Economia (Micro-Economia)

L'Economia è lo studio del modo in cui le società utilizzano **risorse scarse** per produrre beni (tangibili o non) oppure servizi e di come tali beni vengano distribuiti tra i diversi soggetti.
Problema dell'**allocazione delle risorse:** Una volta che ho ottenuto degli utili devo decidere come usarli e a chi, o per quali attività riservarle.
Siccome abbiamo risorse scarse, abbiamo tre domande chiave a cui rispondere:

- **Cosa produrre**
- **Come produrre**
- **Come ripartire i risultati**

Per ogni sistema economico si risponde in maniera differita.

Economia pianificata: Risponde alle tre domande chiave in maniera pianificata, ad esempio a Mosca dove c'era l'organizzazione della distribuzione del pane, veniva pianificato quanto produrre in base alla richiesta/necessità, per assicurare che il pane ci fosse per tutti.

Sistema pianificato: Un vertice (il ministero dell'economia) decideva in modo centralizzato cosa fare, divideva il tutto in tanti settori sotto forma di matrice per pianificare l'attività, ad esempio chi produceva il grano, chi lo raccoglieva, chi il pane ecc.
Si trovavano gli obiettivi necessari e si decideva per ogni settore quanto di quel materiale serviva in quel settore e tali obiettivi pendono il nome di coefficienti, tipo tot ferro nel settore 1(macchine), tot ferro nel settore 2(carrarmati) ecc. e vengono riportati nella **matrice input output** oppure **matrice delle interdipendenze settoriali.**

Economia di Mercato

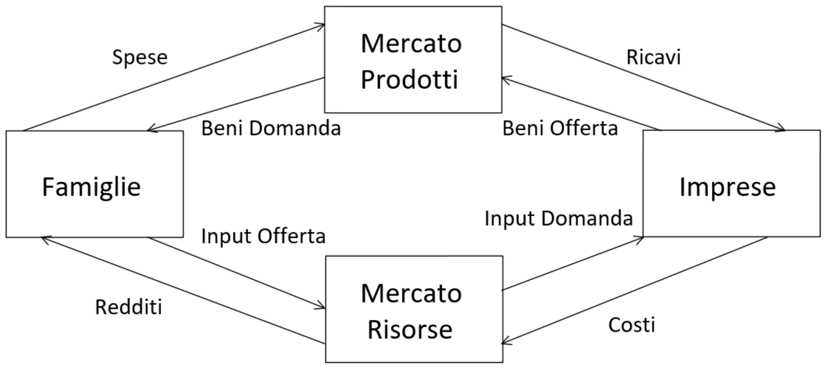
Ogni azienda cerca di produrre quanto gli è possibile e non in base alla richiesta.
Ogni impresa produce indipendentemente dall'altra un componente che magari viene acquistato da qualche altra impresa, esempio per una camicia servono il cotone, il bottone, le etichette ecc.
È un sistema che genera disuguaglianze importanti, il 15% detiene l'80% dell'economia mondiale.
Nell'economia di mercato ogni impresa decide in modo proprio come rispondere alle tre domande chiave (decentralizzazione delle decisioni)
Centralizzazione delle decisioni sono nelle grandi imprese.
Analisi positiva (operazioni causa-effetto): supponiamo di dover imporre un obbligo, qual è la reazione causa effetto (ad esempio divieto di abbattimento degli alberi in amazzonia, qual è l'effetto sul prezzo del legno)
Analisi normativa: fa riferimento a degli obbiettivi che hanno un carattere etico/sociale (istruzione obbligatoria per tutti)
L'Economia contemporanea si divide in:

- **Microeconomia**: Studia il comportamento dei singoli operatori economici (impresa, il consumatore e l'interazione tra questi soggetti)
- **Macroeconomia**: Studia il comportamento del sistema economico nel complesso e fa riferimento a variabili aggregate (livello di occupazione del sistema economico, l'andamento del prezzo ecc.)
  Studio gli effetti di un certo evento sul volume complessivo degli investimenti di un sistema economico (ad esempio ora con il Covid, qual è il livello dell'occupazione in Italia)

Economia Aziendale: Tratta alcune specifiche decisioni che devono prendere le aziende

Schema di flusso circolare

Le famiglie offrono lavoro al mercato delle risorse in cambio di un reddito, reddito che viene speso nel mercato dei prodotti richiedendo beni. Le spese delle famiglie diventano ricavi per le imprese che chiudono il ciclo.
Il **circuito anti-orario** fa riferimento ai **beni che vengono scambiati**, mentre il **circuito orario** è fatto di **flussi finanziari**.
In questo circuito vengono **esclusi i prezzi** (sulla base di cui avvengono le scelte) e lo **stato** (assenza delle decisioni politiche).
Lo stato deve tutelare il funzionamento del mercato (ordine pubblico, diritti di proprietà ecc.)



Costo dell'analisi economica: Indica genericamente l'insieme delle tecniche di valutazione dei progetti di investimento basate sulla misurazione e la comparazione di tutti i costi e i benefici direttamente e indirettamente ricollegabili agli stessi.
Costo Opportunità: è il valore della migliore alternativa tralasciata. In altri termini, il costo opportunità è il sacrificio che un operatore economico deve compiere per effettuare una scelta economica. (università piuttosto che lavoro)
Input: costi, elenco delle risorse necessarie (esborsi monetari, lavoratori, immobile al giorno ecc.) e di altre risorse, ovvero le opportunità di incasso a cui rinuncio.
Anche se ad esempio lavoro nel ristorante di famiglia, il mio stipendio va comunque nel costo, perché io avrei potuto guadagnare quei soldi da un'altra parte.

Nell'analisi economica devo fare attenzione a:

- **Tempo**: Devo osservare il guadagno in un determinato tempo t, e non sempre il costo in un tempo t_0 rimane invariato nel tempo, un prodotto potrebbe aumentare di prezzo come anche diminuire.
Devo osservare l'opportunità che mi consente il maggior guadagno nel minor tempo (ma senza aumentare i rischi)
Obbligazioni: Strumenti finanziari in cui c'è un prestito monetario in cui chi ha ricevuto l'esborso dovrà restituirli nel tempo con gli interessi poiché gli sono stati prestati dei soldi (ad esempio i CCT certificati di credito del tesoro, BOT buoni ordinari del tesoro)
Obbligazioni zero coupon: Di breve termine, senza interessi ma da restituire entro la data prefissata
SPRED: simile ma dello stato, differenza di interesse che dà l'Italia alla Germania.
Più sono alti i rischi, più alti saranno gli interessi.
Nel momento in cui devo sostenere i costi, sono diversi dal momento in cui ottengo i ricavi, quindi devo osservare il costo capitale nel tempo, se c'è un'alternativa più proficua.
Azioni: quadro di proprietà di un'impresa

- **Incertezza**: Il risultato di ciò che ottengo dipende da eventi imprevedibili su cui non ho controllo e su cui nessuno ha controllo
(ad. Esempio posso assicurare la macchina e riprendere il 90% del valore nel caso di furto, oppure non pagare ma ottenere 0 nel caso di furto)
Valore atteso = E(a) = 90

Collusione: Segreta intesa fra due o più persone, per conseguire un fine illecito o concordare una linea comune d'azione a danno di terzi

Produzione: Un processo in cui c'è una trasformazione di alcuni beni e servizi in altri beni e servizi
Entrano degli input ed escono degli output

La **trasformazione** può essere di tre tipi:

- **Di tipo tecnica**: parto dall'input e arrivo all'output (trasformazione merceologica)
- **Nello spazio**: il processo non finisce nella stessa fabbrica, a volte richiederà lo spostamento delle risorse
- **Nel tempo**: Un materiale deve essere conservato, gestione del magazzino ecc.

Gli **input (fattori produttivi)** divisi in:

- **Risorse primarie**: Gli input che non sono il risultato di precedenti processi produttivi (es. il lavoro umano, il suolo dove avviene l'attività produttiva)
- **Mezzi di produzione**: Gli input che sono il risultato di precedenti processi produttivi e che un'impresa usa
  Filiera verticale di imprese (si parte dal cotone per arrivare alla camicia)

Gli **Output** sono dei:

- **Beni di consumo**, di **tipo durevole** tipo il computer o la lavatrice, o **non durevole** tipo un panino
- **Mezzi di produzione**: output di un'impresa che viene utilizzato come input da un'altra impresa.

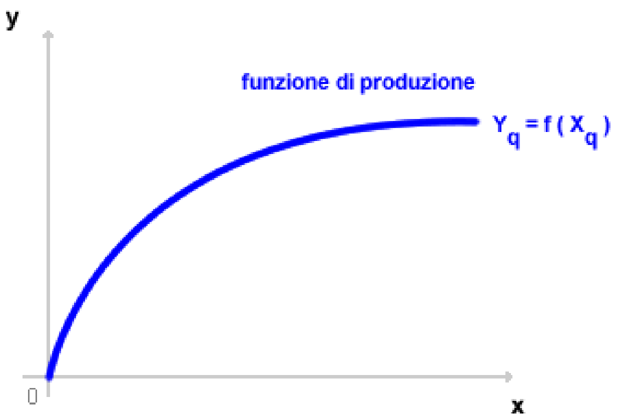
Input e Output si misurano in termini di flusso (con tot materiale produco tot oggetti in un mese)
L'impresa è quel soggetto che deve prende le decisioni di produzione con una funzione obiettivo (criterio di scelta) (qual è l'obiettivo dell'impresa? Massimizzare i profitti) e decide di farlo in un ambiente in cui ci sono dei vincoli:

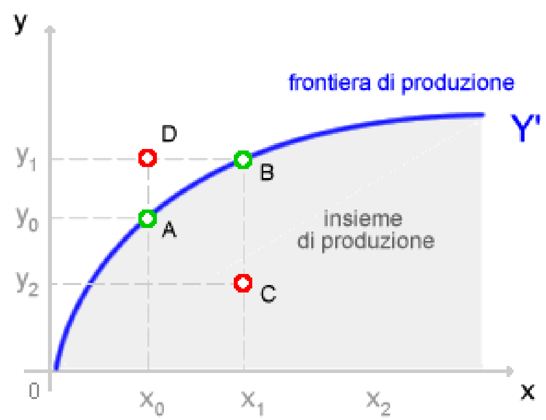
- **Tecnologici**: come si descrive il processo da input in output, divisi in **insieme di produzione** e **funzione di produzione.**
- **Di mercato:** contesto in cui opera (ci possono essere imprese in concorrenza tra loro, oppure in monopolio)

Impresa ≠ industria (l'industria è un insieme di imprese che svolgono un'attività simile)
Industria dei pc composta da varie industrie, quali acer, asus, xiaomi ecc.

Come si rappresenta una tecnologia produttiva

Attraverso un vettore $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots, \boldsymbol{x_n})$ che rappresenta il **vettore degli input** che entrano nel processo produttivo e un vettore $\boldsymbol{Q} = (\boldsymbol{q_1}, \boldsymbol{q_2}, \dots, \boldsymbol{q_n})$ che rappresenta il **vettore degli output** che escono dal processo produttivo.
L'**insieme di produzione** è una coppia $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{q})$ tecnicamente realizzabile.
L'insieme di produzione indica tutte le combinazioni $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{q})$ tecnicamente possibili
La **funzione di produzione** è l'insieme dei punti che rappresentano il massimo livello di output che è possibile conseguire con la tecnologia produttiva disponibile impiegando un dato input, per risultare efficiente mi devo sempre porre sulla **frontiera di produzione.**





Il punto C è tecnicamente possibile perché appartiene all'insieme di produzione
Il punto D non è tecnicamente realizzabile perché non appartiene all'insieme di produzione
A e B sono punti efficienti dal punto di vista tecnico visto che risiedono sulla frontiera
Le **funzioni di produzione** posso essere di tre tipi: **Continue, Differenziabili** e **Monotone** (Aumentando la quantità di input, aumenta anche la quantità di output)

Produttività marginale e produttività media

Prendiamo una funzione con **n** input $q = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$
Degli n input, fisso **n – 1** input a un certo livello e facciamo variare il livello di uno solo x_i
Marginale = Piccola variazione della variabile indipendente e vedo qual è l'effetto sulla variabile dipendente

Produttività media (PME)

La produttività media è il rapporto tra quantità di output e quantità di input impiegata

$$PME_i = \frac{q}{x_i}$$

La produttività media non è un indicatore di efficienza, ma si deve guardare lo scostamento dalla frontiera di produzione poiché potremmo avere un valore di un'impresa con PME maggiore di un'altra, ma di cui la prima non sia efficiente, quindi non sulla frontiera, mentre la seconda esattamente sulla frontiera nonostante abbia un PME minore.
Scala di produzione = Dimensione dell'attività produttiva.

Produttività marginale (PMG)

La **produttività marginale** mi indica **la variazione dell'output** in corrispondenza della variazione dell'input, in particolare se voglio calcolarla rispetto a un determinato input x_i fisso i restanti x_{n-1} elementi dell'input e faccio la derivata della funzione di produzione rispetto a x_i

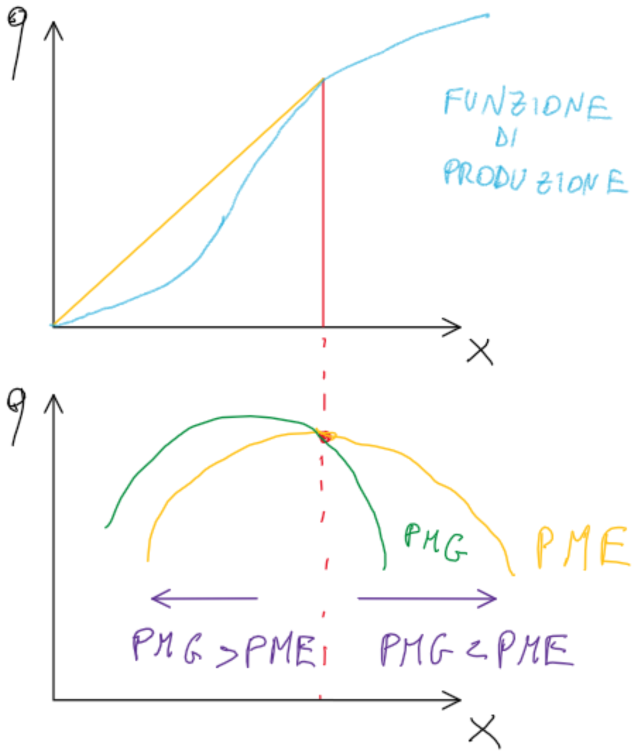
$$PMG_i = \frac{\partial q}{\partial x_i}$$

Tale derivata mi indica la pendenza della funzione.
All'inizio la curva è crescente, ma non essendo un incremento costante, si arriverà a un punto in cui inizierà a decrescere
Nel punto massimo la produttività marginale è pari a 0
NOTA BENE
Produttività marginale = Rendimenti marginali
Relazione tra produttività media e produttività marginale
$$\frac{dPME}{dx} = \frac{f'(x)}{x} - \frac{f(x)}{x^2} = \frac{PMG}{x} - \frac{PME}{x}$$

Dunque, la derivata della produttività media è maggiore/uguale/minore a zero se la produttività marginale è maggiore/uguale/minore della produttività media

$$\frac{dPME}{dx} \overset{>}{\underset{<}{=}} 0 \ se \ PMG \overset{>}{\underset{<}{=}} PME$$

Ovvero la produttività media è crescente se PMG > PME, raggiunge il massimo quando le due produttività sono uguali, mentre è decrescente quando la produttività marginale è minore della produttività media.

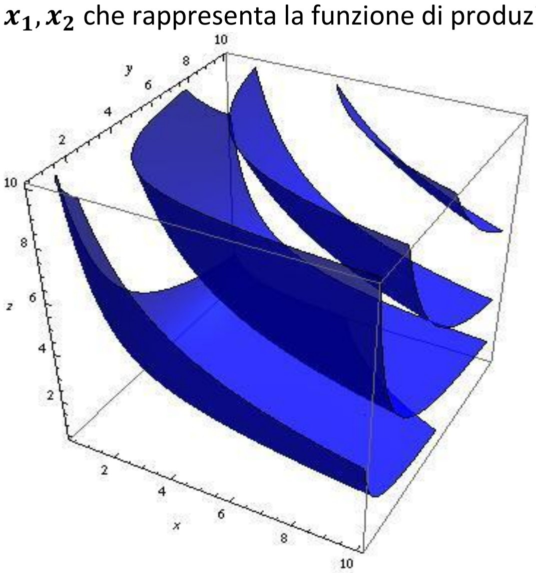


La curva superiore rappresenta la funzione di produzione che ha un punto di flesso per cui è inizialmente convessa e poi diventa concava. La produttività marginale cresce finché non si arriva al punto di flesso, dove inizia a decrescere
La produttività media che è il rapporto tra q e x sale finché non arriva al punto di cui la semiretta che parte dall'origine è tangente alla funzione di produzione per poi scendere.
Il **punto massimo della produttività media** si ha quando la semiretta che esce dall'origine è tangente alla funzione di produzione (ovvero quando PMG = PME)
La PMG la vedo come tangente alla funzione, mentre la PME come retta che parte dall'origine e collega il punto formato dai due assi.

La legge dei rendimenti marginali (**produttività marginale**) **decrescenti** è un'osservazione empirica che si ha osservando i processi produttivi in cui mi accorgo che la variazione dell'output in corrispondenza di variazioni dell'input è via via decrescente.

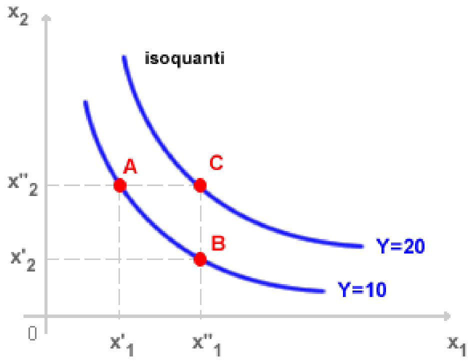
Esempio molteplici input e un singolo output

$\boldsymbol{Q = f(x_1, x_2)}$
$\boldsymbol{12 = (1, 4)}$ in input o $\boldsymbol{x_1}$ e $4\boldsymbol{x_2}$ per ottenere l'output 12, mi trovo sul guscio di una delle curve tagliate date da $\boldsymbol{x_1, x_2}$ che rappresenta la funzione di produzione



Una singola curva mi rappresenta un valore di output q (ad esempio 100) che posso raggiungere con varie combinazioni di input ed essa prende il nome di **ISOQUANTO.**

ISOQUANTI



Un **Isoquanto**, dunque, è una curva che **rappresenta tutte le possibili combinazioni di input x_1, x_2 che corrispondono al determinato livello di output richiesto.**
Più mi allontano dall'origine, più aumenta il livello di output
Una **mappa di isoquanti** viene associata a una determinata funzione di produzione ed è costituita dagli infiniti possibili livelli di output a cui associo un isoquanto.
Il **saggio tecnico di sostituzione (STS)** rappresenta la misura della sostituibilità degli input, fissato un output (Ovvero se diminuisco uno degli input, di quanto devo aumentare l'altro input per ottenere lo stesso output).

$$STS = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

Il segno del STS è sempre negativo.
Se le variazioni sono molto piccole passo al saggio marginale tecnico di sostituzione (dal punto analitico, passo alla derivata)
Il saggio marginale tecnico di sostituzione (o saggio marginale di sostituzione tecnica, SMST o anche detto grado di sostituibilità), invece, rappresenta la pendenza dell'isoquanto che è sempre decrescente ed è dato da:

$$SMST = \frac{dx_2}{dx_1}$$

Teorema

$$SMST = -\frac{PMG_1}{PMG_2}$$

Dimostrazione

$$dq = \frac{\partial f(\,)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f(\,)}{\partial x_2} dx_2$$

E se sono sull'isoquanto, per definizione $dq = 0$ poiché le derivate parziali sono proporzionali, se aumenta uno, diminuisce l'altro e viceversa, allora posso dire che:

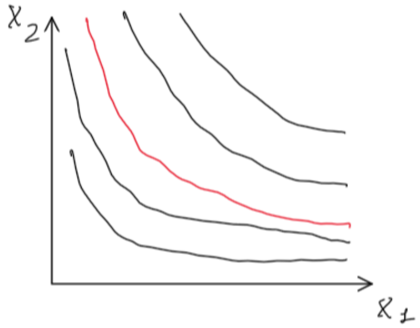
$$SMST = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\frac{\partial f(\,)}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(\,)}{\partial x_2}} = -\frac{PMG_1}{PMG_2}$$

Posso avere tre tipi diversi di isoquanto:

1) **Funzione di produzione di COBB-DOUGLAS (decrescenti e convessi):** SMST in valore assoluto è decrescente
$$q = kx_1^{\alpha} x_2^{\beta} \dots x_n^{\gamma} \qquad k, \alpha, \beta, \gamma > 0$$
2) **Funzione di produzione di Leontief o a coefficienti fissi:**
$$q = min(ax_1, bx_2)$$
3) **Funzione di produzione lineare: SMST costante solo su libri di testo, inesistente**
$$q = (ax_1 + bx_2)^{\alpha}$$

COBB-DOUGLAS

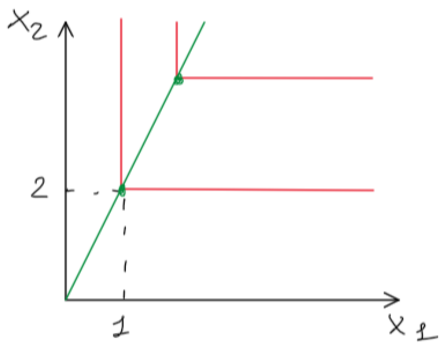
Le funzioni di **COBB-DOUGLAS** vengono utilizzate più spesso perché sono più semplici da trattare (approssimano abbastanza bene la serie di processi produttivi, con aggregazioni opportune di input)



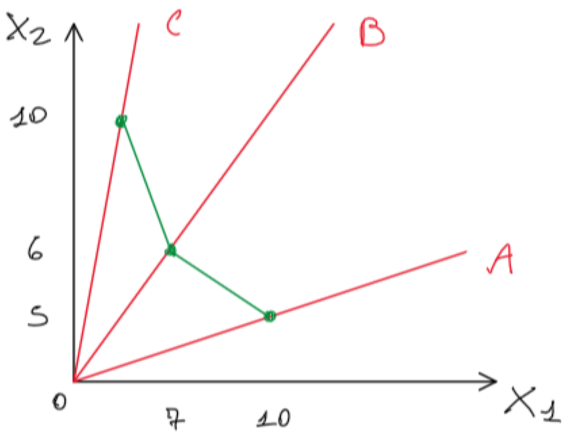
Possono ottenere un certo output con infinite combinazioni di input

Leontief

Esiste un solo punto che mi dà un determinato output.



In rosso gli isoquanti nella funzione di Leontief, mi muovo lungo la retta in verde
Negli esercizi non uso questa rappresentazione perché risulterebbe più complicata.
Molto spesso per produrre un certo output, non ho un solo processo produttivo che mi genera combinazioni infinite, ma ho diversi processi produttivi a coefficienti fissi, ad esempio, prendo in considerazione tre processi produttivi A, B e C.
Posso fare metà output spartendolo ad esempio tra A e B facendo una combinazione lineare e ponendomi tra le due funzioni.
L'importante è che la proporzione sia fissata, non possono combinare tre elementi contemporaneamente, ma posso combinare linearmente infinite possibilità, ad esempio, tra A e B o B e C, ma non tra C e A, poiché non sono lineari.
Ottengo un isoquanto squadrato (curva spezzata) dato dalle combinazioni lineari tra i vari processi produttivi.



Rendimento di scala: Cosa succede al livello di output se ho una **variazione equi-proporzionale del livello di impiego di tutti gli input**, ovvero moltiplico per uno scalare alfa il valore di input e mi chiedo cosa accade.
Per $\alpha > 1$ se:

1) **$f(\alpha x) = \alpha f(x)$** rendimenti di scala **COSTANTI:** una variazione equi-proporzionale di tutti gli input si produce in una variazione della stessa proporzione dell'output
2) **$f(\alpha x) > \alpha f(x)$** rendimenti di scala **CRESCENTI**
3) **$f(\alpha x) < \alpha f(x)$** rendimenti di scala **DECRESCENTI**

Il rendimento marginale fa riferimento a una singola variazione di uno solo degli input, mentre gli altri sono fissati
Il rendimento di scala fa riferimento alla variazione di tutti gli input
Si studia il rendimento di scala sul **LUNGO PERIODO**: fanno riferimento a una prospettiva decisionale in cui **posso variare tutti gli input**
Nel **BREVE PERIODO** c'è sempre un valore $\mathbf{x_i}$ che non posso cambiare, quindi posso parlare solo di riferimenti marginali
Breve periodo o lungo periodo non mi indica una quantità di tempo, ma solo la variazione degli input.

Terminologia:
$\boldsymbol{q = f(x_1, x_2, \dots, x_n)}$: output in funzione dell'input
$\boldsymbol{p = (w_1, w_2, \dots, w_n)}$: con il vettore W che mi indica i prezzi degli n oggetti in input e di conseguenza q costo dell'output
Ricavi = $\boldsymbol{p * q}$
Costi = $\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} w_i\, x_i}$
Profitto **π =** $\boldsymbol{p * q - \sum_{i=1}^{n} w_i\, x_i}$

Funzioni di produzioni omogenee:
$f(\alpha x_1, \alpha x_2, \dots, \alpha x_n) = \alpha^k f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ $k >=< 1$
k: grado di omogeneità della funzione
$k > 1$ rendimenti di scala **Crescenti**
$k = 1$ rendimenti di scala **Costanti**
$k < 1$ rendimenti di scala **Decrescenti**

Nel caso di una funzione COBB-Douglas con $q = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$
Mi basta controllare $\alpha + \beta$
Se $\alpha + \beta = 1$ rendimenti di scala **Costanti**
$\alpha + \beta < 1$ rendimenti di scala **Decrescenti**
$\alpha + \beta > 1$ rendimenti di scala **Crescenti**

Problema 14 ottobre 2020
Ipotizziamo di essere nel breve periodo con input prefissato e posso variare l'impiego solo di $\boldsymbol{x_1}$**,** con l'impresa nello stato **Price Taker** (non è in grado di variare i prezzi né di input né di output, non può stabilirli)
Dato che solo il primo input può variare, riscriviamo il profitto come:
π = $\boldsymbol{p * q - w_1\, x_1 - \sum_{i=2}^{n} w_i\, x_i}$

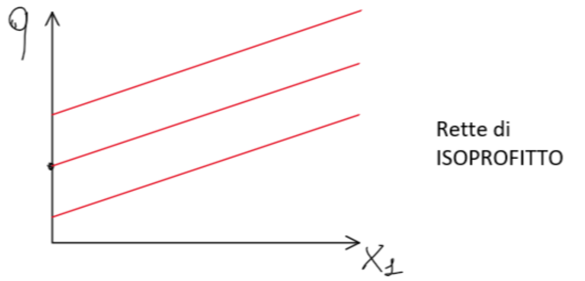
Quindi il profitto **π** è uguale a ricavi – costi, e l'obiettivo di ogni impresa è massimizzare questo profitto
Per massimizzare la funzione faccio la derivata rispetto a $\boldsymbol{x_1}$ e la eguaglio a zero e controllo che la derivata seconda non sia negativa

$$\boldsymbol{\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p\ \frac{\partial f}{\partial x_1} - w_1 = 0}$$

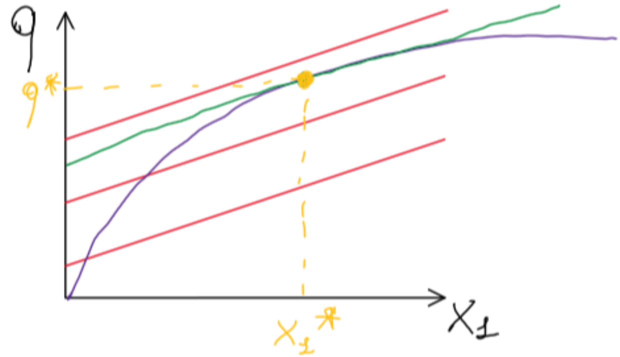
Che è uguale a dire che**:**
$\boldsymbol{p * PMG_1 = w_1}$
Per massimizzare il profitto io devo controllare che la produttività marginale in valore dell'input 1 sia esattamente uguale al suo costo **(per acquistare $\boldsymbol{x_1}$ io necessito esattamente di $\boldsymbol{w_1}$)**
Dalla formula del profitto posso riscrivere anche che:

$$\boldsymbol{q = \frac{\pi}{p} + \sum_{i=2}^{n} w_i x_i + \frac{w_1}{p}\ x_1}$$

Questa espressione rappresenta le rette (parallele tra loro) di **ISOPROFITTO** ovvero l'insieme delle combinazioni di prezzi e quantità che danno luogo allo stesso livello di profitto con $\frac{\pi}{p} + \sum_{i=2}^{n} w_i x_i$ come intercetta e $\frac{w_1}{p}$ come coefficiente angolare.



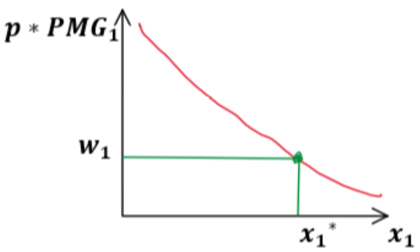
L'obiettivo dell'impresa sarà dunque quello di raggiungere la retta con profitto più alto, però abbiamo come sempre un vincolo dato dalla funzione di produzione in cui la retta di isoprofitto più alta che potrò raggiungere sarà quella tangente al punto massimo della funzione di produzione che indicherò con $x_1{}^*$.



In verde la massima retta di isoprofitto raggiungibile dalla funzione di produzione in viola.
Le due pendenze devono essere uguali, dunque:

$$\frac{w_1}{p} = \frac{\partial f}{\partial x_1} = PMG_1 \rightarrow w_1 = p * PMG_1$$

Se metto in relazione la produttività marginale in valore sopra e x_1 ottengo una funzione decrescente lungo la quale la produttività marginale diminuisce e mi fermo nel punto $x_1{}^*$ in cui la produttività del valore è esattamente uguale al suo costo, oltre i profitti si riducono.
In generale, con le variazioni aumento se il beneficio è maggiore del costo, diminuisco se il benefico è minore del costo, mi fermo quando il beneficio è esattamente al costo.
La differenza tra la produttività marginale dell'input ed il costo **NON** va massimizzata, ma va eguagliata, cioè devo massimizzare la differenza tra ricavi e costi ed essa è massima quando eguaglio costi dell'input e la produttività marginale del valore.



Devo sempre aumentare l'impiego del fattore finché la produttività marginale in valore è maggiore dell'input stesso, solo quando sono uguali mi fermo, se è minore devo diminuire il livello di impiego del valore

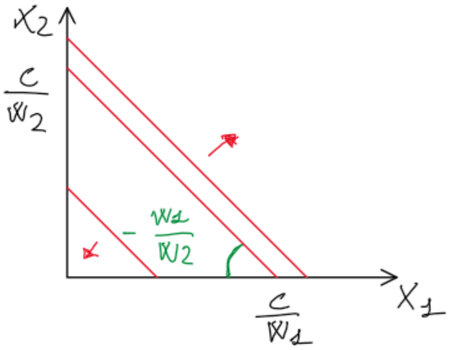
Problema (a livello teorico)

Se ora posso modificare tutti i parametri x_i, avrò un insieme di equazioni:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p \; \frac{\partial f}{\partial x_1} - w_1 = 0$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial x_2} = p \; \frac{\partial f}{\partial x_2} - w_2 = 0$$
...
$$\frac{\partial \pi}{\partial x_n} = p \; \frac{\partial f}{\partial x_n} - w_n = 0$$

Risolvendo simultaneamente tutto il sistema, ottengo un vettore $(x_1{}^*, x_2{}^*, \dots, x_n{}^*)$ a cui corrisponde una quantità q*, in cui ogni livello di impiego di un certo fattore eguaglia la produttività marginale in valore di quel fattore al prezzo stesso.

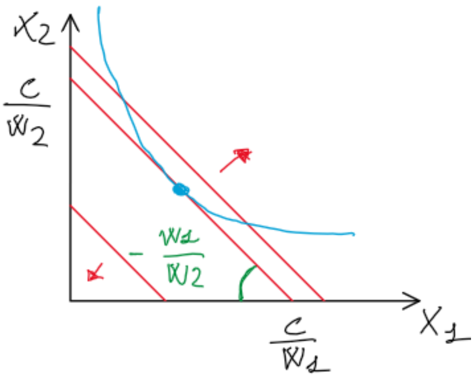
Problema (a livello pratico, si usa l'isoquanto e l'isocosto)
Devo massimizzare il profitto e minimizzare il costo, producendo un determinato output q che avrà un costo pari a:
$\boldsymbol{C = w_1 x_1 + w_2 x_2}$ (solo due input che devo acquistare)
Una retta di **ISOCOSTO** rappresenta le combinazioni di input $\boldsymbol{x_1, x_2}, \dots, \boldsymbol{x_n}$ che hanno un determinato costo
Una retta di isocosto di $\boldsymbol{x_2}$ in funzione di $\boldsymbol{x_1}$ può essere riscritta nel seguente modo (con c dato):
$\boldsymbol{x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} x_1}$
La pendenza della retta di isocosto è uguale al rapporto tra i prezzi dell'input $\left(\frac{w_1}{w_2}\right)$ ed è negativa
Gli incrementi del budget portano ad un allontanamento della retta di isocosto dall'origine, mentre una diminuzione del budget portano ad un avvicinamento verso l'origine, mentre la pendenza rimane invariata.
Se mi muovo sulla stessa retta, cambiano in proporzione $\boldsymbol{x_1}$ ed $\boldsymbol{x_2}$ ma non varia il costo (diminuisco una e aumento l'altra, per questo la pendenza è negativa), mentre se mi sposto su altre rette di isocosto cambia il costo ovviamente.



Problemi duali sull'isocosto
Produrre al minimo costo un determinato output q
Decidere q si declina diversamente a seconda delle condizioni di mercato in cui opera un'impresa:
- in condizioni di concorrenza perfetta (price tacker), ci sono molte imprese piccole rispetto al mercato ed il prezzo è fissato. (noi studieremo la concorrenza perfetta)

La **concorrenza perfetta** è una forma di mercato caratterizzata dall'impossibilità degli imprenditori di fissare il prezzo di vendita dei beni prodotti, che è fissato invece dall'incontro della domanda e dell'offerta, che a loro volta sono espressione dell'utilità e del costo marginale
Infatti, se il prezzo fosse più alto rispetto alla concorrenza, nessuno comprerebbe; se fosse più basso, tutti andrebbero in quell'impresa, ma non è detto che possa soddisfare la domanda essendo piccola, finirebbe solo ad avere meno profitto.
- in monopolio non ho problema di prezzo
- in oligopolio (produttori grandi in competizione tra loro)

Dato che devo produrre una certa quantità io sarò limitato dalla mia curva di isoquanto (in blu), dove il valore ottimale è il punto dell'isoquanto tangente con la retta di isocosto migliore.



Essere tangenti vuol dire avere la stessa pendenza, allora posso dire che:
$$-\frac{w_1}{w_2} = SMST = -\frac{PMG_1}{PMG_2} \rightarrow \frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{w_1}{w_2}$$
Ottimo di frontiera: sono delle soluzioni particolari in cui producono un output utilizzando un singolo input
Ottimo interno: per ogni input ho un valore maggiore di zero

Problemi di minimo vincolato (soluzione pratica al problema duale precedente)
Per risolvere i problemi di minimo vincolato costruiremo una funzione di lagrange associata al problema di minimo vincolato.
ʎ = moltiplicatore di lagrange
Trovare la soluzione del minimo vincolato = minimizzare la funzione di lagrange

$$L = w_1 x_1 + w_2 x_2 - \lambda[f(x_1, x_2) - \bar{q}]$$

Condizioni di primo ordine della funzione di lagrande:

1) $\frac{\partial L()}{\partial x_1} = w_1 - \lambda \frac{\partial f()}{\partial x_1} = 0$

2) $\frac{\partial L()}{\partial x_2} = w_2 - \lambda \frac{\partial f()}{\partial x_2} = 0$

3) $\frac{\partial L()}{\partial \lambda} = f(x_1, x_2) - \bar{q} = 0$ vincolo di bilancio

Condizioni di secondo ordine (Ottenuta dividendo la prima con la seconda condizione):

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Big/ \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{PMG_1}{PMG_2}$$

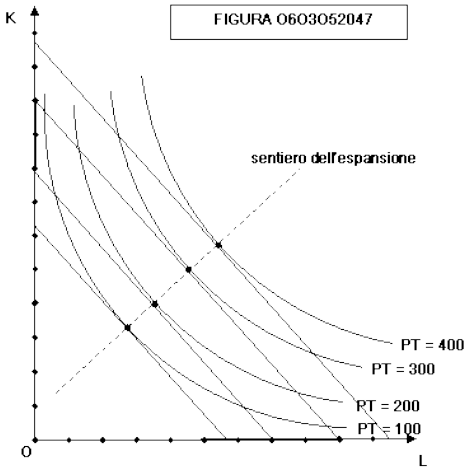
Abbiamo così riverificato nuovamente che il rapporto tra i costi deve essere uguale al rapporto delle produttività marginali.
Questa condizione è sufficiente e necessaria solo quando ho un isoquanto convesso ed ho una soluzione interna

Minimizzazione dei costi (casi particolari)
Perfetta sostituibilità: Due beni si dicono perfetti sostituti se possono essere impiegati in maniera intercambiabile nello stesso modo. Quindi, se due input sono perfettamente sostituibili, utilizzare uno o l'altro all'interno del processo produttivo non cambia il risultato finale
Isoquanto invece di essere convesso è una linea retta

Funzione di costo

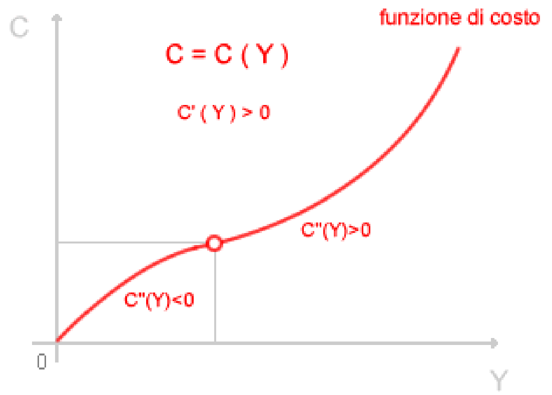
$$C = c(w_1, w_2, \dots, w_n, q)$$

Fissati i prezzi di input, voglio studiare la relazione tra output e costo, concettualmente la logica mi dice di disegnare la mappa di isoquanti associata alla funzione di produzione.
Dato che ho i prezzi fissati prendo le rette di isocosto e vedo il punto di tangenza tra la retta di isocosto e l'isoquanto in interesse, ad esempio q = 100.



rifare disegno L = x1 e K = x2
Costruendo questa relazione tra livelli di output e costi e congiungendo tutti i punti di tangenza tra gli isocosti e gli isoquanti, formo una linea che prende il nome di **sentiero di espansione della produzione**
Il **sentiero di espansione della produzione** rappresenta tutte le combinazioni di fattori produttivi (input) di minimo costo associate a tutti i possibili livelli di output.

Riportando la funzione su un grafico ottengo:



rifare grafico con Y = q

La funzione è nella maggior parte del tempo crescente, all'aumentare di q, aumenta il costo.

Costo medio e costo marginale

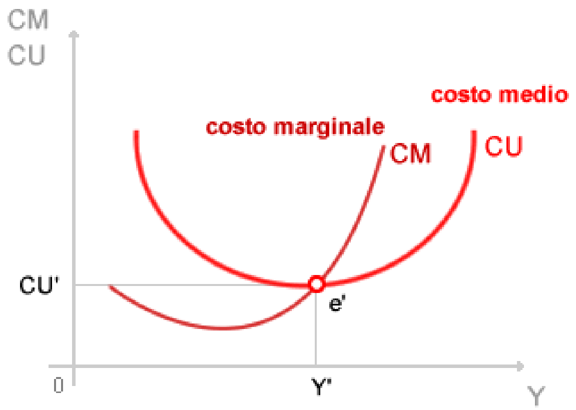
Dal costo totale C posso derivare il Costo Medio e il Costo Marginale

Costo medio: rapporto tra costo totale e livello di output (anche detto **costo unitario** o average cost AC)

$$\boldsymbol{CME = \frac{C}{q}}$$

Costo marginale: la variazione del costo totale generata dalla variazione della quantità di output

$$\boldsymbol{CMG = c'(q)}$$



rifare grafico con CMG in alto e Y = q

Dimostrazione del punto di incontro:

$\frac{dCME}{dq} = \frac{c'(q)}{q} - \frac{c(q)}{q^2} = \frac{CMG-CME}{q}$ che è maggiore, minore o uguale a 0 ⇔ lo è anche CMG con GME

Il costo marginale eguaglia il costo medio quando i costi variabili crescono più rapidamente rispetto ai costi medi.
O anche detto: il costo marginale interseca il costo medio nel punto in cui il costo medio è minimo

Esistono alcuni input che non posso variare, perciò devo distinguere tra costi fissi e costi variabili.
Quando mi trovo nel breve periodo, devo distinguere tra costi **fissi F indipendenti dal livello di output** e costi variabili $\boldsymbol{cv(q)}$ dipendenti dal livello di output.
Costo semifisso: Costo fisso che sostengo se q > 0

$$\boldsymbol{C = F + cv(q)}$$

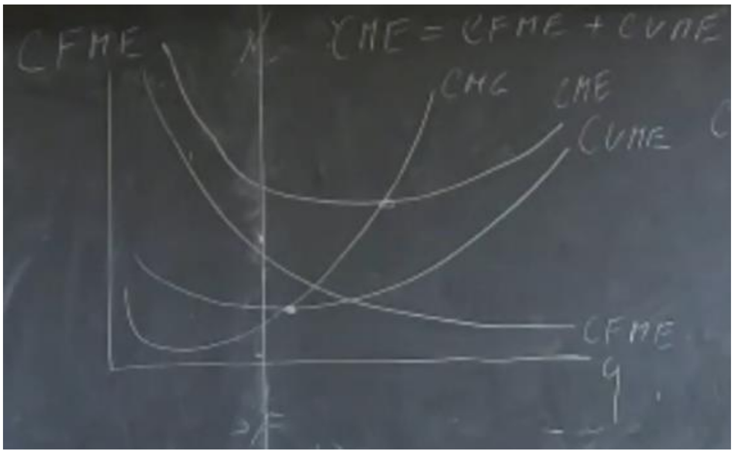
Posso suddividere i costi fissi in:

CFME (Costo fisso medio) $= \boldsymbol{\frac{f}{q}}$

CVME (Costo variabile medio) $= \boldsymbol{\frac{cv(q)}{q}}$

CME (Costo medio) = CFME + CVME = $\frac{f}{q} + \frac{cv(q)}{q}$

Costo medio e il costo variabile medio tendono ad avvicinarci e sovrapporsi all'aumentare dell'output



Nelle situazioni di breve periodo abbiamo sempre l'esistenza di costi fissi associati agli input, poiché almeno uno degli input non può essere variato.
Nel lungo periodo ragiono come se io potessi modifare il livello di impiego di tutti gli input del processo produttivo in esame, ciò mi consente di poter modificare non solo il quantitativo di output da produrre, ma anche qual è la dimensione dell'impianto con cui produrre quell'output.
Se indico con **K(q)** la dimensione dell'impianto produttivo, dipendente da q,ho che:
Nel breve periodo k è dato e non posso modificarlo:

$$\boldsymbol{C(q)_B = c(q, \bar{k})}$$

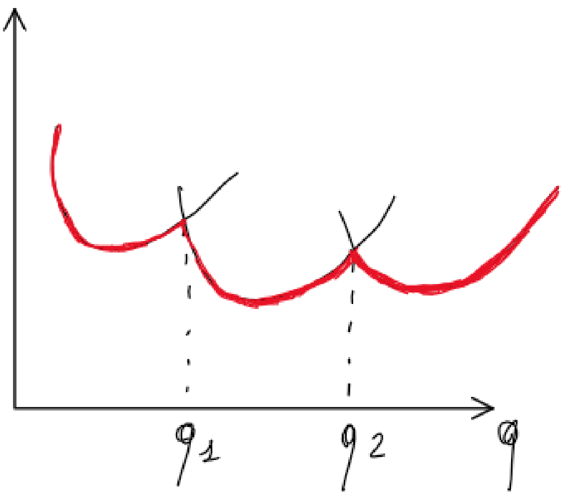
Mentre nel lungo periodo k non è dato e posso modificarlo in base a quanto output q voglio produrre:

$$\boldsymbol{C(q)_L = c(q, K(q))}$$

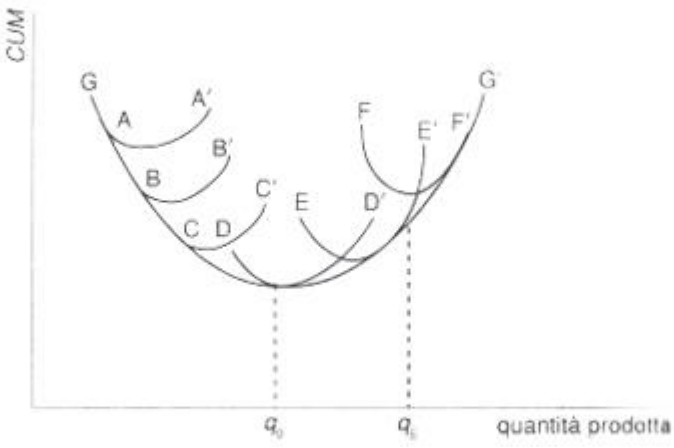
$\boldsymbol{C(q)_L = c(q, K(q)) \leq C(q)_B = c(q, \bar{k})}$ perché nel lungo periodo la dimensione di K la posso scegliere

Curve di costo medio

Supponiamo di avere tre dimensioni di impianti possibili: piccolo, medio e grande
Se devo produrre una quantità tra 0 e $\boldsymbol{q_1}$ userò l'impianto 1, poiché con il secondo impianto sarei inefficiente, ugualmente tra $\boldsymbol{q_1}$ e $\boldsymbol{q_2}$ userei il secondo impianto, poiché sia il primo che il terzo sarebbero inefficienti ecc.
Nel breve periodo io non posso cambiare impianto, quindi se dovessi produrre una quantità tra $\boldsymbol{q_1}$ e $\boldsymbol{q_2}$ risulterei inefficiente in quando userei la parte finale della curva del primo impianto.
Ciò mi dimostra come le funzioni di lungo periodo possono essere minori o uguali a quelle di breve periodo, poiché nel lungo periodo io posso cambiare impianto (quindi posso cancellare i rami superflui).
La curva di costo di lungo periodo è la frontiera inferiore della curva di costo del breve periodo (inviluppo della curva di breve periodo)



Se potessi modificare la dimensione dell'impianto in modo continuo, l'inviluppo diventerebbe una curva liscia formata da tante curve di breve periodo tangenti alla curva di lungo periodo nel cui tratto decrescente ho una sotto utilizzazione dell'impianto (utilizzo meno rispetto alla funzione), nel tratto crescente invece ho un sovra utilizzo dell'impianto (utilizzo troppo rispetto alla funzione che minimizza il costo)
Esempio da libro di testo, raramente accade ciò



ECONOMIE DI SCALA

La locuzione economie di scala è usata in economia per indicare la relazione esistente tra aumento della scala di produzione (correlata alla dimensione di un impianto) e diminuzione del costo medio unitario di produzione.
Il costo unitario diminuisce al livello di output.
Le economie di scala si possono dividere in due tipi:
- **pecuniaria**: fanno riferimento alla forza contrattuale dell'impresa (più sono grandi e più riescono ad ottenere prezzi bassi)
- **reale**: i rendimenti di scala (tecnologia produttiva) sono crescenti (moltiplico l'input per un valore alfa e ottengo un aumento dell'output)

Diseconomia di scala: Il costo medio aumenta all'aumentare della dimensione dell'output
Rendimenti di scala: Variazione equo proporzionale di tutti gli input utilizzati in un processo produttivo e la corrispondente variazione dell'output

Economia di varietà

Fanno riferimento a imprese che producono diversi tipi di output $(q_1, q_2, \dots, q_n)$ che mi porta ad avere una funzione di costo totale $C = c(q_1, q_2, \dots, q_n)$

Funzione di costo multiprodotto

Controllo l'incremento dei costi dato dall'incremento di output (costo marginale)
Supponiamo di avere due tipi di output, posso produrli o in modo indipendente o insieme
Ad esempio, q_1 = vettore quantità sedie, q_2 = vettore quantità tavoli oppure produco entrambi nello stesso stabilimento.

Economie di scopo (o di diversificazione o di gamma)

Si intende il risparmio derivante dalla produzione congiunta di prodotti diversi o con il perseguimento di obiettivi diversi con i medesimi fattori produttivi (stesse risorse, stessi impianti)
Confronto tra il costo che hanno imprese specializzate che producono un determinato bene e il costo che si avrebbe invece usando imprese che producono insieme tutti i beni.
Ho economie di gamma quando conviene produrre beni di output con una sola impresa piuttosto che avere produzioni specializzate:

$$\boldsymbol{C_h(\overline{q_1}, \overline{q_2}) < C_i(0, \overline{q_2}) + C_j(\overline{q_1}, 0)}$$

Se invece avviene il contrario, abbiamo le **diseconomie di varietà (di scopo o di gamma):**

$$\boldsymbol{C_h(\overline{q_1}, \overline{q_2}) > C_i(0, \overline{q_2}) + C_j(\overline{q_1}, 0)}$$

Ciò vale anche per il marketing pubblicitario poiché se sponsorizzo un prodotto di un'azienda che produce più prodotti, ne guadagna tutta l'azienda abbassando i costi di pubblicità, mentre se sponsorizzo un prodotto di un'azienda che produce solo quello, questo non avviene e i costi di pubblicità rimangono invariati

Massimizzare il profitto (obiettivo principale di ogni impresa)
Max[π] = ricavi – costi = p*q – c(q)
È importate capire quando il prezzo p è dato o meno, poiché in concorrenza perfetta il prezzo è dato, ma se siamo in monopolio, il prezzo non ci viene dato e riscriviamo il profitto come:
Max[π] = ricavi – costi = p(q)*q – c(q)
Ovvero esprimiamo il prezzo in base alla quantità, poiché potrei aumentarlo o diminuirlo in base alle mie scorte o al prezzo che voglio fissare.

Mi metto nella condizione di concorrenza perfetta e cerco il ricavo medio e il ricavo marginale e vedrò che sono uguali:

$$\boldsymbol{RME = \frac{RT}{q} = \frac{p * q}{q} = p}$$

$$\boldsymbol{RMG = \frac{\partial \pi()}{\partial q} = p}$$

Per massimizzare il profitto farò la derivata del profitto rispetto alla quantità:

$$\boldsymbol{\frac{d\pi(q)}{dq} = p - c'(q) = 0}$$

Ovvero la condizione del primo ordine mi dice che prezzo meno costo marginale deve essere uguale a zero, quindi posso anche riscriverlo come:

$$\boldsymbol{\frac{d\pi(q)}{dq} = p - c'(q) = RMG - CMG = 0 \rightarrow RMG = CMG = p}$$

Quindi in condizioni di impresa price tacker il profitto si massimizza quando rendo uguale il prezzo al costo marginale

Prezzo = costo marginale, vuol dire che il prezzo a cui vendo l'ultima quantità deve essere uguale al costo generato dall'ultima quantità, altrimenti non sto massimizzando il profitto.
Se volessi visualizzare il profitto che consegue l'impresa, disegno la curva di costo medio e vedo che il ricavo totale è rappresentato dall'area grande data da p*q, mentre i costi totali sono dati da CME*q; la differenza tra le due aree e quindi tra ricavi e costi mi dà il profitto (area evidenziata)
Ovviamente se le due aree sono uguali il profitto è nullo.

Se il profitto è minore di zero, dovrò considerare alcuni fattori per capire se rimanere o meno sul mercato:
Mi metto nel breve periodo, ciò vuol dire che almeno uno degli input è un dato del problema e devo ragionare sul profitto in base all'input dato, quindi riscrivo il profitto inserendo costi fissi e costi variabili:

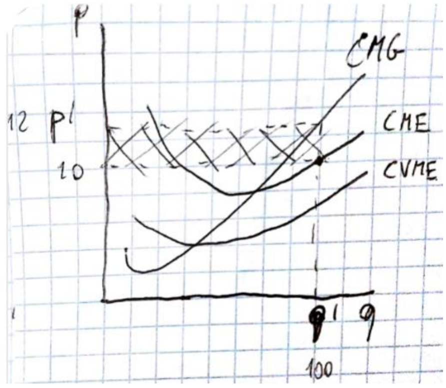
$$\boldsymbol{\pi = p * q - F - cv(q)}$$

Se smetto di produrre → $q = 0$ e il profitto $\boldsymbol{\pi = -F}$
Ci sono costi che io non posso evitare anche non producendo (esempio costo dell'immobile e delle apparecchiature)
Rimango sul mercato se riesco a coprire una parte dei costi variabili e ricopre tutti i costi fissi, cioè se $\boldsymbol{\pi > -F}$
Quindi se $\boldsymbol{p * q - F - cv(q) > -F}$ allora rimango sul mercato.
Semplificando le due F, dunque, **smetto di produrre se il prezzo è minore del costo variabile medio** (**CVME**):

$$\boldsymbol{p * q - cv(q) < 0 \;\rightarrow\; p < \frac{cv(q)}{q} = CVME}$$

1 caso visto) $\pi' > 0$

CME = $\frac{F+cv(q)}{q}$

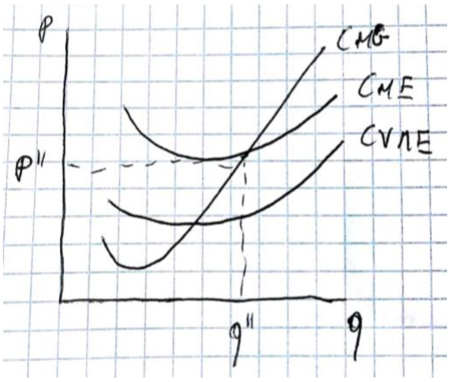


Supponiamo che il prezzo sia dato a un livello p' e produrrò la quantità q'

Il profitto in questo caso è positivo e corrisponde all'area del rettangolo

2 caso) $\pi = 0$

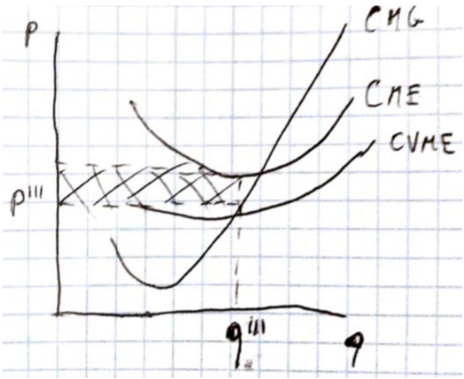
Supponiamo il prezzo scenda nel punto di minimo del costo medio p'', produrrò la quantità q'' che ovviamente è di meno



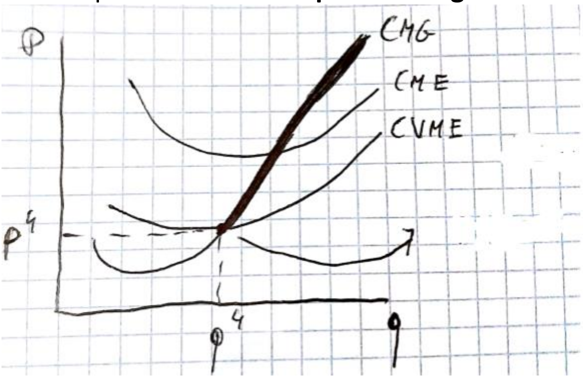
3 caso) $\pi = -F$

Supponiamo che il prezzo si abbassi al livello p''' e il prezzo scenda sotto il minimo del costo medio e di conseguenza produrrò la quantità q'''.

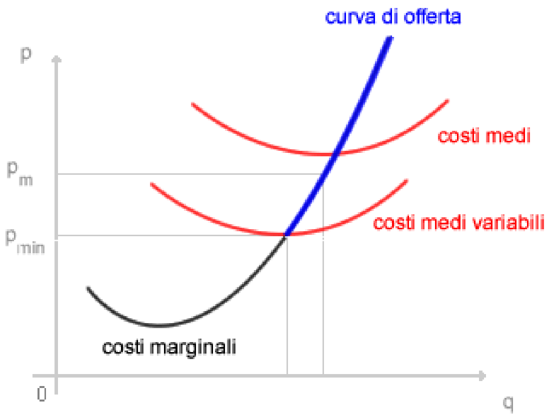
Avendo profitto minore di 0 avrò delle perdite, ma ho ancora dei ricavi maggiori dei costi variabili che mi consentono di rimanere in attività e non chiudere ➔ p*q > cv(q)



4) Punto di fuga/Chiusura
Scendo al prezzo p^{iv}, sono nel punto di minimo del CVME, p*q = cv(q), mi trovo nel punto di indifferenza tra lo stare sul mercato e chiudere
Questo punto viene detto **punto di fuga o di chiusura**



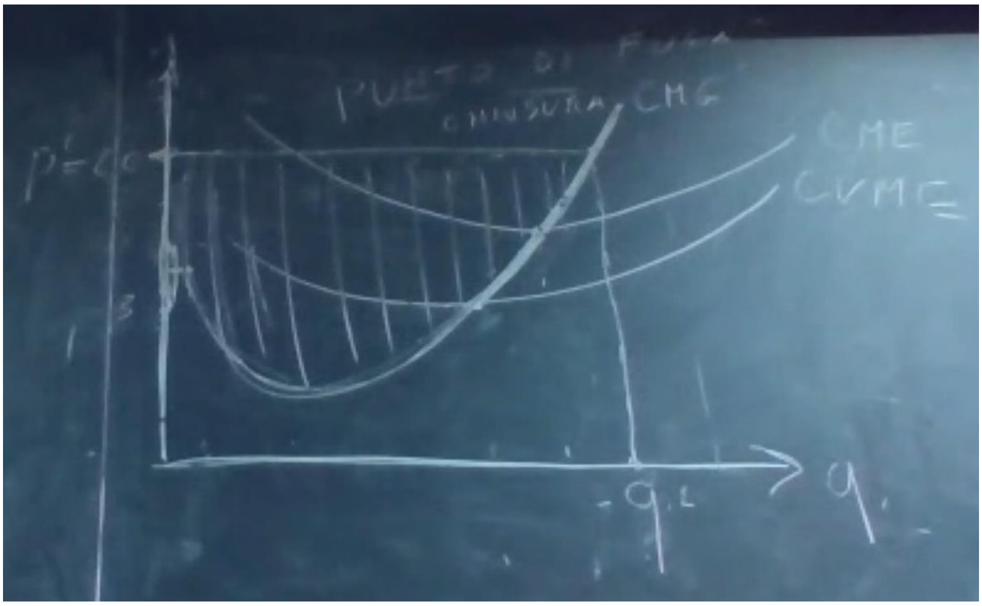
Ottengo così la **curva di offerta di un'impresa** che è una relazione tra la quantità offerta dall'impresa e il prezzo di mercato rappresentata dalla funzione $\boldsymbol{q = s(p)}$ che è il tratto di curva di costo marginale che sta al di sopra del punto di minimo del costo variabile medio.
Nel lungo periodo cambia solo che non c'è la differenza tra CVME e CME, mentre nel breve periodo bisogna distinguere con i costi fissi.



Nel caso di costo marginale lineare nel lungo periodo, tale sarà anche il costo medio, quindi anche la curva di offerta sarà tutta lineare.
Se volessi determinare la curva di offerta dell'industria piuttosto che di una singola impresa, devo sommare le curve di offerta di tutte le imprese. (In corrispondenza di ogni prezzo vado a sommare le quantità ottime offerte da tutte le N imprese che esistono sul mercato in concorrenza perfetta).

$$\boldsymbol{S(p) = \sum_i s_i(p)}$$

$\boldsymbol{p * q - cv(q)}$ viene anche detto **surplus del produttore** che è la differenza tra ricavo totale e costo variabile
Il **surplus del produttore** o **sovrappiù del produttore** è la differenza positiva tra il prezzo di un dato bene pagato al produttore ed il prezzo più basso che il produttore sarebbe stato disposto ad accettare per quantità inferiori di quel bene (che corrisponde anche al costo della prima unità).
La zona evidenziata, che sta sopra la curva marginale e delimitata da p*q mi individua la differenza tra il prezzo a cui vendo e il prezzo più basso:



In formule, ottengo la zona evidenziato facendo (l'integrale è della derivata del costo marginale):

$$\boldsymbol{p^* * q^* - \int_0^{q*} cv'(q)\, dq}$$

Dove:

$$\boldsymbol{\int_0^{q*} cv'(q)\, dq = cv(q*) - cv(0) = cv(q*)}$$

Quindi l'area è uguale a:

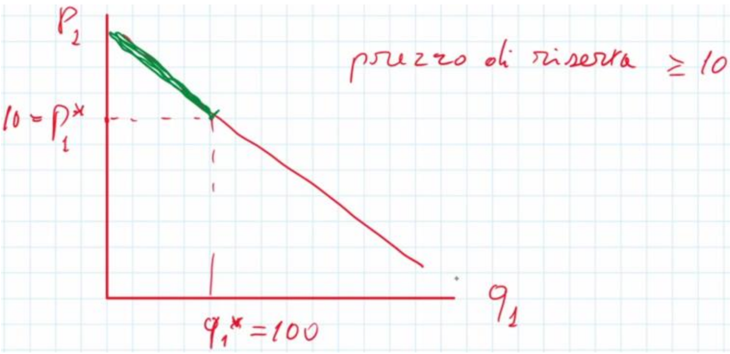
$$\boldsymbol{p^* * q^* - cv(q*)}$$

Domanda di un bene

La domanda è la quantità di bene in esame che gli acquirenti intendono acquistare in corrispondenza di diversi prezzi del bene stesso.
In generale la quantità di un bene dipende certamente dal prezzo del primo bene $\boldsymbol{p_1}$ ma dipende anche dai prezzi degli altri beni (se il prezzo di un bene aumenta, tenderò a spendere meno o zero per altri beni) e dal reddito disponibile degli acquirenti **Y**:

$$\boldsymbol{q_1 = D(p_1, p_2, \dots, p_n, Y)}$$

Se fisso tutti i parametri tranne $\boldsymbol{p_1}$**,** ottengo la seguente funzione decrescente corrispondente alla **funzione di domanda** di un bene $\boldsymbol{q_1 = D(p_1)}$, in cui la parte in verde è la quantità di persone disposte a spendere più del prezzo fissato.



Prezzo di riserva: prezzo più elevato che un individuo è disposto a pagare per un dato bene.

Se fisso tutti i parametri e creo una relazione tra $\boldsymbol{q_1 = D(Y)}$ e vado a fare la derivata della funzione di domanda rispetto al reddito:

$$\frac{\boldsymbol{\partial D(\,)}}{\boldsymbol{\partial Y}} \geq 0$$

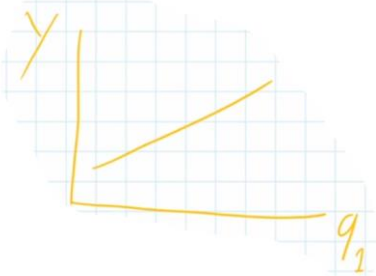
La domanda aumenta all'aumentare del reddito, almeno per i **beni normali.**

Se invece:

$$\frac{\partial \boldsymbol{D}()}{\partial \boldsymbol{Y}} < 0$$

Si parla di **beni inferiori** ovvero quei beni di qualità bassa che non hanno mercato ad esempio nei paesi in cui il reddito è abbastanza elevato.

La relazione $\boldsymbol{q_1} = \boldsymbol{D}(\boldsymbol{Y})$ prende il nome di **curva di Engel** che descrive l'andamento della quantità domandata al variare del livello del reddito per gli acquisti degli acquirenti.



Riprendendo la funzione di domanda, una delle analisi più importanti è **quanto è sensibile la domanda alle variazioni del prezzo?**

Con la derivata della domanda rispetto al prezzo non posso confrontare due prodotti con unità diverse, per questo è poco utilizzata e si usa al suo posto **l'elasticità della domanda** utile per misurare la sensibilità della variabile dipendente quando varia quella indipendente. La vado a misurare come variazione relativa della variabile dipendente (la domanda) diviso variazione relativa alla variabile indipendente (prezzo)

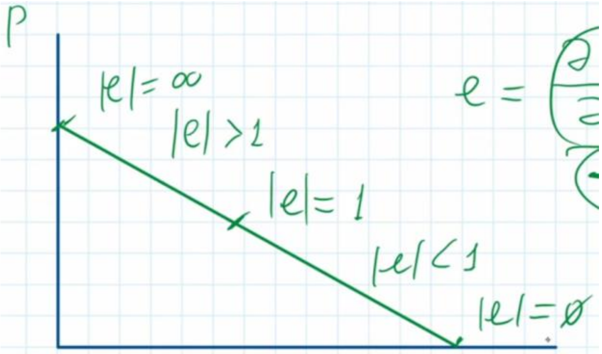
$$\boldsymbol{e} = \frac{\frac{\Delta \boldsymbol{D}()}{\boldsymbol{D}()}}{\frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\boldsymbol{p}}} = \frac{\Delta \boldsymbol{D}()}{\Delta \boldsymbol{p}} \frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{D}}$$

L'elasticità può presentare delle ambiguità a seconda se io alzo o abbasso il prezzo, per risolvere o procedo con **l'elasticità dell'arco** dove si va a fare la media statistica dei risultati, oppure procedo con **l'elasticità puntuale** andando dunque a farne il limite dell'elasticità con i delta che tendono a zero.

$$\boldsymbol{e} = \frac{\partial \boldsymbol{D}()}{\partial \boldsymbol{p}} \frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{D}}$$

Elasticità di un bene rispetto al suo verso (formula sopra) è **sempre negativa**.

Nel caso di funzione di domanda lineare l'elasticità non è costante, solo la derivata lo è, più mi sposto verso l'origine, più tende a valori elevati, verso l'intercetta con le ascisse tende a zero.



$$\boldsymbol{q_1} = \boldsymbol{D}(\boldsymbol{p_1}, \boldsymbol{p_2}, \dots, \boldsymbol{p_n}, \boldsymbol{Y})$$

L'**elasticità incrociata** mi dice come varia la domanda del bene uno, al variare del prezzo di un altro bene.

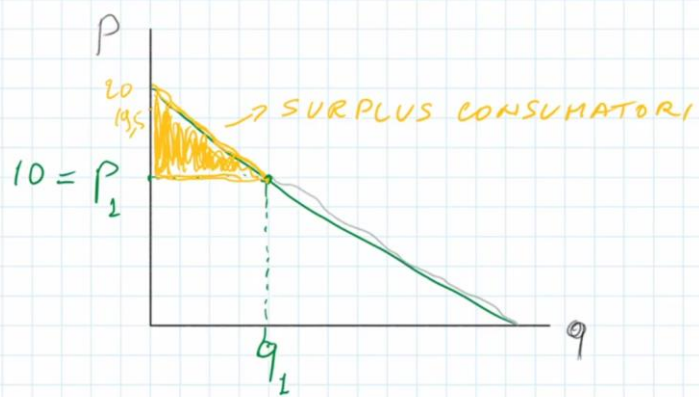
$$\boldsymbol{e_{ij}} = \frac{\partial \boldsymbol{D_i}()}{\partial \boldsymbol{p_j}} \frac{\boldsymbol{p_j}}{\boldsymbol{D_i}} \overset{>}{\underset{<}{=}} \boldsymbol{0}$$

L'elasticità del bene i, rispetto a variazioni del prezzo rispetto al bene j, sarà uguale al rapporto tra la variazione della quantità del bene i rispetto a variazioni del prezzo j per il rapporto tra il prezzo del bene j e la quantità di bene i

Quando l'elasticità incrociata è **nulla** vuol dire che **i beni sono indipendenti**; quando è **maggiore di zero** vuol dire che i **beni sono sostituti** (se alzo il prezzo di uno, aumenta la domanda dell'altro, ad esempio trasporto treni e aerei); quando è **minore di zero** vuol dire che i **beni sono complementari** (aumenta il prezzo di uno e si diminuisce la domanda dell'altro).

Surplus dei consumatori

Il **surplus dei consumatori** è la differenza fra il prezzo che ciascun acquirente sarebbe stato disposto a pagare e il prezzo che ciascun acquirente effettivamente paga **(area in giallo)**



Nonostante abbia fissato il prezzo, come venditore sono interessato a prendermi anche tutto il surplus dei consumatori, per fare ciò posso fare un'offerta diversa da quella normale che mi consenta di prendere anche la parte di surplus (ad esempio nel parco divertimento Disney, ingresso fisso, e poi un surplus per ogni giro sulle giostre)

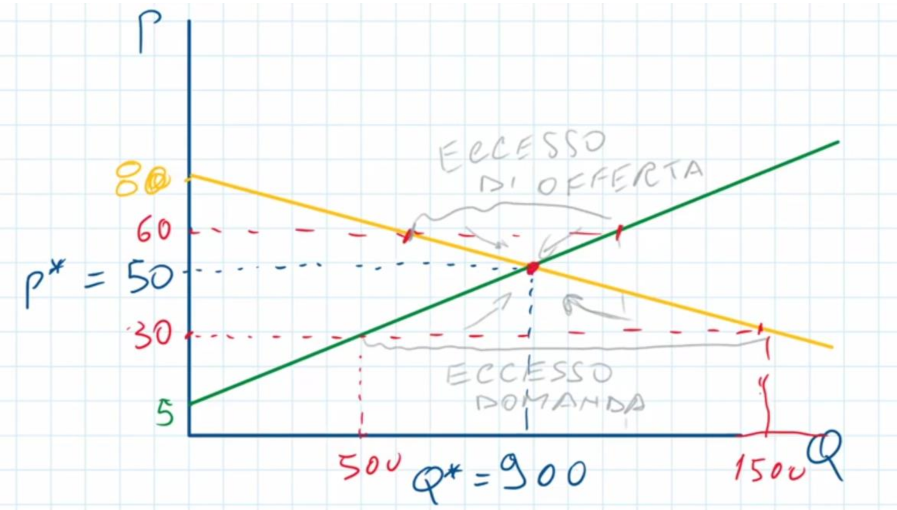
Equilibrio di mercato: individua il prezzo al quale domanda e offerta sono uguali
Esistono due modi per determinare l'equilibrio di mercato:
1) Uguaglio la quantità domanda alla quantità richiesta:

$$Q_D = Q_s$$

2) Uguaglio i due prezzi:

$$p_D = p_s$$

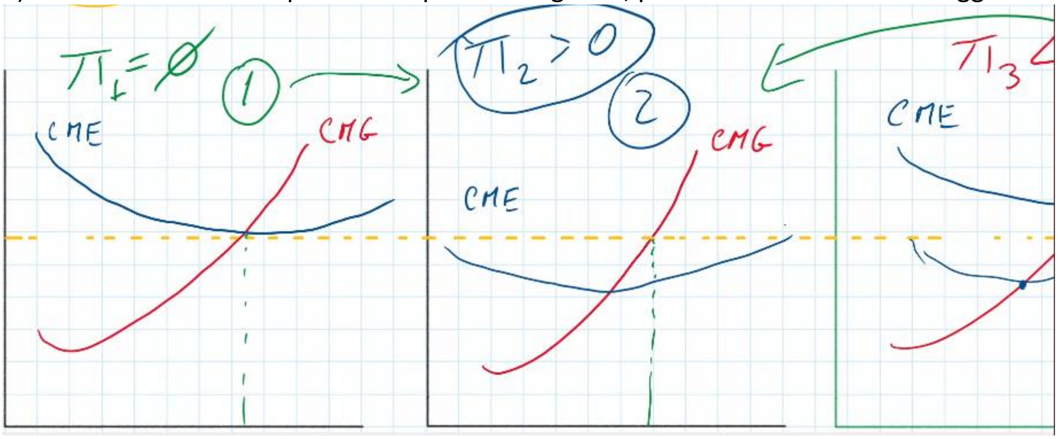
Ci sarebbe tensione sul mercato se il prezzo fosse più basso del prezzo dell'equilibrio di mercato, creando un **eccesso di domanda** (le scorte tendono ad esaurirsi rapidamente) oppure se il prezzo fosse superiore, creando un **eccesso di offerta** (troppi prodotti che nessuno compra perché non c'è domanda).



Alcune volte si può imporre un blocco sul prezzo o sulla quantità in corrispondenza del punto di equilibrio, o nel caso di altri punti, ma si dovrà gestire l'eccesso di domanda / offerta.
I vincoli che generano tensioni di mercato sono il **tetto di prezzo** (fisso il prezzo massimo oltre il quale un bene non può salire) e il **pavimento di prezzo** (prezzo sotto al quale un determinato bene non può scendere).
Entrambi i vincoli sono decisioni di politica industriale.
Spesso si distruggeva parte del prodotto per non immetterlo sul mercato, altrimenti il prezzo sarebbe sceso troppo (in passato si cospargeva le arance buttate con il cherosene, affinché le persone non le raccogliessero per mangiarle).
A volte i prezzi vengono mantenuti alti per evitare che i redditi e i profitti siano troppo bassi, quindi evitare un ulteriore svuotamento di persone disposte a lavorare in quel settore.
Curva isoelastica: curva in cui l'elasticità in valore assoluto è sempre uguale a 1 (se è un'iperbole è sempre isoelastica)
In generale, dato:

$$Q_D = D(p) = K * p^{-\varepsilon} \quad \rightarrow \quad e_D = -\varepsilon \quad \textbf{costante}$$

Supponiamo di avere tre tipi di imprese che operano in concorrenza perfetta (c’è libertà di accesso alla stessa tecnologia produttiva dell’impresa più efficiente) e indichiamo in giallo il prezzo fissato dal punto di equilibrio sul mercato (il tutto nel breve periodo):
1) La prima si mette ad operare con profitto nullo, poiché il costo è uguale al prezzo marginale
2) La seconda si mette ad operare con profitto maggiore di zero, poiché il costo medio è minore del prezzo
3) La terza si mette ad operare con profitto negativo, poiché il costo medio è maggiore del prezzo



Nel caso di concorrenza perfetta la prima e la terza sono meno efficienti della seconda impresa, allora possono decidere di emularla avendo tutte un profitto maggiore di zero.
Se succede ciò, ci saranno altre imprese che verranno da altri settori o che devono ancora entrare nel mercato che si immetteranno in questo settore dove si fatto profitti maggiori di zero, spostando la curva di offerta finché il profitto non diventa uguale a zero.
Per questo motivo in concorrenza perfetta nel lungo periodo c’è la tendenza ad avere profitti nulli, poiché appunto se fossero maggiore di zero, ci sarebbero altre imprese che entrerebbero su quel mercato, facendo abbassare il prezzo.

Costi irrecuperabili: costi non più evitabili neanche nel lungo periodo (ad esempio stampo per le bottiglie della coca-cola che non posso più riusare nel caso la coca-cola mi dica che non le vuole più da me e che non le posso più rivendere)

Monopolio

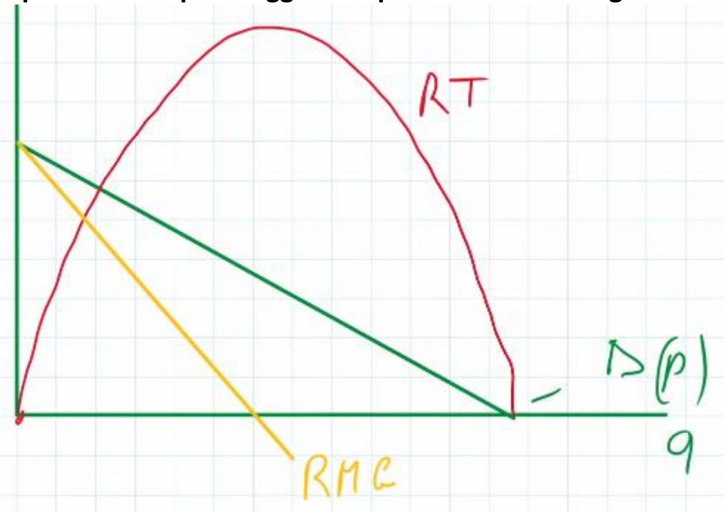
Struttura di mercato in cui c’è una sola impresa che produce e vende beni su quel mercato, il che implica anche che non ci sono altre imprese che producono un bene sostituto come quelli che produco io.
Il monopolio può essere di **tipo legale** (ad esempio le autostrade che sono concesse a una singola impresa dallo stato) oppure **per accesso a risorse a materie prime** necessarie per un bene che solo una determinata azienda ha.
Il monopolista è sempre controllato da autorità pubbliche tipo l’antitrust per controllare che non ci siano abusi.
Il prezzo non sarà mai price tacker in condizioni di monopolio, ma sarà l’impresa a deciderlo in base alla curva di mercato. (prezzo in funzione della qualità):

$$\boldsymbol{RT = p(q) * q}$$

$$\boldsymbol{RMG = \frac{dRT}{dq} = p'(q) * q + p(q)}$$

$\boldsymbol{p'(q) < 0}$ sarà sicuramente negativo, data la funzione decrescente, quindi anche **RMG < p(q)**

Il prezzo è sempre maggiore rispetto al ricavo marginale



$$\frac{dp}{dq} * \frac{q}{p} = \frac{1}{e}$$

Il ricavo marginale è nullo quando il ricavo totale è al suo punto di massimo.
La pendenza del ricavo totale è la pendenza della retta al ricavo totale e il ricavo marginale
L'equazione del ricavo marginale la posso riscrive anche come:

$$RMG = p(q)\left[\frac{dp}{dq} * \frac{q}{p} + 1\right] = p(q)\left[\frac{1}{e} + 1\right] = p(q)\left[1 - \frac{1}{|e|}\right]$$

e = elasticità della domanda rispetto al prezzo che è sempre negativa
Il **ricavo medio sarà uguale al prezzo**:

$$RME = \frac{RT}{q} = \frac{p(q) * q}{q} = p(q)$$

Il profitto varia a seconda se lo scrivo in funzione di q o in funzione di p:

$$\pi(q) = RT(q) - CT(q) = p(q) * q - c(q)$$
$$\pi(p) = D(p) * p - c(D(p))$$

Per ora ragioniamo sul profitto in funzione della quantità:

$$\max \pi(q) = \frac{d\pi(q)}{dq} = p'(q) * q + p(q) - c'(q) = RMG - CMG = 0$$

Quindi anche in monopolio, **RMG = CMG:**

$$p(q)\left[1 - \frac{1}{|e|}\right] = CMG$$

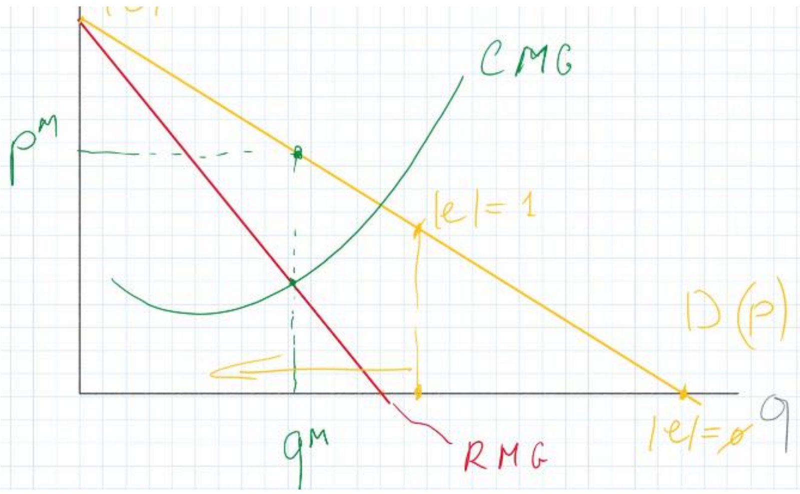
Da cui segue che

$$\frac{p - CMG}{p} = \frac{1}{|e|}$$

Che corrisponde all'**indice di markup o indice di Lerner**, ovvero il ricarico che il monopolista applica sul costo marginale, normalizzato al prezzo che deve essere uguale al reciproco dell'elasticità della domanda rispetto al prezzo.
Più è elevata l'elasticità della domanda (se gli acquirenti sono molto sensibili a variazioni di prezzo), più il markup sarà basso.
In concorrenza perfetta l'indice di markup sarebbe uguale a zero, per essere nulla l'elasticità deve tendere ad infinito (1 centesimo per perdere tutta la domanda, o 1 centesimo per far venire tutti da me)
Tanto più è elevato l'indice di Lerner, tanto più potente è il potere dell'impresa sul mercato.

Analisi sul ricavo marginale

Se ho $|e| < 1 \rightarrow \left[1 - \frac{1}{|e|}\right] < 0$, mi troverei in una situazione in cui per avere **RMG = CMG** devo produrre una quantità tale da avere un ricavo marginale negativo, non possibile dato che il CMG non può essere nullo.
Quindi non si può operare nel caso $|e| < 1$



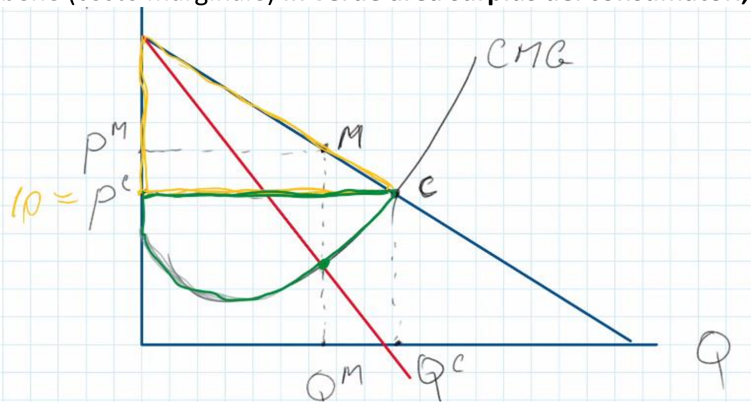
La pendenza del ricavo marginale è il **doppio** rispetto alla pendenza della curva di domanda.

Confronto tra monopolio e concorrenza perfetta

Ipotizziamo che la curva marginale del monopolista sia approssimativamente uguale alla somma delle curve di costo marginale di N imprese che operano in condizioni perfettamente concorrenziali.
Le curve di costo marginale delle singole imprese in concorrenza perfetta individuano la curva di offerta dell'industria, fissando il prezzo a p^c e la quantità a Q^c. (nel caso del monopolio non c'è una curva di offerta)
Possiamo notare così la differenza tra i due diversi punti di equilibrio, per cui in monopolio i prezzi sono più alti, mentre la quantità è minore rispetto alla concorrenza perfetta.
Per gli acquirenti il monopolio non è desiderabile perché si pagherebbe di più rispetto alla concorrenza perfetta, per questo c'è sempre un'autorità politica (antitrust) che interviene per controllare che i prezzi non siano troppo elevati.

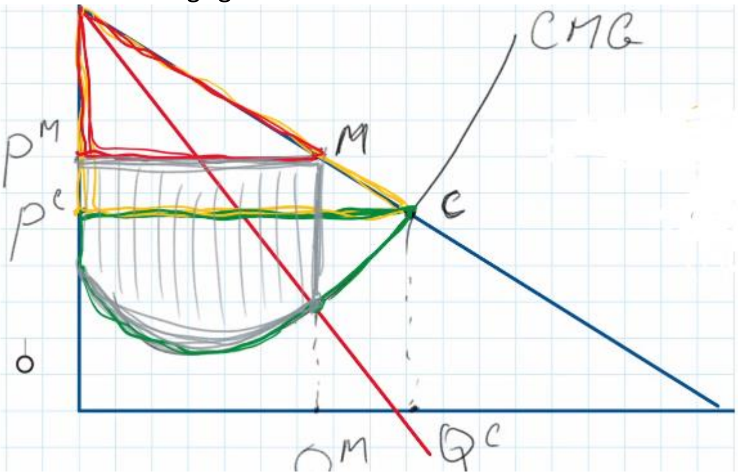
Il monopolio non è complessivamente efficiente, e con efficienza si intende il concetto di **efficienza paretiana**.
Una situazione è efficiente nel senso di Pareto se non è dominata da nessun'altra situazione.
Se ho due situazioni possibili S_1 ed S_2, dirò che S_1 domina S_2 se è possibile migliorare la posizione di qualcuno senza peggiorare quella di qualcun altro. (dati 100 soggetti, esiste almeno uno che preferisce S_1 ad S_2, ma nessuno che preferisce S_2 ad S_1) questa situazione non è efficiente secondo pareto.

In caso di concorrenza perfetta il surplus dei produttori è dato dalla differenza tra il prezzo che incassano per ogni unità di bene e il prezzo più basso al quale ciascun produttore sarebbe stato disposto a vendere ogni sua unità di bene (costo marginale) **In verde area surplus dei consumatori, in giallo area surplus consumatori**



La somma dei due surplus definisce il **benessere sociale** (Social Welfare) che viene usato come indicatore di base nell'analisi economica per individuare l'efficienza di una situazione di equilibrio.

In monopolio il surplus dei consumatori si riduce, mentre il surplus del produttore in condizione di monopolio diventa la zona grigia.



Possiamo dunque notare che **il benessere sociale** è **inferiore** in condizione di **monopolio**.
La differenza tra i due benesseri sociali prende il nome di **perdita netta di monopolio** (Deadweight loss)
Rifacendosi al concetto di ottimo paretiano, questo non è inefficiente perché si riduce il surplus dei consumatori, ma perché c'è un'area sprecata e non sfruttata.
I monopolisti cercano di prendersi il surplus del produttore e l'area non sfruttata, risultando in una situazione efficiente dal punto di vista paretiana.
Le imprese che fanno investimenti in ricerca e sviluppo e introducono nuovi prodotti, hanno la possibilità di proteggere le innovazioni attraverso i brevetti (in modo che altre imprese non la copino) per una determinata durata di tempo, mantenendo i profitti di monopolio.

Problemi di discriminazione di prezzo

Si parla di discriminazione di prezzo quando un'impresa vende lo stesso bene a prezzi diversi ad acquirenti diversi o in base alla quantità di bene che viene acquistata. (non in base al servizio offerto (viaggio in treno in classe base o premium), ma quando tra beni simili il rapporto prezzo, costo marginale è diverso)

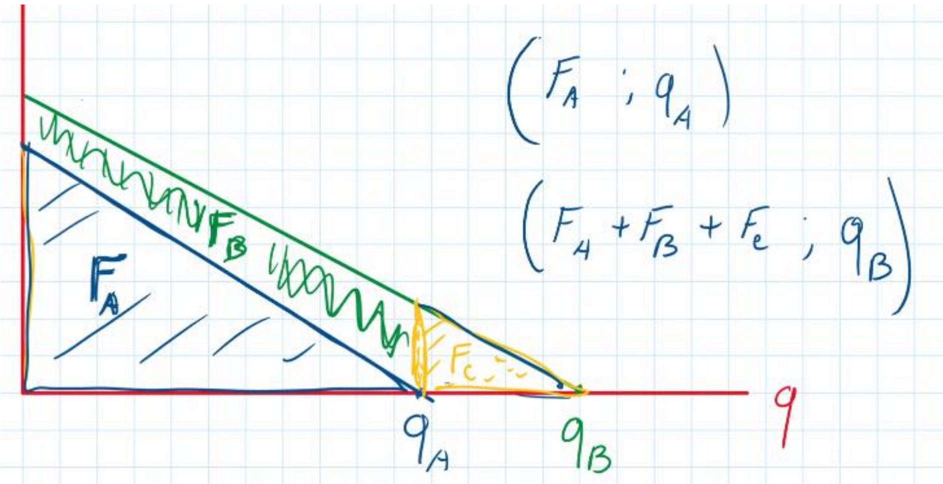
$$\frac{P_1}{CMG_1} \neq \frac{P_2}{CMG_2}$$

Discriminazione intertemporale: prezzo differente con il passare del tempo (esempio telefono che dopo tot mesi, costa meno)
Le imprese fanno discriminazione di prezzo per aumentare i propri profitti.
I fattori che consentono la discriminazione devono essere dipendenti dalla modalità di fruizione del bene (prezzo dell'energia elettrica differente tra giorno e notte).
Affinché la discriminazione di prezzo funzioni, deve essere impossibile ad un soggetto terzo, rivendere il prodotto acquistato ad un prezzo basso, ad un prezzo più alto.

I principali tipi di discriminazione si dividono in tre tipi:
- **1° tipo (discriminazione perfetta)**: Il monopolista vende ciascuna unità di bene al prezzo massimo alla quale gli acquirenti sarebbero disposti ad acquistare ciascuna unità di bene. (alta conoscenza della funzione di domanda)
Tale discriminazione può essere sia **interpersonale** (distinguo tra persone diverse), sia **intrapersonale** (stesso acquirente che paga prezzi diversi a seconda della quantità acquistata)
Solo da manuale, difficilmente applicabile nella realtà.
- **2° tipo**: Il prezzo del bene dipende dalla quantità acquistata e non dipende dalla persona.

$$\boldsymbol{T(q) = F + p * q}$$

Tariffa composta da una parte fissa e una parte variabile, con il prezzo per unità che scende in base alla quantità
Il monopolista non conoscere la domanda di ogni persona, quindi propone diverse offerte a cui sarà l'utente a scegliere. (**autoselezione dei consumatori**)



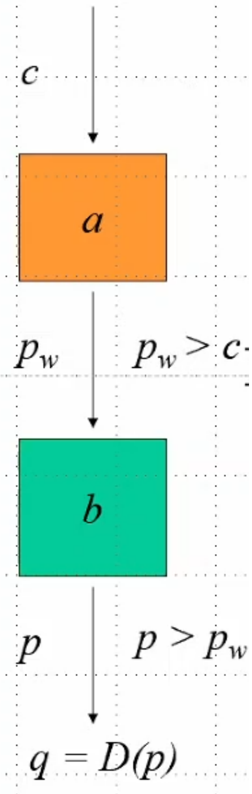
Se propongo due tariffe in questo modo, la tariffa per q_B non verrà mai utilizzata perché costerebbe troppo.
Se invece offro una proposta $(\boldsymbol{F_A + F_C - \varepsilon; q_B})$**,** l'utente q_B tenderà a scegliere questa perché gli conviene di più.
Nella prima tariffa, il profitto del monopolista sarà pari a $\boldsymbol{F_A + F_A}$**,** mentre nella seconda sarà pari a $\boldsymbol{F_A + F_A + F_C - \varepsilon}$**,** che è maggiore del primo profitto.

- **3° tipo**: Prezzi diversi a gruppi di acquirenti diversi e separabili, in cui non è possibile l'arbitraggio (acquisto a meno e vendo ad un prezzo maggiorato) ad esempio, con una tessera nei negozi.

Tutto ciò si può fare nel caso il bene non possa essere conservato e rivenduto (ad esempio la corrente elettrica, che viene prodotta e usata, le vacanze che vengono pagate a prezzi diversi a seconda del periodo, l'ingresso sui mezzi pubblici attraverso le tessere). **Esempio dimostrazione su one note**

Relazioni Verticali

In un'economia sviluppata qualsiasi impresa utilizza input "provenienti" da altre imprese. (relazioni tra imprese) ad esempio aziende di processori che vendono i propri input per le aziende che producono telefoni.
Molte transazioni hanno luogo tra imprese che si trovano a monte e a valle nell'ambito di un certo processo produttivo.



Ipotesi: l'impresa **a** opera in condizioni di monopolio e vende all'impresa **b** al prezzo $\boldsymbol{p_w}$.
L'impresa **a** a monte produce un bene intermedio ad un costo unitario costante **c**
Acquistando il bene, l'impresa b consegue il monopolio di una tecnologia di trasformazione di una unità del bene intermedio prodotto da **a** in una unità di output prodotte da **b** e si suppone che la trasformazione non comporti costi.

L'impresa a siccome opera in condizioni di monopolio, deve fissare il prezzo di rivendita e per farlo, farà markup sui costi c, quindi venderà ad un prezzo $\boldsymbol{p_w > c}$.
L'impresa b compra a $\boldsymbol{p_w}$ e vende ad un prezzo $\boldsymbol{p > p_w}$.
Con queste operazioni, abbiamo una **doppia marginalizzazione** sul costo poiché ognuno dei due fa markup, entrambi i prezzi verranno scelti con l'obiettivo di massimizzare i rispettivi profitti in base ai prezzi:

$$\max_{p_w}(p_w - c) * D(p) \quad per\ l'impresa\ a$$
$$\max_{p}(p - p_w) * D(p) \quad per\ l'impresa\ b$$

Per le ipotesi che abbiamo fatto, la quantità q è la stessa, sia la quantità venduta dall'impresa "a valle" b che quella venduta dall'impresa "a monte" a, infatti si è ipotizzata una tecnologia di trasformazione di una unità del bene intermedio prodotto da a in una unità di output prodotto da b (trasformazione 1 a 1), di conseguenza le decisioni di b relative al prezzo p influenzano il livello di profitto conseguito da a:

$$\pi_a = (p_w - c) * D(p)$$

Essendo $\boldsymbol{p_w > c}$, ogni decisione presa da b che influenzi la domanda del bene venduto da b genera una variazione della domanda del bene venduto da a e quindi, una variazione di profitto per l'impresa a.
Ciò detto può essere spiegato meglio con il concetto di **esternalità verticale,** ovvero le decisioni prese dall'impresa "a valle" influenzano il livello di profitti dell'impresa "a monte". (possono generare sia effetti positivi incentivandoli che negativi tassandoli se possibile)

Per esaminare le conseguenze dell'esternalità verticale è necessario confrontare due situazioni:
- **Imprese indipendenti:** ciascuna impresa considera esclusivamente il proprio profitto in cui quindi qualsiasi impresa ragiona indipendentemente dall'altra.

Per risolvere questo tipo di problema parto dall'alto e poi scendo verso il basso.
Ulteriore ipotesi, supponiamo che $\boldsymbol{q = D(p) = 1 - p \quad con\ c < 1}$.
Problema decisionale impresa b:

$$\max_{p}\ \pi_b = (p - p_w) * (1 - p) = \frac{\partial \pi_b}{\partial p} = 1 - 2p + p_w = 0$$

Da cui, svolgendo i calcoli:

$$p = \frac{1 + p_w}{2}; \qquad q = \frac{1 - p_w}{2}$$

Per cui:

$$\pi_b = \left(\frac{1 - p_w}{2}\right)^2$$

Problema decisionale impresa a dove q è la quantità prodotta dall'impresa b**:**

$$\max_{p_w}\ \pi_a = (p_w - c)q = \frac{\partial \pi_a}{\partial p_w} = \frac{1}{2}(1 - 2p_w + c) = 0$$

Da cui, svolgendo i calcoli:

$$p_w = \frac{1 + c}{2}; \qquad q = \frac{1 - p_w}{2} = \frac{1 - c}{4} \quad ; p = \frac{1 + p_w}{2} = \frac{3 + c}{4}$$

Per cui:

$$\pi_a = (p_w - c)q = \frac{(1 - c)^2}{8}; \qquad \pi_b = \left(\frac{1 - p_w}{2}\right)^2 = \frac{(1 - c)^2}{16}$$

- **Struttura verticale integrata:** controllo decisionale completamente centralizzato (ad esempio, l'impresa a assorbe l'impresa b conseguendo il pieno controllo decisionale sull'intera struttura verticale) in cui a e b rappresentano un'unica impresa che può anche sfociare in una fusione tra aziende (**orizzontale** (fiat compra alfa romeo), **verticale** (fiat compra un produttore di pneumatici).

$$\max_{p}\ \pi_{int} = (p - c) * D(p) = (p - c)(1 - p)$$
$$\frac{\partial \pi_{int}}{\partial p} = 1 - 2p + c = 0$$

Da cui, svolgendo i calcoli:

$$p = \frac{1 + c}{2}$$

Per cui:

$$\pi_{int} = \left(\frac{1 + c}{2} - c\right)\left(1 - \frac{1 + c}{2}\right) = \frac{(1 - c)^2}{4}$$

In questo caso non si ha la doppia marginalizzazione.

Se confronto le due situazioni, noto che **il prezzo della struttura non integrata è maggiore del prezzo della struttura integrata**, mentre il **profitto è maggiore nella struttura integrata che in quella non integrata**.

Le conseguenze prodotte dall'esternalità verticale che si manifesta nel caso di **struttura non integrata** (imprese indipendenti) **sono negative**, infatti la somma dei profitti conseguiti dalle imprese nel caso di struttura non integrata è minore del profitto conseguito dalla struttura integrata, ciò dipende dall'assenza di coordinamento fra imprese indipendenti che genera inefficienza poiché ciascuna impresa massimizza il proprio profitto senza tener conto del profitto dell'altra.
Ciascuna impresa fissa un prezzo troppo elevato rispetto a quello ottimo, in quanto aggiunge il proprio margine prezzo-costo ad ogni stadio della produzione.

Questi problemi si possono affrontare in due modi:
- **Modelli cooperativi**, **difficile da implementare** (le imprese si mettono d'accordo per spartirsi il profitto generale collettivo): la perdita di efficienza che si consegue nel caso di imprese indipendenti genera un incentivo al coordinamento delle decisioni in cui imprese con personalità giuridica autonoma stabiliscono relazioni e accordi reciproci (non regolati dal sistema dei prezzi) che ne condizionano il comportamento e permettono di conseguire il massimo benessere collettivo senza conseguire una relazione di tipo gerarchica.
- **Modelli conflittuali**: l'impresa in posizione dominante può rimuovere le conseguenze negative delle esternalità attraverso due scelte, **o attraverso l'integrazione verticale,** oppure **con restrizioni verticali** in cui l'impresa in posizione dominante condiziona il comportamento dell'altra impresa in modo da conseguire un profitto complessivo pari a quello che si avrebbe con una struttura verticale integrata.

Restrizioni verticali
L'impresa in posizione dominante impone restrizioni verticali (nella maggior parte dei casi, tramite vincoli contrattuali) in modo da fornire all'altra impresa gli incentivi opportuni affinché scelga le "azioni giuste" in modo che l'impresa a valle scelga quei livelli che massimizzano il profitto e che attuerebbe la struttura verticale integrata.
Le restrizioni verticali **sufficienti** permettono all'impresa a monte di conseguire un profitto complessivo pari a quello che si avrebbe qualora il controllo decisionale fosse completamente centralizzato, quindi pur non essendo proprietaria di entrambe, quella a monte riesce a riprodurre la struttura verticale integrata e a prendersi tutto il profitto.

Ipotesi di restrizioni verticali sufficienti: ambiente deterministico (non ci possono essere incertezze) ed informazione completa sulle funzioni di domanda e di costo (l'impresa in posizione dominante conosce le caratteristiche della domanda D(p) e la struttura dei costi dell'altra impresa)

Tipi di restrizioni verticali
Tariffa in due parti: L'impresa a monte (impresa a) impone all'impresa a valle (impresa b) la seguente tariffa in due parti:

$$\boldsymbol{T(q) = F + p_w q}$$

L'impresa a monte deve determinare **F** e $\boldsymbol{p_w}$ in modo da conseguire un livello di profitto pari a quello che otterrebbe una struttura verticale integrata (caratterizzata da controllo decisionale completamente centralizzato)

Funzionamento:
L'impresa a elimina la distorsione prodotta dalla doppia marginalizzazione fissando un prezzo marginale $\boldsymbol{p_w}$ pari al costo c (vendo al prezzo di costo), mentre l'impresa b fissa il prezzo p risolvendo:

$$\boldsymbol{\max_p \pi_b = (p - c) * D(p) - F}$$

Come si evince, F è ininfluente per la determinazione di p, io devo comunque massimizzare il mio profitto indipendentemente da F che poi andrò a sottrarre.
L'impresa b è incentivata dunque a scegliere il "prezzo giusto" (pari a quello che verrebbe fissato nel caso di struttura verticale integrata): $\boldsymbol{p = p_{int}}$ (evita la distorsione di prezzo)
Poiché l'impresa a conosce perfettamente le funzioni di domanda e di costo è in grado di determinare con precisione $\boldsymbol{\pi_{int}}$ e imporrà F uguale al profitto in modo che il profitto di b sia zero e vada tutto a sé (a).

$$\boldsymbol{T(q) = F + p_w q = \pi_{int} + cq}$$

$$\boldsymbol{\begin{cases} \pi_b = \pi_{int} - F = 0 \\ \pi_a = F = \pi_{int} \end{cases}}$$

Dunque, l'impresa a monte consegue il profitto della struttura integrata vendendo il bene intermedio a prezzo di costo; dopodiché si appropria completamente del profitto attraverso la parte fissa della tariffa.

Prezzo imposto: stipulo un contratto con l'impresa a valle imponendo il prezzo a cui essa debba vendere il bene.
Quantità imposta (molto usato nel mercato immobiliare): stipulo un contratto con l'impresa a valle imponendo la quantità di bene che essa debba vendere.

Teoria dei giochi

Oligopolio: grandi imprese che operano in concorrenza tra loro
Ci troviamo in un contesto, detto di **interazione strategica**, in cui le conseguenze delle scelte dell'impresa non dipendono solo dalle scelte dell'impresa stessa, ma anche dalle scelte delle altre imprese in concorrenza con essa.
La teoria dei giochi studia in modo analitico le strategie di interazione strategica nata nel 1944 con un libro da parte di Von Neumann e Morgenstern.
Il termine gioco è utilizzato per definire un generico contesto di scelta strategica, si possono distinguere tra **giochi cooperativi** in cui i giocatori possono comunicare e stabilire accordi vincolanti (regole) prima di iniziare a giocare (contrastati dall'anti-trust), oppure **giochi non cooperativi** in cui i giocatori scelgono le proprie strategie indipendentemente (non agiscono in modo concertato)
Il gioco cooperativo si può scrivere in due forme diverse:
- **Forma normale o strategica** in generale usata per i giochi statici, caratterizzata da tre elementi:
    1) Un insieme di giocatori $\boldsymbol{N} = \{\boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, \dots, \boldsymbol{n}\}$
    2) Un insieme di strategie pure (spazio delle strategie pure) $\boldsymbol{S_i}$ a disposizione di ciascun giocatore $\boldsymbol{i} \in \boldsymbol{N}$
        $\boldsymbol{s_i} \in \boldsymbol{S_i}$ indica una generica strategia pura
        $S = \boldsymbol{S_1}\ \boldsymbol{x}\ \boldsymbol{S_2}\ \boldsymbol{x} \dots \boldsymbol{x}\ \boldsymbol{S_n}$ indica l'insieme di tutte le possibili combinazioni di strategie pure
        $s = (\boldsymbol{s_1}, \boldsymbol{s_2}, \dots, \boldsymbol{s_n}) \in \boldsymbol{S}$ indica una generica combinazione di strategie pure
    3) Una funzione di payoff per ciascun giocatore i che associ alla combinazione di strategie scelte dai giocatori, un determinato payoff

I giocatori scelgono le loro strategie **simultaneamente** (è sufficiente che ciascun giocatore scelga la propria strategia senza conoscere la scelta dell'altro, non è importante l'arco temporale)
Un gioco G è caratterizzato da **informazione completa** se tutti i giocatori conoscono gli elementi che caratterizzano il gioco (il numero di giocatori, le strategie e il payoff).

- **Forma estesa** in generale usata per i giochi dinamici

Equilibrio di Nash

In generale, non tutti i giochi hanno una soluzione, ne possono esistere infinito oppure nessuno.
$\boldsymbol{s_{-i}}$ indica tutte le scelte degli altri giocatori tranne quella dell'i-esimo giocatore.
Una combinazione di strategie $\boldsymbol{s}^* = (\boldsymbol{s}_i^*, \boldsymbol{s}_{-i}^*)$ è un equilibrio di Nash se $\boldsymbol{u_i}(\boldsymbol{s}_i^*, \boldsymbol{s}_{-i}^*) \geq \boldsymbol{u_i}(\boldsymbol{s_i}, \boldsymbol{s}_{-i}^*)$ per ogni giocatore i e per ogni strategia ammissibile $\boldsymbol{s_i} \in \boldsymbol{S_i}$, ovvero se il payoff che il giocatore i consegue scegliendo $\boldsymbol{s}_i^*$**,** quando tutti gli altri giocatori hanno scelto $\boldsymbol{s}_{-i}^*$ è maggiore o uguale del payoff che il giocatore i conseguirebbe scegliendo una qualsiasi altra strategia possibile appartenente al suo insieme di strategia ammissibile.
Un equilibrio di Nash richiede che la strategia di ogni giocatore i sia ottimale rispetto alle strategie ottimali degli avversari.
Dal punto di vista matematico, l'equilibrio di Nash risolve il problema di $\max_{s_i \in S_i} \boldsymbol{u_i}(\boldsymbol{s_i}, \boldsymbol{s}_{-i}^*)$ massimizzare il payoff del giocatore i quando tutti gli altri giocatori hanno fatto la scelta migliore possibile, cioè per ogni giocatore i la strategia $\boldsymbol{s}_i^*$ è la migliore risposta del giocatore i alle strategie prescritte per gli altri n – 1 giocatori.
Nell'equilibrio di Nash nessun giocatore, preso singolarmente, desidera deviare dalla strategia prescritta dato che peggiorerebbe il proprio payoff
L'equilibrio di Nash è una predizione sull'esito del gioco strategicamente stabile o auto vincolante ed essa non è la soluzione migliore possibile per i giocatori (in generale), ma la migliore dal punto di vista individuale.

Teorema sull'esistenza dell'equilibrio di Nash

Ogni gioco finito ammette almeno un equilibrio di Nash (eventualmente in strategie miste)
Un gioco è **finito** se il numero dei giocatori è quello delle strategie pure è finito, altrimenti è infinito
Sia $\boldsymbol{S_i} \in (\boldsymbol{s_{i1}}, \boldsymbol{s_{i2}}, \dots, \boldsymbol{s_{ik}})$ l'insieme delle k strategie pure disponibili per il giocatore i.
Una **strategia mista** per il giocatore i è una distribuzione di probabilità $\boldsymbol{p_i} = (\boldsymbol{p_{i1}}, \boldsymbol{p_{i2}}, \dots, \boldsymbol{p_{ik}})$ con $0 \leq \boldsymbol{p_{iy}} \leq \boldsymbol{1}$**,** $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, \dots, \boldsymbol{k}$ e $\boldsymbol{p_{i1}} + \boldsymbol{p_{i2}}, + \cdots + \boldsymbol{p_{ik}} = \boldsymbol{1}$

Oligopolio

Il numero di imprese attive sul mercato è dato, come anche le tecnologie produttive poiché producono tutte lo stesso prodotto

Modello di Cournot (1838) variabile strategica quantità

Ipotesi:

1) $I = \{1,2, \dots, i, \dots, n\}$ insieme delle imprese che operano sul mercato
2) Prodotti omogenei
3) Domanda di mercato $Q = D(p)$ con $D' < 0; D'' \leq 0$
$\exists\, \bar{p} > 0 \mid D(p) = 0$ per $p \geq \bar{p}$

Posso avere una Curva di domanda inversa $p = P(Q)$ con $p' < 0; p'' \leq 0$ con $\boldsymbol{Q} = \sum_i \boldsymbol{q_i}$

4) Funzione di costo totale $C_i = c_i(q_i)$ con $c_i' > o;\ c_i'' \geq 0$
5) Le imprese decidono simultaneamente i livelli di produzione con $\boldsymbol{q_i}$ variabile strategica
6) Gli elementi precisati nelle ipotesi sono conoscenza comune
7) Il mercato fissa il prezzo in modo che la domanda sia uguale all'offerta

Funzione di payoff per le imprese:

$$\boldsymbol{\pi_i = p(Q) * q_i - c_i(q_i)} \quad \text{con i = 1, 2, …, n}$$

Date le ipotesi, la funzione di profitto è continua, differenziabile e concava e allora sono soddisfatte le condizioni per l'esistenza di un equilibrio di Nash e prende il nome di **equilibrio di Nash-Cournot:**
è un vettore $\boldsymbol{q^*} = (\boldsymbol{q_1^*, q_2^*, \dots, q_n^*})$ tale che $\boldsymbol{\pi_i(q_i^*, q_{i-1}^*)} \geq \boldsymbol{\pi_i(q_i, q_{i-1}^*)}$ per ogni impresa i e per ogni livello ammissibile di output e risolve il problema $\max_{q_i} \boldsymbol{\pi_i(q_i, q_{i-1}^*)}$ simultaneamente per ogni impresa i, in cui il livello di output $\boldsymbol{q_i^*}$ è la migliore risposta dell'impresa i alle strategie (livelli di output) prescritte per le altre n – 1 imprese, quindi:

- Nessuna impresa, presa singolarmente desidera deviare dalla strategia prescritta dall'equazione di Cournot
- L'equilibrio di Nash-Cournot è una predizione sull'esito del gioco strategicamente stabile (autovincolante)

Osservazione

Dal punto di vista delle imprese, l'equilibrio di Cournot non è efficiente nel senso di Pareto.

Determinazione dell'equilibrio di Cournot

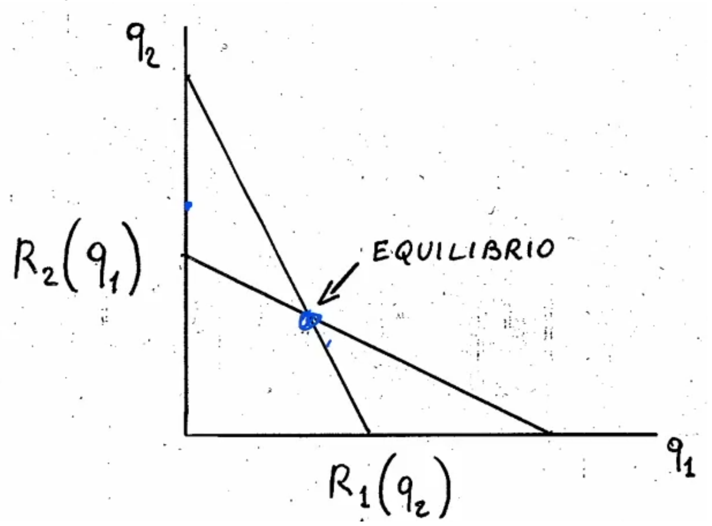
Soluzione simultanea degli n problemi decisionali $\max_{q_i} \boldsymbol{\pi_i = p(Q) * q_i - c_i(q_i)}$

Soluzione del sistema di equazioni definito dalle n condizioni del primo ordine:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0 \quad \text{con i = 1, 2, …, n}$$

Le condizioni del primo ordine definiscono implicitamente le funzioni di risposta ottima delle i imprese.
Il punto di equilibrio sarà dato dal punto di intersezione delle funzioni delle i imprese che corrisponde al vettore q*.
Se le imprese dispongono della stessa tecnologia produttiva l'equilibrio è simmetrico (producono tutti la stessa quantità).

Esempio



La condizione del primo ordine può essere riscritta anche come (evidenziando il prezzo):

$$\boldsymbol{p(Q)}\left[\mathbf{1}-\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{p(Q)}} * \frac{\partial \boldsymbol{p(Q)}}{\partial \boldsymbol{q_i}} * \boldsymbol{q_i} * \frac{Q}{Q}\right]-\frac{\partial \boldsymbol{c_i(q_i)}}{\partial \boldsymbol{q_i}}=0$$

Posso dire che:

$\frac{q_i}{Q} = \boldsymbol{s_i}$ quota di mercato impresa i (market share)

$$\frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{p(Q)}} * \frac{\partial \boldsymbol{p(Q)}}{\partial \boldsymbol{q_i}} = \frac{1}{e}$$

Riscrivendo la condizione come:

$$\boldsymbol{p(Q)}\left[\mathbf{1}-\frac{\boldsymbol{s_i}}{|\boldsymbol{e}|}\right]-\boldsymbol{c'(q_i)}=0$$

Da cui segue che:

$$\frac{\boldsymbol{p(Q)}-\boldsymbol{c'(q_i)}}{\boldsymbol{p(Q)}}=\frac{\boldsymbol{s_i}}{|\boldsymbol{e}|}$$

Dunque, le imprese in condizione di oligopolio fanno markup sul costo marginale, a differenza della concorrenza perfetta e in modo simile al monopolio.

Se la quota di mercato fosse uguale ad 1, ho il markup uguale al monopolio; se invece tende a zero tendiamo alla concorrenza perfetta in cui il prezzo tende al costo marginale.

Modello di Bertrand (1883) variabile strategica prezzo

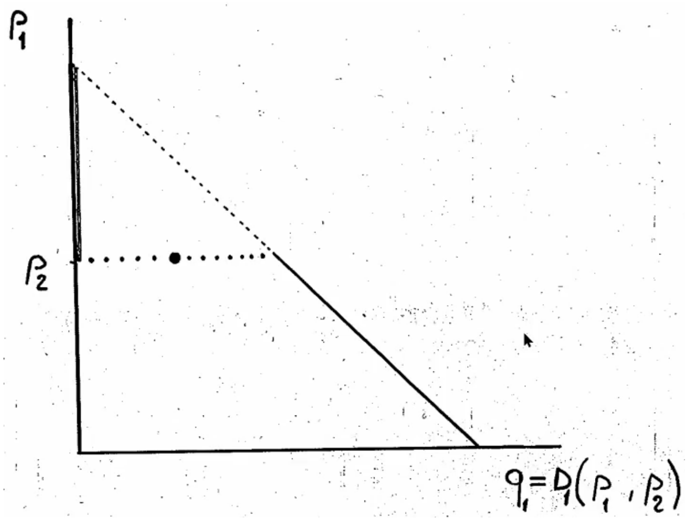
Le imprese non si fanno concorrenza attraverso variazioni dei livelli di output, ma attraverso variazioni di prezzo
Mentre nel livello di Cournout prevede la coesistenza di imprese che hanno diversi livelli di costi, in Bertrand ciò sarebbe impossibile, dato che l'impresa tende a essere molto aggressiva con le rivali (quasi a espellerle dal mercato)

Ipotesi:

1) I = {1,2}   2 imprese attive
2) Prodotti omogenei
3) Domanda di mercato $Q = D(p)$ con $D' < 0; D'' \leq 0$
   $\exists\, \bar{p} > 0 \mid D(p) = 0$ per $p \geq \bar{p}$

Le prime due ipotesi consentono di derivare la curva di domanda di una singola impresa in funzione dei prezzi praticati da entrambe:

$$\boldsymbol{D_1(p_1, p_2)} = \begin{cases} \boldsymbol{D(p_1)} & \boldsymbol{se\ p_1 < p_2} \\ \dfrac{\boldsymbol{D(p_1)}}{\mathbf{2}} & \boldsymbol{se\ p_1 = p_2 = p} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{se\ p_1 > p_2} \end{cases}$$



4) Funzione di costo totale:

$$\boldsymbol{C_i} = \boldsymbol{c_i(q_i)} = \begin{cases} \boldsymbol{F + cq_i} & \boldsymbol{se\ 0 \leq q_i \leq k_i} \\ \infty & \boldsymbol{se\ q_i > k_i} \end{cases}$$

Porre uguale ad infinito sta ad indicare che io non posso produrre più di $\boldsymbol{k_i}$

5)Dimensione d'impresa $\boldsymbol{k_i} \geq \boldsymbol{D(c)}$

Si ipotizza che l'impresa non abbia problemi di capacità media, quindi le imprese sono in grado di coprire l'intera domanda di mercato, quindi giocano solo sul prezzo e non sulla quantità.

6) Le imprese decidono "simultaneamente" il livello dei prezzi:

p_i variabile strategica
$p_i \in S_i = [c, \bar{p}]$
S_i spazio delle strategie ammissibili per l'impresa i
7) Gli elementi precisati nelle ipotesi sono conoscenza comune
8) Dati i prezzi scelti dalle imprese la domanda di mercato viene allocata tra le due imprese in accordo con la funzione di domanda relativa alle singole imprese (specificata sopra)
Il mercato determina le quantità prodotte dalle due imprese

$$\boldsymbol{\pi_i = p_i D_i(p_i, p_j) - F - cD_i(p_i, p_j) = (p_i - c)D_i(p_i, p_j) - F}$$

Ricordandoci che la funzione di domanda è discontinua per $p_i = p_j$, quindi anche la funzione di profitto è discontinua. Non è possibile applicare dunque teoremi generali per provare l'esistenza di un equilibrio di Nash
Si procede considerando tutte le possibili coppie di prezzi che le imprese possono fissare nell'insieme $[c, \bar{p}]\ x[c, \bar{p}]$
Nella realtà io posso avere solo 4 casi possibili, per semplicità pongo F = 0:
1) $\boldsymbol{p_i = p_j > c}$
Non è in equilibrio infatti $\boldsymbol{\pi_i = (p_i - c)\frac{D(p_1)}{2}}$ quindi avrò solo metà domanda di mercato, se invece l'impresa i fissa il prezzo di un $\boldsymbol{\varepsilon}$ inferiore all'altra impresa, si prenderà tutta la domanda di mercato, con un profitto quasi doppio rispetto a prima (**strategia di undercutting**):

$$\boldsymbol{\pi_i = (p_i - \varepsilon - c)D(p_i - \varepsilon)}$$

2) $\boldsymbol{p_i > p_j > c}$
Non è in equilibrio, infatti il profitto dell'impresa i sarebbe nullo dato che tutti andrebbero dall'altra impresa, come prima mi basta fare undercutting e abbassare di un $\boldsymbol{\varepsilon}$ il prezzo in modo che $\boldsymbol{p_i = p_j - \varepsilon}$ e ritornare al primo caso.
3)) $\boldsymbol{p_i > p_j = c}$
Non è in equilibrio, infatti il profitto è uguale a zero, di nuovo come nel secondo caso abbasso $\boldsymbol{p_j = p_i - \varepsilon = R_j(p_i)}$
4) $\boldsymbol{p_i = p_j = c}$
Unico caso di equilibrio, anche se paradossale in cui però le due imprese conseguono profitti nulli poiché se un'impresa riduce il prezzo ottiene l'intera domanda, ma consegue profitti negativi.
Se invece alza il prezzo esce dal mercato, dunque l'unico equilibrio di Nash lo abbiamo in corrispondenza di:

$$\boldsymbol{p_i^* = p_j^* = c}$$

$$\boldsymbol{\pi_i(p_i^*, p_j^*) \geq \pi_i(p_i, p_j^*)}$$

Quindi nessuna delle due imprese ha interesse a deviare unilateralmente dalla strategia prescritta dall'equilibrio di Bertrand.
L'equilibrio di Nash-Bertrand è una predizione sull'esito del gioco strategicamente stabile (auto vincolante)
2 è un numero sufficientemente grande per la concorrenza
Elemento chiave delle strategie di undercutting: Riduzione del prezzo sotto quello del rivale dato che ho un incremento molto sensibile della domanda, ma l'impresa deve essere in grado di far fronte a tale incremento con una rapida espansione dell'offerta.
Domanda e offerta di ciascuna impresa infinitamente elastiche in un intorno di $\boldsymbol{p_i = p_j}$

Dunque, nel modello di Bertrand ciascuna impresa, cerca di anticipare la strategia di undercutting della rivale, ma abbiamo un problema di "convivenza" per le imprese, aspetto essenziale della competizione oligopolistica.
Dal punto di vista delle imprese l'equilibrio di Bertrand non è efficiente nel senso di Pareto.

Rappresentazione in forma estesa

Siccome il gioco è dinamico, una volta che ho definito l'insieme dei giocatori, devo anche specificare l'ordine delle mosse del gioco (chi muove e quando). A livello didattico può essere rappresentato tramite un albero che rappresenta tutte le possibilità in cui ciascun giocatore, quando gioca, sa cosa è successo prima.
Insieme informativo: non so in quale nodo mi trovo; se esso è formato da un solo nodo il gioco è **sequenziale puro**, mentre se è formato da più nodi ho due stadi decisionali, in cui si decide simultaneamente in ogni stadio.
Devo essere in grado di associare un payoff a ciascuna foglia finale dell'albero.
Una **strategia** è un piano completo di azioni.
Un gioco G è caratterizzato da **informazione perfetta** se ogni insieme di informazione è costituito da un singolo nodo (quindi ogni giocatore sa sempre cosa è successo prima di effettuare una mossa)

Backward induction (equilibrio perfetto di Nash nei sotto giochi): Devo immaginare gli scenari possibili e partire dal basso dell'albero per poi risalire.

Un equilibrio di Nash è perfetto nei sotto giochi se le strategie dei giocatori costituiscono un equilibrio di Nash in ogni sotto gioco.
Un equilibrio perfetto nei sotto giochi aggiunge alla nozione di equilibrio di Nash il requisito che la strategia di ogni giocatore i sia ottimale rispetto a ciò che fanno gli altri anche in ogni sotto gioco proprio.

Algoritmo: parto dalla fine, taglio l'ultimo pezzo e ci piazzo il payoff che sceglierei accorciando il gioco, così a ritroso fino all'inizio ottenendo così il percorso. (procedo con le tecniche viste ad algoritmi di risoluzione di un albero)

Modello di Stackelberg (simile a Cournot, ma differisce l'ipotesi 5)

Ipotesi:
1) $I = \{1,2\}$ 2 imprese attive
2) Prodotti omogenei
3) Domanda di mercato $Q = D(p)$ con $D' < 0; D'' \leq 0$
$\exists\, \bar{p} > 0 \mid D(p) = 0$ per $p \geq \bar{p}$
Posso avere una Curva di domanda inversa $p = P(Q)$ con $p' < 0; p'' \leq 0$ con $\boldsymbol{Q} = \sum_{\boldsymbol{i}} \boldsymbol{q_i}$
4) Funzione di costo totale $C_i = c_i(q_i)$ con $c_i' > o;\ c_i'' \geq 0$
5) **Timing:** in t_0 l'impresa 1 (Leader) sceglie un livello di output q_1; in t_1 l'impresa 2 (Follower) sceglie un livello di output q_2 dopo aver osservato q_1.
Sarà l'impresa 1 in posizione di vantaggio poiché siccome anticipa il comportamento dell'impresa 2 è in grado di fare una scelta migliore che condiziona anche la seconda impresa.
6) Gli elementi precisati nelle ipotesi sono conoscenza comune
7) Dato $Q = q_1 + q_2$ il mercato fissa il prezzo in modo che la domanda sia uguale all'offerta
$\boldsymbol{\pi_i = p(Q) * q_i - c_i(q_i)}$ con i = 1, 2, ..., n
Date le ipotesi, la funzione di profitto è continua, differenziabile e concava.
Rispetto al modello di Cournot è diverso il timing del gioco, dunque è diversa la struttura informatica del gioco.

Determinazione dell'equilibrio di Stackelberg

Inizio risolvendo il problema decisionale del Follower
$$\max_{\boldsymbol{q_F}} \boldsymbol{\pi_F = p(Q) * q_F - c_F(q_F)}$$
$$\frac{\partial \boldsymbol{\pi_F}}{\partial \boldsymbol{q_F}} = \frac{\partial \boldsymbol{p(Q)}}{\partial \boldsymbol{q_F}} \boldsymbol{q_F} + \boldsymbol{p(Q)} - \frac{\partial \boldsymbol{c_F(q_F)}}{\partial \boldsymbol{q_F}} = 0$$
La condizione del primo ordine definisce implicitamente la funzione di risposta ottima del follower:
$$\boldsymbol{q_F = R_F(q_L)}$$
A questo punto, il problema decisionale del Leader può essere formulato nel modo seguente:
$$\max_{\boldsymbol{q_L}} \boldsymbol{\pi_L = p(q_L + R_F(q_L)) * q_L - c_L(q_L)}$$
Risolvendo si determina le soluzioni ottime.