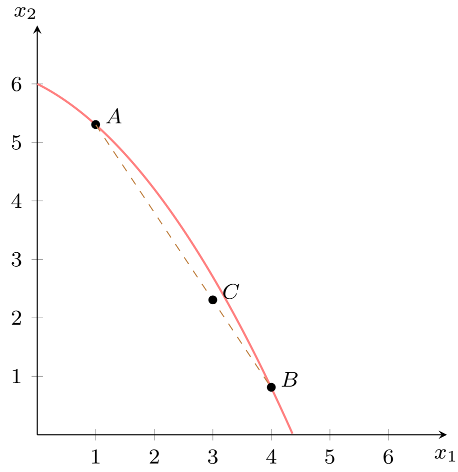
- Sur le graphique précédent, les paniers de consommation A et B appartiennent à la même courbe d'indifférence, donc $A \sim B$.

- Si on considère un panier C qui est un mélange des paniers A et B, le panier C est toujours situé **au-dessus** de la courbe d'indifférence passant par les paniers A et B. Donc $C \succeq A \sim B$.

- Mathématiquement : soit $t \in [0; 1]$. Alors le panier $C = tA + (1-t)B$ est tel que $C \succeq A \sim B$ lorsque les courbes d'indifférence sont convexes.

- Ici, augmenter **la variété** des biens dans le panier de consommation **augmente** la satisfaction du consommateur. Le consommateur a une **préférence pour la variété** !

Courbes d'indifférence XIV



Courbes d'indifférence XV

Si les courbes d'indifférence sont concaves, qu'est-ce-que cela signifie ?

- Sur le graphique précédent, les paniers de consommation A et B appartiennent à la même courbe d'indifférence, donc $A \sim B$.
- Si on considère un panier C qui est un mélange des paniers A et B, le panier C est toujours situé **au-dessous** de la courbe d'indifférence passant par les paniers A et B. Donc $C \preceq A \sim B$.
- Mathématiquement : soit $t \in [0;1]$. Alors le panier $C = tA + (1-t)B$ est tel que $C \preceq A \sim B$ lorsque les courbes d'indifférence sont concaves.
- Ici, augmenter **la variété** des biens dans le panier de consommation **diminue** la satisfaction du consommateur. Le consommateur a ici une préférence pour **les paniers extrêmes** !

Préférences normales

- Nous avons vu qu'il existe plein de formes différentes pour les courbes d'indifférence.

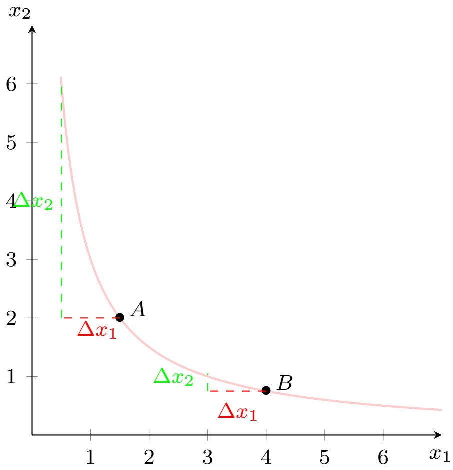
- Nous allons appeler **préférences normales** les préférences qui respectent les caractéristiques suivantes :
  1. la **monotonicité** : plus on a de biens, plus on est satisfaits. Le consommateur n'éprouve jamais de **satiété**.
     Soient $X = (x_1; x_2)$ et $Y = (y_1; y_2)$ deux paniers de consommation. Si $x_1 > y_1$ et $x_2 \geq y_2$, alors $X \succ Y$. De même, si $x_1 \geq y_1$ et $x_2 > y_2$, alors $X \succ Y$.
  2. la **convexité des préférences** : le consommateur préfère les paniers de biens **diversifiés** au panier de biens **extrêmes**. Si $A \sim B$ et $t \in [0; 1]$ et $C = tA + (1-t)B$, alors $C \succeq A$ et $C \succeq B$.

Le taux marginal de substitution I

- Imaginons que nous soyons au point de coordonnées (x_1, x_2). Si ce consommateur souhaite se séparer d'une unité de bien 1, combien d'unités de bien 2 doit-il acquérir pour rester à satisfaction constante ?

- Autrement dit, quelle est la valeur Δx_2 telle que le panier $(x_1 + \Delta x_1; x_2 + \Delta x_2)$ apporte la même satisfaction que le panier (x_1, x_2) lorsque $\Delta x_1 = -1$?

Le taux marginal de substitution II



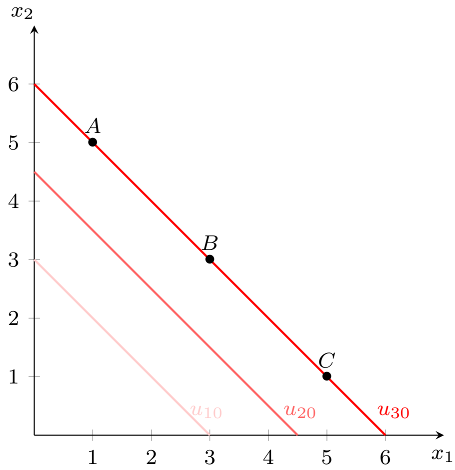
Le taux marginal de substitution III

- Partant du point A, lorsqu'on baisse le nombre de biens 1 de 1 unité ($\Delta x_1 = -1$, on passe de 1.5 biens 1 à 0.5 bien 1), il faut augmenter le nombre de biens 2 de 4 unités ($\Delta x_2 = 4$) pour que le consommateur reste à satisfaction constante.
- Partant du point B, lorsqu'on baisse le nombre de biens 1 de 1 unité ($\Delta x_1 = -1$, on passe de 4 biens 1 à 3 biens 1), il faut augmenter le nombre de biens 2 de 0.25 unité ($\Delta x_2 = 0.25$) pour que le consommateur reste à satisfaction constante.
- On observe qu'on ne substitue pas toujours la même quantité de bien 2 au bien 1 lorsqu'on souhaite se séparer d'une unité de bien 1.
- Le ratio $\dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ représente le taux auquel le consommateur est prêt à céder du bien 2 pour du bien 1 (lorsqu'on prend $\Delta x_1 > 0$).

Le taux marginal de substitution IV

- En choisissant une quantité Δx_1 très petite (en la faisant tendre vers 0), alors ce ratio tend vers la pente de la courbe d'indifférence en ce point.
- Le taux marginal de substitution en un point est la pente de la courbe d'indifférence en ce point. Elle mesure la quantité de bien 2 que le consommateur est prêt à céder (notée dx_2) pour obtenir un tout petit peu plus de bien 1 dx_1.
- Il existe des cas où le taux marginal de substitution est constant, et des cas où il tend vers $+\infty$.

Biens parfaitement substituables I

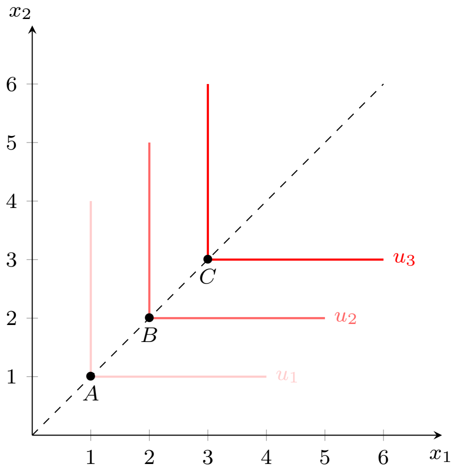


Biens parfaitement substituables II

Lorsque les biens sont parfaitement **substituables** :

- Le TMS est constant en tout point de la courbe d'indifférence.
- Les courbes d'indifférence sont des droites.
- Le même niveau de satisfaction (ici égal à 30) peut être atteint soit avec beaucoup du bien 1 (point C), soit avec beaucoup du bien 2 (point A) ou avec une combinaison plus équilibrée des deux biens (point B).

Biens parfaitement complémentaires I



Biens parfaitement complémentaires II

Lorsque les biens sont parfaitement **complémentaires** :

- Aucune substitution n'est possible entre les biens.
- Exemple : les chaussures gauches et les chaussures droites.
- La satisfaction du consommateur ne peut augmenter que si les biens considérés augmentent toujours dans les mêmes proportions.

La contrainte budgétaire

La contrainte budgétaire I

- Bien sûr les consommateurs vont choisir la quantité de biens en fonction de leur budget.
- Nous allons représenter la **contrainte budgétaire** du consommateur.
- Notons p_1 le prix du bien 1, p_2 le prix su bien 2 et R le montant que le consommateur peut payer.
- Alors la contrainte budgtaire du consommateur s'écrit :

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq R. \tag{1}$$

- $p_1 x_1$ (respectivement $p_2 x_2$) représente le montant que le consommateur dépense en bien 1 (respectivement en bien 2).

La contrainte budgétaire II

- La **droite de budget** représente l'ensemble des paniers de consommation qui coûtent exactement R.

- Son équation est :

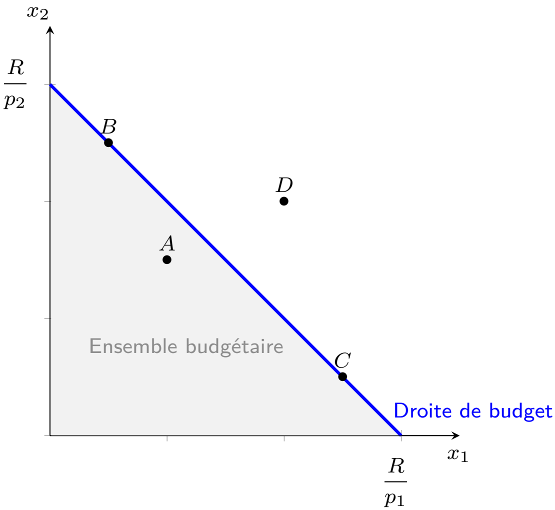
$$\boxed{p_1 x_1 + p_2 x_2 = R} \tag{2}$$

ce qui peut être réécrit de la façon suivante :

$$\boxed{x_2 = \frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1.} \tag{3}$$

- Dans le repère avec x_1 en abscisses et x_2 en ordonnées, la **droite de budget** est une **droite** dont l'ordonnée à l'origine vaut $\frac{R}{p_2}$ et dont la pente vaut $-\frac{p_1}{p_2}$.

La contrainte budgétaire III



La contrainte budgétaire IV

- L'**ensemble budgétaire** est constitué de tous les paniers de consommation qui sont atteignables pour le consommateur compte-tenu du niveau des prix et de son budget.

- Le point A fait partie de cet ensemble budgétaire. Le consommateur peut se payer ce panier et il lui reste encore un peu d'argent.

- Les points B et C font partie de cet ensemble budgétaire mais aussi de la droite de budget. Ils correspondent à des quantités de biens 1 et 2 différentes, mais si le consommateur achète ces deux paniers, il dépense l'intégralité de son budget.

- Le point D ne fait pas partie de cet ensemble budgétaire : le consommateur n'a pas assez de budget pour se permettre de l'acheter.

La contrainte budgétaire V

- Si le consommateur décide de dépenser l'intégralité de son budget en bien 1, alors il aura $\dfrac{R}{p_1}$ biens 1.
- Si le consommateur décide de dépenser l'intégralité de son budget en bien 2, alors il aura $\dfrac{R}{p_2}$ biens 2.
- Que se passe-t-il :
  1. lorsque le budget du consommateur augmente ?
  2. lorsque les prix du bien 1 ou du bien 2 varient ?

La contrainte budgétaire VI

- Lorsque le budget du consommateur passe de R à R', avec $R' > R$ (donc une augmentation).

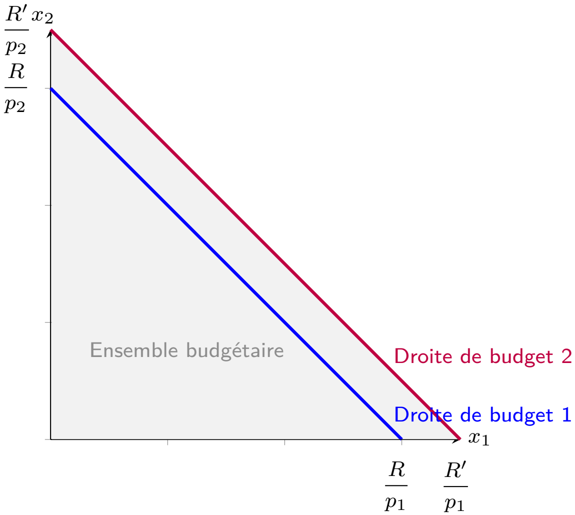
- L'équation de la droite budgétaire devient :

$$x_2 = \frac{R'}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1.$$

- Seule l'ordonnée à l'origine est modifiée, avec $\dfrac{R'}{p_2} > \dfrac{R}{p_2}$, et la pente de la droite reste identique.

- Par conséquent, la nouvelle droite de budget est parallèle à la précédente avec une ordonnée à l'origine plus élevée. L'ensemble budgétaire devient aussi plus important.

La contrainte budgétaire VII



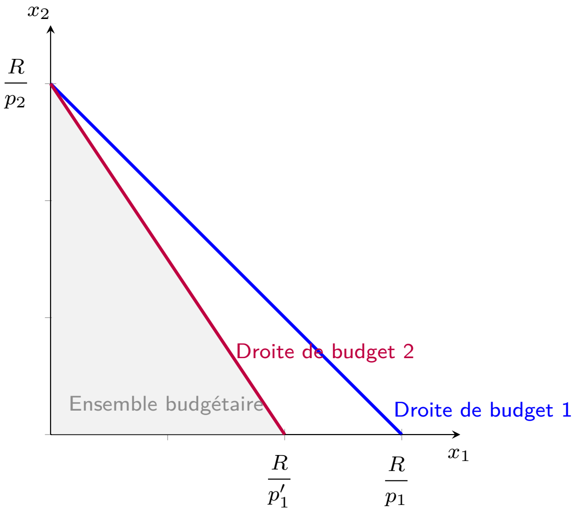
La contrainte budgétaire VIII

- Lorsque le prix du bien 1 augmente et passe de p_1 à p_1', avec $p_1' > p_1$.
- L'équation de la droite budgétaire devient :

$$x_2 = \frac{R}{p_2} - \frac{p_1'}{p_2} x_1.$$

- L'ordonnée à l'origine reste identique, mais la pente de la droite de budget est modifiée, avec $\frac{p_1'}{p_2} > \frac{p_1}{p_2}$.
- Par conséquent, la nouvelle droite de budget a la même ordonnée à l'origine que la précédente mais est plus pentue en valeur absolue. L'ensemble budgétaire se rétrécit.

La contrainte budgétaire IX



Fonction d'utilité et choix du consommateur

L'utilité I

- Nous avons étudié les préférences des consommateurs et la contrainte budgétaire. A présent nous pouvons nous intéresser au choix optimal du consommateur.

- Mais juste auparavant, un petit point sur ce que l'on a appelé la **satisfaction** du consommateur. Dans la littérature économique, on l'appelle **utilité** du consommateur.

- Si je préfère le panier de consommation X au panier Y, alors cela signifie aussi que le panier X apporte une plus grande utilité au consommateur que le panier Y.

- Mathématiquement : $X \succeq Y$ si et seulement si $u(x_1, x_2) \geq u(y_1, y_2)$, avec u la fonction d'utilité.

L'utilité II

- L'utilité est un concept **ordinal** : elle permet de classer les paniers de consommation entre eux, mais les chiffres en tant que tels n'ont pas de véritable signification.
- C'est un peu comme pour la météo : vous n'avez pas deux fois plus chaud lorsque la température est de 4°C que lorsqu'elle est de 2°C. Par contre vous pouvez dire qu'il fait plus chaud lorsqu'il fait 4°C que 2°C. Vous auriez pu prendre l'échelle des degrés Fahrenheit : le classement des températures est conservé (s'il fait plus chaud lorsqu'on mesure en degrés celsius, il fait aussi plus chaud en degrés Fahrenheit) mais les chiffres en eux-mêmes ne veulent pas dire grand chose.
- Nous représentons souvent les relations de préférence d'un consommateur à partir d'une **fonction d'utilité**. Pour tout panier de biens $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$, on définit une fonction u (respectant certaines propriétés) à valeurs dans $\mathbb{R}$. Exemple : $u(x_1, x_2) = 3x_1^{0.7}x_2^{0.3}$.

L'utilité marginale I

- Imaginons un consommateur qui a un panier (x_1, x_2). Que se passe-t-il s'il consomme un petit peu plus de bien 1 $(\Delta x_1 > 0)$?

- On définit **l'utilité marginale** comme étant le supplément d'utilité obtenue par le consommateur rapportée à l'augmentation de la quantité consommée de ce bien.
  Dans notre exemple avec le bien 1, l'utilité marginale obtenue suite à une augmentation de la consommation de bien 1 de Δx_1 unités est égale à :

$$\boxed{u_{m1} = \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1}}$$

- Si $x_1 \in \mathbb{R}^+$, et en prenant Δx_1 très petit, on a alors :

$$u_{m1}(x_1, x_2) = \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2).$$

L'utilité marginale II

- La différentielle de la fonction u s'écrit :

$$du = \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2)dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2)dx_2$$

- Le long de la courbe d'indifférence, l'utilité ne varie pas. Donc en tout point de cette courbe d'indifférence, $du = 0$.
  Par conséquent :

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2)dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2)dx_2 = 0$$

- En réarrangeant :

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2)}{\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2)} \text{ ou encore } \boxed{TMS(x_1, x_2) = -\frac{u_{m1}(x_1, x_2)}{u_{m2}(x_1, x_2)}}$$

- Le taux marginal de substitution est égal au rapport des utilités marginales.

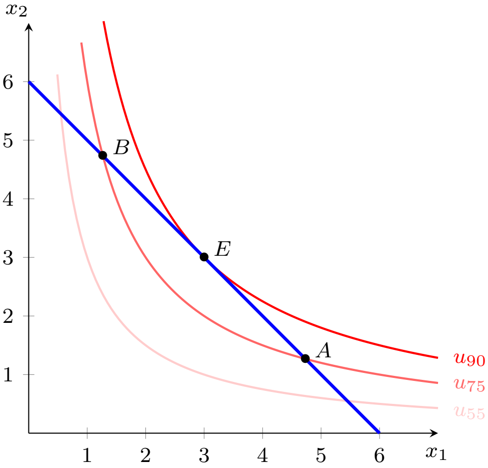
Le choix optimal du consommateur I

- Nous modélisons le comportement du consommateur de la façon suivante : il cherche à maximiser son utilité (sa satisfaction) sous contrainte budgétaire.

- Nous allons supposer qu'il n'y a pas d'épargne (tout le budget est consommé) et pas d'arbitrage intertemporel (épargner aujourd'hui pour consommer davantage demain par exemple).

- Nous allons d'abord procéder à une représentation graphique. Nous allons représenter la droite de budget et quelques courbes d'indifférence puis chercher graphiquement quel va être le choix optimal du consommateur.

Le choix optimal du consommateur II



Le choix optimal du consommateur III

- Le choix optimal du consommateur est tel qu'il maximise son utilité sous contrainte budgétaire.

- **Ce point est-il au-dessus de la droite de budget (en-dehors de l'ensemble budgétaire) ?**
  => NON car le consommateur ne peut pas se payer ce panier de consommation.

- **Ce point est-il strictement en-dessous de la droite de budget (dans l'ensemble budgétaire) ?**
  => NON car si le consommateur peut effectivement se payer ce panier de consommation, il lui reste du budget. Il peut alors le dépenser et obtenir davantage de satisfaction.

- Par conséquent, le choix optimal du consommateur est nécessairement situé sur la droite de budget.

Le choix optimal du consommateur IV

- **Peut-il s'agir du point A ou B ?**
  $=>$ NON car si le consommateur consomme tout le budget en ces points, il est possible de trouver un point appartenant à une courbe d'indifférence de niveau supérieur et situé sur la droite de budget.

- **Comment trouver le choix optimal du consommateur ?** $=>$ Intuitivement, il va falloir chercher le point situé sur la courbe d'indifférence de niveau le plus élevé possible, mais qui appartienne à la droite de budget.

- Ce point est tel que la droite de budget est tangente à la courbe d'indifférence. Il s'agit ici du point E. On obtient ainsi le choix optimal du consommateur.

Merci pour votre attention !