

Exercice 1. -

Un fabricant d'ordinateurs portables souhaite vérifier que la période de garantie qu'il doit associer au disque dur ne risque pas d'engendrer un nombre trop important de retours de ce composant sous garantie. Des essais en laboratoire ont montré que la loi suivie par la durée de vie, en années, de ce composant est la loi exponentielle de moyenne 4.

1. Préciser la fonction de répartition de cette loi ainsi que son espérance $E(X)$ et son écart-type σ .
2. Quelle est la probabilité qu'un disque dur fonctionne sans défaillance plus de quatre ans ?
3. Quelle est la probabilité qu'un disque dur fonctionne sans défaillance six ans au moins, sachant qu'il a fonctionné déjà cinq ans.
4. Quelle est la probabilité que la durée de vie appartienne à l'intervalle : $[E(X) - \sigma, E(X) + \sigma]$?
5. Pendant combien de temps, 50 % des disques durs fonctionnent-ils sans défaillance ?
6. Donner la période de garantie optimum pour remplacer moins de 15 % des disques durs sous garantie.

Exercice 2. -

Sur un grand nombre de personnes on a constaté que la répartition du taux de cholestérol suit une loi normale avec les résultats suivants :

- 56% ont un taux inférieur à 165 cg ;
- 34% ont un taux compris entre 165 cg et 180 cg ;
- 10% ont un taux supérieur à 180 cg.

Quelle est le nombre de personnes qu'il faut prévoir de soigner dans une population de 10 000 personnes, si le taux maximum toléré sans traitement est de 182 cg ?

Exercice 3. -

Afin d'estimer le nombre de poissons dans un lac un premier groupe de 100 poissons est capturé, marqué et relâché.

Un second groupe de 75 poissons est capturé parmi lesquelles on observe que 2 sont marquées.

Sans faire de calcul compliqué, donner une estimation grossière du nombre de poissons.

Exercice 4. -

Pour tester la précision des 36 balances construites par le même industriel, on mesure le poids d'un objet de 2 kilos par chacune d'elles. On représente le poids mesuré par chacune des balances, par une variable aléatoire X_i ; $i = 1, \dots, 36$, de moyenne et de variance respectivement : $E[X_i] = 2$ et $V[X_i] = \frac{1}{16}$.

On fait une approximation de l'espérance par la moyenne empirique \bar{X} des 36 mesures indépendantes :

$$\bar{X} = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{36} X_i$$

1. Calculer $E[\bar{X}]$ et $V[\bar{X}]$.
2. Par application du théorème de la limite centrale, évaluer la probabilité pour que l'erreur de l'estimation soit inférieure à 0,01.