Trabajo Práctico 1
Teoría de Colas

9 de septiembre de 2012

Ejercicio 1 El modelo elegido para este sistema es P/P/1. Las distribuciones Poisson de los arribos y las salidas concuerdan con las de este modelo, y además se explicita que no hay impaciencia. Se asumen también las siguientes hipótesis:

- El tipo de arribo responde a distribución Poisson; es dato.
- El tipo de proceso de servicio responde a distribución Poisson; también es dato, ya que el tiempo de servicio tiene distribución exponencial.
- Un único canal de atención; es dato.
- Sistema de capacidad infinita.
- Disciplina de atención FIFO.
- Población infinita.
- Cola única.
- Población sin impaciencia; es dato.
- Sistema en régimen permanente.

Los datos proporcionados son la velocidad de ingreso $\lambda = 24/h$ y el tiempo promedio de atención $t_s = 2min$, a partir del cual podemos calcular la tasa de atención $\mu = \frac{1}{t_s} = \frac{1}{2min} \frac{60min}{h} = \frac{30}{h}$.

1.a. El número promedio de clientes en la sección de sastrería equivale a la cantidad de clientes en nuestro sistema, L. De la combinación de la tabla de estados y la ecuación de estado para un sistema P/P/1 se obtiene la siguiente expresión para L:

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{24h^{-1}}{30h^{-1} - 24h^{-1}} = \frac{24}{6} = 4$$

1.b. Equivale al tiempo promedio de permanencia en el sistema de un cliente. Puede obtenerse como el tiempo de permanencia en la cola más el tiempo de atención del cliente:

$$w = w_c + t_s = \frac{L_c}{\bar{\lambda}} + t_s = \frac{\lambda^2}{\lambda\mu(\mu-\lambda)} + t_s = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} + t_s$$

$$w = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} + t_s = \frac{24h^{-1}}{30h^{-1}(30h^{-1}-24h^{-1})} + 2min = \frac{24h^{-1}}{30h^{-1}\ 6h^{-1}} + 2min$$

$$w = \frac{2}{15}h\ \frac{60min}{h} + 2min = 8min + 2min$$

$$w = 10min$$

1.c. Corresponde a la probabilidad de que no haya clientes en el sistema, siendo para P/P/1:

$$p(0) = 1 - \rho = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{24h^{-1}}{30h^{-1}} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

1.d. Lo que se pide es el número promedio de clientes en la cola:

$$L_c = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{24^2h^{-2}}{30h^{-1}(30h^{-1}-24h^{-1})} = \frac{576h^{-1}}{30 \cdot 6h^{-1}} = \frac{576}{180} = \frac{16}{5} = 3{,}2$$