Trabajo Práctico 2
Administración de Stocks

8 de octubre de 2012

Ejercicio 1

Datos

- Demanda: $d = 1000u/año$
- Costo unitario: $b = 40\$/u$
- Costo de setup: $K = 4000\$$
- Costo de almacenamiento: $C_1 = 540\$/u * año$
- Lead time: $LT = 2dias$
- Período: $T = 1año$

1.a El modelo utilizado para representar el sistema planteado es el modelo básico con stock de reorden. Las hipótesis asumidas para ello son:

- Se administra sólo un producto.
- La demanda es conocida y constante.
- La demanda es independiente de otras variables.
- La reposición es instantánea.
- No se admite déficit del producto.
- El producto se mide en unidades contínuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.
- No hay inflación.
- El costo de setup es independiente del tamaño del lote.
- El costo de almacenamiento es independiente del stock.

1.b

$$q_o = \sqrt{\frac{2KD}{TC_1}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 4000\$ \cdot 12000u/año}{540\$/u \cdot año}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{96000000u^2}{540}}$$

$$\boxed{q_o \simeq 421{,}63u}$$

1.c Dado que la fábrica tiene 20 días laborables al mes, al cabo de un año se acumulan $20dia/mes \cdot 12mes/año = 240dia/año$.

$$\frac{T}{t_i} = \frac{D}{q} \Rightarrow t_i = \frac{Tq}{D}$$

$$t_i \simeq \frac{421{,}63u}{12000u/año} \simeq 0{,}0351año$$

$$\boxed{t_i = 0{,}0351anio \cdot 240dia/año \simeq 8{,}43dias}$$

1.d

$$CTE_o = bD + \sqrt{2KDTC_1}$$

$$CTE_o = 40\$/u \cdot 12000u/año + \sqrt{2 \cdot 4000\$ \cdot 12000u/año \cdot 540\frac{\$}{u \cdot año}}$$

$$CTE_o \simeq 480000\$/año + 227684\$/año$$

$$\boxed{CTE_o \simeq 707684\$/año}$$

1.e

$$n = \frac{D}{q} \simeq \frac{12000u}{421{,}63u}$$

$$\boxed{n \simeq 28{,}46}$$

1.f

$$SR = LT \cdot d = \frac{2dias}{240dias/año} \cdot 12000u/año$$

$$\boxed{SR \simeq 100u}$$

1.g Para lograr que no quede stock remanente al finalizar el año, n debe ser una cantidad entera, de manera que el último lote se acabe al finalizar este período.

Los números enteros más cercanos al n óptimo son $n_1 = 28$ y $n_1 = 29$.

El procedimiento a seguir es obtener el CTE para cada valor de n y elegir el menor.

n = 28

$$n = D/q$$
$$\Rightarrow q_1 = D/n = 12000u/28 \simeq 428{,}57u$$

$$CTE_1 = bD + q_1 C_1 T/2 + KD/q_1$$
$$CTE_1 \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + \frac{1}{2} 428{,}57u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{428{,}57u}$$
$$CTE_1 \simeq 707714\$/año$$

n = 29

$$n = D/q$$
$$\Rightarrow q_2 = D/n = 12000u/29 \simeq 413{,}79u$$

$$CTE_2 = bD + q_2 C_1 T/2 + KD/q_2$$
$$CTE_2 \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + \frac{1}{2} 413{,}79u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año} + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{413{,}79u}$$
$$CTE_2 \simeq 707724\$/año$$

Puede verse que $CTE_1 < CTE_2$, por lo tanto $\boxed{n = 28}$

Ejercicio 2

Datos

- Demanda: $d = 1000u/año$
- Costo unitario: $b = 40\$/u$
- Costo de setup: $K = 4000\$$
- Costo de almacenamiento: $C_1 = 540\$/u * año$
- Lead time: $LT = 2dias$
- Período: $T = 1año$
- Stock de protección: $SP = 5dias * \frac{1000u}{20dias} = 250u$
- Superficie unitaria: $SU = 2m^2/u$
- Superficie disponible: $ST = 1500m^2$

2.a El modelo utilizado para representar el sistema planteado es el modelo básico con stock de reorden y stock de protección. Las hipótesis asumidas para ello son:

- Se administra sólo un producto.
- La demanda es conocida y constante.
- La demanda es independiente de otras variables.
- La reposición es instantánea.
- No se admite déficit del producto.
- El producto se mide en unidades contínuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.
- No hay inflación.
- El costo de setup es independiente del tamaño del lote.
- El costo de almacenamiento es independiente del stock.

2.b Este sistema mantiene todos los datos del anterior y agrega un nuevo término al cálculo de CTE, teniendo en cuenta el costo de almacenamiento del stock de protección.

$$CTE = bD + q \cdot C_1T/2 + KD/q + SP \cdot C_1T$$

Como el nuevo término añadido no depende del valor de q, el lote de compra óptimo se mantiene igual al del ejercicio anterior.

Sin embargo, se añade una restricción, y es que la superficie disponible limita el stock a un máximo de $\frac{1500m^2}{2m^2/u} = 750u$.

Esto implica que $q + SP \leq 750u \Rightarrow q \leq 750u - SP = 750u - 250u = 500u$

Ya que $q_o = 421{,}63u \leq 500u$, la nueva restricción no afecta al óptimo obtenido.

Por lo tanto:

$$\boxed{q_o \simeq 421{,}63u}$$

2.c

$$CTE = bD + q \cdot C_1T/2 + KD/q + SP \cdot C_1T$$

$$CTE \simeq 40\$/u \cdot 12000u/año + 421{,}63u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año}/2 + \frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{421{,}63u} + 250u \cdot 540 \frac{\$}{u \cdot año}$$

$$\boxed{CTE_o \simeq 842724\$/año}$$

2.d

$$SR = SP + LT \cdot d$$
$$SR = 250u + \frac{2dias}{240dias/año} \cdot 12000u/año$$
$$\boxed{SR = 350u}$$

2.e Bajando la superficie disponible a $1100m^2$, el almacén baja su capacidad a $550u$.

$$q + SP \leq 750u \Rightarrow q \leq 550u - SP = 550u - 250u = 300u$$

Dado que $q_o > 300u$, no se satisface la restricción de espacio. Sin embargo, teniendo en cuenta la forma de la curva que define CTE, se deduce que el $q \leq 300u$ cuyo CTE es más cercano al óptimo, es el más cercano a q_o, y este es el $q = 300u$.

Bajo estas condiciones:

$$CTE_o = 40\$/u{\cdot}12000u/año{+}300u{\cdot}540\frac{\$}{u \cdot año}/2{+}\frac{4000\$ \cdot 12000u/año}{300u}{+}250u{\cdot}540\frac{\$}{u \cdot año}$$
$$\boxed{CTE_o \simeq 856000\$/año}$$

Ejercicio 3 Los datos proporcionados en el ejercicio son los mismos que los del Ejercicio 1; es decir: Demanda anual $= D = 12000u$, un lead time $LT = 0{,}5479año$, un costo de adquisición $b = \$40u^{-1}$, un costo de emisión de orden de compra $k = \$4000$, un costo de almacenamiento anual $C_1 = \$540$ y ademas un costo de agotamiento $C_2 = \$2100u^{-1}año^{-1}$

3.a El modelo elegido para la resolución de este problema, es el **Modelo básico con agotamiento**. A continuación se enuncian las hipótesis de dicho modelo:

- Se administra un único item o producto.
- La demanda del producto es independiente.
- La demanda es conocida y constante.
- La reposición es instantanea.
- El plazo de entrega es conocido y constante.
- No hay stock de protección.
- Tanto b como k como C_1 son independientes de la cantidad a pedir.
- No hay restricciones que limiten la cantidad del lote a pedir.
- El producto se mide en unidades continuas.
- El horizonte de planeamiento es a largo plazo.

3.b Para determinar el tamaño del lote optimo de compra se calcula q_o:

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$4000 \cdot 12000ua\tilde{n}o^{-1}}{1a\tilde{n}o \cdot \$540u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}} \cdot \sqrt{\frac{\$540u^{-1}a\tilde{n}o^{-1} + \$2100u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}{\$2100u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}}$$

$$q_o = 421{,}637u \cdot 1{,}121$$

$$\boxed{q_o = 472{,}66u}$$

3.c Para calcular el tiempo de reaprovisionamiento entre dos intervalos sucesivos se calcula t_i. Utilizando que: $\frac{D}{q_o} = \frac{T}{t_i}$

$$t_i = \frac{q_o}{D}$$

$$t_i = \frac{472{,}66u}{12000ua\tilde{n}o^{-1}}$$

$$\boxed{t_i = 0{,}03938a\tilde{n}o}$$

3.d Para calcular el costo total esperado óptimo anual, se utiliza que:

$$CTE_o = b \cdot D + \sqrt{2 \cdot K\ cdotD \cdot T \cdot C_1} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$CTE_o = \$40u^{-1} \cdot 12000ua\tilde{n}o^{-1} + \sqrt{2 \cdot \$4000 \cdot 12000ua\tilde{n}o^{-1} \cdot 1a\tilde{n}o \cdot \$540u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}} \cdot \sqrt{\frac{\$2100u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}{\$540u^{-1}a\tilde{n}o^{-1} + \$2100u^{-1}}}$$

$$CTE_o = \$480000 + 227683{,}99 \cdot 0{,}89188$$

$$\boxed{CTE_o = \$683066{,}78}$$

3.e Para calcular el número de pedidos que habrá que realizar en un año se calcula:

$$n = \frac{D}{q_o}$$

$$n = \frac{12000ua\tilde{n}o^{-1}}{472{,}66u}$$

$$\boxed{n = 25{,}388ordenesa\tilde{n}o^{-1}}$$

3.f La cantidad máxima de unidades a mantener en stock se calcula como:

$$S_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot D}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$S_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$4000 \cdot 12000ua\tilde{n}o^{-1}}{1a\tilde{n}o \cdot \$540u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}} \cdot \sqrt{\frac{\$2100u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}{\$540u^{-1}a\tilde{n}o^{-1} + \$2100u^{-1}a\tilde{n}o^{-1}}}$$

$$\boxed{S_o = 376{,}05u}$$

3.g Para calcular la cantidad máxima de unidades agotadas se utiliza que:

$$S_a = q_o - S_o$$

$$S_a = 472{,}66u - 376{,}05u$$

$$\boxed{S_a = 96{,}61u}$$

3.h El stock de reorden, considerando 20 dias laborales por mes, se calcula como:

$$S_r = LT \cdot d - (q_o - S_o)$$

$$S_r = \frac{2dias \cdot 12000ua\tilde{n}o^{-1}}{\frac{a\tilde{n}o}{240dias}} - (472{,}66u - 376{,}05u)$$

$$\boxed{S_r = 3{,}39u}$$

3.i Para calcular lo pedido, se calculan t_1 y t_2 siendo t_1 el tiempo durante el cual se satisface la demanda y t_2 el tiempo durante el cual hay déficit de producción.

$$t_1 = \frac{S_o \cdot t_i}{q_o}$$

$$t_1 = \frac{376{,}05u \cdot 0{,}03938a\tilde{n}o}{472{,}66u}$$

$$\boxed{t_1 = 0{,}0313a\tilde{n}o}$$

$$t_2 = \frac{(q_o - S_0) \cdot t_i}{q_o}$$

$$t_2 = \frac{(472{,}66u - 376{,}05)u \cdot 0{,}03938a\tilde{n}o}{472{,}66u}$$

$$\boxed{t_2 = 0{,}0080a\tilde{n}o}$$

Ejercicio 4 Los datos proporcionados son la demanda anual $D = 20000u$, el costo de setup $K = \$6000$, el costo de almacenamiento $C_1 = \$20\ u^{-1}\ año^{-1}$ y la tasa de producción $p = 5000u\ mes^{-1} = 60000u\ año^{-1}$.

4.a El modelo elegido para este problema es el Modelo de Reposición no Instantánea. Se asumen las siguientes hipótesis:

- Se administra un solo producto.
- La demanda es conocida y constante.
- No hay descuentos por cantidad.
- No hay inflación.
- La producción se efectúa a tasa conocida y constante.
- No se admite agotamiento.
- No hay stock de protección.
- Costo de setup independiente del tamaño del lote.
- Costo unitario de almacenimiento independiente del stock.
- Se supone continuidad permanente de operación.

4.b.

$$q_o = \sqrt{\frac{2KD}{TC_1\left(1 - \frac{d}{p}\right)}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$6000 \cdot 20000u\ año^{-1}}{\$20u^{-1}\ año^{-1}\left(1 - \frac{20000u\ año^{-1}}{60000u\ año^{-1}}\right)}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^6\ u^2}{1 - \frac{2}{6}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^6}{\frac{2}{3}}}\ u = \sqrt{3 \cdot 6 \cdot 10^6}\ u$$

$$\boxed{q_o = 3 \cdot 10^3\sqrt{2}\ u \simeq 4242{,}64\ u}$$

4.c. Como se indica en el item h, se consideran 20 días por mes.

$$\frac{T}{t_i} = \frac{D}{q} \Rightarrow t_i = \frac{Tq}{D}$$

$$t_i = \frac{3 \cdot 10^3\sqrt{2}\ u}{20000u\ año^{-1}} = \frac{3\sqrt{2}\ año}{20}\frac{240 dias}{año}$$

$$\boxed{t_i = 36\sqrt{2} dias \simeq 50{,}91\ dias}$$

4.d.

$$CTE_o = bD + \sqrt{2KDTC_1\left(1-\frac{d}{p}\right)} = \sqrt{2KDTC_1\left(1-\frac{d}{p}\right)}$$

$$CTE_o = \sqrt{2\ \$6000 \cdot 20000u\ año^{-1}\ \$20u^{-1}año^{-1} \cdot \frac{2}{3}} = \$2\sqrt{\frac{24 \cdot 10^8}{3}} = \$2{\cdot}10^4\sqrt{8}$$

$$\boxed{CTE_o = \$4 \cdot 10^4\sqrt{2} \simeq \$56568{,}54}$$

4.e.

$$n = \frac{D}{q} = \frac{20000u}{3 \cdot 10^3\sqrt{2}\ u}$$

$$\boxed{n = \frac{20}{3\sqrt{2}} \simeq 4{,}714}$$

4.f.

$$S_o = q_o\left(1-\frac{d}{p}\right) = 3 \cdot 10^3\sqrt{2}\ u \cdot \frac{2}{3}$$

$$\boxed{S_o = 2 \cdot 10^3\sqrt{2}\ u \simeq 2828{,}43u}$$

4.g. Lo que se pide es el tiempo de producción de una orden t_{ip} y el tiempo de demanda únicamente de una orden t_{id}. Como se indica en el item h, se consideran 20 días por mes.

$$t_{ip} = \frac{q}{p} = \frac{3 \cdot 10^3\sqrt{2}\ u}{60000u\ año^{-1}} = \frac{3\sqrt{2}\ año}{60} = \frac{\sqrt{2}\ año}{20} \cdot \frac{240dias}{año}$$

$$\boxed{t_{ip} = 12\sqrt{2}\ dias \simeq 16{,}97\ dias}$$

$$t_{id} = \frac{S}{d} = \frac{2 \cdot 10^3\sqrt{2}\ u}{20000u\ año^{-1}} = \frac{\sqrt{2}\ año}{10} \cdot \frac{240\ dias}{año}$$

$$\boxed{t_{id} = 24\sqrt{2}\ dias \simeq 33{,}94\ dias}$$

4.h.

$$LT = 2\ dias \leq 33{,}94\ dias = t_{id} \Rightarrow S_R = LT \cdot d$$

$$S_R = \frac{2\ dias \cdot 20000u}{año} \cdot \frac{año}{240\ dias} = \frac{2 \cdot 20000u}{240} = \frac{2000u}{12}$$

$$\boxed{S_R = 166.\overline{6}u}$$

Ejercico 5 Los datos proporcionados son: $P = 6307200m^3año^{-1}$, $b = \$2m^{-3}$, $k = \$6$ y $C_1 = 0{,}1 \cdot b = 0{,}1 \cdot \$2m^{-3} = \$0,2m^{-3}mes^{-1} = \$2{,}4m^{-3}año^{-1}$.
Se supone $T = 1año$

5.a Se trata de un caso de **Modelo de Producción constante**. Las hipótesis del modelo son:

- La producción es constante.
- La demanda es instantanea.

5.b Para dimensionar el tanque de forma tal de minimizar los costos se calcula q_o

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot P}{T \cdot C_1}}$$

$$q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot \$6 \cdot 6307200m^3año^{-1}}{1mes \cdot \$2{,}4m^{-3}año^{-1}}}$$

$$\boxed{q_o = 5615{,}69m^3}$$

5.c Para calcular cuantas descargas se harán al año se calcula n:

$$n = \frac{P}{q_o}$$

$$n = \frac{6307200m^3año^{-1}}{5615{,}69m^3}$$

$$\boxed{n = 1123{,}138mes^{-1}}$$

5.d Para calcular el stock de reorden se utiliza:

$$S_r = LT \cdot P$$

$$S_r = 10hora \cdot \frac{año}{8760hora} \cdot 6307200m^3año^{-1}$$

$$\boxed{S_r = 7200m^3}$$

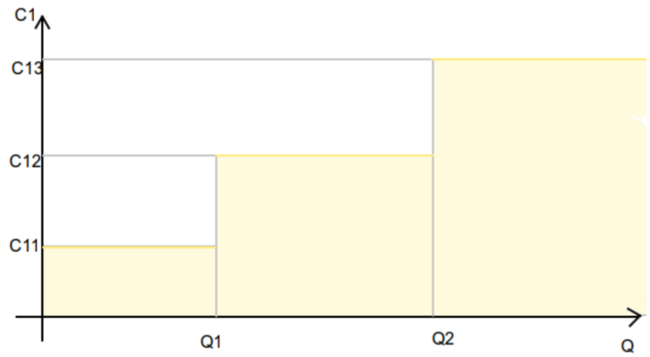
5.e Para calcular el costo total esperado óptimo anual se utiliza:

$$CTE_o = b \cdot P + \sqrt{2 \cdot K \cdot P \cdot T \cdot C_1}$$

$$CTE_o = \$2m^{-3} \cdot 6307200m^3año^{-1} + \sqrt{2 \cdot \$6 \cdot 6307200m^3año^{-1} \cdot 1año \cdot \$2{,}4m^{-3}año^{-1}}$$

$$\boxed{CTE_o = \$12627877{,}66año^{-1}}$$

Ejercicio 7 Se trata de un caso de modelo básico (ver ejercicio 1) de un solo ítem, demanda constante, agotamiento no admitido, donde el costo de almacenamiento C_1 crece mediante la siguiente ley:



Se sabe que para este modelo:

$$CTE_i = bD + \frac{1}{2}qC_{1i}T + K\frac{D}{q} \tag{1}$$

$$q_{oi} = \sqrt{\frac{2KD}{TC_{1i}}}$$

$$CTE_{oi} = bD + \sqrt{2KDC_{1i}T}$$

Con lo cual, se deduce la siguiente relacion entre variables:

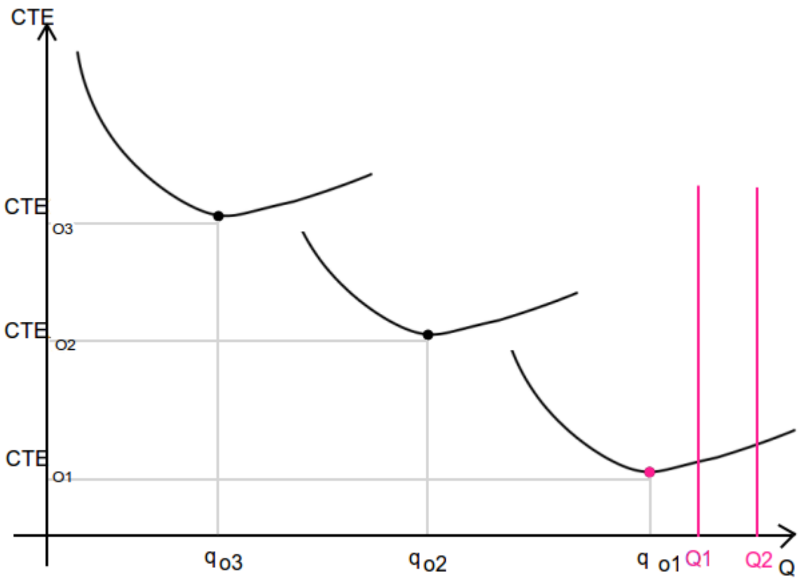
$$C_{11} < C_{12} < C_{13}$$

$$q_{o1} > q_{o2} > q_{o3}$$

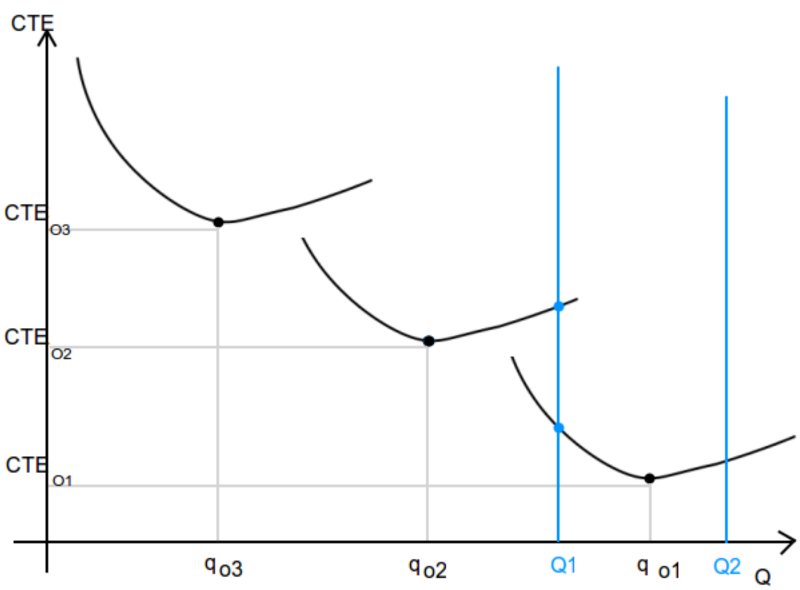
$$CTE_{o1} < CTE_{o2} < CTE_{o3}$$

El procedimiento a seguir para la búsqueda del costo total esperado mínimo es el siguiente:

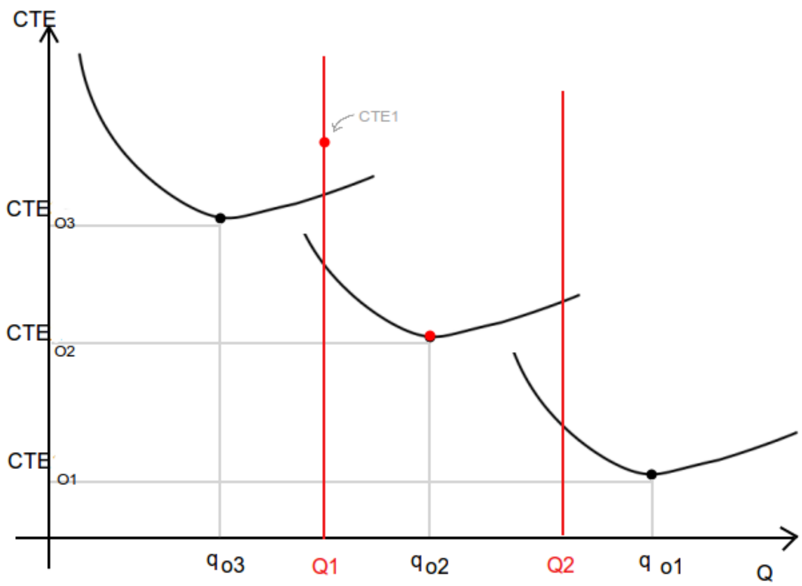
1. si $q_{o1} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = CTE_{o1}$



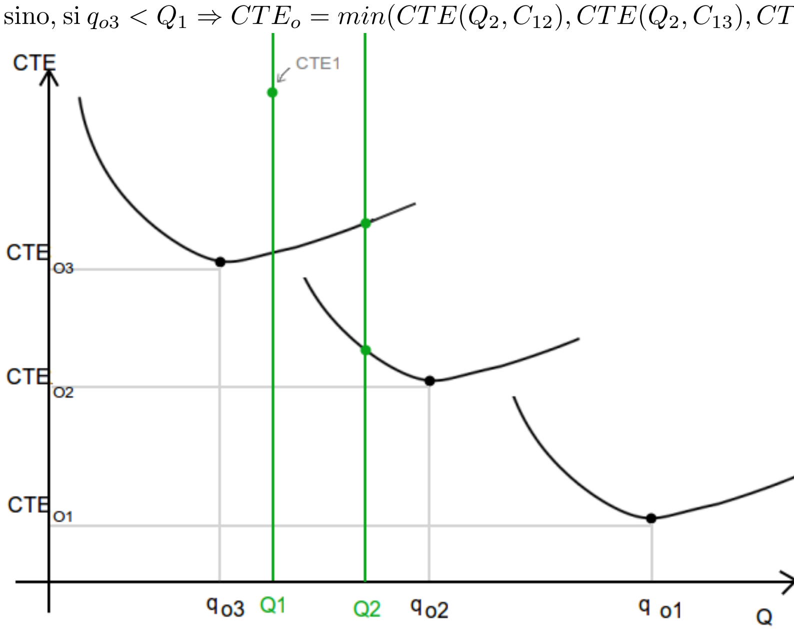
2. sino, si $q_{o2} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = min(CTE(Q_1, C_{12}), CTE(Q_1, C_{11})$
   Se entiende por $CTE(Q_i, C_{1i})$ el costo total esperado (1) evaluado en Q_i y C_{1i}



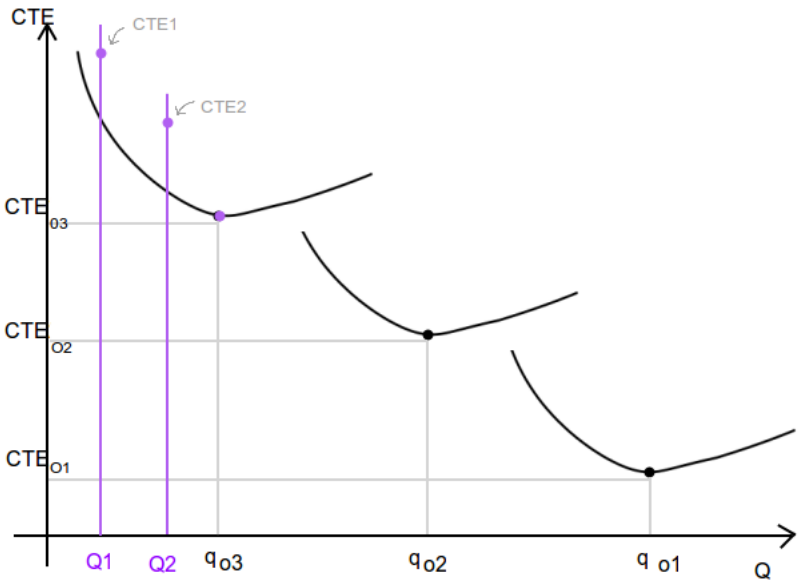
3. sino, si $Q_1 < q_{o2} < Q_2 \Rightarrow CTE_o = min(CTE_{o2}, CTE(Q_1, C_{11}))$



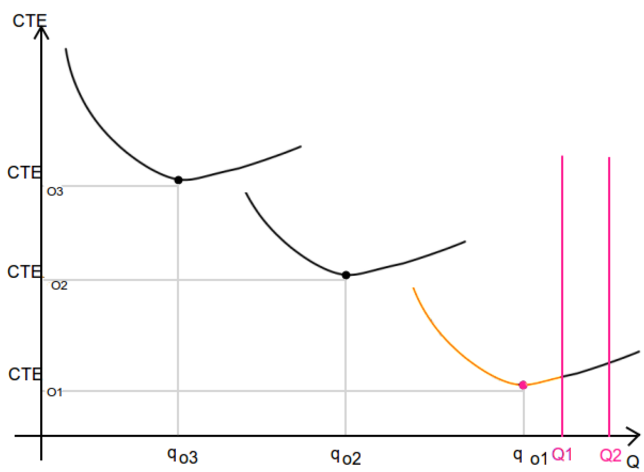
4. sino, si $q_{o3} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = min(CTE(Q_2, C_{12}), CTE(Q_2, C_{13}), CTE(Q_1, C_{11}))$

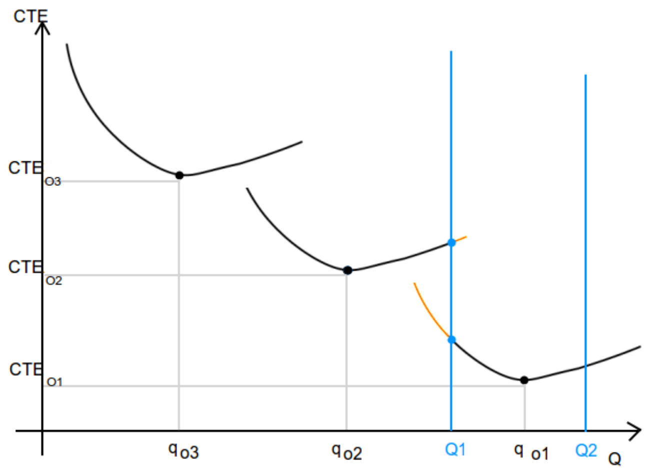


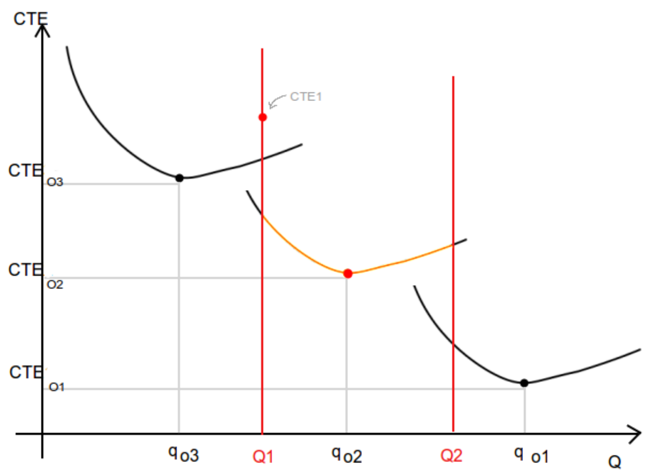
5. sino, $q_{o3} > Q_2 \Rightarrow CTE_o = min(CTE_{o3}, CTE(Q_2, C_{12}), CTE(Q_1, C_{11}))$

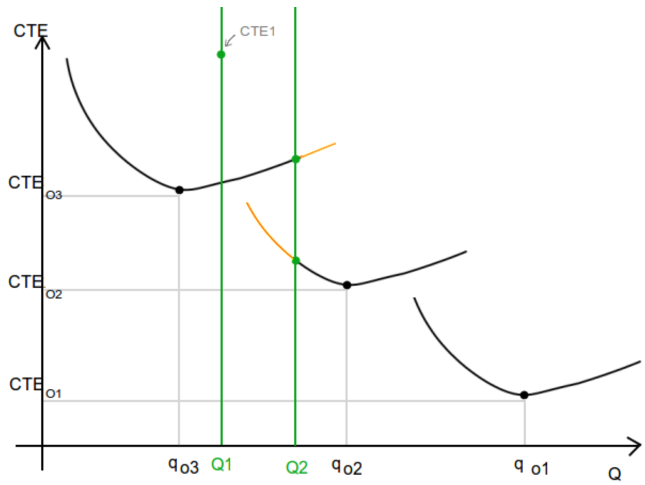


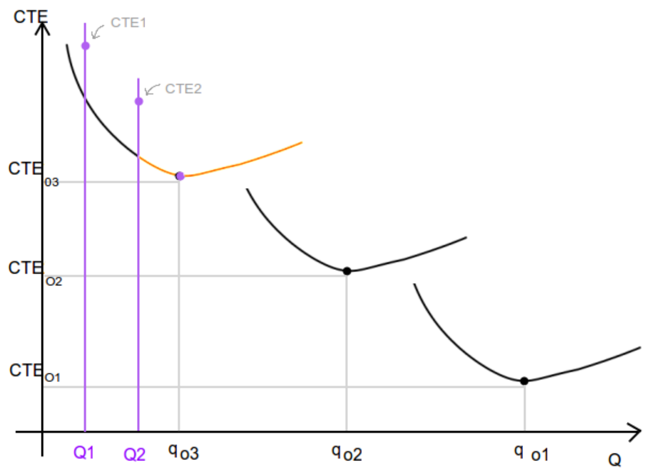
Para cada uno de estos casos, el costo total esperado en función de q está dado por la curva naranja, donde cada CTE_i es válido dentro de su rango.

1. 

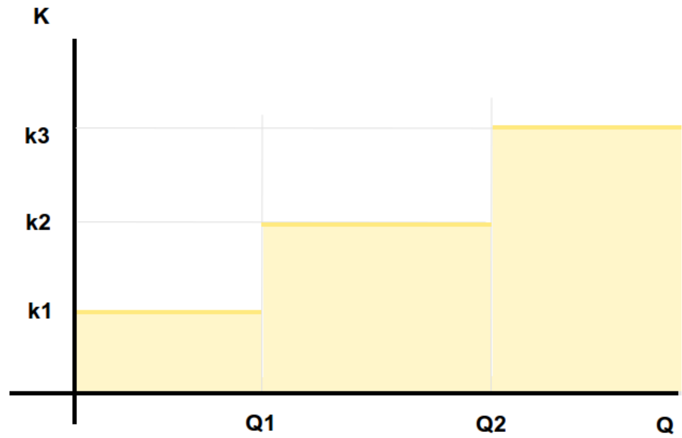
2. 
CTE
CTE O3
CTE O2
CTE O1
q o3
q o2
Q1
q o1
Q2
Q

3. 
CTE
CTE1
CTE O3
CTE O2
CTE O1
q o3
Q1
q o2
Q2
q o1
Q

4. 

5. 

Ejercicio 8 Se trata de un caso de modelo básico (ver ejercicio 1) de un solo ítem, demanda constante, agotamiento no admitido y con K creciente mediante la siguiente ley:



Se sabe que para este modelo:

$$CTE_i = bD + \frac{1}{2}qC_1T + K_i\frac{D}{q} \tag{2}$$

$$q_{oi} = \sqrt{\frac{2K_iD}{TC_1}}$$

$$CTE_{oi} = bD + \sqrt{2K_iDC_1T}$$

Con lo cual, se deduce la siguiente relacion entre variables:

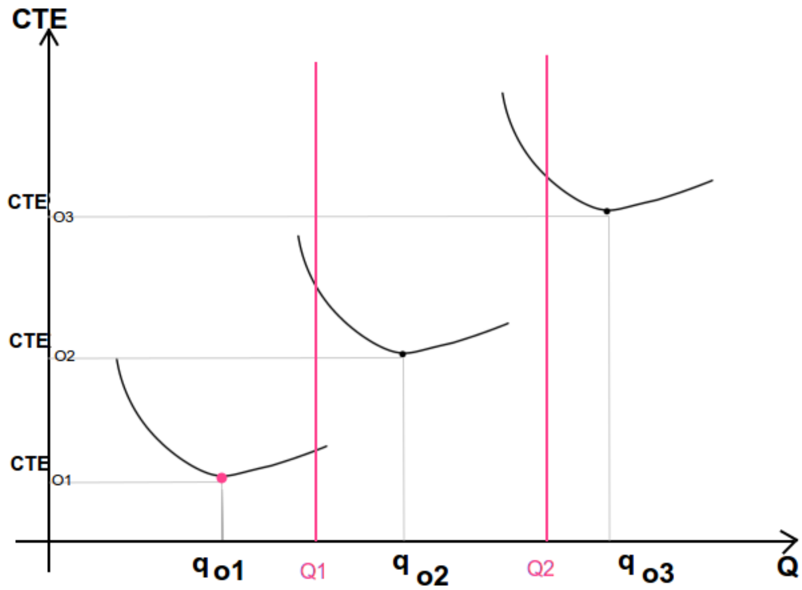
$$k_1 < k_2 < k_3$$

$$q_{o1} < q_{o2} < q_{o3}$$

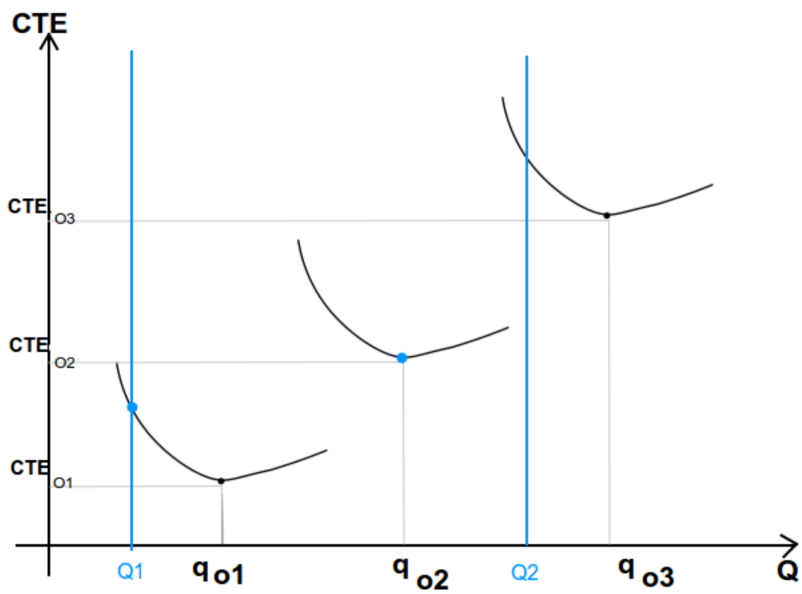
$$CTE_{o1} < CTE_{o2} < CTE_{o3}$$

El procedimiento a seguir para la búsqueda del costo total esperado mínimo es el siguiente:

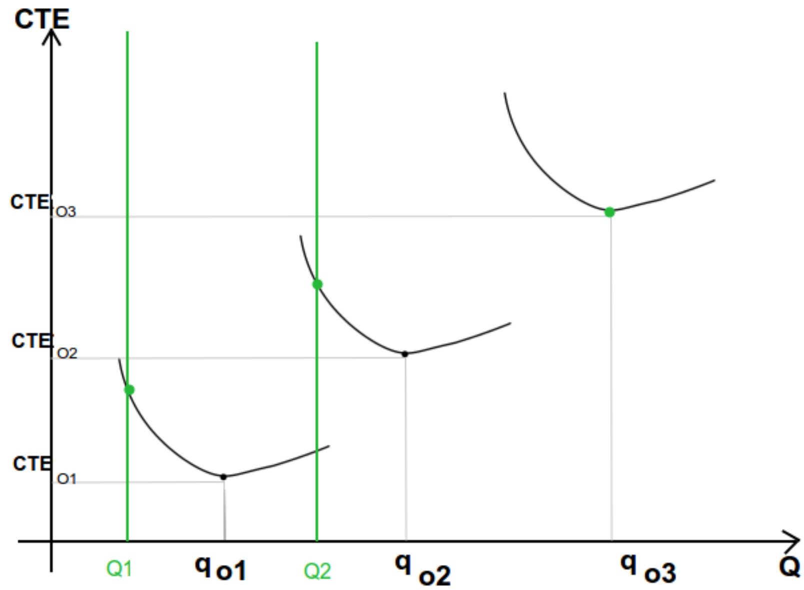
1. si $q_{o1} < Q_1 \Rightarrow CTE_o = CTE_{o1}$



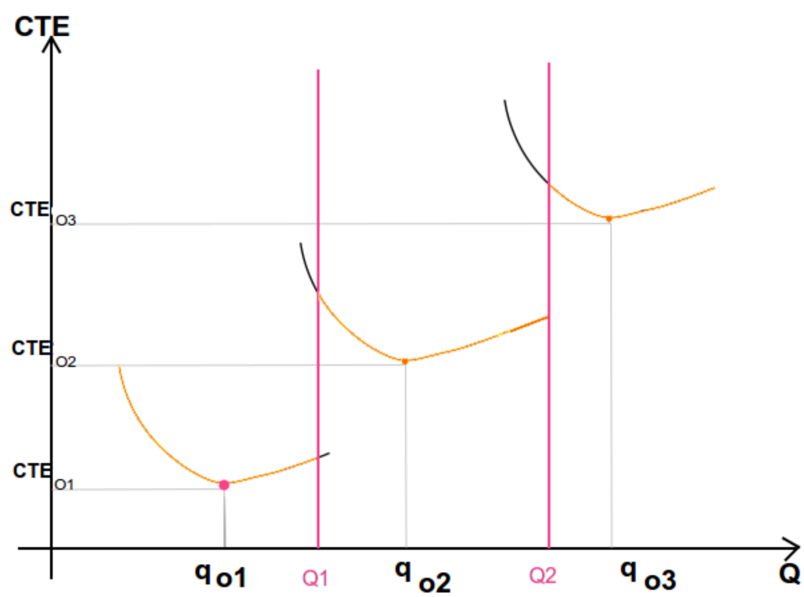
2. sino, si $q_{o2} < Q_2 \Rightarrow CTE_o = min(CTE_{o2}, CTE(Q_1, k_1))$
   Se entiende por $CTE(Q_i, k_i)$ el costo total esperado (2) evaluado en Q_i y k_i



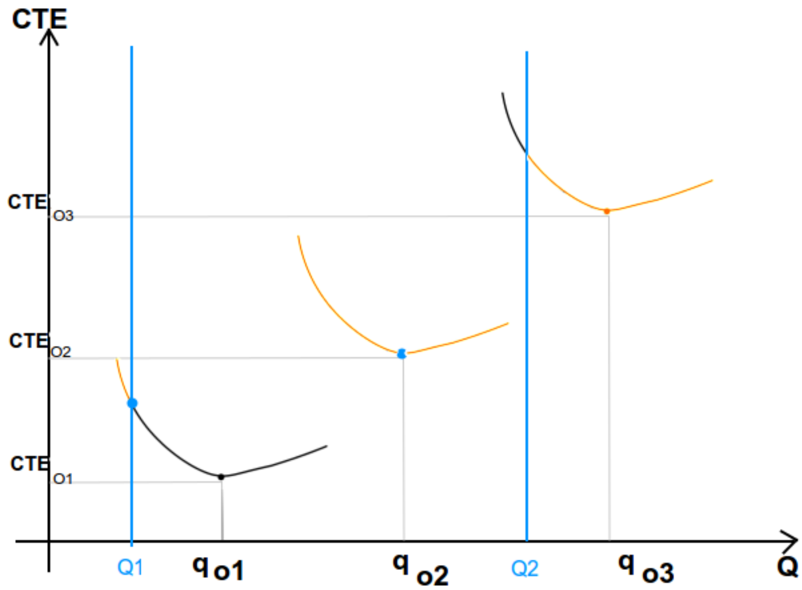
3. sino, $q_{o3} > Q_2 \Rightarrow CTE_o = min(CTE_{o3}, CTE(Q_2, k_2), CTE(Q_1, k_1))$



Dado que cada curva es válida únicamente en un intervalo determinado por k, para cada caso el CTE en función de q está dado por la curva naranja.

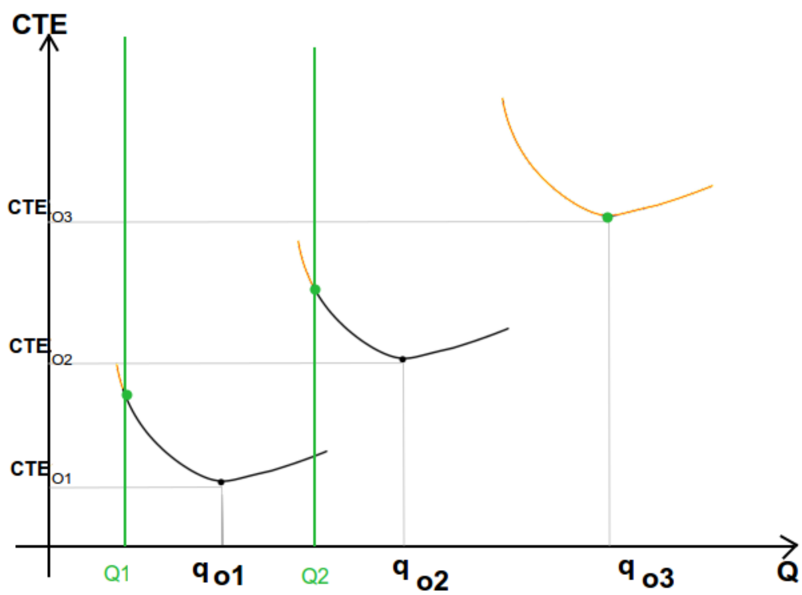
1. 

2.



CTE
CTE
O3
CTE
O2
CTE
O1
Q1
q o1
q o2
Q2
q o3
Q

3.



CTE
CTE
O3
CTE
O2
CTE
O1
Q1
q o1
Q2
q o2
q o3
Q