Trabajo Práctico 1
Teoría de Colas

20 de septiembre de 2012

Ejercicio 1 El modelo elegido para este sistema es P/P/1. Las distribuciones Poisson de los arribos y las salidas concuerdan con las de este modelo, y además se explicita que no hay impaciencia. Se asumen también las siguientes hipótesis:

- El tipo de arribo responde a distribución Poisson; es dato.
- El tipo de proceso de servicio responde a distribución Poisson; también es dato, ya que el tiempo de servicio tiene distribución exponencial.
- Un único canal de atención; es dato.
- Sistema de capacidad infinita.
- Disciplina de atención FIFO.
- Población infinita.
- Cola única.
- Población sin impaciencia; es dato.
- Sistema en régimen permanente.

Los datos proporcionados son la velocidad de ingreso $\lambda = 24/h$ y el tiempo promedio de atención $t_s = 2min$, a partir del cual podemos calcular la tasa de atención $\mu = \frac{1}{t_s} = \frac{1}{2min} \frac{60min}{h} = \frac{30}{h}$.

1.a. El número promedio de clientes en la sección de sastrería equivale a la cantidad de clientes en nuestro sistema, L. De la combinación de la tabla de estados y la ecuación de estado para un sistema P/P/1 se obtiene la siguiente expresión para L:

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{24h^{-1}}{30h^{-1} - 24h^{-1}} = \frac{24}{6} = 4$$

1.b. Equivale al tiempo promedio de permanencia en el sistema de un cliente. Puede obtenerse como el tiempo de permanencia en la cola más el tiempo de atención del cliente:

$$w = w_c + t_s = \frac{L_c}{\lambda} + t_s = \frac{\lambda^2}{\lambda\mu(\mu-\lambda)} + t_s = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} + t_s$$
$$w = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} + t_s = \frac{24h^{-1}}{30h^{-1}(30h^{-1}-24h^{-1})} + 2min = \frac{24h^{-1}}{30h^{-1}\,6h^{-1}} + 2min$$
$$w = \frac{2}{15}h\,\frac{60min}{h} + 2min = 8min + 2min$$
$$w = 10min$$

1.c. Corresponde a la probabilidad de que no haya clientes en el sistema, siendo para P/P/1:

$$p(0) = 1-\rho = 1-\frac{\lambda}{\mu} = 1-\frac{24h^{-1}}{30h^{-1}} = 1-\frac{4}{5} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

1.d. Lo que se pide es el número promedio de clientes en la cola:

$$L_c = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{24^2h^{-2}}{30h^{-1}(30h^{-1}-24h^{-1})} = \frac{576h^{-1}}{30\cdot 6h^{-1}} = \frac{576}{180} = \frac{16}{5} = 3{,}2$$

Ejercicio 2 El sistema en cuestión es similar al anterior, puede modelarse como P/P/1 con las mismas hipótesis. Los datos son $\lambda = 4h^{-1}$, $t_s = 6min \Rightarrow \mu = \frac{1}{6min}\frac{60min}{h} = 10h^{-1}$.

2.a. Corresponde a la probabilidad de que no haya clientes en el sistema, siendo para P/P/1:

$$p(0) = 1-\rho = 1-\frac{\lambda}{\mu} = 1-\frac{4h^{-1}}{10h^{-1}} = 1-\frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

2.b.

$$p(3) = \rho^3 p(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 \frac{3}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \frac{3}{5} = \frac{8\cdot 3}{125\cdot 5} = \frac{24}{625} = 0{,}0384$$

2.c. La probabilidad de encontrar al menos un cliente en el taller es la probabilidad de que haya entre uno e infinitos clientes: $\sum_{n=1}^{\infty} p(n)$. Teniendo en cuenta que $\sum_{n=0}^{\infty} p(n) = p(0) + \sum_{n=1}^{\infty} p(n) = 1$ podemos concluir:

$$\sum_{n=1}^{\infty} p(n) = 1 - p(0) = 1-(1-\rho) = \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

2.d.

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{4h^{-1}}{10h^{-1} - 4h^{-1}} = \frac{4h^{-1}}{6h^{-1}} = \frac{2}{3} = 0.\overline{6}$$

2.e.

$$w = w_c + t_s = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} + 6min = \frac{4h^{-1}}{10h^{-1}(10h^{-1} - 4h^{-1})} + 6min$$

$$w = \frac{4}{10 \cdot 6h^{-1}} + 6min = \frac{h}{15}\frac{60min}{h} + 6min = 4min + 6min = 10min$$

2.f. Equivale a la longitud de la cola:

$$L_c = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{4^2h^{-2}}{10h^{-1}(10h^{-1} - 4h^{-1})} = \frac{16h^{-2}}{10 \cdot 6h^{-2}} = \frac{4}{15} = 0{,}2\overline{6}$$

2.g.

$$w_c = \frac{L_c}{\lambda} = \frac{4}{15}\frac{h}{4} = \frac{h}{15}\frac{60min}{h} = 4min$$

Ejercicio 3 Este problema también corresponde a un modelo P/P/1, ya que los tiempos entre arribos y de servicio con distribución exponencial corresponden a arribos y salidas con distribución Poisson. Se toman las mismas hipótesis que en los ejercicios anteriores. Los datos son: $t_a = 8min$, $t_s = 2min$.

3.a. La probabilidad de que un cliente tenga que esperar es la probabilidad de que el canal esté ocupado, es decir que haya más de un cliente en el sistema:

$$\sum_{n=1}^{\infty} p(n) = 1 - p(0) = 1 - (1 - \rho) = \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{t_s}{t_a} = \frac{2min}{8min} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

3.b.

$$L_c = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{\frac{1}{8^2}min^{-2}}{\frac{1}{2}min^{-1}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right)min^{-1}}$$

$$L_c = \frac{1}{64} : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8}\right) = \frac{1}{64} \cdot \frac{16}{3} = \frac{1}{12} = 0{,}08\overline{3}$$

3.c. Para averiguar la velocidad promedio de arribos $\overline{\lambda}$ que resultaría en tiempos de espera en la cola mayores a 4 minutos, se debe despejar dicha variable de la fórmula de espera promedio en la cola. En el modelo P/P/1 se cumple que $\lambda = \overline{\lambda}$, por lo tanto:

$$w_c = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} > 4min$$

Aplicando la función monótonamente decreciente $f(x) = x^{-1}$ resulta:

$$\frac{\mu(\mu - \lambda)}{\lambda} < \frac{1}{4min} \Rightarrow \mu(\mu - \lambda) < \frac{\lambda}{4min}$$

$$\mu^2 - \mu\lambda < \frac{\lambda}{4min} \Rightarrow \mu^2 < \lambda \left(\frac{1}{4min} + \mu \right)$$

$$\frac{\mu^2}{\frac{1}{4min} + \mu} < \lambda \Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{2min}\right)^2}{\frac{1}{4min} + \frac{1}{2min}} < \lambda$$

$$\frac{1}{4min} \cdot \frac{4}{3} < \lambda$$

$$\frac{1}{3min} < \lambda$$

La velocidad promedio de arribos para que la espera supere los 4 minutos debería ser al menos de un cliente cada 3 minutos.

Ejercicio 6 Se puede modelar la peluquería como un P/P/M con M=2, ya que ambos peluqueros atienden en paralelo. Si bien el sistema es ilimitado, los clientes son impacientes con lo cual hay un número finito de estados posibles. La siguiente tabla describe al sistema:

n	P(n)	λ_n	μ_n	L_n	L_cn	H_n	R_n
0	P(0)	λ	0	0	0	0	0
1	P(1)	λ	μ	1	0	1	0
2	P(2)	λ	2μ	2	0	2	0
3	P(3)	$\lambda/2$	2μ	3	1	2	$\lambda/2$
4	P(4)	0	2μ	4	2	2	λ

Datos:

$$t_s = 0,5h/cl \Rightarrow \mu = 2cl/h$$

$$\lambda = 5cl/h$$

6.a. La probabilidad de que no haya clientes en la peluquería es P(0). Para eso, se calcurarán todas las probabilidades a partir de la tabla, resolviendo el siguiente sistema de 5 ecuaciones y 5 incognitas.
Se calcula la probabilidad de un estado mediante la fórmula $p(n) = \frac{\lambda_(n-1)}{\mu_n} p(n-1)$

$$\sum_{n=0}^{4} p(n) = 1$$

$$p(1) = \frac{\lambda_0}{\mu_1} p(0) = \frac{\lambda}{\mu} p(0) = \frac{5}{2} p(0)$$

$$p(2) = \frac{\lambda_1}{\mu_2} p(1) = \frac{\lambda}{2\mu} p(1) = \frac{5}{4} p(1) = \frac{25}{8} p(0)$$

$$p(3) = \frac{\lambda_2}{\mu_3} p(2) = \frac{\lambda}{2\mu} p(2) = \frac{5}{4} p(2) = \frac{125}{32} p(0)$$

$$p(4) = \frac{\lambda_3}{\mu_2} p(3) = \frac{\frac{\lambda}{2}}{2\mu} p(3) = \frac{5}{8} p(3) = \frac{625}{256} p(0)$$

Despejando $p(0)$ del sistema y reemplazando los valores se obtienen las siguientes probabilidades:

$$p(0) = \frac{256}{3321} \simeq 0,08$$

$$p(1) = \frac{640}{3321} \simeq 0,19$$

$$p(2) = \frac{800}{3321} \simeq 0,24$$

$$p(3) = \frac{1000}{3321} \simeq 0,30$$

$$p(4) = \frac{625}{3321} \simeq 0,19$$

Por lo tanto, la probabilidad de que no haya clientes en la peluquería es $p(0) = 0,08$

6.b. La probabilidad de que haya clientes esperando se relaciona con la probabilidad de los estados 3 y 4.

$$P(3) + P(4) = \frac{1625}{3321} \simeq 0,49$$

6.c. El porcentaje de ocupación de cada peluquero (o canal) es:

$$\frac{H}{M} = \frac{H}{2}$$

Para eso podemos calcular H por definicion:

$$H = \sum_{n=0}^{4} H(n)p(n) = 0p(0) + 1p(1) + 2[p(2) + p(3) + p(4)] = \frac{610}{369} \simeq 1,65$$

Con lo cual el porcentaje de ocupación es 1,65.

6.d. La cantidad promedio de clientes esperando se obtiene mediante L_c.

$$L_c = \sum_{n=0}^{4} L_c(n)p(n) = 1p(3) + 2p(4) = \frac{2250}{3321} \simeq 0,68 \frac{clientes}{hora}$$

6.e. La cantidad promedio de clientes que no ingresan es igual al rechazo $\overline{R}$ En este caso se puede calcular como $\overline{R} = \lambda - \overline{\lambda}$ (Se tomará el valor de $\overline{\lambda}$ del punto siguiente.)

$$\Rightarrow \overline{R} = 5 - \frac{1220}{369} \simeq 1{,}69 \frac{clientes}{hora}$$

6.f. Para obtener el ingreso por hora, se debe calcular la cantidad de clientes atendidos por hora, es decir μ.
Se sabe que la cantidad de clientes atendidos es igual a la cantidad de clientes que efectivamente ingresan, entonces

$$\overline{\lambda} = \sum_{n=0}^{4} \lambda(n)p(n) = \lambda[p(0) + p(1) + p(2)] + \frac{\lambda}{2}p(3) = \frac{1220}{369} \simeq 3{,}31 \frac{clientes}{hora}$$

Ejercicio 7 El sistema planteado se puede dividir en 3 subsistemas A,B y C como indica el gráfico del enunciado. El sistema A es un sistema P/P/1 impaciente, B es P/P/1 y C es un sistema P/P/1/2.

Se cuenta con los siguientes datos:

$$\lambda = 10cl/min$$

$$\mu_a = 1/t_a = 5cl/min$$

$$\mu_b = 1/t_b = 3cl/min$$

$$\mu_c = 1/t_c = 2cl/min$$

Por las características del sistema, se deducen las siguientes igualdades:

$$\overline{\lambda_a} = \overline{\mu_a}$$

$$\lambda_b = \overline{\lambda_b} = 0{,}4\overline{\lambda_a} = \overline{\mu_b}$$

$$\lambda_c = 0{,}6\overline{\lambda_a} = \overline{R_c} - \overline{\lambda_c}, \overline{\lambda_c} = \overline{\mu_c}$$

Para los sistemas A y C se planteará una tabla y para el sistema B se utilizarán las fórmulas de PP1.

Sistema A

n	P(n)	λ_n	μ_n	L_n	$L_c n$	H_n	R_n
0	P(0)	λ_a	0	0	0	0	0
1	P(1)	$\lambda_a/2$	μ_a	1	0	1	$\lambda_a/2$
2	P(2)	$\lambda_a/5$	μ_a	2	1	1	$\frac{4\lambda_a}{5}$
3	P(3)	0	μ_a	3	2	1	λ_a

Las probabilidades de cada estado se resuelven mediante el sistema:

$$\sum_{n=0}^{3} p(n) = 1$$

$$p(1)_a = \frac{\lambda_a}{\mu_a} p(0)_a = \frac{10}{5} p(0)_a$$

$$p(2)_a = \frac{\lambda_a}{2\mu_a} p(1)_a = \frac{10}{5} p(0)_a$$

$$p(3)_a = \frac{\lambda_a}{5\mu_a} p(2)_a = \frac{4}{5} p(0)_a$$

Despejando se obtiene:

$$p(0)_a = \frac{5}{29} \simeq 0,17$$

$$p(1)_a = \frac{10}{29} \simeq 0,345$$

$$p(2)_a = \frac{10}{29} \simeq 0,345$$

$$p(3)_a = \frac{4}{29} \simeq 0,14$$

Sistema C

n	P(n)	λ_n	μ_n	L_n	$L_c n$	H_n	R_n
0	P(0)	$0{,}6\lambda_a$	0	0	0	0	0
1	P(1)	$0{,}6\lambda_a$	μ_c	1	0	1	0
2	P(2)	0	μ_c	2	1	1	$0{,}6\lambda_a$

Las probabilidades de cada estado se resuelven mediante el sistema:

$$\sum_{n=0}^{3} p(n) = 1$$

$$p(1)_c = \frac{0{,}6\lambda_a}{\mu_c} p(0)_c = \frac{25}{3} p(0)_c$$

$$p(2)_c = \frac{0{,}6\lambda_a}{2\mu_c} p(1)_c = \frac{125}{9} p(0)_c$$

Despejando se obtiene:

$$p(0)_c = \frac{9}{209} \simeq 0,04$$

$$p(1)_c = \frac{75}{209} \simeq 0,36$$

$$p(2)_c = \frac{125}{209} \simeq 0,6$$

7.a. La cantidad promedio de clientes esperando en cada sector se obtiene mediante $\overline{L_c a}, \overline{L_c b}, \overline{L_c c}$, para los sectores A,B y C respectivamente.
Para los sistemas A y C se puede calcular por definición:

$$\overline{L_c a} = \sum_{n=0}^{3} L_c a(n) p(n)_a = p(1)_a + 2p(2)_a + 3p(3)_a = \frac{42}{29} \simeq 1,45 \frac{clientes}{minuto}$$

$$\overline{L_c c} = \sum_{n=0}^{2} L_c c(n) p(n)_c = p(1)_c + 2p(2)_c = \frac{325}{209} \simeq 1,56 \frac{clientes}{minuto}$$

Para el sistema B se utiliza la fórmula para PP1 $\overline{L_c} = \frac{\rho^2}{1-\rho}$, con $\rho = \frac{0{,}4\overline{\lambda_a}}{\mu_b}$ utilizando las igualdades mencionadas anteriormente. Esto implica calcular $\overline{\lambda_a}$

$$\overline{\lambda_a} = \sum_{n=0}^{3} \lambda(n) p(n)_a = \lambda p(0)_a + \frac{\lambda}{2} p(1)_a + \frac{\lambda}{5} p(2)_a = \frac{50}{29} + \frac{50}{29} + \frac{20}{29} = \frac{120}{29} \simeq 4{,}14$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{0{,}4\frac{120}{29}}{3} = \frac{16}{29}$$

$$\Rightarrow \overline{L_c b} = \frac{(\frac{16}{29})^2}{1 - \frac{16}{29}} = \frac{256}{377} \simeq 0,68 \frac{clientes}{minuto}$$

7.b. El ingreso promedio por minuto se calcula como $\$5000\overline{\mu_b} + \$600\overline{\mu_c}$. Considerando las igualdades mencionadas, se puede deducir:

$$\overline{\mu_b} = 0{,}4\overline{\lambda_a} = \frac{48}{29} \simeq 1,66 \frac{clientes}{minuto}$$

Para $\overline{\mu_c}$ se debe calcular primero el rechazo en C

$$\overline{R_c} = \sum_{n=0}^{2} R_c(n) p_c(n) = 0{,}6\lambda_a p_c(2) = \frac{9000}{6061} \simeq 1,49$$

$$\Rightarrow \overline{\lambda_c} = \lambda_c - \overline{R_c} = 0{,}6\overline{\lambda_a} - \overline{R_c} = \frac{72}{29} - \frac{9000}{6061} = \frac{6048}{6061} \simeq 1,0$$

Con lo cual, el ingreso se calcula como

$$\$5000\overline{\mu_b}+\$600\overline{\mu_c} = \$5000\frac{48}{29}+\$600\frac{6048}{6061} = \$8{,}275,86+\$598,71 = \$8{,}874,57/minuto$$

7.c. La cantidad promedio de clientes que no ingresan al sistema por minuto se calcula mediante $\overline{R_a}$. Hipótesis: se consideran sólo los clientes que son rechazados en A dado que los que son rechazados en C ya recibieron parte del servicio.

$$\overline{R_a} = \lambda_a - \overline{\lambda_a} = 10 - \frac{48}{29} = \frac{242}{29} \simeq 8{,}34cl/min$$

7.d. La probabilidad de que el sistema esté vacío se calcula mediante las probabilidades de que cada sistema este vacío en simultáneo. Para B se utiliza la fórmula de PP1 donde $p(0) = 1 - \rho = 1 - \frac{16}{29} = \frac{13}{29}$

$$p(0)_a.p(0)_b.p(0)_c = \frac{5}{29}.\frac{13}{29}.\frac{9}{209} = \frac{585}{175769} \simeq 0,003$$

Ejercicio 8 Para modelar el sistema presentado en este ejercicio, se plantean las siguientes hipótesis:

- Población infinita.
- No hay impaciencia.
- No hay rechazo.

Los estados posibles del sistema son:

n	P(n)	λ_n	μ_n	L_n	L_cn	H_n
0	P(0)	λ	0	0	0	0
1	P(1)	$\lambda + 0{,}1\mu$	μ	1	0	1
2	P(2)	$\lambda + 0{,}1\mu$	μ	2	1	1
3	P(3)	$\lambda + 0{,}1\mu$	μ	3	2	1
4	P(4)	$\lambda + 0{,}1\mu$	μ	4	3	1
...	...	...	...	...	...	...
n	P(n)	$\lambda + 0{,}1\mu$	μ	n	n-1	1

Datos:

$$\lambda = 5cl/min$$

$$\mu = 10cl/min$$

Cálculo de P(n) Para obtener los datos solicitados en este ejercicio, es necesaria una expresión de $P(n)$, partiendo de la ecuación de estado de régimen permanente.

$$0 = p(n-1)\lambda_{n-1} - p(n)(\lambda_n + \mu_n) + p(n+1)\mu_{n+1}$$

- n = 0
$$0 = p(0)(\lambda + 0) + p(1)\mu$$
$$\Rightarrow p(1) = p(0)\lambda/\mu$$

- n = 1
$$0 = p(0)\lambda - p(1)(\lambda + 0{,}1\mu + \mu) + p(2)\mu$$
$$\Rightarrow p(2) = p(1)(\lambda + 0{,}1\mu)/\mu$$

- n = 2
$$0 = p(1)(\lambda + 0{,}1\mu) - p(2)(\lambda + 0{,}1\mu + \mu) + p(3)\mu$$
$$\Rightarrow p(3) = p(2)(\lambda + 0{,}1\mu)/\mu$$

- n = 3
$$0 = p(2)(\lambda + 0{,}1\mu) - p(3)(\lambda + 0{,}1\mu + \mu) + p(4)\mu$$
$$\Rightarrow p(4) = p(3)(\lambda + 0{,}1\mu)/\mu$$

De lo que se deduce que, para $n = 1$:

$$\Rightarrow p(1) = p(0)\lambda/\mu$$

Y, para $n > 1$:

$$\Rightarrow p(n) = p(n-1)(\lambda + 0{,}1\mu)/\mu$$
$$\Rightarrow p(n) = p(1)(\frac{\lambda + 0{,}1\mu}{\mu})^n$$
$$\Rightarrow p(n) = p(0)(\frac{\lambda + 0{,}1\mu}{\mu})^n \lambda/\mu$$

Dado que, para cualquier distribución de probabilidades discreta:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} p(n) = 1$$

Puede obtenerse la siguiente expresión:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} p(n) = 1 = p(0) + p(1) + \sum_{n=2}^{+\infty} p(n)$$

$$1 = p(0) + p(0)\lambda/\mu + \sum_{n=2}^{+\infty} p(0)(\frac{\lambda + 0{,}1\mu}{\mu})^{n-2}\lambda/\mu$$

$$1 = p(0) + p(0)\lambda/\mu + p(0)\lambda/\mu \sum_{n=0}^{+\infty} (\frac{\lambda + 0{,}1\mu}{\mu})^n$$

Dado que $\frac{\lambda+0{,}1\mu}{\mu} < 1$

$$1 = p(0) + p(0)\lambda/\mu + p(0)\lambda/\mu(\frac{1}{1 - \frac{\lambda+0{,}1\mu}{\mu}})$$

$$1 = p(0)[1 + \lambda/\mu + \lambda/\mu(\frac{1}{1 - \frac{\lambda+0{,}1\mu}{\mu}})]$$

Reemplazando los valores de λ y μ:

$$1 = p(0)[1 + 8/10 + 8/10(\frac{1}{1 - 9/10})] = 9{,}8p(0)$$

$$\Rightarrow p(0) = 10/98 \simeq 0{,}10204$$

8.a. La cantidad promedio de clientes en la cola es $\overline{L_c}$.

$$\overline{L_c} = \overline{L} - (1 - P(0))$$

$$\overline{L} = \sum_{n=0}^{+\infty} np(n) = 0p(0) + 1p(1) + \sum_{n=2}^{+\infty} np(n)$$

$$... = 8/10p(0) + \sum_{n=1}^{+\infty} np(0)(\frac{\lambda + 0{,}1\mu}{\mu})^n$$

Sabiendo que, $\rho < 1 \Rightarrow \sum_{n=0}^{+\infty} n\rho^n = \frac{\rho}{(1-\rho)^2}$

$$L_{raya} = 8/10p(0) + p(0)\frac{\frac{\lambda+0{,}1\mu}{\mu}}{(1 - \frac{\lambda+0{,}1\mu}{\mu})^2}$$

$$... = 8/10p(0) + p(0)\frac{9/10}{1/10^2}$$

$$... = 8/10p(0) + p(0)90$$

$$... = 8/10(10/98) + (10/98)90$$

$$\Rightarrow \overline{L} \simeq 9{,}265$$

Por lo tanto: $\overline{L_c} \simeq 9{,}265 - (1 - 10/98) \simeq 8{,}3673$ clientes.

8.b. El tiempo promedio de permanencia de un cliente en la cola es W_c.

$$W_c = \frac{L_c}{\overline{\lambda}}$$

$$\overline{\lambda} = \sum_{n=0}^{+\infty} \lambda_n p(n) = p(0)\lambda + \sum_{n=1}^{+\infty} p(n)(\lambda + 0{,}1\mu)$$
$$... = p(0)\lambda + (1 - p(0))(\lambda + 0{,}1\mu)$$
$$... = (10/98)8 + (88/98)9$$
$$\Rightarrow \overline{\lambda} = 872/98 \simeq 8{,}898$$

Por lo tanto: $W_c \simeq 8{,}3673/8{,}898 \simeq 0{,}9404$ minutos.

8.c. $p(\textit{canal no ocioso}) = p(n \geq 1) = 1 - p(0) = 88/98$

8.d. La cantidad de clientes promedio en el sistema es L, calculado previamente, en la sección 8.a.

$$L = 9{,}265$$

Ejercicio 9 Para modelar el sistema presentado en este ejercicio, se plantean las siguientes hipótesis:

- Población infinita.
- No hay impaciencia.
- Clientes sin preferencia entre ventanillas 1 y 2 o entre 3 y 4.
- En caso de $(b, b, 1, 1)$, al terminar C3 o C4, tiene prioridad el cliente de C1.

9.a. Los estados posibles del sistema son:

n	C1	C2	C3	C4
0	0	0	0	0
1	1	0	0	0
1	0	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	0	0	1
2	1	1	0	0
2	1	0	1	0
2	1	0	0	1
2	0	1	1	0
2	0	1	0	1
2	0	0	1	1
3	1	1	1	0
3	1	1	0	1
3	1	0	1	1
3	b	0	1	1
3	0	1	1	1
3	0	b	1	1
4	1	1	1	1
4	1	b	1	1
4	b	1	1	1
4	b	b	1	1

9.b.

$$p(b,0,1,1) = p(1,0,1,1)(1-\lambda\Delta t)(\mu_1\Delta t)(1-\mu_3\Delta t)(1-\mu_4\Delta t)$$
$$+p(b,0,1,1)(1-\lambda\Delta t)(1-\mu_3\Delta t)(1-\mu_4\Delta t)$$

9.c.

$$p(0,0,1,1) = p(1,0,1,0)(1-\lambda\Delta t)(\mu_1\Delta t)(1-\mu_3\Delta t)$$
$$+p(1,0,0,1)(1-\lambda\Delta t)(\mu_1\Delta t)(1-\mu_4\Delta t)$$
$$+p(0,1,1,0)(1-\lambda\Delta t)(\mu_2\Delta t)(1-\mu_3\Delta t)$$
$$+p(0,1,0,1)(1-\lambda\Delta t)(\mu_2\Delta t)(1-\mu_4\Delta t)$$
$$+p(0,0,1,1)(1-\lambda\Delta t)(1-\mu_3\Delta t)(1-\mu_4\Delta t)$$
$$+p(b,0,1,1)(1-\lambda\Delta t)[\mu_3\Delta t+\mu_4\Delta t)]$$
$$+p(0,b,1,1)(1-\lambda\Delta t)[\mu_3\Delta t+\mu_4\Delta t)]$$