

# Trabajo Práctico 2

## Administración de Stocks

8 de octubre de 2012

### Ejercicio 1

#### Datos

- Demanda:  $d = 1000u/año$
- Costo unitario:  $b = 40\$/u$
- Costo de setup:  $K = 4000\$$
- Costo de almacenamiento:  $C_1 = 540\$/u * año$
- Lead time:  $LT = 2días$
- Período:  $T = 1año$

**1.a** El modelo utilizado para representar el sistema planteado es el modelo básico con stock de reorden. Las hipótesis asumidas para ello son:

- Se administra sólo un producto.
- La demanda es conocida y constante.
- La demanda es independiente de otras variables.
- La reposición es instantánea.
- No se admite déficit del producto.
- El producto se mide en unidades continuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.
- No hay inflación.
- El costo de setup es independiente del tamaño del lote.
- El costo de almacenamiento es independiente del stock.

1.b

$$q_o = \sqrt{\frac{2KD}{TC_1}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 4000\$ \cdot 12000u/a\tilde{n}o}{540\$/u \cdot a\tilde{n}o}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{96000000u^2}{540}}$$

$q_o \simeq 421,63u$

1.c Dado que la fábrica tiene 20 días laborables al mes, al cabo de un año se acumulan  $20dia/mes \cdot 12mes/a\tilde{n}o = 240dia/a\tilde{n}o$ .

$$\frac{T}{t_i} = \frac{D}{q} \Rightarrow t_i = \frac{Tq}{D}$$

$$t_i \simeq \frac{421,63u}{12000u/a\tilde{n}o} \simeq 0,0351a\tilde{n}o$$

$t_i = 0,0351a\tilde{n}o \cdot 240dia/a\tilde{n}o \simeq 8,43dias$

1.d

$$CTE_o = bD + \sqrt{2KDT C_1}$$

$$CTE_o = 40\$/u \cdot 12000u/a\tilde{n}o + \sqrt{2 \cdot 4000\$ \cdot 12000u/a\tilde{n}o \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot a\tilde{n}o}}$$

$$CTE_o \simeq 480000\$/a\tilde{n}o + 227684\$/a\tilde{n}o$$

$CTE_o \simeq 707684\$/a\tilde{n}o$

1.e

$$n = \frac{D}{q} \simeq \frac{12000u}{421,63u}$$

$n \simeq 28,46$

1.f

$$SR = LT \cdot d = \frac{2dias}{240dias/a\tilde{n}o} \cdot 12000u/a\tilde{n}o$$

$SR \simeq 100u$

**1.g** Para lograr que no quede stock remanente al finalizar el año,  $n$  debe ser una cantidad entera, de manera que el último lote se acabe al finalizar este período.

Los números enteros más cercanos al  $n$  óptimo son  $n_1 = 28$  y  $n_1 = 29$ .

El procedimiento a seguir es obtener el  $CTE$  para cada valor de  $n$  y elegir el menor.

**n = 28**

$$n = D/q$$

$$\Rightarrow q_1 = D/n = 12000u/28 \simeq 428,57u$$

$$CTE_1 = bD + q_1 C_1 T/2 + KD/q_1$$

$$CTE_1 \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + \frac{1}{2} 428,57u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{428,57u}$$

$$CTE_1 \simeq 707714\$/año$$

**n = 29**

$$n = D/q$$

$$\Rightarrow q_2 = D/n = 12000u/29 \simeq 413,79u$$

$$CTE_2 = bD + q_2 C_1 T/2 + KD/q_2$$

$$CTE_2 \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + \frac{1}{2} 413,79u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{413,79u}$$

$$CTE_2 \simeq 707724\$/año$$

Puede verse que  $CTE_1 < CTE_2$ , por lo tanto  $n = 28$

## Ejercicio 2

### Datos

- Demanda:  $d = 1000u/año$
- Costo unitario:  $b = 40\$/u$
- Costo de setup:  $K = 4000\$$
- Costo de almacenamiento:  $C_1 = 540\$/u \cdot año$
- Lead time:  $LT = 2días$
- Período:  $T = 1año$
- Stock de protección:  $SP = 5días \cdot \frac{1000u}{20días} = 250u$
- Superficie unitaria:  $SU = 2m^2/u$
- Superficie disponible:  $ST = 1500m^2$

**2.a** El modelo utilizado para representar el sistema planteado es el modelo básico con stock de reorden y stock de protección. Las hipótesis asumidas para ello son:

- Se administra sólo un producto.
- La demanda es conocida y constante.
- La demanda es independiente de otras variables.
- La reposición es instantánea.
- No se admite déficit del producto.
- El producto se mide en unidades continuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.
- No hay inflación.
- El costo de setup es independiente del tamaño del lote.
- El costo de almacenamiento es independiente del stock.

**2.b** Este sistema mantiene todos los datos del anterior y agrega un nuevo término al cálculo de  $CTE$ , teniendo en cuenta el costo de almacenamiento del stock de protección.

$$CTE = bD + q \cdot C_1T/2 + KD/q + SP \cdot C_1T$$

Como el nuevo término añadido no depende del valor de  $q$ , el lote de compra óptimo se mantiene igual al del ejercicio anterior.

Sin embargo, se añade una restricción, y es que la superficie disponible limita el stock a un máximo de  $\frac{1500m^2}{2m^2/u} = 750u$ .

Esto implica que  $q + SP \leq 750u \Rightarrow q \leq 750u - SP = 750u - 250u = 500u$

Ya que  $q_o = 421,63u \leq 500u$ , la nueva restricción no afecta al óptimo obtenido.

Por lo tanto:

$q_o \simeq 421,63u$

**2.c**

$$CTE = bD + q \cdot C_1T/2 + KD/q + SP \cdot C_1T$$

$$CTE \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + 421,63u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} / 2 + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{421,63u} + 250u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año}$$

$CTE_o \simeq 842724\$/año$

2.d

$$SR = SP + LT \cdot d$$

$$SR = 250u + \frac{2días}{240días/año} \cdot 12000u/año$$

$$SR = 350u$$

2.e Bajando la superficie disponible a  $1100m^2$ , el almacén baja su capacidad a  $550u$ .

$$q + SP \leq 750u \Rightarrow q \leq 550u - SP = 550u - 250u = 300u$$

Dado que  $q_o > 300u$ , no se satisface la restricción de espacio. Sin embargo, teniendo en cuenta la forma de la curva que define  $CTE$ , se deduce que el  $q \leq 300u$  cuyo  $CTE$  es más cercano al óptimo, es el más cercano a  $q_o$ , y este es el  $q = 300u$ .

Bajo estas condiciones:

$$CTE_o = 40\$/u \cdot 12000u/año + 300u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} / 2 + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{300u} + 250u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año}$$

$$CTE_o \simeq 856000\$/año$$

**Ejercicio 3** Los datos proporcionados en el ejercicio son los mismos que los del Ejercicio 1; es decir: Demanda anual =  $D = 12000u$ , un lead time  $LT = 0,5479año$ , un costo de adquisición  $b = \$40u^{-1}$ , un costo de emisión de orden de compra  $k = \$4000$ , un costo de almacenamiento anual  $C_1 = \$540$  y además un costo de agotamiento  $C_2 = \$2100u^{-1}año^{-1}$

**3.a** El modelo elegido para la resolución de este problema, es el **Modelo básico con agotamiento**. A continuación se enuncian las hipótesis de dicho modelo:

- Se administra un único ítem o producto.
- La demanda del producto es independiente.
- La demanda es conocida y constante.
- La reposición es instantánea.
- El plazo de entrega es conocido y constante.
- No hay stock de protección.
- Tanto  $b$  como  $k$  como  $C_1$  son independientes de la cantidad a pedir.
- No hay restricciones que limiten la cantidad del lote a pedir.
- El producto se mide en unidades continuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.

**3.b** Para determinar el tamaño del lote optimo de compra se calcula  $q_o$ :

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$4000 \cdot 12000u\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}{1\tilde{a}\tilde{n}o \cdot \$540u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}} \cdot \sqrt{\frac{\$540u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1} + \$2100u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}{\$2100u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}}$$

$$q_o = 421,637u \cdot 1,121$$

$$q_o = 472,66u$$

**3.c** Para calcular el tiempo de reaprovisionamiento entre dos intervalos sucesivos se calcula  $t_i$ . Utilizando que:  $\frac{D}{q_o} = \frac{T}{t_i}$

$$t_i = \frac{q_o}{D}$$

$$t_i = \frac{472,66u}{12000u\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}$$

$$t_i = 0,03938\tilde{a}\tilde{n}o$$

**3.d** Para calcular el costo total esperado óptimo anual, se utiliza que:

$$CTE_o = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot K \cdot D \cdot T \cdot C_1} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$CTE_o = \$40u^{-1} \cdot 12000u\tilde{a}\tilde{n}o^{-1} + \sqrt{2 \cdot \$4000 \cdot 12000u\tilde{a}\tilde{n}o^{-1} \cdot 1\tilde{a}\tilde{n}o \cdot \$540u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}} \cdot \sqrt{\frac{\$2100u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}{\$540u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1} + \$2100u^{-1}\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}}$$

$$CTE_o = \$480000 + 227683,99 \cdot 0,89188$$

$$CTE_o = \$683066,78$$

**3.e** Para calcular el número de pedidos que habrá que realizar en un año se calcula:

$$n = \frac{D}{q_o}$$

$$n = \frac{12000u\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}}{472,66u}$$

$$n = 25,388ordenes\tilde{a}\tilde{n}o^{-1}$$

**3.f** La cantidad máxima de unidades a mantener en stock se calcula como:

$$S_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$S_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$4000 \cdot 12000u \text{año}^{-1}}{1 \text{año} \cdot \$540u^{-1} \text{año}^{-1}}} \cdot \sqrt{\frac{\$2100u^{-1} \text{año}^{-1}}{\$540u^{-1} \text{año}^{-1} + \$2100u^{-1} \text{año}^{-1}}}$$

$S_o = 376,05u$

**3.g** Para calcular la cantidad máxima de unidades agotadas se utiliza que:

$$S_a = q_o - S_o$$

$$S_a = 472,66u - 376,05u$$

$S_a = 96,61u$

**3.h** El stock de reorden, considerando 20 días laborales por mes, se calcula como:

$$S_r = LT \cdot d - (q_o - S_o)$$

$$S_r = \frac{2 \text{días} \cdot 12000u \text{año}^{-1}}{\frac{\text{año}}{240 \text{días}}} - (472,66u - 376,05u)$$

$S_r = 3,39u$

**3.i** Para calcular lo pedido, se calculan  $t_1$  y  $t_2$  siendo  $t_1$  el tiempo durante el cual se satisface la demanda y  $t_2$  el tiempo durante el cual hay déficit de producción.

$$t_1 = \frac{S_o \cdot t_i}{q_o}$$

$$t_1 = \frac{376,05u \cdot 0,03938 \text{año}}{472,66u}$$

$t_1 = 0,0313 \text{año}$

$$t_2 = \frac{(q_o - S_o) \cdot t_i}{q_o}$$

$$t_2 = \frac{(472,66u - 376,05u) \cdot 0,03938 \text{año}}{472,66u}$$

$t_2 = 0,0080 \text{año}$

**Ejercicio 4** Los datos proporcionados son la demanda anual  $D = 20000u$ , el costo de setup  $K = \$6000$ , el costo de almacenamiento  $C_1 = \$20 u^{-1} \text{ año}^{-1}$  y la tasa de producción  $p = 5000u \text{ mes}^{-1} = 60000u \text{ año}^{-1}$ .

**4.a** El modelo elegido para este problema es el Modelo de Reposición no Instantánea. Se asumen las siguientes hipótesis:

- Se administra un solo producto.
- La demanda es conocida y constante.
- No hay descuentos por cantidad.
- No hay inflación.
- La producción se efectúa a tasa conocida y constante.
- No se admite agotamiento.
- No hay stock de protección.
- Costo de setup independiente del tamaño del lote.
- Costo unitario de almacenamiento independiente del stock.
- Se supone continuidad permanente de operación.

**4.b.**

$$q_o = \sqrt{\frac{2KD}{TC_1 \left(1 - \frac{d}{p}\right)}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$6000 \cdot 20000u \text{ año}^{-1}}{\$20u^{-1} \text{ año}^{-1} \left(1 - \frac{20000u \text{ año}^{-1}}{60000u \text{ año}^{-1}}\right)}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^6 u^2}{1 - \frac{2}{6}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^6}{\frac{2}{3}}} u = \sqrt{3 \cdot 6 \cdot 10^6} u$$

$$q_o = 3 \cdot 10^3 \sqrt{2} u \simeq 4242,64 u$$

**4.c.** Como se indica en el ítem h, se consideran 20 días por mes.

$$\frac{T}{t_i} = \frac{D}{q} \Rightarrow t_i = \frac{Tq}{D}$$

$$t_i = \frac{3 \cdot 10^3 \sqrt{2} u}{20000u \text{ año}^{-1}} = \frac{3\sqrt{2} \text{ año} \cdot 240 \text{ dias}}{20 \text{ año}}$$

$$t_i = 36\sqrt{2} \text{ dias} \simeq 50,91 \text{ dias}$$



4.d.

$$CTE_o = bD + \sqrt{2K DTC_1 \left(1 - \frac{d}{p}\right)} = \sqrt{2K DTC_1 \left(1 - \frac{d}{p}\right)}$$

$$CTE_o = \sqrt{2 \cdot \$6000 \cdot 20000u \text{ año}^{-1} \cdot \$20u^{-1} \text{ año}^{-1} \cdot \frac{2}{3}} = \$2\sqrt{\frac{24 \cdot 10^8}{3}} = \$2 \cdot 10^4 \sqrt{8}$$

$$CTE_o = \$4 \cdot 10^4 \sqrt{2} \simeq \$56568,54$$

4.e.

$$n = \frac{D}{q} = \frac{20000u}{3 \cdot 10^3 \sqrt{2} u}$$

$$n = \frac{20}{3\sqrt{2}} \simeq 4,714$$

4.f.

$$S_o = q_o \left(1 - \frac{d}{p}\right) = 3 \cdot 10^3 \sqrt{2} u \cdot \frac{2}{3}$$

$$S_o = 2 \cdot 10^3 \sqrt{2} u \simeq 2828,43u$$

4.g. Lo que se pide es el tiempo de producción de una orden  $t_{ip}$  y el tiempo de demanda únicamente de una orden  $t_{id}$ . Como se indica en el ítem h, se consideran 20 días por mes.

$$t_{ip} = \frac{q}{p} = \frac{3 \cdot 10^3 \sqrt{2} u}{60000u \text{ año}^{-1}} = \frac{3\sqrt{2} \text{ año}}{60} = \frac{\sqrt{2} \text{ año}}{20} \cdot \frac{240 \text{ días}}{\text{año}}$$

$$t_{ip} = 12\sqrt{2} \text{ días} \simeq 16,97 \text{ días}$$

$$t_{id} = \frac{S}{d} = \frac{2 \cdot 10^3 \sqrt{2} u}{20000u \text{ año}^{-1}} = \frac{\sqrt{2} \text{ año}}{10} \cdot \frac{240 \text{ días}}{\text{año}}$$

$$t_{id} = 24\sqrt{2} \text{ días} \simeq 33,94 \text{ días}$$

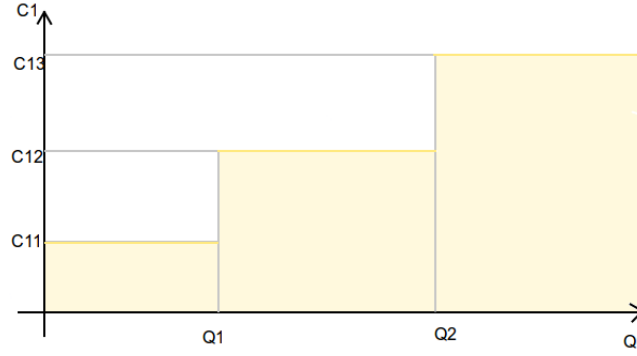
4.h.

$$LT = 2 \text{ días} \leq 33,94 \text{ días} = t_{id} \Rightarrow S_R = LT \cdot d$$

$$S_R = \frac{2 \text{ días} \cdot 20000u}{\text{año}} \cdot \frac{\text{año}}{240 \text{ días}} = \frac{2 \cdot 20000u}{240} = \frac{2000u}{12}$$

$$S_R = 166.\bar{6}u$$

**Ejercicio 7** Se trata de un caso de modelo básico (ver ejercicio 1) de un solo ítem, demanda constante, agotamiento no admitido, donde el costo de almacenamiento  $C_1$  crece mediante la siguiente ley:



Se sabe que para este modelo:

$$CTE_i = bD + \frac{1}{2}qC_{1i}T + K\frac{D}{q} \quad (1)$$

$$q_{oi} = \sqrt{\frac{2KD}{TC_{1i}}}$$

$$CTE_{oi} = bD + \sqrt{2KDC_{1i}T}$$

Con lo cual, se deduce la siguiente relacion entre variables:

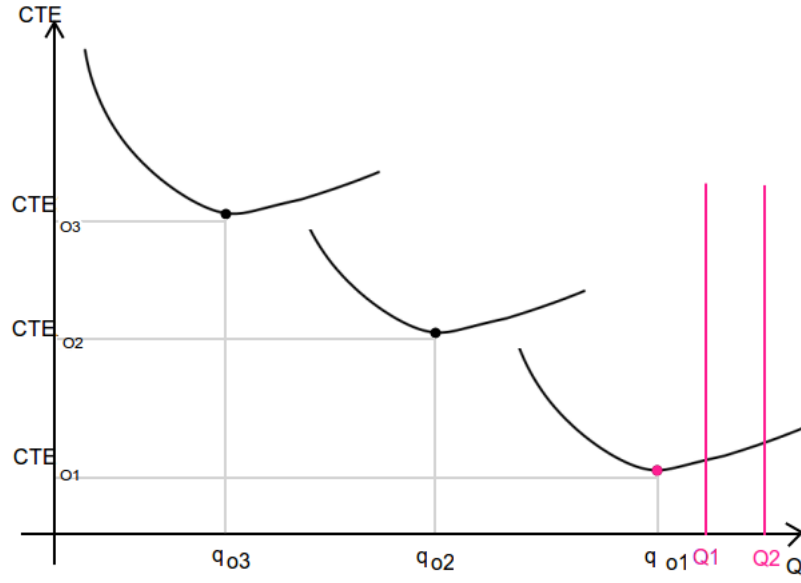
$$C_{11} < C_{12} < C_{13}$$

$$q_{o1} > q_{o2} > q_{o3}$$

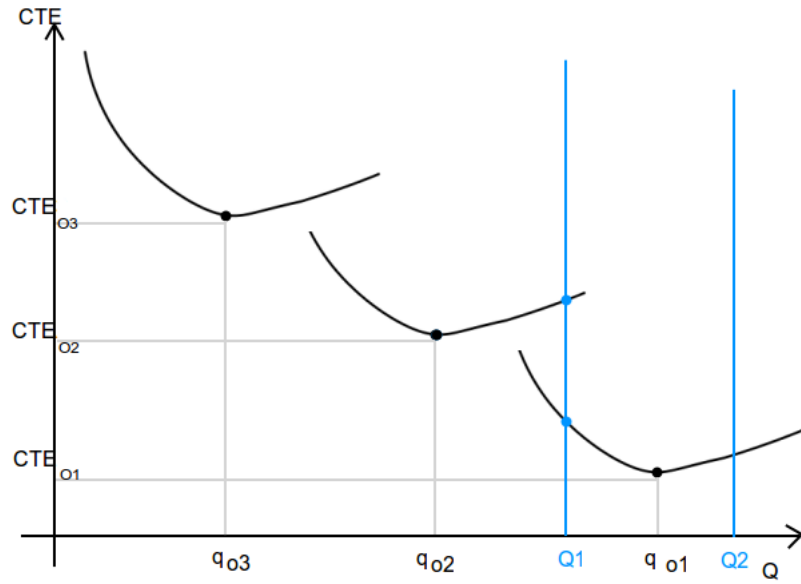
$$CTE_{o1} < CTE_{o2} < CTE_{o3}$$

El procedimiento a seguir para la búsqueda del costo total esperado mínimo es el siguiente:

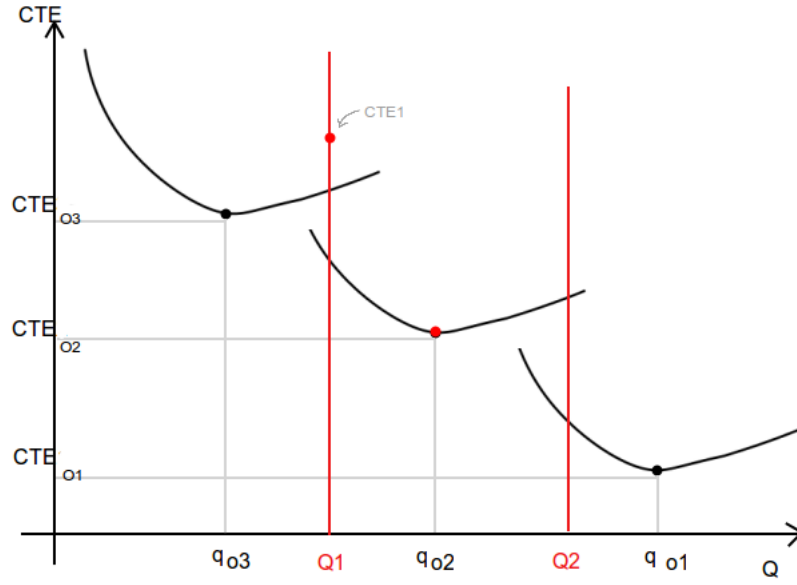
1. si  $q_{o1} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = CTE_{o1}$



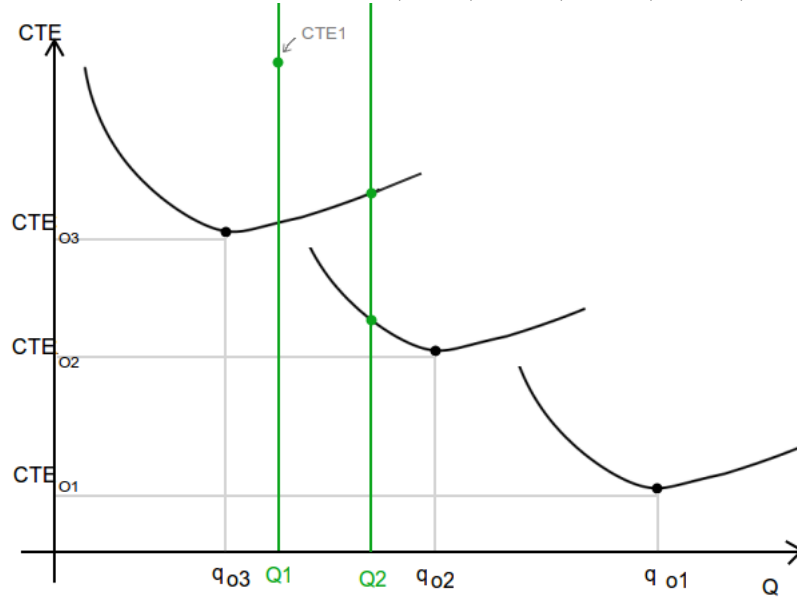
2. sino, si  $q_{o2} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE(Q_1, C_{12}), CTE(Q_1, C_{11}))$   
 Se entiende por  $CTE(Q_i, C_{1i})$  el costo total esperado (1) evaluado en  $Q_i$  y  $C_{1i}$



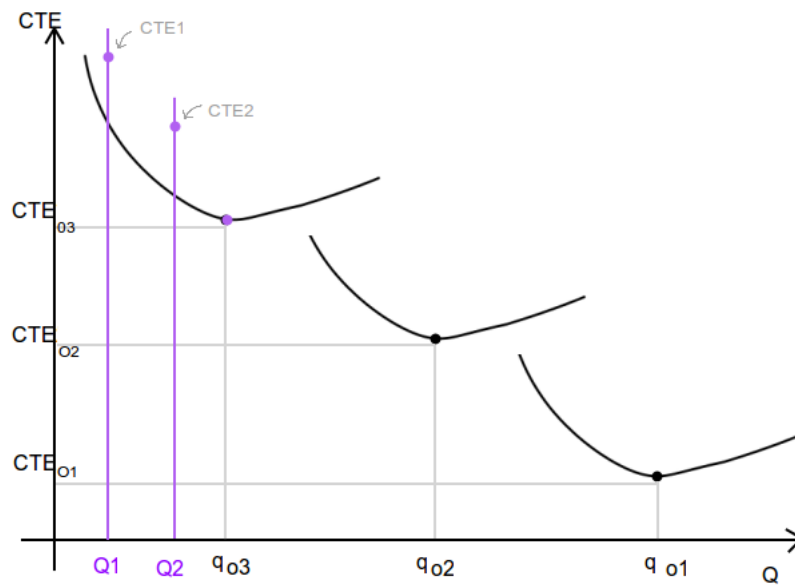
3. sino, si  $Q_1 < q_{o2} < Q_2 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE_{o2}, CTE(Q_1, C_{11}))$



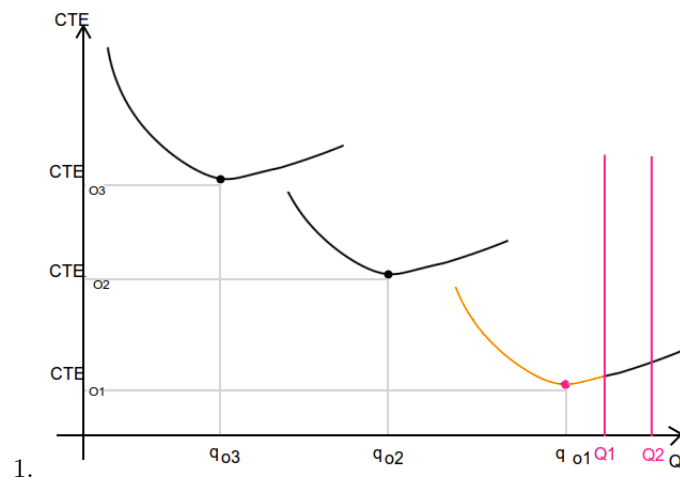
4. sino, si  $q_{o3} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE(Q_2, C_{12}), CTE(Q_2, C_{13}), CTE(Q_1, C_{11}))$



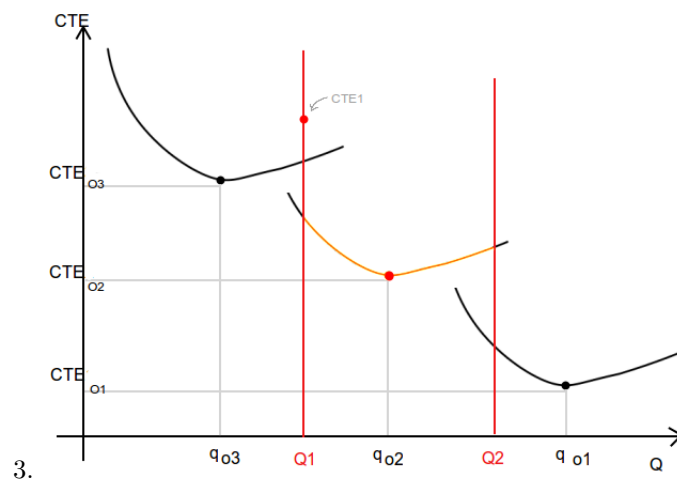
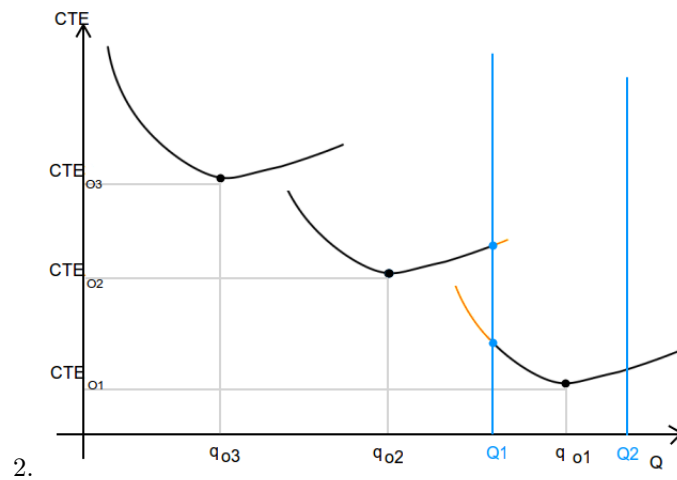
5. sino,  $q_{o3} > Q_2 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE_{o3}, CTE(Q_2, C_{12}), CTE(Q_1, C_{11}))$

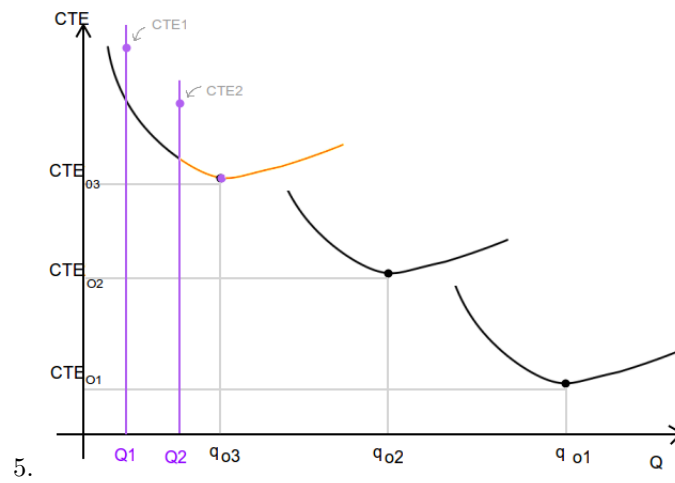
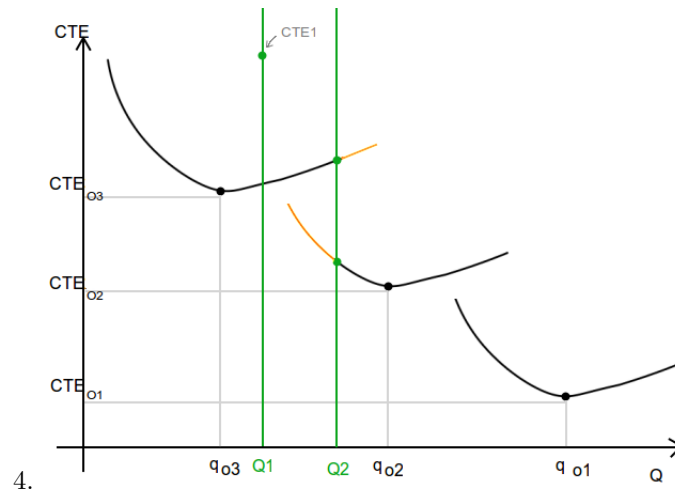


Para cada uno de estos casos, el costo total esperado en función de  $q$  está dado por la curva naranja, donde cada  $CTE_i$  es válido dentro de su rango.

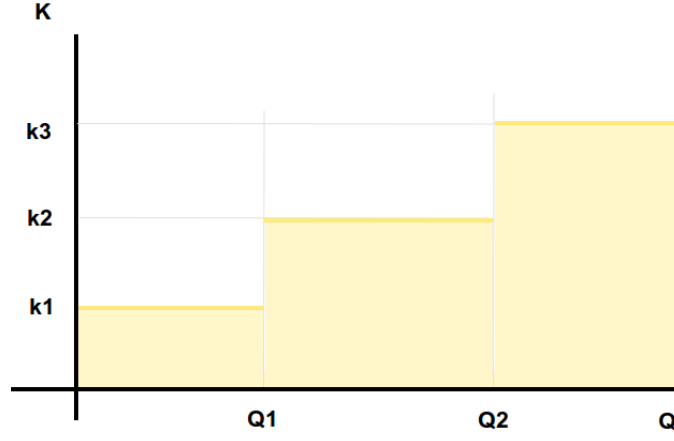


1.





**Ejercicio 8** Se trata de un caso de modelo básico (ver ejercicio 1) de un solo ítem, demanda constante, agotamiento no admitido y con  $K$  creciente mediante la siguiente ley:



Se sabe que para este modelo:

$$CTE_i = bD + \frac{1}{2}qC_1T + K_i \frac{D}{q} \quad (2)$$

$$q_{oi} = \sqrt{\frac{2K_i D}{TC_1}}$$

$$CTE_{oi} = bD + \sqrt{2K_i DC_1 T}$$

Con lo cual, se deduce la siguiente relacion entre variables:

$$k_1 < k_2 < k_3$$

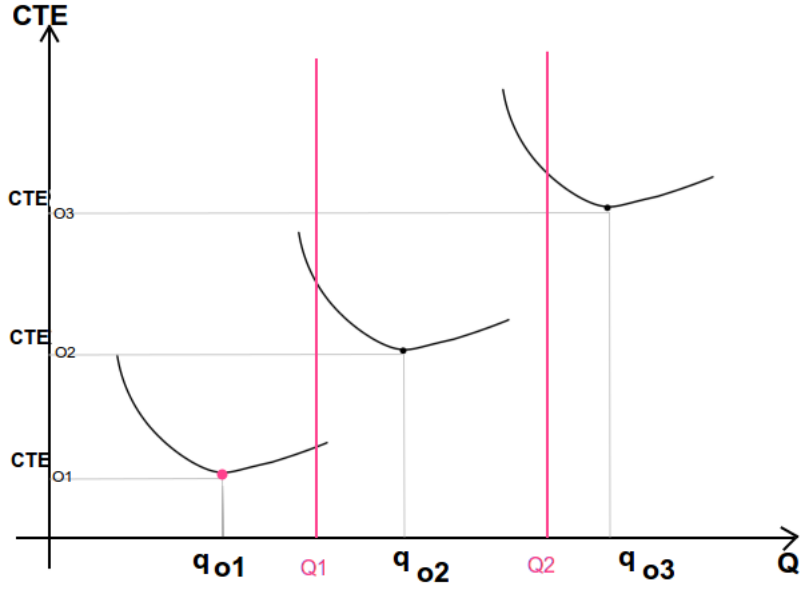
$$q_{o1} < q_{o2} < q_{o3}$$

$$CTE_{o1} < CTE_{o2} < CTE_{o3}$$

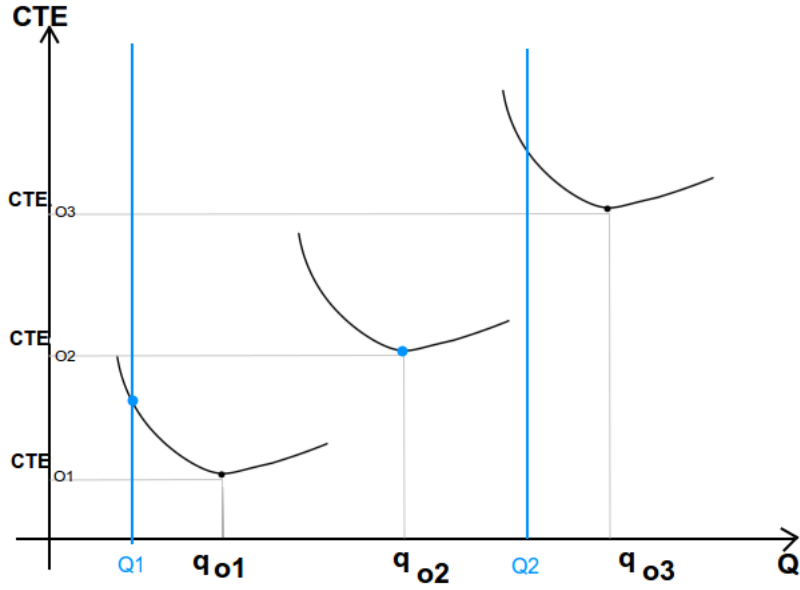
El procedimiento a seguir para la búsqueda del costo total esperado mínimo es el siguiente:

1. si  $q_{o1} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = CTE_{o1}$

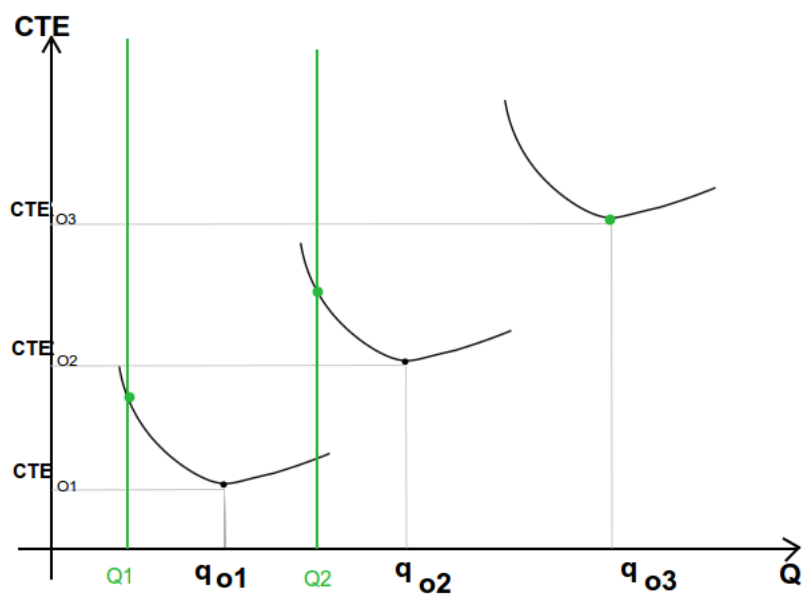




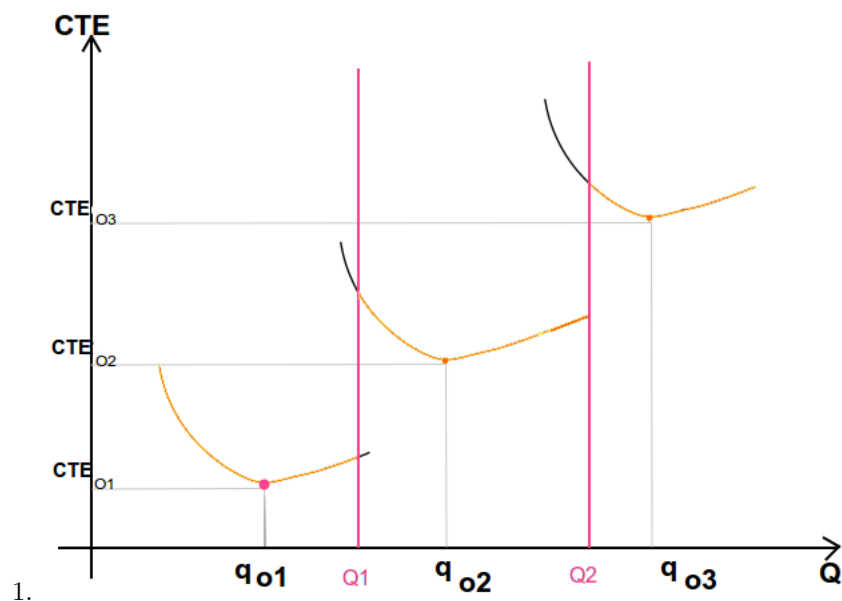
2. sino, si  $q_{o2} < Q_2 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE_{o2}, CTE(Q_1, k_1))$   
 Se entiende por  $CTE(Q_i, k_i)$  el costo total esperado (2) evaluado en  $Q_i$  y  $k_i$



3. sino,  $q_{o3} > Q_2 \Rightarrow CTE_o = \min(CTE_{o3}, CTE(Q_2, k_2), CTE(Q_1, k_1))$



Dado que cada curva es válida únicamente en un intervalo determinado por  $k$ , para cada caso el CTE en función de  $q$  está dado por la curva naranja.



1.

