

Trabajo Práctico 2

Administración de Stocks

8 de octubre de 2012

Ejercicio 1

Datos

- Demanda: $d = 1000u/año$
- Costo unitario: $b = 40\$/u$
- Costo de setup: $K = 4000\$$
- Costo de almacenamiento: $C_1 = 540\$/u * año$
- Lead time: $LT = 2días$
- Período: $T = 1año$

1.a El modelo utilizado para representar el sistema planteado es el modelo básico con stock de reorden. Las hipótesis asumidas para ello son:

- Se administra sólo un producto.
- La demanda es conocida y constante.
- La demanda es independiente de otras variables.
- La reposición es instantánea.
- No se admite déficit del producto.
- El producto se mide en unidades continuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.
- No hay inflación.
- El costo de setup es independiente del tamaño del lote.
- El costo de almacenamiento es independiente del stock.

1.b

$$q_o = \sqrt{\frac{2KD}{TC_1}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 4000\$ \cdot 12000u/a\tilde{n}o}{540\$/u \cdot a\tilde{n}o}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{96000000u^2}{540}}$$

$q_o \simeq 421,63u$

1.c Dado que la fábrica tiene 20 días laborables al mes, al cabo de un año se acumulan $20dia/mes \cdot 12mes/a\tilde{n}o = 240dia/a\tilde{n}o$.

$$\frac{T}{t_i} = \frac{D}{q} \Rightarrow t_i = \frac{Tq}{D}$$

$$t_i \simeq \frac{421,63u}{12000u/a\tilde{n}o} \simeq 0,0351a\tilde{n}o$$

$t_i = 0,0351a\tilde{n}o \cdot 240dia/a\tilde{n}o \simeq 8,43dias$

1.d

$$CTE_o = bD + \sqrt{2KDT C_1}$$

$$CTE_o = 40\$/u \cdot 12000u/a\tilde{n}o + \sqrt{2 \cdot 4000\$ \cdot 12000u/a\tilde{n}o \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot a\tilde{n}o}}$$

$$CTE_o \simeq 480000\$/a\tilde{n}o + 227684\$/a\tilde{n}o$$

$CTE_o \simeq 707684\$/a\tilde{n}o$

1.e

$$n = \frac{D}{q} \simeq \frac{12000u}{421,63u}$$

$n \simeq 28,46$

1.f

$$SR = LT \cdot d = \frac{2dias}{240dias/a\tilde{n}o} \cdot 12000u/a\tilde{n}o$$

$SR \simeq 100u$

1.g Para lograr que no quede stock remanente al finalizar el año, n debe ser una cantidad entera, de manera que el último lote se acabe al finalizar este período.

Los números enteros más cercanos al n óptimo son $n_1 = 28$ y $n_1 = 29$.

El procedimiento a seguir es obtener el CTE para cada valor de n y elegir el menor.

n = 28

$$n = D/q$$

$$\Rightarrow q_1 = D/n = 12000u/28 \simeq 428,57u$$

$$CTE_1 = bD + q_1 C_1 T/2 + KD/q_1$$

$$CTE_1 \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + \frac{1}{2} 428,57u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{428,57u}$$

$$CTE_1 \simeq 707714\$/año$$

n = 29

$$n = D/q$$

$$\Rightarrow q_2 = D/n = 12000u/29 \simeq 413,79u$$

$$CTE_2 = bD + q_2 C_1 T/2 + KD/q_2$$

$$CTE_2 \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + \frac{1}{2} 413,79u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{413,79u}$$

$$CTE_2 \simeq 707724\$/año$$

Puede verse que $CTE_1 < CTE_2$, por lo tanto $n = 28$

Ejercicio 2

Datos

- Demanda: $d = 1000u/año$
- Costo unitario: $b = 40\$/u$
- Costo de setup: $K = 4000\$$
- Costo de almacenamiento: $C_1 = 540\$/u \cdot año$
- Lead time: $LT = 2días$
- Período: $T = 1año$
- Stock de protección: $SP = 5días \cdot \frac{1000u}{20días} = 250u$
- Superficie unitaria: $SU = 2m^2/u$
- Superficie disponible: $ST = 1500m^2$

2.a El modelo utilizado para representar el sistema planteado es el modelo básico con stock de reorden y stock de protección. Las hipótesis asumidas para ello son:

- Se administra sólo un producto.
- La demanda es conocida y constante.
- La demanda es independiente de otras variables.
- La reposición es instantánea.
- No se admite déficit del producto.
- El producto se mide en unidades continuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.
- No hay inflación.
- El costo de setup es independiente del tamaño del lote.
- El costo de almacenamiento es independiente del stock.

2.b Este sistema mantiene todos los datos del anterior y agrega un nuevo término al cálculo de CTE , teniendo en cuenta el costo de almacenamiento del stock de protección.

$$CTE = bD + q \cdot C_1T/2 + KD/q + SP \cdot C_1T$$

Como el nuevo término añadido no depende del valor de q , el lote de compra óptimo se mantiene igual al del ejercicio anterior.

Sin embargo, se añade una restricción, y es que la superficie disponible limita el stock a un máximo de $\frac{1500m^2}{2m^2/u} = 750u$.

Esto implica que $q + SP \leq 750u \Rightarrow q \leq 750u - SP = 750u - 250u = 500u$

Ya que $q_o = 421,63u \leq 500u$, la nueva restricción no afecta al óptimo obtenido.

Por lo tanto:

$q_o \simeq 421,63u$

2.c

$$CTE = bD + q \cdot C_1T/2 + KD/q + SP \cdot C_1T$$

$$CTE \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + 421,63u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} / 2 + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{421,63u} + 250u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año}$$

$CTE_o \simeq 842724\$/año$

2.d

$$SR = SP + LT \cdot d$$

$$SR = 250u + \frac{2días}{240días/año} \cdot 12000u/año$$

$$SR = 350u$$

2.e Bajando la superficie disponible a $1100m^2$, el almacén baja su capacidad a $550u$.

$$q + SP \leq 750u \Rightarrow q \leq 550u - SP = 550u - 250u = 300u$$

Dado que $q_o > 300u$, no se satisface la restricción de espacio. Sin embargo, teniendo en cuenta la forma de la curva que define CTE , se deduce que el $q \leq 300u$ cuyo CTE es más cercano al óptimo, es el más cercano a q_o , y este es el $q = 300u$.

Bajo estas condiciones:

$$CTE_o = 40\$/u \cdot 12000u/año + 300u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} / 2 + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{300u} + 250u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año}$$

$$CTE_o \simeq 856000\$/año$$

Ejercicio 3 Los datos proporcionados en el ejercicio son los mismos que los del Ejercicio 1; es decir: Demanda anual = $D = 12000u$, un lead time $LT = 0,5479año$, un costo de adquisición $b = \$40u^{-1}$, un costo de emisión de orden de compra $k = \$4000$, un costo de almacenamiento anual $C_1 = \$540$ y además un costo de agotamiento $C_2 = \$2100u^{-1}año^{-1}$

3.a El modelo elegido para la resolución de este problema, es el **Modelo básico con agotamiento**. A continuación se enuncian las hipótesis de dicho modelo:

- Se administra un único ítem o producto.
- La demanda del producto es independiente.
- La demanda es conocida y constante.
- La reposición es instantánea.
- El plazo de entrega es conocido y constante.
- No hay stock de protección.
- Tanto b como k como C_1 son independientes de la cantidad a pedir.
- No hay restricciones que limiten la cantidad del lote a pedir.
- El producto se mide en unidades continuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.

3.b Para determinar el tamaño del lote optimo de compra se calcula q_o :

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$4000 \cdot 12000u\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}{1\tilde{a}\tilde{n}o \cdot \$540u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}} \cdot \sqrt{\frac{\$540u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1} + \$2100u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}{\$2100u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}}$$

$$q_o = 421,637u \cdot 1,121$$

$$q_o = 472,66u$$

3.c Para calcular el tiempo de reaprovisionamiento entre dos intervalos sucesivos se calcula t_i . Utilizando que: $\frac{D}{q_o} = \frac{T}{t_i}$

$$t_i = \frac{q_o}{D}$$

$$t_i = \frac{472,66u}{12000u\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}$$

$$t_i = 0,03938\tilde{a}\tilde{n}o$$

3.d Para calcular el costo total esperado óptimo anual, se utiliza que:

$$CTE_o = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot K \cdot D \cdot T \cdot C_1} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$CTE_o = \$40u^{-1} \cdot 12000u\tilde{a}\tilde{n}o^{-1} + \sqrt{2 \cdot \$4000 \cdot 12000u\tilde{a}\tilde{n}o^{-1} \cdot 1\tilde{a}\tilde{n}o \cdot \$540u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}} \cdot \sqrt{\frac{\$2100u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}{\$540u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1} + \$2100u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}}$$

$$CTE_o = \$480000 + 227683,99 \cdot 0,89188$$

$$CTE_o = \$683066,78$$

3.e Para calcular el número de pedidos que habrá que realizar en un año se calcula:

$$n = \frac{D}{q_o}$$

$$n = \frac{12000u\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}{472,66u}$$

$$n = 25,388ordenes\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}$$

3.f La cantidad máxima de unidades a mantener en stock se calcula como:

$$S_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$S_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$4000 \cdot 12000u \text{año}^{-1}}{1 \text{año} \cdot \$540u^{-1} \text{año}^{-1}}} \cdot \sqrt{\frac{\$2100u^{-1} \text{año}^{-1}}{\$540u^{-1} \text{año}^{-1} + \$2100u^{-1} \text{año}^{-1}}}$$

$S_o = 376,05u$

3.g Para calcular la cantidad máxima de unidades agotadas se utiliza que:

$$S_a = q_o - S_o$$

$$S_a = 472,66u - 376,05u$$

$S_a = 96,61u$

3.h El stock de reorden, considerando 20 días laborales por mes, se calcula como:

$$S_r = LT \cdot d - (q_o - S_o)$$

$$S_r = \frac{2 \text{días} \cdot 12000u \text{año}^{-1}}{\frac{\text{año}}{240 \text{días}}} - (472,66u - 376,05u)$$

$S_r = 3,39u$

3.i Para calcular lo pedido, se calculan t_1 y t_2 siendo t_1 el tiempo durante el cual se satisface la demanda y t_2 el tiempo durante el cual hay déficit de producción.

$$t_1 = \frac{S_o \cdot t_i}{q_o}$$

$$t_1 = \frac{376,05u \cdot 0,03938 \text{año}}{472,66u}$$

$t_1 = 0,0313 \text{año}$

$$t_2 = \frac{(q_o - S_o) \cdot t_i}{q_o}$$

$$t_2 = \frac{(472,66u - 376,05)u \cdot 0,03938 \text{año}}{472,66u}$$

$t_2 = 0,0080 \text{año}$

Ejercicio 4 Los datos proporcionados son la demanda anual $D = 20000u$, el costo de setup $K = \$6000$, el costo de almacenamiento $C_1 = \$20 u^{-1} \text{ año}^{-1}$ y la tasa de producción $p = 5000u \text{ mes}^{-1} = 60000u \text{ año}^{-1}$.

4.a El modelo elegido para este problema es el Modelo de Reposición no Instantánea. Se asumen las siguientes hipótesis:

- Se administra un solo producto.
- La demanda es conocida y constante.
- No hay descuentos por cantidad.
- No hay inflación.
- La producción se efectúa a tasa conocida y constante.
- No se admite agotamiento.
- No hay stock de protección.
- Costo de setup independiente del tamaño del lote.
- Costo unitario de almacenamiento independiente del stock.
- Se supone continuidad permanente de operación.

4.b.

$$q_o = \sqrt{\frac{2KD}{TC_1 \left(1 - \frac{d}{p}\right)}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$6000 \cdot 20000u \text{ año}^{-1}}{\$20u^{-1} \text{ año}^{-1} \left(1 - \frac{20000u \text{ año}^{-1}}{60000u \text{ año}^{-1}}\right)}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^6 u^2}{1 - \frac{2}{6}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^6}{\frac{2}{3}}} u = \sqrt{3 \cdot 6 \cdot 10^6} u$$

$$q_o = 3 \cdot 10^3 \sqrt{2} u \simeq 4242,64 u$$

4.c. Como se indica en el ítem h, se consideran 20 días por mes.

$$\frac{T}{t_i} = \frac{D}{q} \Rightarrow t_i = \frac{Tq}{D}$$

$$t_i = \frac{3 \cdot 10^3 \sqrt{2} u}{20000u \text{ año}^{-1}} = \frac{3\sqrt{2} \text{ año} \cdot 240 \text{ días}}{20 \text{ año}}$$

$$t_i = 36\sqrt{2} \text{ días} \simeq 50,91 \text{ días}$$

4.d.

$$CTE_o = bD + \sqrt{2K DTC_1 \left(1 - \frac{d}{p}\right)} = \sqrt{2K DTC_1 \left(1 - \frac{d}{p}\right)}$$

$$CTE_o = \sqrt{2 \cdot \$6000 \cdot 20000u \text{ año}^{-1} \cdot \$20u^{-1} \text{ año}^{-1} \cdot \frac{2}{3}} = \$2\sqrt{\frac{24 \cdot 10^8}{3}} = \$2 \cdot 10^4 \sqrt{8}$$

$$CTE_o = \$4 \cdot 10^4 \sqrt{2} \simeq \$56568,54$$

4.e.

$$n = \frac{D}{q} = \frac{20000u}{3 \cdot 10^3 \sqrt{2} u}$$

$$n = \frac{20}{3\sqrt{2}} \simeq 4,714$$

4.f.

$$S_o = q_o \left(1 - \frac{d}{p}\right) = 3 \cdot 10^3 \sqrt{2} u \cdot \frac{2}{3}$$

$$S_o = 2 \cdot 10^3 \sqrt{2} u \simeq 2828,43u$$

4.g. Lo que se pide es el tiempo de producción de una orden t_{ip} y el tiempo de demanda únicamente de una orden t_{id} . Como se indica en el ítem h, se consideran 20 días por mes.

$$t_{ip} = \frac{q}{p} = \frac{3 \cdot 10^3 \sqrt{2} u}{60000u \text{ año}^{-1}} = \frac{3\sqrt{2} \text{ año}}{60} = \frac{\sqrt{2} \text{ año}}{20} \cdot \frac{240 \text{ dias}}{\text{año}}$$

$$t_{ip} = 12\sqrt{2} \text{ dias} \simeq 16,97 \text{ dias}$$

$$t_{id} = \frac{S}{d} = \frac{2 \cdot 10^3 \sqrt{2} u}{20000u \text{ año}^{-1}} = \frac{\sqrt{2} \text{ año}}{10} \cdot \frac{240 \text{ dias}}{\text{año}}$$

$$t_{id} = 24\sqrt{2} \text{ dias} \simeq 33,94 \text{ dias}$$

4.h.

$$LT = 2 \text{ dias} \leq 33,94 \text{ dias} = t_{id} \Rightarrow S_R = LT \cdot d$$

$$S_R = \frac{2 \text{ dias} \cdot 20000u}{\text{año}} \cdot \frac{\text{año}}{240 \text{ dias}} = \frac{2 \cdot 20000u}{240} = \frac{2000u}{12}$$

$$S_R = 166.\bar{6}u$$

Ejercicio 5 Los datos proporcionados son: $P = 6307200m^3año^{-1}$, $b = \$2m^{-3}$, $k = \$6$ y $C_1 = 0,1 \cdot b = 0,1 \cdot \$2m^{-3} = \$0,2m^{-3}mes^{-1} = \$2,4m^{-3}año^{-1}$. Se supone $T = 1año$

5.a Se trata de un caso de **Modelo de Producción constante**. Las hipótesis del modelo son:

- La producción es constante.
- La demanda es instantanea.
- Se administra un único item o producto.
- La demanda del producto es independiente.
- La reposición es no instantanea.
- El plazo de entrega es conocido y constante.
- No hay stock de protección.
- Tanto b como k como C_1 son independientes de la cantidad a pedir.
- No hay restricciones que limiten la cantidad del lote a pedir.
- El producto se mide en unidades continuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.

5.b Para dimensionar el tanque de forma tal de minimizar los costos se calcula q_o

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot P}{T \cdot C_1}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$6 \cdot 6307200m^3año^{-1}}{1mes \cdot \$2,4m^{-3}año^{-1}}}$$

$q_o = 5615,69m^3$

5.c Para calcular cuantas descargas se harán al año se calcula n :

$$n = \frac{P}{q_o}$$

$$n = \frac{6307200m^3año^{-1}}{5615,69m^3}$$

$n = 1123,138mes^{-1}$

5.d Para calcular el stock de reorden se utiliza:

$$S_r = LT \cdot P$$

$$S_r = 10hora \cdot \frac{año}{8760hora} \cdot 6307200m^3año^{-1}$$

$$S_r = 7200m^3$$

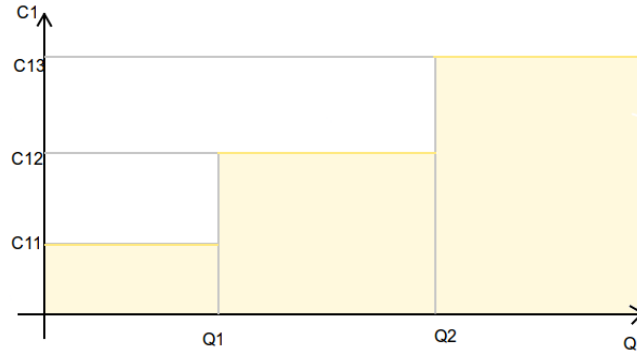
5.e Para calcular el costo total esperado óptimo anual se utiliza:

$$CTE_o = b \cdot P + \sqrt{2 \cdot K \cdot P \cdot T \cdot C_1}$$

$$CTE_o = \$2m^{-3} \cdot 6307200m^3año^{-1} + \sqrt{2 \cdot \$6 \cdot 6307200m^3año^{-1} \cdot 1año \cdot \$2,4m^{-3}año^{-1}}$$

$$CTE_o = \$12627877,66año^{-1}$$

Ejercicio 7 Se trata de un caso de modelo básico (ver ejercicio 1) de un solo ítem, demanda constante, agotamiento no admitido, donde el costo de almacenamiento C_1 crece mediante la siguiente ley:



Se sabe que para este modelo:

$$CTE_i = bD + \frac{1}{2}qC_{1i}T + K\frac{D}{q} \quad (1)$$

$$q_{oi} = \sqrt{\frac{2KD}{TC_{1i}}}$$

$$CTE_{oi} = bD + \sqrt{2KDC_{1i}T}$$

Con lo cual, se deduce la siguiente relacion entre variables:

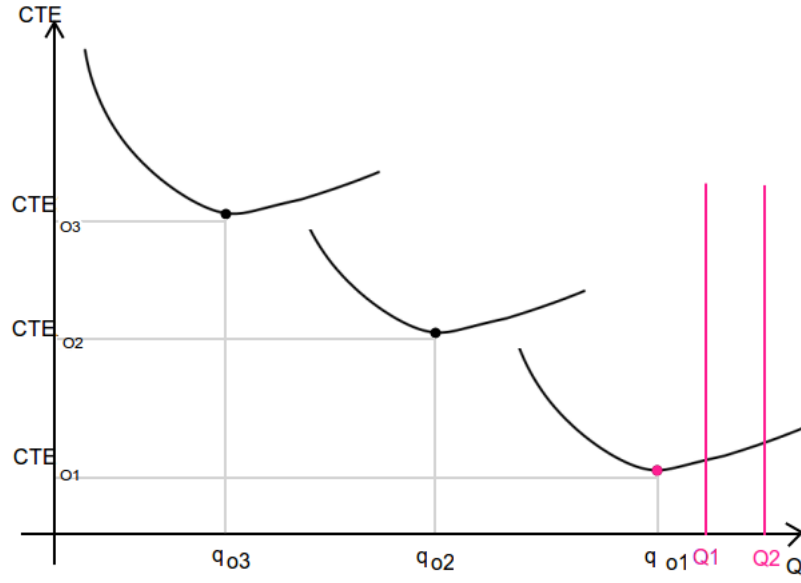
$$C_{11} < C_{12} < C_{13}$$

$$q_{o1} > q_{o2} > q_{o3}$$

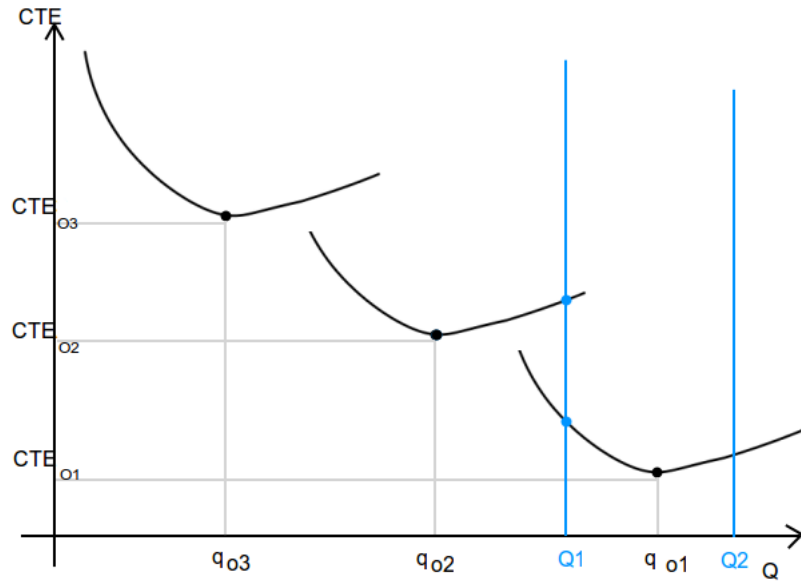
$$CTE_{o1} < CTE_{o2} < CTE_{o3}$$

El procedimiento a seguir para la búsqueda del costo total esperado mínimo es el siguiente:

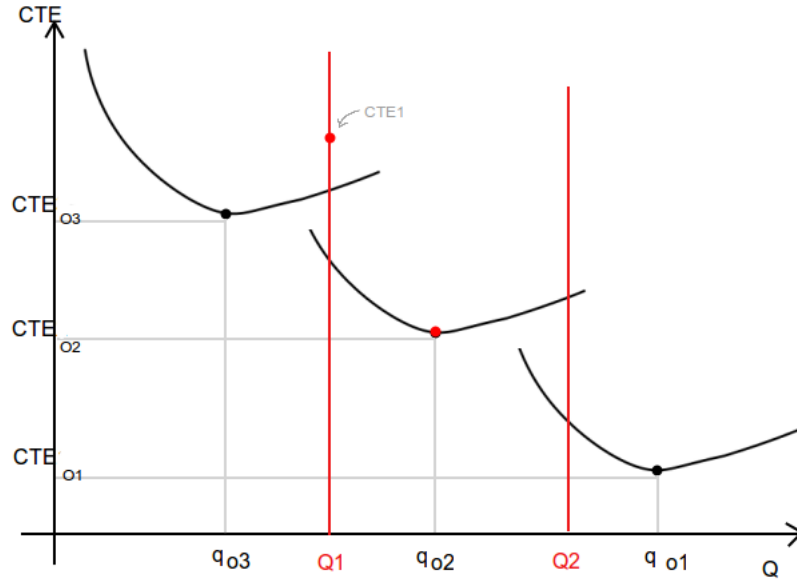
1. si $q_{o1} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = CTE_{o1}$



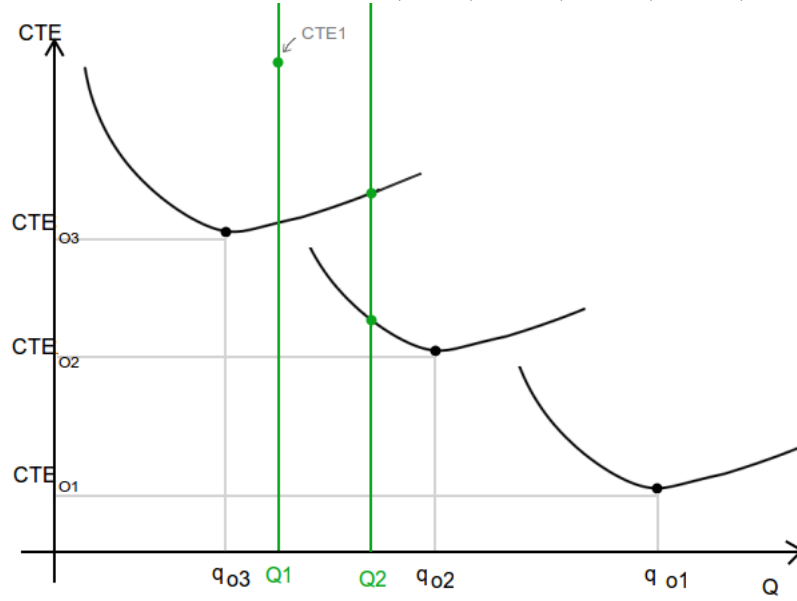
2. sino, si $q_{o2} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE(Q_1, C_{12}), CTE(Q_1, C_{11}))$
 Se entiende por $CTE(Q_i, C_{1i})$ el costo total esperado (1) evaluado en Q_i y C_{1i}



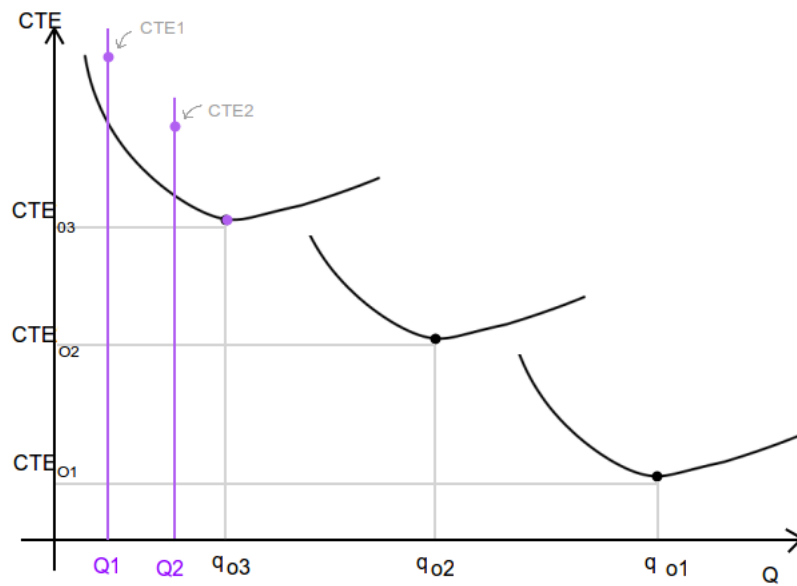
3. sino, si $Q_1 < q_{o2} < Q_2 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE_{o2}, CTE(Q_1, C_{11}))$



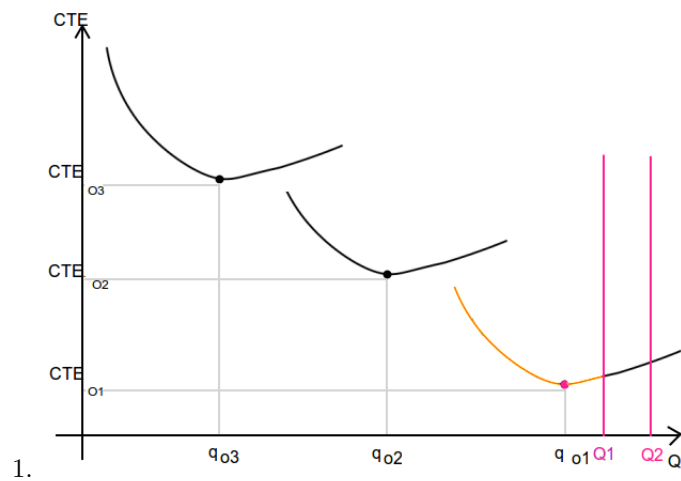
4. sino, si $q_{o3} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE(Q_2, C_{12}), CTE(Q_2, C_{13}), CTE(Q_1, C_{11}))$



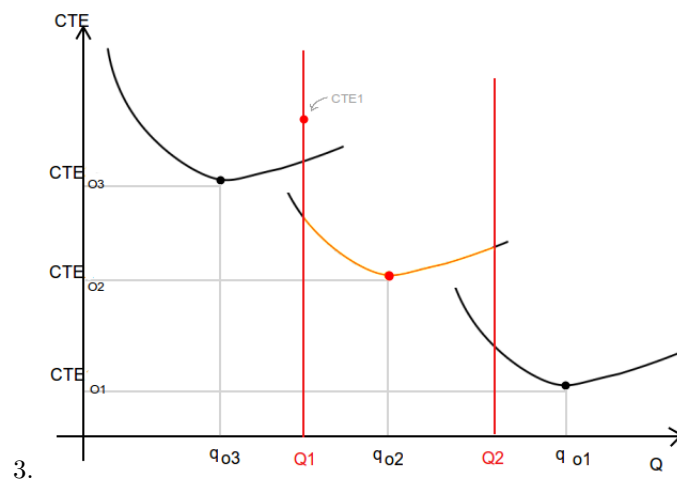
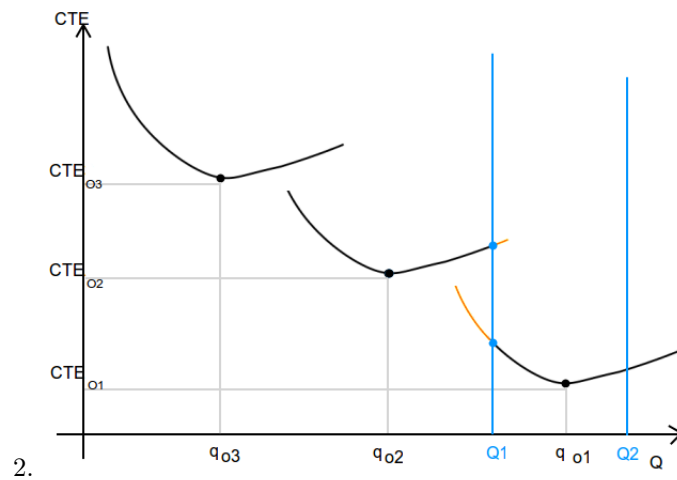
5. sino, $q_{o3} > Q_2 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE_{o3}, CTE(Q_2, C_{12}), CTE(Q_1, C_{11}))$

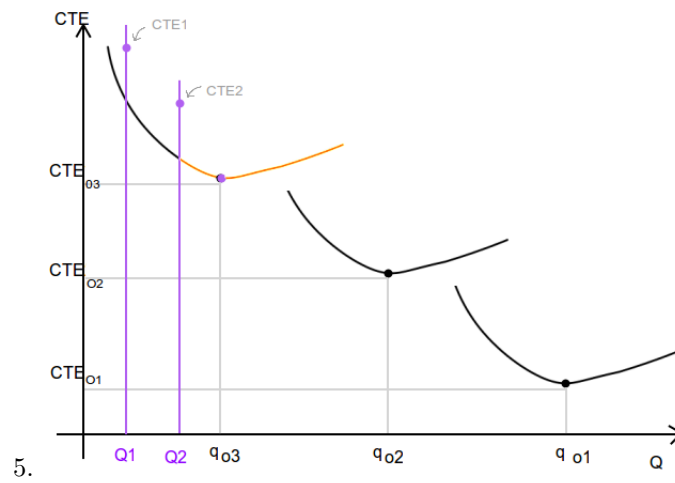
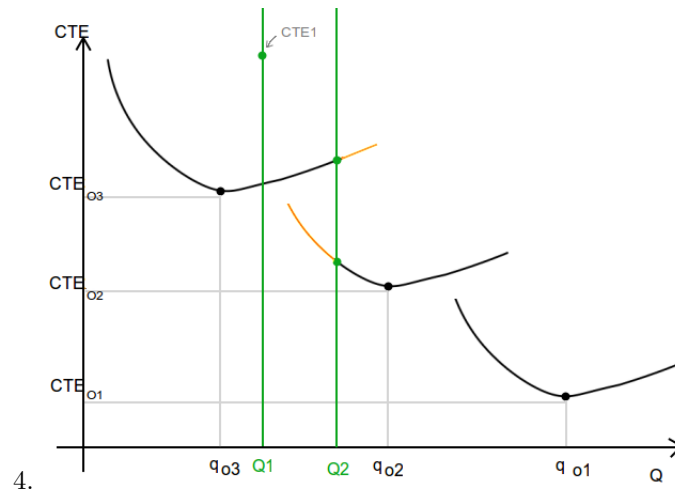


Para cada uno de estos casos, el costo total esperado en función de q está dado por la curva naranja, donde cada CTE_i es válido dentro de su rango.

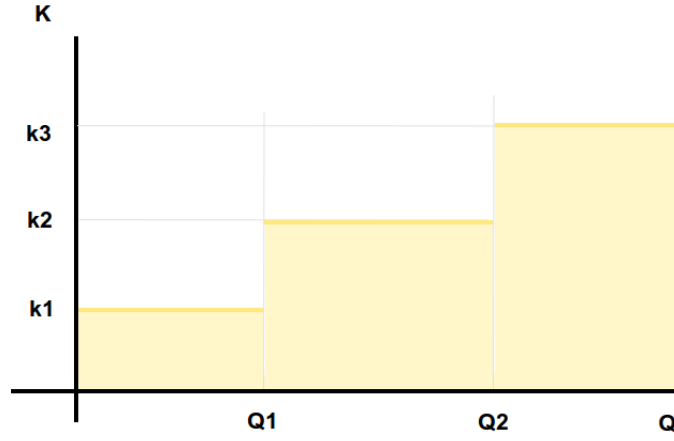


1.





Ejercicio 8 Se trata de un caso de modelo básico (ver ejercicio 1) de un solo ítem, demanda constante, agotamiento no admitido y con K creciente mediante la siguiente ley:



Se sabe que para este modelo:

$$CTE_i = bD + \frac{1}{2}qC_1T + K_i \frac{D}{q} \quad (2)$$

$$q_{oi} = \sqrt{\frac{2K_i D}{TC_1}}$$

$$CTE_{oi} = bD + \sqrt{2K_i DC_1 T}$$

Con lo cual, se deduce la siguiente relacion entre variables:

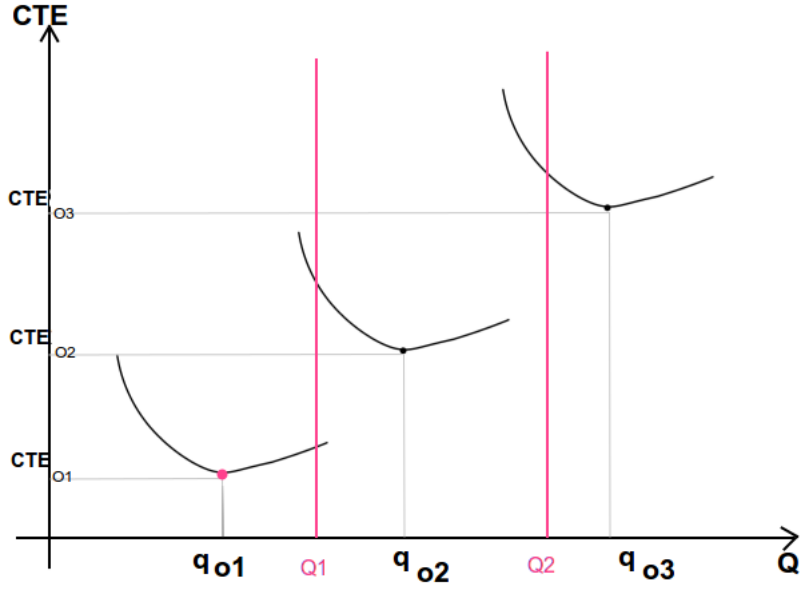
$$k_1 < k_2 < k_3$$

$$q_{o1} < q_{o2} < q_{o3}$$

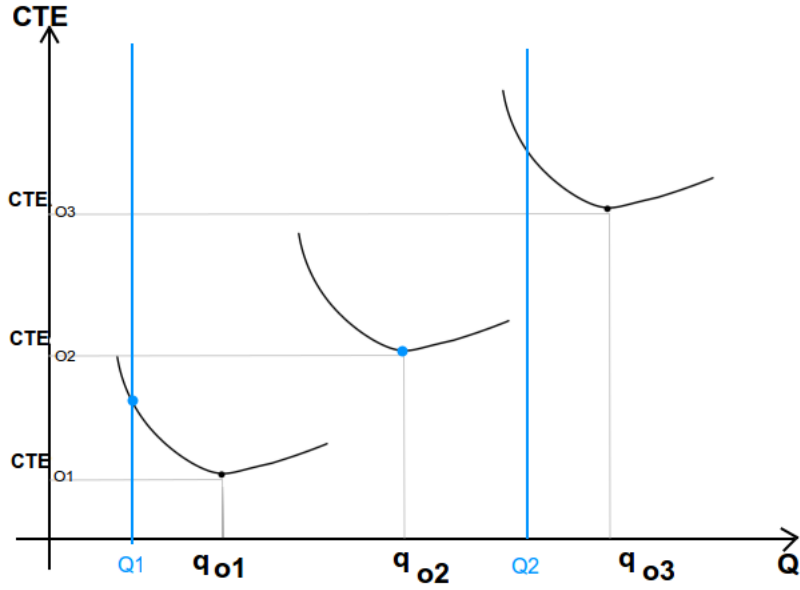
$$CTE_{o1} < CTE_{o2} < CTE_{o3}$$

El procedimiento a seguir para la búsqueda del costo total esperado mínimo es el siguiente:

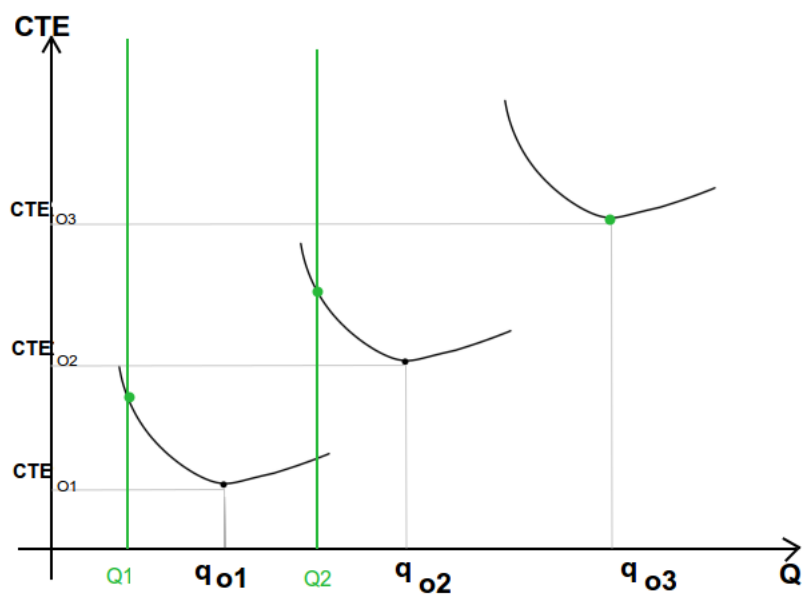
1. si $q_{o1} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = CTE_{o1}$



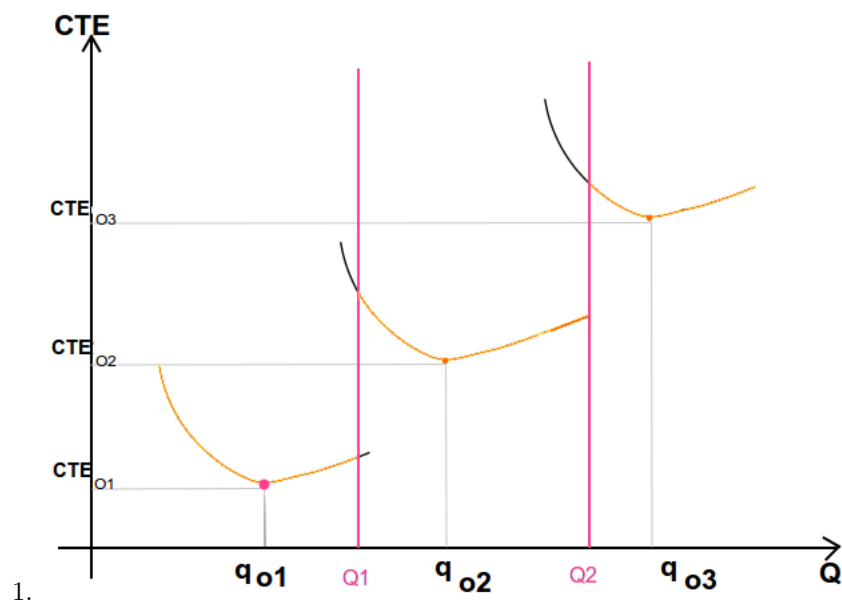
2. sino, si $q_{o2} < Q_2 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE_{o2}, CTE(Q_1, k_1))$
 Se entiende por $CTE(Q_i, k_i)$ el costo total esperado (2) evaluado en Q_i y k_i



3. sino, $q_{o3} > Q_2 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE_{o3}, CTE(Q_2, k_2), CTE(Q_1, k_1))$



Dado que cada curva es válida únicamente en un intervalo determinado por k , para cada caso el CTE en función de q está dado por la curva naranja.



1.

