Trabajo Práctico 2
Administración de Stocks

11 de octubre de 2012

Ejercicio 1

Datos

- Demanda: $d = 1000u/año$
- Costo unitario: $b = 40\$/u$
- Costo de setup: $K = 4000\$$
- Costo de almacenamiento: $C_1 = 540\$/u * año$
- Lead time: $LT = 2dias$
- Período: $T = 1año$

1.a El modelo utilizado para representar el sistema planteado es el modelo básico con stock de reorden. Las hipótesis asumidas para ello son:

- Se administra sólo un producto.
- La demanda es conocida y constante.
- La demanda es independiente de otras variables.
- La reposición es instantánea.
- No se admite déficit del producto.
- El producto se mide en unidades contínuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.
- No hay inflación.
- El costo de setup es independiente del tamaño del lote.
- El costo de almacenamiento es independiente del stock.

1.b

$$q_o = \sqrt{\frac{2KD}{TC_1}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 4000\$ \cdot 12000u/año}{540\$/u \cdot año}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{96000000u^2}{540}}$$

$$\boxed{q_o \simeq 421{,}63u}$$

1.c Dado que la fábrica tiene 20 días laborables al mes, al cabo de un año se acumulan $20dia/mes \cdot 12mes/año = 240dia/año$.

$$\frac{T}{t_i} = \frac{D}{q} \Rightarrow t_i = \frac{Tq}{D}$$

$$t_i \simeq \frac{421{,}63u}{12000u/año} \simeq 0{,}0351año$$

$$\boxed{t_i = 0{,}0351anio \cdot 240dia/año \simeq 8{,}43dias}$$

1.d

$$CTE_o = bD + \sqrt{2KDTC_1}$$

$$CTE_o = 40\$/u \cdot 12000u/año + \sqrt{2 \cdot 4000\$ \cdot 12000u/año \cdot 540\frac{\$}{u \cdot año}}$$

$$CTE_o \simeq 480000\$/año + 227684\$/año$$

$$\boxed{CTE_o \simeq 707684\$/año}$$

1.e

$$n = \frac{D}{q} \simeq \frac{12000u}{421{,}63u}$$

$$\boxed{n \simeq 28{,}46}$$

1.f

$$SR = LT \cdot d = \frac{2dias}{240dias/año} \cdot 12000u/año$$

$$\boxed{SR \simeq 100u}$$

1.g Para lograr que no quede stock remanente al finalizar el año, n debe ser una cantidad entera, de manera que el último lote se acabe al finalizar este período.

Los números enteros más cercanos al n óptimo son $n_1 = 28$ y $n_1 = 29$.

El procedimiento a seguir es obtener el CTE para cada valor de n y elegir el menor.

n = 28

$$n = D/q$$
$$\Rightarrow q_1 = D/n = 12000u/28 \simeq 428{,}57u$$

$$CTE_1 = bD + q_1 C_1 T/2 + KD/q_1$$
$$CTE_1 \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + \frac{1}{2} 428{,}57u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{428{,}57u}$$
$$CTE_1 \simeq 707714\$/año$$

n = 29

$$n = D/q$$
$$\Rightarrow q_2 = D/n = 12000u/29 \simeq 413{,}79u$$

$$CTE_2 = bD + q_2 C_1 T/2 + KD/q_2$$
$$CTE_2 \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + \frac{1}{2} 413{,}79u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{413{,}79u}$$
$$CTE_2 \simeq 707724\$/año$$

Puede verse que $CTE_1 < CTE_2$, por lo tanto $\boxed{n = 28}$

Ejercicio 2

Datos

- Demanda: $d = 1000u/año$
- Costo unitario: $b = 40\$/u$
- Costo de setup: $K = 4000\$$
- Costo de almacenamiento: $C_1 = 540\$/u * año$
- Lead time: $LT = 2dias$
- Período: $T = 1año$
- Stock de protección: $SP = 5dias * \frac{1000u}{20dias} = 250u$
- Superficie unitaria: $SU = 2m^2/u$
- Superficie disponible: $ST = 1500m^2$

2.a El modelo utilizado para representar el sistema planteado es el modelo básico con stock de reorden y stock de protección. Las hipótesis asumidas para ello son:

- Se administra sólo un producto.
- La demanda es conocida y constante.
- La demanda es independiente de otras variables.
- La reposición es instantánea.
- No se admite déficit del producto.
- El producto se mide en unidades contínuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.
- No hay inflación.
- El costo de setup es independiente del tamaño del lote.
- El costo de almacenamiento es independiente del stock.

2.b Este sistema mantiene todos los datos del anterior y agrega un nuevo término al cálculo de CTE, teniendo en cuenta el costo de almacenamiento del stock de protección.

$$CTE = bD + q \cdot C_1T/2 + KD/q + SP \cdot C_1T$$

Como el nuevo término añadido no depende del valor de q, el lote de compra óptimo se mantiene igual al del ejercicio anterior.

Sin embargo, se añade una restricción, y es que la superficie disponible limita el stock a un máximo de $\frac{1500m^2}{2m^2/u} = 750u$.

Esto implica que $q + SP \leq 750u \Rightarrow q \leq 750u - SP = 750u - 250u = 500u$

Ya que $q_o = 421{,}63u \leq 500u$, la nueva restricción no afecta al óptimo obtenido.

Por lo tanto:

$$\boxed{q_o \simeq 421{,}63u}$$

2.c

$$CTE = bD + q \cdot C_1T/2 + KD/q + SP \cdot C_1T$$

$$CTE \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + 421{,}63u \cdot 540\frac{\$}{u \cdot año}/2 + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{421{,}63u} + 250u \cdot 540\frac{\$}{u \cdot año}$$

$$\boxed{CTE_o \simeq 842724\$/año}$$

2.d

$$SR = SP + LT \cdot d$$

$$SR = 250u + \frac{2dias}{240dias/año} \cdot 12000u/año$$

$$\boxed{SR = 350u}$$

2.e Bajando la superficie disponible a $1100m^2$, el almacén baja su capacidad a $550u$.

$$q + SP \leq 750u \Rightarrow q \leq 550u - SP = 550u - 250u = 300u$$

Dado que $q_o > 300u$, no se satisface la restricción de espacio. Sin embargo, teniendo en cuenta la forma de la curva que define CTE, se deduce que el $q \leq 300u$ cuyo CTE es más cercano al óptimo, es el más cercano a q_o, y este es el $q = 300u$.

Bajo estas condiciones:

$$CTE_o = 40\$/u \cdot 12000u/año + 300u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año}/2 + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{300u} + 250u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año}$$

$$\boxed{CTE_o \simeq 856000\$/año}$$

Ejercicio 3 Los datos proporcionados en el ejercicio son los mismos que los del Ejercicio 1; es decir: Demanda anual $= D = 12000u$, un lead time $LT = 0{,}5479año$, un costo de adquisición $b = \$40u^{-1}$, un costo de emisión de orden de compra $k = \$4000$, un costo de almacenamiento anual $C_1 = \$540$ y ademas un costo de agotamiento $C_2 = \$2100u^{-1}año^{-1}$

3.a El modelo elegido para la resolución de este problema, es el **Modelo básico con agotamiento**. A continuación se enuncian las hipótesis de dicho modelo:

- Se administra un único item o producto.
- La demanda del producto es independiente.
- La demanda es conocida y constante.
- La reposición es instantanea.
- El plazo de entrega es conocido y constante.
- No hay stock de protección.
- Tanto b como k como C_1 son independientes de la cantidad a pedir.
- No hay restricciones que limiten la cantidad del lote a pedir.
- El producto se mide en unidades continuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.

3.b Para determinar el tamaño del lote optimo de compra se calcula q_o:

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$4000 \cdot 12000uaño^{-1}}{1año \cdot \$540u^{-1}año^{-1}}} \cdot \sqrt{\frac{\$540u^{-1}año^{-1} + \$2100u^{-1}año^{-1}}{\$2100u^{-1}año^{-1}}}$$

$$q_o = 421{,}637u \cdot 1{,}121$$

$$\boxed{q_o = 472{,}66u}$$

3.c Para calcular el tiempo de reaprovisionamiento entre dos intervalos sucesivos se calcula t_i. Utilizando que: $\frac{D}{q_o} = \frac{T}{t_i}$

$$t_i = \frac{q_o}{D}$$

$$t_i = \frac{472{,}66u}{12000ua\tilde{n}o^{-1}}$$

$$\boxed{t_i = 0{,}03938a\tilde{n}o}$$

3.d Para calcular el costo total esperado óptimo anual, se utiliza que:

$$CTE_o = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot K \ cdot D \cdot T \cdot C_1} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$CTE_o = \$40u^{-1} \cdot 12000ua\tilde{n}o^{-1} + \sqrt{2 \cdot \$4000 \cdot 12000ua\tilde{n}o^{-1} \cdot 1a\tilde{n}o \cdot \$540u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}} \cdot \sqrt{\frac{\$2100u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}{\$540u^{-1}a\tilde{n}o^{-1} + \$2100u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}}$$

$$CTE_o = \$480000 + 227683{,}99 \cdot 0{,}89188$$

$$\boxed{CTE_o = \$683066{,}78}$$

3.e Para calcular el número de pedidos que habrá que realizar en un año se calcula:

$$n = \frac{D}{q_o}$$

$$n = \frac{12000ua\tilde{n}o^{-1}}{472{,}66u}$$

$$\boxed{n = 25{,}388 ordenes a\tilde{n}o^{-1}}$$

3.f La cantidad máxima de unidades a mantener en stock se calcula como:

$$S_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$S_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$4000 \cdot 12000ua\tilde{n}o^{-1}}{1a\tilde{n}o \cdot \$540u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}} \cdot \sqrt{\frac{\$2100u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}{\$540u^{-1}a\tilde{n}o^{-1} + \$2100u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}}$$

$$\boxed{S_o = 376{,}05u}$$

3.g Para calcular la cantidad máxima de unidades agotadas se utiliza que:

$$S_a = q_o - S_o$$

$$S_a = 472{,}66u - 376{,}05u$$

$$\boxed{S_a = 96{,}61u}$$

3.h El stock de reorden, considerando 20 dias laborales por mes, se calcula como:

$$S_r = LT \cdot d - (q_o - S_o)$$
$$S_r = \frac{2dias \cdot 12000ua\tilde{n}o^{-1}}{\frac{a\tilde{n}o}{240dias}} - (472{,}66u - 376{,}05u)$$
$$\boxed{S_r = 3{,}39u}$$

3.i Para calcular lo pedido, se calculan t_1 y t_2 siendo t_1 el tiempo durante el cual se satisface la demanda y t_2 el tiempo durante el cual hay déficit de producción.

$$t_1 = \frac{S_o \cdot t_i}{q_o}$$
$$t_1 = \frac{376{,}05u \cdot 0{,}03938a\tilde{n}o}{472{,}66u}$$
$$\boxed{t_1 = 0{,}0313a\tilde{n}o}$$
$$t_2 = \frac{(q_o - S_0) \cdot t_i}{q_o}$$
$$t_2 = \frac{(472{,}66u - 376{,}05)u \cdot 0{,}03938a\tilde{n}o}{472{,}66u}$$
$$\boxed{t_2 = 0{,}0080a\tilde{n}o}$$

Ejercicio 4 Los datos proporcionados son la demanda anual $D = 20000u$, el costo de setup $K = \$6000$, el costo de almacenamiento $C_1 = \$20\ u^{-1}\ a\tilde{n}o^{-1}$ y la tasa de producción $p = 5000u\ mes^{-1} = 60000u\ a\tilde{n}o^{-1}$.

4.a El modelo elegido para este problema es el Modelo de Reposición no Instantánea. Se asumen las siguientes hipótesis:

- Se administra un solo producto.
- La demanda es conocida y constante.
- No hay descuentos por cantidad.
- No hay inflación.
- La producción se efectúa a tasa conocida y constante.
- No se admite agotamiento.
- No hay stock de protección.
- Costo de setup independiente del tamaño del lote.
- Costo unitario de almacenimiento independiente del stock.
- Se supone continuidad permanente de operación.

4.b.

$$q_o = \sqrt{\frac{2KD}{TC_1\left(1-\frac{d}{p}\right)}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2\cdot \$6000\cdot 20000u\ año^{-1}}{\$20u^{-1}\ año^{-1}\left(1-\frac{20000u\ año^{-1}}{60000u\ año^{-1}}\right)}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2\cdot 6\cdot 10^6\ u^2}{1-\frac{2}{6}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6\cdot 10^6}{\frac{2}{3}}}\ u = \sqrt{3\cdot 6\cdot 10^6}\ u$$

$$\boxed{q_o = 3\cdot 10^3\sqrt{2}\ u \simeq 4242{,}64\ u}$$

4.c. Como se indica en el item h, se consideran 20 días por mes.

$$\frac{T}{t_i} = \frac{D}{q} \Rightarrow t_i = \frac{Tq}{D}$$

$$t_i = \frac{3\cdot 10^3\sqrt{2}\ u}{20000u\ año^{-1}} = \frac{3\sqrt{2}\ año}{20}\frac{240dias}{año}$$

$$\boxed{t_i = 36\sqrt{2}dias \simeq 50{,}91\ dias}$$

4.d.

$$CTE_o = bD + \sqrt{2KDTC_1\left(1-\frac{d}{p}\right)} = \sqrt{2KDTC_1\left(1-\frac{d}{p}\right)}$$

$$CTE_o = \sqrt{2\ \$6000\cdot 20000u\ año^{-1}\ \$20u^{-1}año^{-1}\cdot\frac{2}{3}} = \$2\sqrt{\frac{24\cdot 10^8}{3}} = \$2\cdot 10^4\sqrt{8}$$

$$\boxed{CTE_o = \$4\cdot 10^4\sqrt{2} \simeq \$56568{,}54}$$

4.e.

$$n = \frac{D}{q} = \frac{20000u}{3\cdot 10^3\sqrt{2}\ u}$$

$$\boxed{n = \frac{20}{3\sqrt{2}} \simeq 4{,}714}$$

4.f.

$$S_o = q_o\left(1-\frac{d}{p}\right) = 3\cdot 10^3\sqrt{2}\ u\cdot\frac{2}{3}$$

$$\boxed{S_o = 2\cdot 10^3\sqrt{2}\ u \simeq 2828{,}43u}$$

4.g. Lo que se pide es el tiempo de producción de una orden t_{ip} y el tiempo de demanda únicamente de una orden t_{id}. Como se indica en el item h, se consideran 20 días por mes.

$$t_{ip} = \frac{q}{p} = \frac{3 \cdot 10^3 \sqrt{2}\ u}{60000u\ año^{-1}} = \frac{3\sqrt{2}\ año}{60} = \frac{\sqrt{2}\ año}{20} \cdot \frac{240 dias}{año}$$

$$\boxed{t_{ip} = 12\sqrt{2}\ dias \simeq 16{,}97\ dias}$$

$$t_{id} = \frac{S}{d} = \frac{2 \cdot 10^3 \sqrt{2}\ u}{20000u\ año^{-1}} = \frac{\sqrt{2}\ año}{10} \cdot \frac{240\ dias}{año}$$

$$\boxed{t_{id} = 24\sqrt{2}\ dias \simeq 33{,}94\ dias}$$

4.h.

$$LT = 2\ dias \leq 33{,}94\ dias = t_{id} \Rightarrow S_R = LT \cdot d$$

$$S_R = \frac{2\ dias \cdot 20000u}{año} \cdot \frac{año}{240\ dias} = \frac{2 \cdot 20000u}{240} = \frac{2000u}{12}$$

$$\boxed{S_R = 166.\overline{6}u}$$

Ejercicio 5 Los datos proporcionados son: $P = 6307200m^3 año^{-1}$, $b = \$2m^{-3}$, $k = \$6$ y $C_1 = 0{,}1 \cdot b = 0{,}1 \cdot \$2m^{-3} = \$0,2m^{-3}mes^{-1} = \$2{,}4m^{-3}año^{-1}$.
Se supone $T = 1año$

5.a Se trata de un caso de **Modelo de Producción constante**. Las hipótesis del modelo son:

- La producción es constante.
- La demanda es instantanea.
- Se administra un único item o producto.
- La demanda del producto es independiente.
- La reposición es no instantanea.
- El plazo de entrega es conocido y constante.
- No hay stock de protección.
- Tanto b como k como C_1 son independientes de la cantidad a pedir.
- No hay restricciones que limiten la cantidad del lote a pedir.
- El producto se mide en unidades continuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.

5.b Para dimensionar el tanque de forma tal de minimizar los costos se calcula q_o

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot P}{T \cdot C_1}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$6 \cdot 6307200 m^3 año^{-1}}{1 mes \cdot \$2{,}4 m^{-3} año^{-1}}}$$

$$\boxed{q_o = 5615{,}69 m^3}$$

5.c Para calcular cuantas descargas se harán al año se calcula n:

$$n = \frac{P}{q_o}$$

$$n = \frac{6307200 m^3 año^{-1}}{5615{,}69 m^3}$$

$$\boxed{n = 1123{,}138 mes^{-1}}$$

5.d Para calcular el stock de reorden se utiliza:

$$S_r = LT \cdot P$$

$$S_r = 10 hora \cdot \frac{año}{8760 hora} \cdot 6307200 m^3 año^{-1}$$

$$\boxed{S_r = 7200 m^3}$$

5.e Para calcular el costo total esperado óptimo anual se utiliza:

$$CTE_o = b \cdot P + \sqrt{2 \cdot K \cdot P \cdot T \cdot C_1}$$

$$CTE_o = \$2 m^{-3} \cdot 6307200 m^3 año^{-1} + \sqrt{2 \cdot \$6 \cdot 6307200 m^3 año^{-1} \cdot 1 año \cdot \$2{,}4 m^{-3} año^{-1}}$$

$$\boxed{CTE_o = \$12627877{,}66 año^{-1}}$$

Ejercicio 6 Este problema corresponde al modelo básico, pero con la aplicación de una ley de precios de adquisición. Para encontrar el costo total esperado mínimo, no es posible utilizar simplemente la expresión de lote óptimo del modelo básico, ya que dependiendo del tamaño del lote el precio de adquisición varía.

Según la ley de precios, habrá un lote óptimo para cada precio de adquisición. Es fácil verlo si se expresa el costo de almacemaniento descomponiéndolo como $C_1 = C_1^{'} + b_i \; I$, donde $C_1^{'}$ es el costo de almacenamiento físico, y el otro término representa el capital inmovilizado por unidad, siendo I la tasa de interés aplicada. De este manera el lote óptimo para el precio de adquisición i resulta:

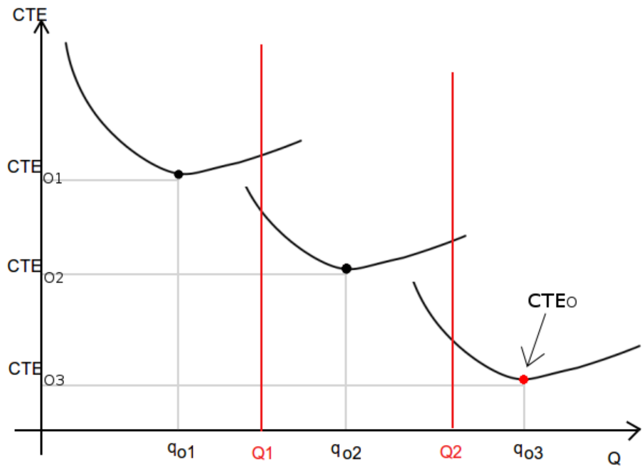
$$q_{oi} = \sqrt{\frac{2KD}{T\left(C_1^{'} + b_i \; I\right)}}$$

Dado que $b_1 > b_2 > b_3$ y que $q_o \sim \sqrt{b}$ (función monótonamente creciente), se deduce fácilmente que $q_{o1} < q_{o2} < q_{o3}$. De la misma manera tendremos distintas expresiones para el costo total esperado óptimo según el precio de adquisición:

$$CTE_{oi} = b_i D + \sqrt{2KDT\left(C_1' + b_i\ I\right)}$$

Aquí se puede observar que $CTE_{oi} \sim b_i$, por lo tanto $CTE_{o1} > CTE_{o2} > CTE_{o3}$.

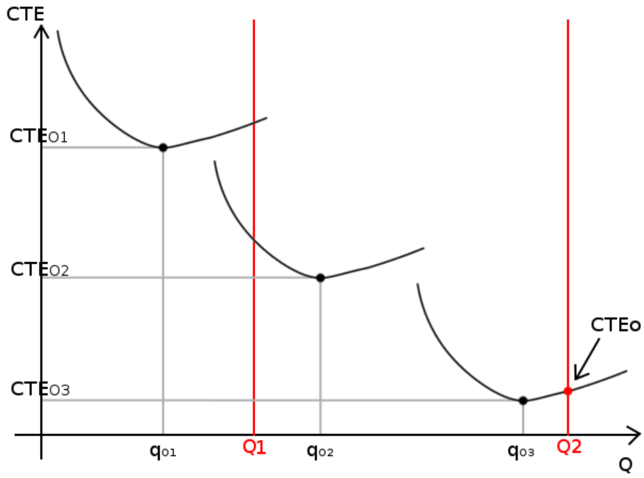
Sabiendo esto, podemos proceder a la búsqueda del costo total esperado óptimo para esta ley de precios comenzando por el lote óptimo que resultará en el menor CTE_o, es decir q_{o3}. Una vez calculado según la fórmula presentada anteriormente, debemos verificar que el tamaño del lote cumpla la restricción de la ley de precios, es decir $q_{o3} \geq Q_2$. De hacerlo, está asegurado que no hay un tamaño de lote que resulte en un CTE menor a CTE_{o3}. Estamos ante la siguiente situación:



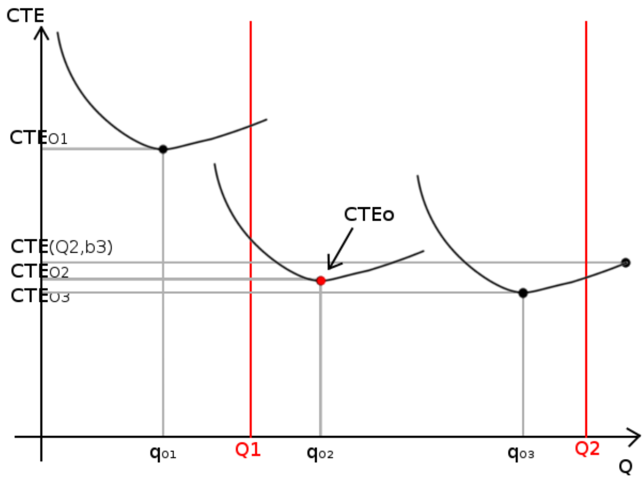
En caso de que $q_{o3} < Q_2$, debemos continuar por calcular q_{o2}. Si se encuentra dentro de su restricción $q_{o2} \geq Q_1$, se debe comparar el CTE_{o2} con el límite del precio b_3 para ver cuál resulta menor. Se define

$$CTE(q, b) = bD + \frac{q\left(C_1' + b\ I\right)T}{2} + \frac{KD}{q}$$

Es decir el CTE del modelo básico evaluado en el tamaño de lote q y el precio de adquisición b. Si $CTE(Q_2, b_3) \leq CTE_{o2}$ entonces $q_o = Q_2$, y estamos ante la siguiente situación:

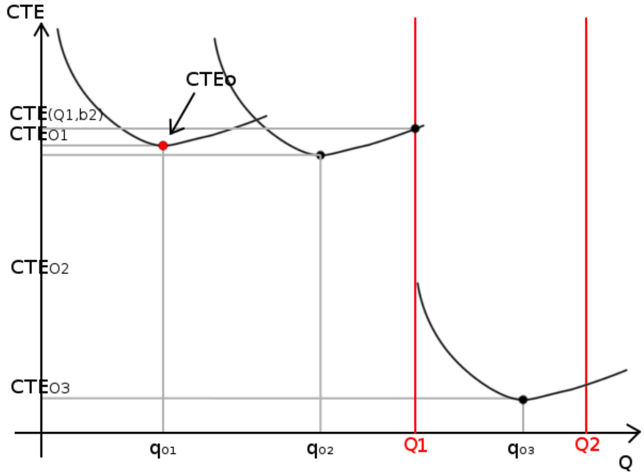


Si por el contrario $CTE(Q_2, b_3) > CTE_{o2}$ entonces $q_o = q_{o2}$, y estamos ante la siguiente situación:

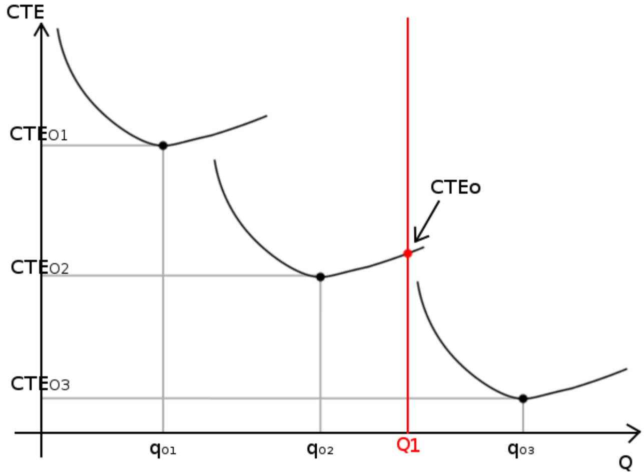


Sin embargo, si $q_{o2} < Q_1$, es decir que no cumple su restricción, debemos pasar a calcular q_{o1}. Se encontrará sin duda dentro de su restricción, pero de todas maneras debemos comparar el CTE_{o1} contra $CTE(Q_1, b_2)$ y $CTE(Q_2, b_3)$. Se presentan a continuación situaciones en las que cada uno es el menor.

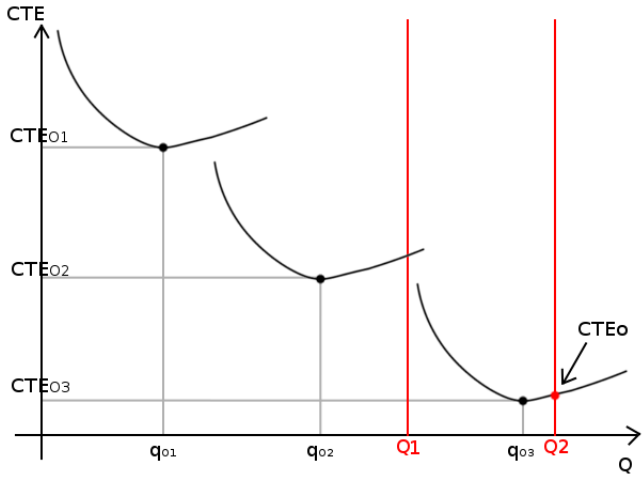
$\mathbf{CTE_o = CTE_{o1}}$:



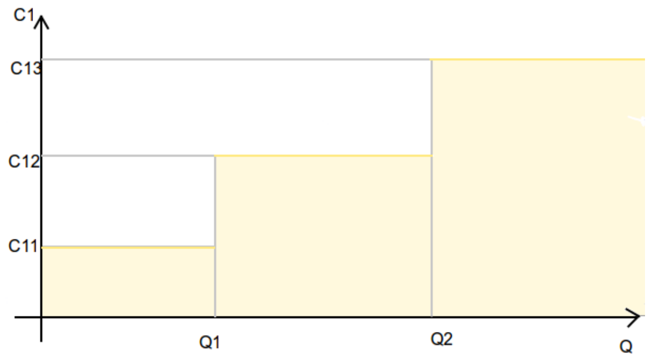
$\mathbf{CTE_o = CTE(Q_1, b_2)}$ Aquí no se ve Q2 porque es tan grande que hace que $CTE(Q_2, b_3) > CTE(Q_1, b_2)$:



$\mathbf{CTE_o = CTE(Q_2, b_3)}$**:**



Ejercicio 7 Se trata de un caso de modelo básico (ver ejercicio 1) de un solo ítem, demanda constante, agotamiento no admitido, donde el costo de almacenamiento C_1 crece mediante la siguiente ley:



Se sabe que para este modelo:

$$CTE_i = bD + \frac{1}{2}qC_{1i}T + K\frac{D}{q} \tag{1}$$

$$q_{oi} = \sqrt{\frac{2KD}{TC_{1i}}}$$

$$CTE_{oi} = bD + \sqrt{2KDC_{1i}T}$$

Con lo cual, se deduce la siguiente relacion entre variables:

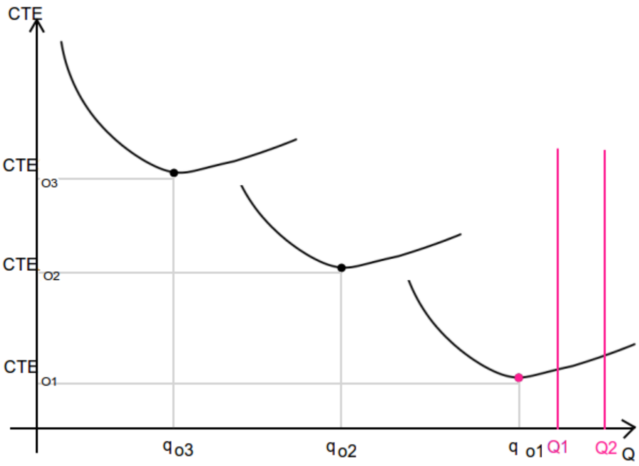
$$C_{11} < C_{12} < C_{13}$$

$$q_{o1} > q_{o2} > q_{o3}$$

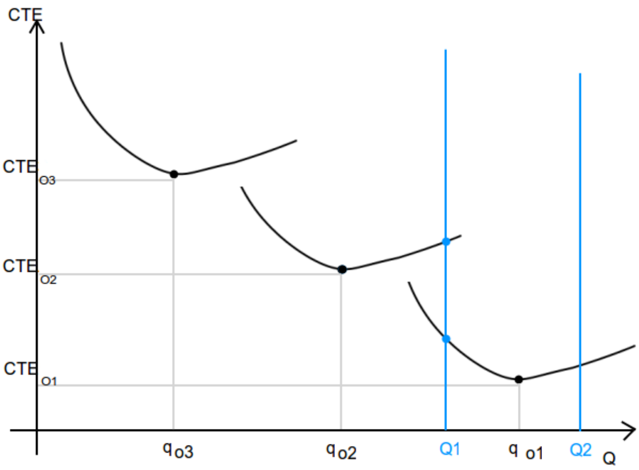
$$CTE_{o1} < CTE_{o2} < CTE_{o3}$$

El procedimiento a seguir para la búsqueda del costo total esperado mínimo es el siguiente:

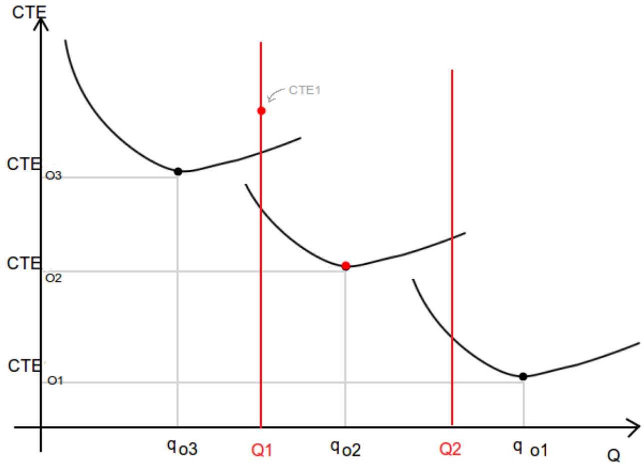
1. si $q_{o1} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = CTE_{o1}$



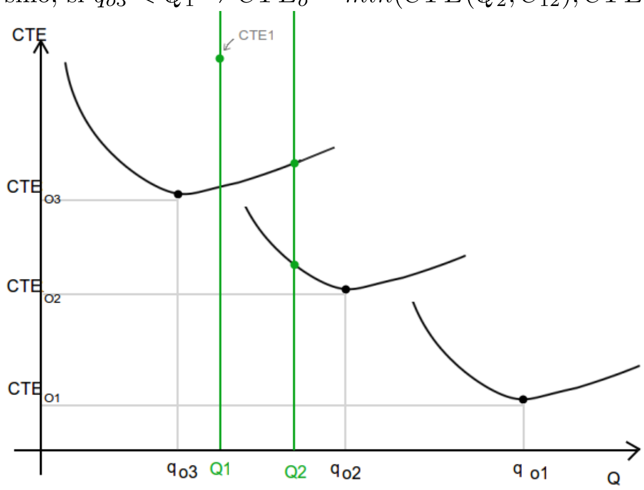
2. sino, si $q_{o2} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = min(CTE(Q_1, C_{12}), CTE(Q_1, C_{11})$
   Se entiende por $CTE(Q_i, C_{1i})$ el costo total esperado (1) evaluado en Q_i y C_{1i}



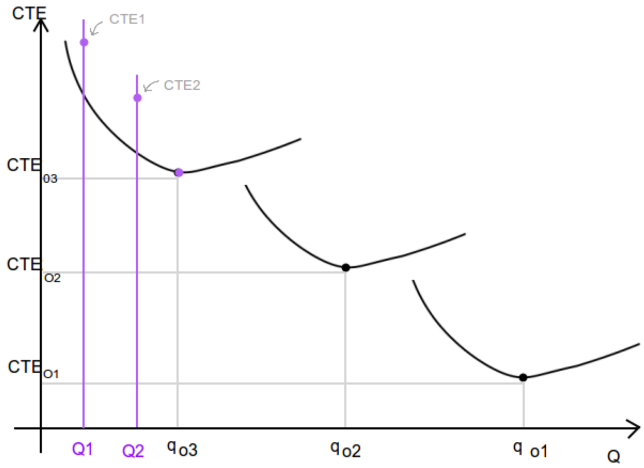
3. sino, si $Q_1 < q_{o2} < Q_2 \Rightarrow CTE_o = min(CTE_{o2}, CTE(Q_1, C_{11}))$



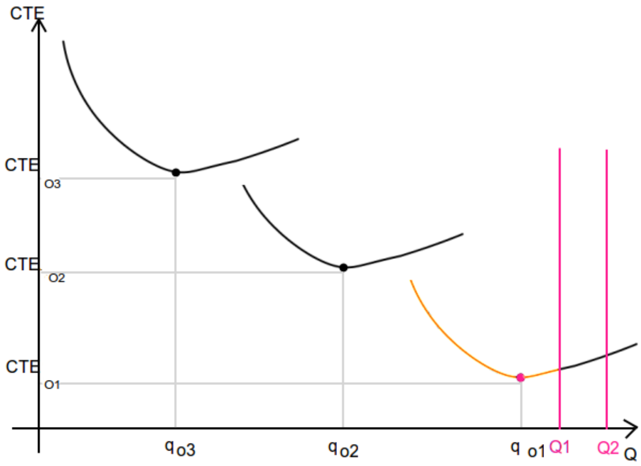
4. sino, si $q_{o3} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = min(CTE(Q_2, C_{12}), CTE(Q_2, C_{13}), CTE(Q_1, C_{11}))$

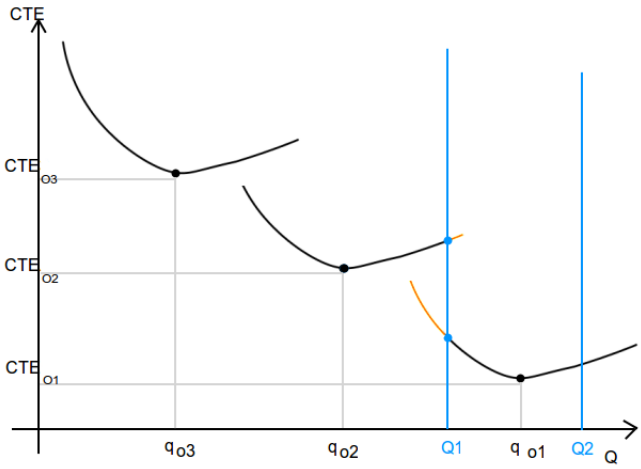


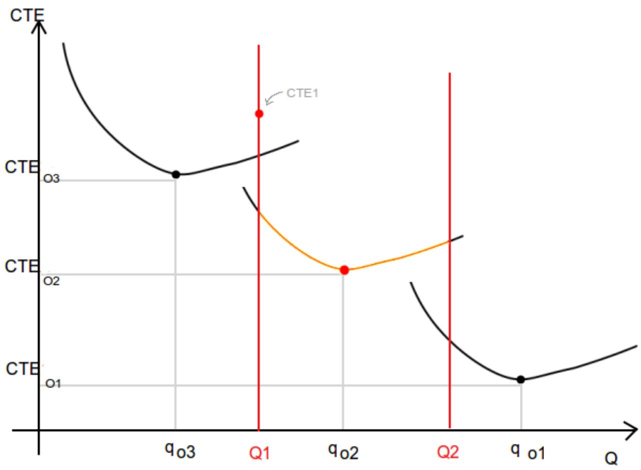
5. sino, $q_{o3} > Q_2 \Rightarrow CTE_o = min(CTE_{o3}, CTE(Q_2, C_{12}), CTE(Q_1, C_{11}))$

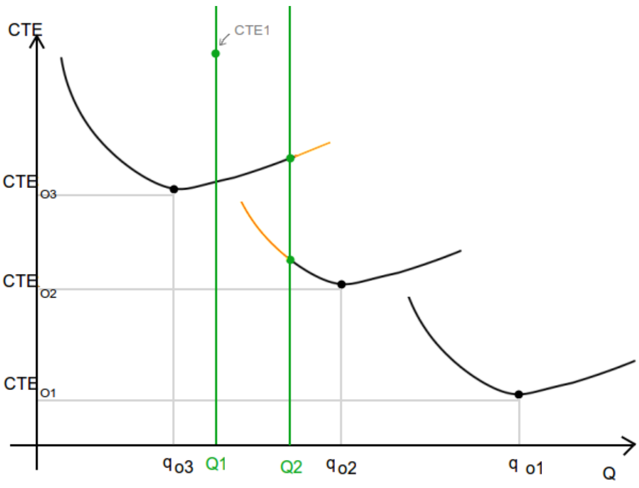


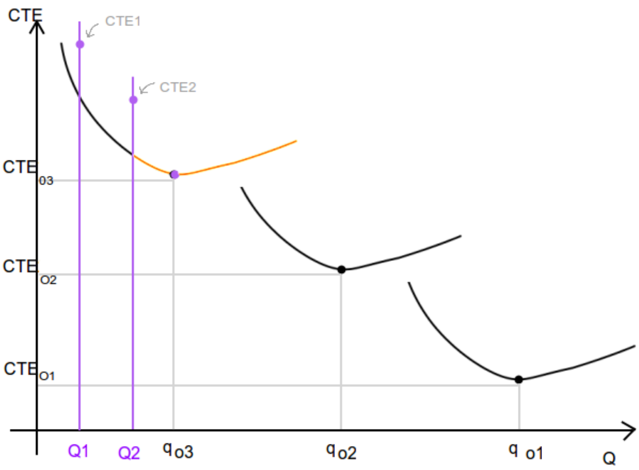
Para cada uno de estos casos, el costo total esperado en función de q está dado por la curva naranja, donde cada CTE_i es válido dentro de su rango.

1. 

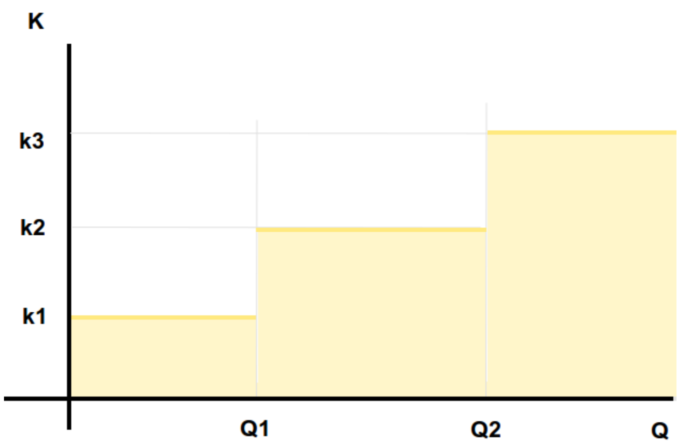
2. 

3. 

4. 

5. 

Ejercicio 8 Se trata de un caso de modelo básico (ver ejercicio 1) de un solo ítem, demanda constante, agotamiento no admitido y con K creciente mediante la siguiente ley:



Se sabe que para este modelo:

$$CTE_i = bD + \frac{1}{2}qC_1T + K_i\frac{D}{q} \tag{2}$$

$$q_{oi} = \sqrt{\frac{2K_iD}{TC_1}}$$

$$CTE_{oi} = bD + \sqrt{2K_iDC_1T}$$

Con lo cual, se deduce la siguiente relacion entre variables:

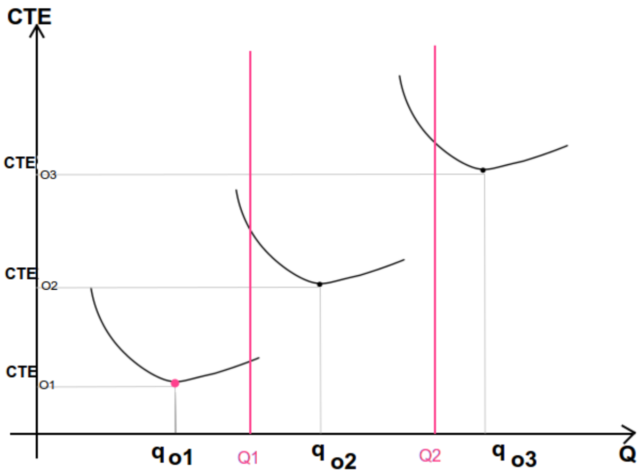
$$k_1 < k_2 < k_3$$

$$q_{o1} < q_{o2} < q_{o3}$$

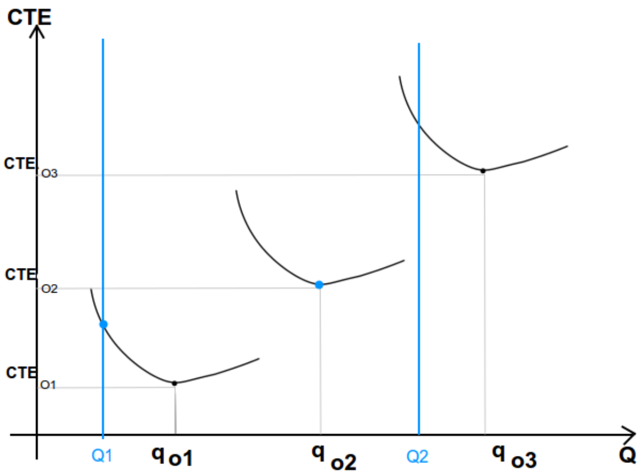
$$CTE_{o1} < CTE_{o2} < CTE_{o3}$$

El procedimiento a seguir para la búsqueda del costo total esperado mínimo es el siguiente:

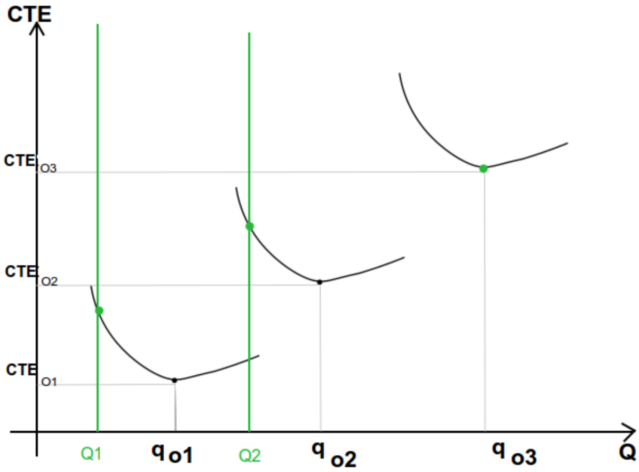
1. si $q_{o1} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = CTE_{o1}$



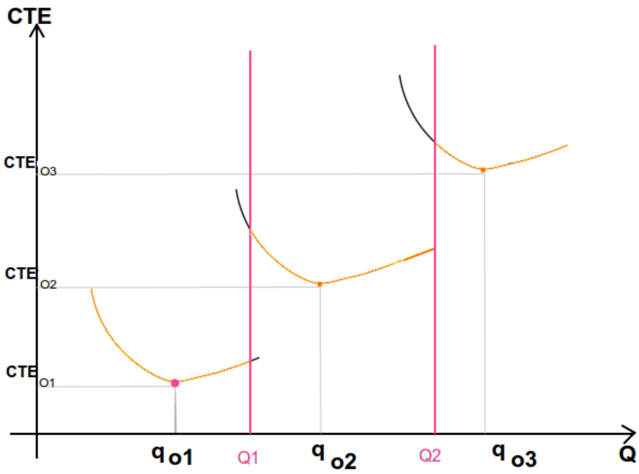
2. sino, si $q_{o2} < Q_2 \Rightarrow CTE_o = min(CTE_{o2}, CTE(Q_1, k_1))$
   Se entiende por $CTE(Q_i, k_i)$ el costo total esperado (2) evaluado en Q_i y k_i

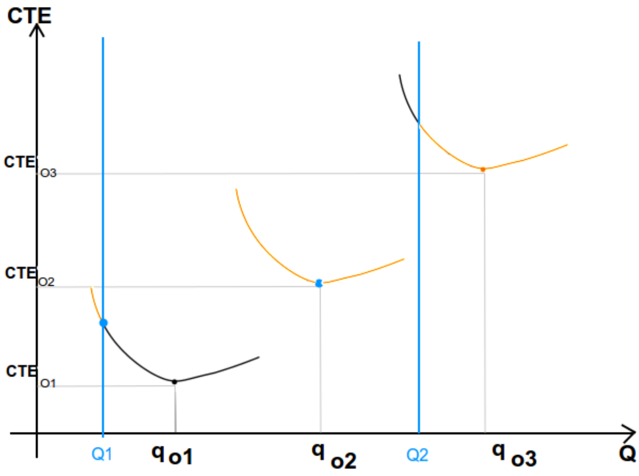


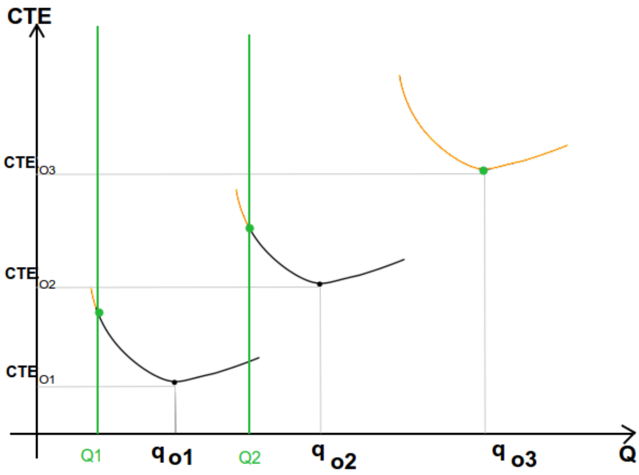
3. sino, $q_{o3} > Q_2 \Rightarrow CTE_o = min(CTE_{o3}, CTE(Q_2, k_2), CTE(Q_1, k_1))$



Dado que cada curva es válida únicamente en un intervalo determinado por k, para cada caso el CTE en función de q está dado por la curva naranja.

1. 

2. 

3. 

Ejercicio 9

Datos

	A	B
Demanda: $[D] = u/mes$	1500	2000
Costo de adquisición: $[b] = \$/u$	150	100
Costo de orden de compra: $[k] = \$$	500	500
Tasa de inmovilización mensual: $[i] = \%/mes$	2	2
Superficie ocupada de almacén: $[s_i] = m^2/u$	0,1	0,6

- Superficie disponible de almacén: $V = 450m^2$
- Cantidad máxima de dinero a inmovilizar en stock: $TI = 145800\$$
- Período: $T = 1mes$
- El costo operativo (alquileres, seguros, etc) se supone 0. $C_{1i} = b_i i$

El modelo utilizado para representar el sistema planteado es el modelo para varios items con retricción de superficie de almacenamiento. Las hipótesis asumidas para ello son:

- La demanda es conocida y constante.
- La demanda es independiente de otras variables.
- La reposición es instantánea.
- No se admite déficit del producto.
- El plazo de entrega es conocido y constante.
- No hay stock de protección.
- El producto se mide en unidades contínuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.
- No hay inflación.
- Tanto b como k como C_1 son independientes del tamaño del lote.

Restricción: $\sum_{i=1}^{2} v_i q_i <= V$

CTE a minimizar: $CTE = \sum_{i=1}^{2} b_i D_i + \frac{k_i D_i}{q_i} + \frac{1}{2} T C_{1i} q_i$

Aplicando multiplicadores de Lagrange:

$$L = \phi(q_1, q_2, \lambda) = \sum_{i=1}^{2} b_i D_i + \frac{k_i D_i}{q_i} + \frac{1}{2} T C_{1i} q_i + \lambda(\sum_{i=1}^{2} v_i q_i - V)$$

En el punto óptimo:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = -\frac{k_i D_i}{q_i^2} + \frac{1}{2} T C_{1i} + \lambda v_i = 0$$

$$\frac{k_i D_i}{q_i^2} = \frac{1}{2} T C_{1i} + \lambda v_i$$

$$q_i = \sqrt{\frac{2 K_i D_i}{T C_{1i} + 2 \lambda v_i}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{2} v_i q_i - V = 0$$

$$q_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 500\$ \cdot 1500 u/mes}{1 mes \cdot 150\$/u \cdot 0,02 + 2 \cdot \lambda \cdot 0,1}}$$

$$q_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 500\$ \cdot 2000 u/mes}{1 mes \cdot 100\$/u \cdot 0,02 + 2 \cdot \lambda \cdot 0,6}}$$

Método iterativo:

λ_n	q_1	q_2	$0,1q_1 + 0,6q_2 <= 450$
0	707,1	1000	670,7
1	684,65	790,6	542,8
2	664,2	674,2	471
3	645,5	597,6	405.1
2.25	659,38	652,3	457,3
2.5	654,65	632,5	445
2.3	658,4	648,2	454,8
2.35	657,5	644,2	452,3
2.4	656,5	640,2	449.8

Por lo tanto, el lote para el producto A es de 656,5 unidades y el lote para el producto B es de 640,2 unidades.

Ejercicio 10 El modelo utilizado para representar el sistema planteado es el modelo para varios items con retricción en la cantidad máxima de dinero a inmovilizar en stock. Las hipótesis son las mismas que en el ejercicio anterior.

Restricción: $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} b_i q_i <= TI$
CTE a minimizar: $CTE = \sum_{i=1}^{2} b_i D_i + \frac{k_i D_i}{q_i} + \frac{1}{2} TC_{1i} q_i$

Aplicando multiplicadores de Lagrange:

$$L = \phi(q_1, q_2, \lambda) = \sum_{i=1}^{2} b_i D_i + \frac{k_i D_i}{q_i} + \frac{1}{2} TC_{1i} q_i + \lambda(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} b_i q_i - TI)$$

En el punto óptimo:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = -\frac{k_i D_i}{q_i^2} + \frac{1}{2} TC_{1i} + \frac{1}{2}\lambda b_i = 0$$

$$\frac{k_i D_i}{q_i^2} = \frac{1}{2} TC_{1i} + \frac{1}{2}\lambda b_i$$

$$q_i = \sqrt{\frac{2K_i D_i}{TC_{1i} + \lambda b_i}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} b_i q_i - TI = 0$$

$$q_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 500\$ \cdot 1500 u/mes}{1 mes \cdot 150\$/u \cdot 0,02 + \lambda \cdot 150\$/u}}$$

$$q_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 500\$ \cdot 2000 u/mes}{1 mes \cdot 100\$/u \cdot 0,02 + \lambda \cdot 100\$/u}}$$

Método iterativo:

λ_n	q_1	q_2	$75q_1 + 50q_2 <= 145800$
0	707,1	1000	103032,5

Por lo tanto, la restricción no restringe y los lotes de ambos productos son óptimos. El lote para el producto A es de 707,1 unidades y el lote para el producto B es de 1000 unidades.