Esercizi Microeconomia

Esercizio 1

a) Consideriamo un'impresa caratterizzata dalla seguente funzione di produzione: $q = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_2 - 2}$. Determinare una combinazione ottima x_1 e x_2 quando $q = 40$ e i prezzi degli input sono $w_1 = w_2 = 4$.

Soluzione Determino le produttività marginali PMG_1 e PMG_2.

$$PMG_1 = \frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\sqrt{x_2 - 2}}{\sqrt{x_1}} \qquad PMG_2 = \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2 - 2}}$$

Definisco ora il Saggio Marginale Tecnico di Sostituzione

$$|STS_{21}| = \frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{x_2 - 2}{x_1}$$

Per $q = 40$ e $w_1 = w_2 = 4$, sostituendo alla funzione di produzione, ottengo $40 = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_2 - 2}$.

$$STS_{21} = \frac{w_1}{w_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{x_2 - 2}{x_1} = 1 \quad \Rightarrow \quad x_2 - 2 = x_1$$

Dalla funzione di produzione, sostituendo:

$$40 = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_1} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x_1^* = 20 \\ x_2^* = 22 \end{cases}$$

che è combinazione ottima.

b) Si assuma ora che l'impresa sia libera di scegliere q ma sia vincolata a un livello del fattore 2 pari a 6, ovvero $x_2 = 6$ (con $w_1 = w_2 = 4$). Determinare il livello ottimale dell'impiego 1 (x_1) in funzione del prezzo dell'output p.

Soluzione 1 Se $x_2 = 6$, allora la funzione di produzione sarà $q = 4\sqrt{x_1}$. Per la produttività marginale in valore, $p \cdot PMG_1 = w_1$.
Da tale relazione:

$$p \cdot PMG_1 = 4 \quad \text{con} \quad PMG_1 = \frac{2}{\sqrt{x_1}} \quad \Rightarrow \quad p \cdot \frac{2}{\sqrt{x_1}} = 4 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{p^2}{4}.$$

Soluzione 2 Considero il profitto $\Pi = p \cdot q - \sum_i w_i x_i$. Sostituendo gli opportuni valori, ottengo: $\Pi = p \cdot 4\sqrt{x_1} - 24 - 4x_1$. Determino il massimo rispetto a x_1:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = p \cdot 2(x_1)^{-\frac{1}{2}} - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = \frac{1}{4}p^2.$$

Esercizio 2 Data la funzione $C(q) = q^3 - 4q^2 + 10q + 150$, determinare CMG, CME, $CFME$, $CVME$.

Soluzione Considero $C(q) = \underbrace{q^3 - 4q^2 + 10q}_{Cv(q)} + \underbrace{150}_{F}$.

Costo marginale: $CMG = Cv'(q) = 3q^2 - 8q + 10$.

Costo medio: $CME = \frac{F}{q} + \frac{Cv(q)}{q} = \underbrace{q^2 - 4q + 10}_{CVME} + \underbrace{\frac{150}{q}}_{CFME}$.

Costo variabile medio: $CVME = \frac{Cv(q)}{q} = q^2 - 4q + 10$.

Costo fisso medio: $CFME = \frac{F}{q} = \frac{150}{q}$.

Se volessimo determinare il punto minimo di $CVME$, allora:

$$\frac{dCVME}{dq} = 2q - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad q = 2$$

$$\Rightarrow CVME(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 10 = 6$$

$$\Rightarrow CMG(2) = 3 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + 10 = 6$$

Mentre il punto di minimo di CME:

$$\frac{\mathrm{d}CME}{\mathrm{d}q} = 2q - 4 - \frac{150}{q^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad q = 5$$

$$\Rightarrow CME(5) = 45$$

$$\Rightarrow CMG(5) = 45$$

Esercizio 3 Consideriamo un'impresa caratterizzata dalla seguente funzione di produzione: $q = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$. Determinare:

a) Una combinazione ottima x_1 e x_2 con $c = 100$ (costo).

Soluzione Determino le produttività marginali PMG_1 e PMG_2.

$$PMG_1 = \frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{1}{2} x_2^{\frac{1}{2}} x_1^{-\frac{1}{2}} \qquad PMG_2 = \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{1}{2} x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{-\frac{1}{2}}$$

Considerando il Saggio Marginale Tecnico di Sostituzione

$$|STS_{21}| = \left| \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} \right| = \frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{w_1}{w_2}$$

stabilisco il sistema

$$\begin{cases} |STS| = \frac{x_2}{x_1} = \frac{w_1}{w_2} \\ 100 = w_1 x_1 + w_2 x_2 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x_1^* = \frac{50}{w_1} \\ x_2^* = \frac{50}{w_2} \end{cases}$$

che è combinazione ottima.

b) Individuare il sentiero di espansione di produzione dell'impresa.

Soluzione Dalla prima equazione del precedente sistema

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{w_1}{w_2} \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{w_1}{w_2} x_1.$$

Tale equazione lega x_1 e x_2 sfruttando la condizione di tangenza tra isoquanti e isocosti.

c) Determinare il costo totale, medio e marginale di lungo periodo.

Soluzione Dobbiamo inizialmente definire la funzione di costo $C = c(q)$. Considerando un sistema con la funzione di produzione $q = \sqrt{x_1 x_2}$:

$$\begin{cases} q = \sqrt{x_1 x_2} \\ \frac{x_2}{x_1} = \frac{w_1}{w_2} \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x_1 = q \cdot \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{\frac{1}{2}} \\ x_2 = q \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

Essendo in una situazione di lungo periodo:

$$C_L = w_1 q \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{\frac{1}{2}} + w_2 q \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{\frac{1}{2}} = q\sqrt{w_1^2 \frac{w_2}{w_1}} + q\sqrt{w_2^2 \frac{w_1}{w_2}} = 2q\sqrt{w_1 w_2}$$

$$\Rightarrow CMG_L = 2\sqrt{w_1 w_2} \qquad CME_L = 2\sqrt{w_1 w_2}$$

d) Determinare il costo totale, medio e marginale di breve periodo per $q = \sqrt{x_1 x_2}$ con $x_1 = 4$.

Soluzione In tal caso $C(q) = F + cv(q)$ ove $F = 4 \cdot \overline{w}_1$.
Per $Cv(q)$ sostituisco in q il valore di x_1 e ottengo $q = 2x_2^{\frac{1}{2}}$. Segue che: $x_2 = \frac{q^2}{4} \Rightarrow w_2 \cdot \frac{q^2}{4}$.
$\Rightarrow C(q) = 4 \cdot \overline{w}_1 + w_2 \frac{q^2}{4}$.

$CME_B = \frac{C(q)}{q} = \underbrace{\frac{4w_1}{q}}_{\frac{F}{q}} + \underbrace{\frac{w_2}{4}q}_{\frac{cv(q)}{q}}$

$CMG_B = \frac{w_2}{2} q$.

Esercizio 4 Consideriamo un'impresa caratterizzata dalla seguente funzione di produzione $q = x_1 x_2^{\frac{1}{2}}$. Determinare:

a) Una combinazione ottima x_1 e x_2 con $q = 2000$ (output).

Soluzione Determino le produttività marginali PMG_1 e PMG_2.

$$PMG_1 = x_2^{\frac{1}{2}} \qquad PMG_2 = \frac{1}{2} x_1 x_2^{-\frac{1}{2}}$$

Considerando STS si ha:

$$\begin{cases} |STS_{2,1}| = \frac{2x_2}{x_1} = \frac{w_1}{w_2} \\ 2000 = x_1 x_2^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x_1^* = 200 \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{\frac{1}{3}} \\ x_2^* = 100 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

b) Determinare il costo totale, medio e marginale in una situazione di lungo periodo con $w_1 = 16$ e $w_2 = 1$.

Soluzione Avendo w_1 e w_2, si determina $STS = \frac{2x_2}{x_1} = \frac{w_1}{w_2} = 16$. Si impone il sistema per cui:

$$\begin{cases} \frac{2x_2}{x_1} = 16 \\ q = x_1 x_2^{\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} q^{\frac{2}{3}} \\ x_2 = 4q^{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

Definisco ora la funzione di costo $C_L = w_1 x_1 + w_2 x_2 = 16x_1 + x_2 = 12q^{\frac{2}{3}}$ con

$$CME_L = \frac{12}{q^{\frac{1}{3}}} \qquad CMG_L = \frac{8}{q^{\frac{1}{3}}}.$$

Esercizio 5 Consideriamo un'impresa caratterizzata dalla seguente funzione di produzione $q = 20\sqrt{x}$. Si ha un costo impianto pari a 1.100.000, $w = 20.000$ e $p = 10.000$, $p = 10.000$ e $p = 6.000$ in tre periodi, tasso $r = 10\%$. Alla fine del terzo anno l'impianto diventa inservibile. Decidere se comprare o meno l'impianto produttivo.

Soluzione Si determina la produttività marginale $PMG = \frac{1}{2} 20x^{-\frac{1}{2}} = 10x^{-\frac{1}{2}}$.
Per la produttività marginale in valore:

$$p \cdot PMG = 10.000 \cdot 10x^{-\frac{1}{2}} = 100.000x^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow 100.000x^{-\frac{1}{2}} = 20.000 \Rightarrow x^* = 25.$$

Possiamo quindi determinare $q^* = 20\sqrt{25} = 100$.
Il profitto: $\Pi = \overbrace{10.000}^{p} \cdot \overbrace{100}^{q} - \overbrace{20.000}^{w} \cdot \overbrace{25}^{x} = 500.000 \quad \Rightarrow \quad \Pi_1 = \Pi_2 = 500.000$ (primo e secondo periodo).
Nel terzo periodo invece:

$$p \cdot PMG = 6.000 \cdot 10x^{-\frac{1}{2}} = 60.000x^{-\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad 60.000x^{-\frac{1}{2}} = 20.000 \quad \Rightarrow \quad x^* = 9 \text{ e } q^* = 20\sqrt{9} = 60.$$

Il profitto: $\Pi = 6.000 \cdot 60 - 20.000 \cdot 9 = 180.000 \quad \Rightarrow \quad \Pi_3 = 180.000$ (terzo periodo).
Segue che:

$$\frac{500.000}{(1 + 0,10)} + \frac{500.000}{(1 + 0,10)^2} + \frac{180.000}{(1 + 0,10)^3} = 1.003.005,259$$

Poiché l'importo è inferiore all'investimento iniziale, non conviene comprare l'impianto produttivo.

Esercizio 6 Si consideri un'impresa che produce un unico bene utilizzando due impianti caratterizzati da tecnologie produttive distinte, rispettivamente descritte dalle seguenti funzioni di costo:

$$C_1(q_1) = c_1 q_1 \qquad C_2(q_2) = c_2 q_2$$

dove $c_1 > 0$ e $c_2 > 0$. Si assuma che il primo impianto sia soggetto ad un vincolo di capacità, a seguito del quale il massimo livello di output che può essere prodotto con tale impianto è $\overline{q}$. Si determini la funzione di costo totale dell'impresa.

Soluzione L'obiettivo dell'esercizio è stabilire $C = c(Q)$ ove Q è la quantità totale dei due impianti. Definisco due casi:

1. Se $c_1 \geq c_2 \Rightarrow C(Q) = c_2(Q)$
2. Se $c_1 < c_2 \Rightarrow C(Q) = \begin{cases} c_1 Q & \text{se } Q \leq \overline{q} \\ c_1 \overline{q} + c_2(Q - \overline{q}) & \text{se } Q > \overline{q} \end{cases}$

Finché posso utilizzare c_1 uso quello, poi sono obbligato ad utilizzare una tecnologia più costosa.

Esercizio 7 Consideriamo un'impresa caratterizzata dalla seguente funzione di produzione: $q = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$; supponiamo di essere nel breve periodo con $x_1 = 4$. Determinare il livello ottimale da produrre e le condizioni di chiusura dell'impresa.

Soluzione Si vuole determinare q e ciò è possibile massimizzando il profitto rispetto a $q \Rightarrow \max_q \Pi$.

$$\Pi = p \cdot q - w_1 4 - w_2 x_2$$

Sostituendo x_1 in q si ottiene:

$$q = 2x_2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{4}q^2$$

Posso ora riscrivere Π sostituendo x_2:

$$\Pi = p \cdot q - w_1 4 - \frac{w_2}{4}q^2$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q} = p - \frac{1}{2}w_2 q = 0 \Leftrightarrow q = \frac{2}{w_2}p \qquad q \text{ \underline{ottimale}}.$$

Per individuare la condizione di chiusura, il prezzo deve essere uguale al punto di minimo del costo variabile medio. Quando il prezzo scende al di sotto del minimo della curva del costo variabile medio, non è più conveniente produrre.

$$CVME(q) = \frac{w_2}{4}q^2 \cdot \frac{1}{q} = \frac{w_2}{4}q$$

$$\min_{CVME(q)} = 0 \quad \Rightarrow \quad p = 0 \text{ punto di chiusura.}$$

Se viene richiesta la funzione di offerta dell'impresa, essa coincide con l'inversa della curva del costo marginale.

$$C(q) = F + cv(q) = w_1 4 + \frac{w_2}{4}q^2 \quad \Rightarrow \quad CMG = \frac{1}{2}w_2 q$$

Per la condizione affermata allora $p = CMG \;\Rightarrow\; q = \frac{2}{w_2}p = S(p)$, dove $S(p)$ è la curva di offerta dell'impresa.

Esercizio 8 Considerando i dati dell'esercizio precedente, determinare:

a) Il livello ottimale dell'impiego 2 in funzione del prezzo dell'output p.

Soluzione Stabilisco il profitto $\Pi = p \cdot 2x_2^{\frac{1}{2}} - 4w_1 - w_2 x_2$ per $q = 2x_2^{\frac{1}{2}}$.
Massimizzo il profitto in funzione di x_2:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_2} = p x_2^{-\frac{1}{2}} - w_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \left(\frac{p}{w_2}\right)^2$$

b) Calcolare il surplus del produttore per $p = 5$, $w_1 = 2$, $w_2 = 1$.

Soluzione $SP =$ ricavo totale $-$ costi variabili
Avendo definito $q = \frac{2}{w_2}p \Rightarrow$ sostituendo con i valori definiti si ha $q = 10$. Segue che:

$$SP = p \cdot q - w_2 \frac{q^2}{4} = 5 \cdot 10 - 1 \cdot \frac{10^2}{4} = 25$$

In tal caso $CMG = \frac{w_2}{2}q = 5$ e $RMG = p = 5$. Se volessi determinare $q^* \Rightarrow \frac{1}{2}q = 5 \Rightarrow q^* = 10$.

Esercizio 9 Un'impresa deve decidere circa l'acquisto di un impianto del costo iniziale di 3.000.000, con costi annui di manutenzione pari a 50.000 ed una vita utile di 10 anni, con valore di recupero nullo. Acquistando l'impianto si ottiene la seguente funzione di produzione: $q = 60x^{\frac{2}{3}}$, dove q indica il livello di output e x il livello di impiego di un input variabile. Il costo unitario del fattore x è pari a $w = 12.000$. Si assuma inoltre che l'impresa sia price taker e che il prezzo del prodotto sia $p = 1.500$.

a) Determinare il livello di impiego ottimo dell'input variabile, il corrispondente livello di produzione e il profitto annuo dell'impresa.

b) Valutare se l'acquisto dell'impianto sia conveniente, con p e w costanti e il costo opportunità del capitale sia pari al 10%.

Si introduce un sistema di monitoraggio con costo C (vita utile 10 anni); permette un risparmio di 30.000 sui costi di manutenzione annui.

c) Individuare i valori di C in corrispondenza dei quali risulta conveniente dotare l'impianto di un sistema di monitoraggio.

Soluzione

a) Si definisce la produttività marginale:

$$PMG = \frac{2}{3} \cdot 60x^{-\frac{1}{3}} = 40x^{-\frac{1}{3}}$$

Per la produttività marginale in valore:

$$p \cdot PMG = 1.500 \cdot 40x^{-\frac{1}{3}} = 60.000x^{-\frac{1}{3}} = w = 12.000$$

Segue che:

$$x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{5} \quad \Leftrightarrow \quad x^* = 125 \text{ (ottimo dell'input)}$$

Da ciò si può determinare $q^* = 60 \cdot 125^{\frac{2}{3}} = 1.500$. Per il profitto annuo dell'impresa:

$$\Pi = 1.500 \cdot 1.500 - 50.000 - 125 \cdot 12.000 = 700.000.$$

b) Si determina il valore attuale netto:

$$-3.000.000 + 700.000 \left(\substack{\text{P/A, 10\%, 10} \\ 6{,}145}\right) = 1.301.500$$

Si nota che c'è convenienza nel comprare l'impianto.

c) Considero il profitto $\Pi = 1.500 \cdot 1.500 - 20.000 - 125 \cdot 12.000 = 730.000$. Segue che:

$$\text{VAN}_2 > \text{VAN}_1 \quad \Rightarrow \quad -3.000.000 - C + 730.000 \left(\substack{\text{P/A, 10\%, 10} \\ 6{,}145}\right) > -3.000.000 + 700.000 \left(\substack{\text{P/A, 10\%, 10} \\ 6{,}145}\right)$$

$$-C + 30.000 \left(\substack{\text{P/A, 10\%, 10} \\ 6{,}145}\right) > 0 \quad \Rightarrow \quad C < 184.350 \text{ (se il costo è minore, allora è conveniente).}$$

Esercizio 10 Si considerano 100 imprese e una funzione di produzione $q = \sqrt{x_1 x_2}$; supponiamo di essere in una sitazione di breve periodo con $x_1 = 4$ e $w_1 = 2$ e $w_2 = 1$ rispettivamente. Si considerano inoltre 2.000 acquirenti, una curva di offerta $S_i(p) = \frac{2}{w_2}p$ e una quantità domandata $q_D = 3 - \frac{1}{2}p$.

a) Determinare la domanda aggregata e l'offerta aggregata.

Soluzione Poiché stiamo considerando 100 imprese uguali:

$$S(p) = \sum_{i=1}^{100} s_i(p) = 200p \quad \Rightarrow \quad p = \frac{1}{200}Q$$

Considerando la presenza di 2.000 acquirenti:

$$D(p) = q_D \cdot 2.000 = 6.000 - 1.000p \quad \Rightarrow \quad p = 6 - \frac{1}{1.000}Q$$

b) Determinare il punto di equilibrio.

Soluzione Si eguaglia la domanda aggregata con l'offerta aggregata:

$$D(p) = S(p)$$
$$6.000 - 1.000p = 200p \quad \Rightarrow \quad p^* = 5$$

Per determinare Q^*, sostituisco p^* a $D(p)$ o una delle p stabilite:

$$Q^* = 5 \cdot 200 = 1.000$$

c) Determinare il profitto, surplus del consumatore e del produttore.

Soluzione Per stabilire il profitto:

$$\Pi_i = p \cdot q - w_1 x_1 - w_2 x_2 = 17$$

con Π_i profitto della singola impresa, $x_2 = 25$ e $q_i^* = 10 \ \left(= \frac{1000}{100}\right)$.

Surplus produttore: $\int_0^5 \underbrace{200p}_{S(p)} \, \mathrm{d}p = 2500$

Surplus consumatore: $\int_5^6 \underbrace{6.000 - 1.000p}_{D(p)} \, \mathrm{d}p = 500$.

Esercizio 11 Si considerano le seguenti funzioni:

$$P_D = 80 - \frac{Q}{30} \qquad Q_D = 2400 - 30p \quad \text{(domanda)}$$
$$P_S = \frac{Q}{20} + 5 \qquad Q_S = 20p - 100 \quad \text{(offerta)}$$

Determinare:

a) Punto di equilibrio.

Soluzione Per determinare il punto di equilibrio impongo l'uguaglianza:

$$Q_D = Q_S \quad \Rightarrow \quad 2.400 - 30p = 20p - 100$$

Ottenendo $p^* = 50$ e $Q^* = 900$ (sostituisco p^* a Q_D o Q_S).

b) Elasticità domanda ed elasticità offerta.

Soluzione

$$e_S = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p} \cdot \frac{p}{q} = 20 \cdot \frac{50}{900} = 1{,}11$$
$$e_D = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p} \cdot \frac{p}{q} = -30 \cdot \frac{50}{900} = -1{,}66$$

c) Elasticità domanda ed elasticità offerta per $p = 30$.

Soluzione Si calcola inizialmente:

$$D(30) = Q_D(30) = 1.500$$

$$S(30) = Q_S(30) = 500$$

Da cui:

$$e_S = 20 \cdot \frac{30}{500} = 1{,}2$$

$$e_D = -30 \cdot \frac{30}{1.500} = -0{,}6$$

d) Imposto $|e| = 1$, quali sono le coordinate per la curva di domanda e di offerta?

Soluzione Si impone $|e| = 1 = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{q} \quad \Rightarrow \quad -30 \cdot \frac{p}{q} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad q = 30p$.
Sapendo che $D(p) = 2.400 - 30p = 30p \quad \Rightarrow \quad p = 40, q = 1.200$.

Esercizio 12 Stabilire elasticità di domanda e offerta date le seguenti funzioni:

$$Q_D = D(p) = \frac{40}{p}$$

$$Q_S = S(p) = 10 - \frac{10}{p}$$

Soluzione

$$e_D = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{q} = -\frac{40}{p^2} \cdot \frac{p}{\frac{40}{p}} = -1$$

$$e_S = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{q} = \frac{10}{p^2} \cdot \frac{p}{10 - \frac{10}{p}} = \frac{1}{4}.$$

Esercizio 13 Si considerano 30 imprese nel breve periodo in concorrenza perfetta con funzione di costo $C(q) = 2 + 3q^2$ e funzione di domanda $Q_D = D(p) = 600 - p$. Determinare:

a) Funzione di offerta, punto di equilibrio e profitto.

Soluzione Si determina il costo marginale $CMG = cv'(q) = 6q = p \quad \Rightarrow \quad q_i = \frac{1}{6}p$.
I costi variabili e i costi variabili medi risultano essere:

$$CV = 3q^2 \quad \text{e} \quad CVME = \frac{cv(q)}{q} = 3q \quad \Rightarrow \quad CVME_{min} = 0$$

$$\text{Per } i = 1, \ldots, 30 \quad \Rightarrow \quad S_i(p) = q_i = \frac{1}{6}p \quad \Rightarrow \quad S(p) = \sum_{i=1}^{30} S_i(p) = 5p \text{ (curva di offerta aggregata)}$$

Per stabilire il punto di equilibrio:

$$D(p) = S(p) \quad \Rightarrow \quad 600 - p = 5p \quad \Rightarrow \quad p^* = 100 \text{ e } q^* = 500$$

Si ottiene quindi $q_i^* = \frac{500}{30} = 16{,}66$, quantità prodotta dalla singola impresa.

Profitto dell'impresa i-esima:

$$\Pi_i = p^* \cdot q_i^* - CT = 100 \cdot 16{,}66 - \underbrace{(2 + 3 \cdot 16{,}66^2)}_{C(q)} = 831{,}9$$

b) Trovare la configurazione di equilibrio nel lungo periodo e il numero delle imprese necessarie.

Soluzione Determino il costo medio $CME = \frac{F}{q} + \frac{cv(q)}{q} = \frac{2}{q} + 3q$. Nel lungo periodo le imprese entrano nel settore finché il profitto è positivo. Non possono più entrare quando il profitto di ciascuna impresa diventa nullo.

$$\frac{\partial CME}{\partial q} = -2q^{-2} + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \overline{q} = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}82.$$

Il costo medio minimo risulta essere $CME_{min} = \frac{2}{0{,}82} + 3 \cdot 0{,}82 = 4{,}9$. Segue che:

$$Q_D = 600 - 4{,}9 = 595{,}1 \quad \Rightarrow \quad Q^* = 595{,}1$$

Per determinare il numero delle imprese:

$$n = \frac{Q^*}{\overline{q}} = \frac{595{,}1}{0{,}82} = 726$$

Esercizio 14 Si consideri un mercato perfettamente concorrenziale in cui operano due gruppi di imprese. Il primo gruppo è costituito da 400 imprese che dispongono della medesima tecnologia, descitta dalla seguente funzione di csoto totale di breve periodo: $C_1(q) = 50 + 2q + 2q^2$. Il secondo gruppo è costituito da 200 imprese che dispongono della medesima tecnologia, descritta dalla seguente funzione di costo totale di breve periodo: $C_2(q) = 36 + q + q^2$. Sia $Q = 100 - 50p$ la curva di domanda. Si determini la configurazione di equilibrio dell'industria nel breve periodo (prezzo, quantità prodotte, livello dei profitti).

Soluzione Si determina il costo marginale per i rispettivi due gruppi di imprese:

$$CMG_1 = 2 + 4q \quad CVME_1 = 2 + 2q$$

$$CMG_2 = 1 + 2q \quad CVME_2 = 1 + q \quad \Rightarrow \quad CVME_{min} = \frac{\mathrm{d}CVME}{\mathrm{d}q} = 1.$$

L'inversa della funzione di domanda $p = 2 - \frac{1}{50}Q$ (ricavo p in funzione di Q). Poiché il prezzo p è minore del costo variabile medio del primo gruppo di imprese, nel breve periodo $C_1(q)$ non può essere considerata (poiché fuori dal mercato). Si impone ora:

$$CMG_2 = p \quad \Rightarrow \quad 1 + 2q = p$$

$$\text{Per } p \geq 1 \quad q_i = \frac{1}{2}p - \frac{1}{2} = S_i(p).$$

Posso ora definire la curva di offerta aggregata:

$$S(p) = \sum_{i=1}^{200} S_i(p) = 100p - 100.$$

Determino il punto di equilibrio imponendo $Q = S(p)$:

$$100 - 50p = 100p - 100 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} p^* = 1{,}33 \\ Q^* = 100 - 50 \cdot 1{,}33 = 33{,}\overline{3} \\ q_i^* = \frac{33{,}\overline{3}}{200} = 0{,}167 \end{array}$$

Il livello dei profitti risulta essere:

$$\Pi_i = p^* \cdot q_i^* - C_2(q) = 1{,}33 \cdot 0{,}167 - 36 - 0{,}167 - 0{,}167^2 \cong -35{,}9$$

Poiché $-35{,}97 > -36$ (costo fisso), le imprese restano sul mercato.

Esercizio 15 Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operi inizialmente un primo gruppo costituito da 100 imprese, caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo: $C_1(q) = 50q^2 + 200q + 200$ (q quantità prodotta da ciascuna impresa). Si assuma ora che un secondo gruppo costituito da N imprese, caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo: $C_2(q) = 50q^2 + 100q + F$, sia intenzionato ad entrare nell'industria. Sia inoltre $p = 1.000 - Q$ la curva di domanda inversa di mercato (con p prezzo del bene e Q la quantità complessivamente scambiata nel mercato).

a) Si determini il valore massimo F_{max} sostenuto dalle imprese del gruppo 2 compatibile con un equilibrio dell'industria in cui risultino escluse le imprese del gruppo 1.

Soluzione Si determinano i costi marginali e medi dei 2 gruppi:

- $CMG_1 = 100q + 200 \qquad CME_1 = 50q + 200 + \frac{200}{q}$.
  Trovo il punto minimo di $q \Rightarrow \frac{\partial CME}{\partial q} = 50 - \frac{200}{q^2} = 0 \Rightarrow \overline{q}_1 = 2$.
  Sostituisco il valore trovato $CME_{min,1} = 50 \cdot 2 + 200 + \frac{200}{2} = 400$ (sostituisco 2 a CME_1).
  Per determinare la curva di offerta si impone $p = CMG_1$:

$$p = 100q + 200 \quad p \geq 400 \quad \Rightarrow \quad q_i = \frac{1}{100}p - 2 = S_i(p)$$

- $CMG_2 = 100q + 100 \qquad CME_2 = 50q + 100 + \frac{F}{q}$.
  Trovo il punto minimo di $q \Rightarrow \frac{\partial CME}{\partial q} = 50 - \frac{F}{q^2} = 0 \Rightarrow \overline{q}_2 = \sqrt{\frac{F}{50}}$.
  Sostituisco il valore trovato $CME_{min,2} = 50 \cdot \sqrt{\frac{F}{50}} + 100 + \frac{F}{\sqrt{\frac{F}{50}}} = 100 + 2\sqrt{50F}$.
  Per determinare la curva di offerta si impone $p = CMG_2$:

$$p = 100q + 100 \quad p \geq 100 + 2\sqrt{50F} \quad \Rightarrow \quad q_i = \frac{1}{100}p - 1 = S_i(p)$$

Condizione necessaria affinché il gruppo 1 esca dal mercato:

$$\min CME_2 < \min CME_1 \quad \Rightarrow \quad 100 + 2\sqrt{50F} < 400 \quad \Rightarrow \quad F < 450$$

Possiamo quindi concludere con un valore di F pari a 450.

b) Si assuma ora $F = 50$. Si determini il numero minimo N_{min} di imprese del gruppo 2 necessario affinché all'equilibrio dell'industria risultino escluse le imprese del gruppo 1.

Soluzione Per $F = 50 \Rightarrow \overline{q}_2 = 1$, quindi il costo medio minimo risulta essere:

$$CME_{min,2} = 100 + 2\sqrt{50 \cdot 50} = 200.$$

In tal caso, per la curva di offerta aggregata, si ha:

$$q_i = \frac{1}{100}p - 1 \quad \text{per} \quad p \geq 200 \quad \Rightarrow \quad S(p) = N \cdot \left(\frac{1}{100}p - 1\right) = \frac{N}{100}p - N.$$

Per le condizioni di equilibrio si impone $S(p) = Q$, da cui:

$$\frac{N}{100}p - N = 1.000 - p \quad \Rightarrow \quad p = \frac{100.000 + 100N}{100 + N}$$

La condizione da imporre per ottenere il numero delle imprese escludendo il gruppo 1 risulta essere:

$$\frac{100.000 + 100N}{100 + N} < 400 \quad \Rightarrow \quad N > 200$$

Quindi se considero un $N = 201$ imprese, il gruppo 1 è escluso dal mercato.

Esercizio 16 Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operano imprese caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo $C(q) = 2q$, dove q indica la quantità prodotta da ciascuna impresa. Sia $Q = 100 - 25p$ la curva di domanda di mercato. Si assuma inoltre che ciascuna impresa sia soggetta ad un vincolo di capacità che definisce un livello massimo di output ammissibile $\overline{q} = 1$. Si determini:

a) La curva di offerta delle singole imprese e dell'industria nel lungo periodo.

b) La configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità offerte dalle singole imprese, numero imprese).

Si assuma ora che lo stato limiti la libertà di entrata delle imprese, fissando il numero di quest'ultime a 25. Si determini:

c) La curva di offerta dell'industria e la nuova configurazione di equilibrio.

d) Valore monetario massimo ammissibile.

Soluzione

a) Considero la curva di domanda $Q = 100 - 25p \Rightarrow p = 4 - \frac{1}{25}Q$. Essendo $C(q) = 2q$, si nota che $CMG = CME = 2$ (costo per unità di output). Posso allora imporre:

$$S_i(p) = \begin{cases} 0 & p < 2 \\ 1 & p \geq 2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad S(p) = \begin{cases} 0 & p < 2 \\ N & p \geq 2 \end{cases}$$

b) Se considero $p^* = 2$ posso concludere che $Q^* = 100 - 25 \cdot 2 = 50 = N^*$ (e $q_i^* = 1$). Nel lungo periodo il profitto deve essere nullo: $\Pi = 2 \cdot 1 - 2 = 0$

c) Considerando le nuove informazioni possiamo definire la curva di offerta come:

$$S(p) = \begin{cases} 0 & p < 2 \\ 25 & p \geq 2 \end{cases}$$

Segue che:

$$Q = S(p) \quad \Rightarrow \quad 100 - 25p = 25 \quad \Rightarrow \quad p^* = 3, \quad Q^* = 25, \quad q_i^* = 1.$$

d) Considerando i dati precedentemente ottenuti:

$$\Pi_i = p^* \cdot q_i^* - C(q) = 3 - 2 = 1 \quad \Rightarrow \text{il profitto non è più nullo.}$$

Esercizio 17 Si consideri la seguente funzione di costo totale $C = \frac{14}{3}q$; in una situazione di monopolio, due gruppi di acquirenti per lo stesso prodotto forniscono funzioni di domanda inverse differenti:

$$p_1 = 20 - q_1 \qquad p_2 = 30 - 2q_2.$$

Determinare prezzo, quantità e profitto che consegue il monopolista se:

a) Non ci sono discriminazioni di prezzo.

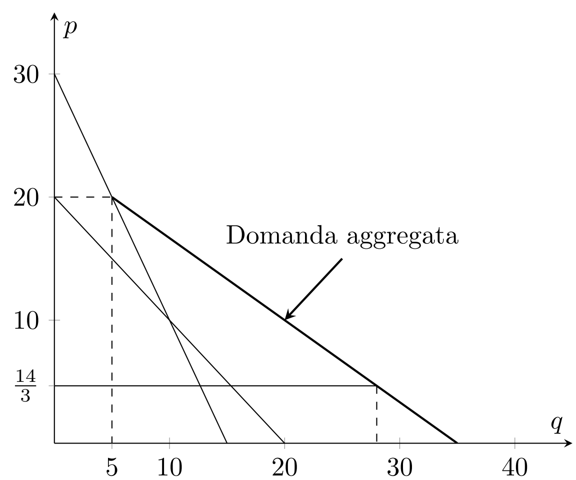
b) Vi è discriminazione di 1° tipo.

c) Vi è discriminazione di 3° tipo.

Soluzione

a) Si definiscono rispettivamente $q_1 = 20 - p_1$ e $q_2 = 15 - \frac{1}{2}p_2$. Se non si fa discriminazione di prezzo, ho una sola funzione di domanda:

$$Q = q_1 + q_2 = 20 - p + 15 - \frac{1}{2}p = 35 - \frac{3}{2}p \quad \Rightarrow \quad p = \frac{70}{3} - \frac{2}{3}Q.$$



Una volta disegnata la 2ª curva di domanda, so che a un prezzo maggiore di 20 compra solo il gruppo 2, altrimenti comprano entrambi; quindi fino a $q = 5$ la curva di domanda è quella del 2° gruppo, dopo la somma.
Si impone quindi $30 - 2q_2 = 20 \Leftrightarrow q_2 = 5$. Posso ora definire:

$$p(Q) = \begin{cases} 30 - 2Q & Q \le 5 \\ \frac{70}{3} - \frac{2}{3}Q & Q > 5 \end{cases} \qquad RT(Q) = p(Q) \cdot Q = \begin{cases} 30Q - 2Q^2 & Q \le 5 \\ \frac{70}{3}Q - \frac{2}{3}Q^2 & Q > 5 \end{cases}$$

$$RMG(Q) = \underbrace{\overbrace{CMG}^{\mathrm{d}C(q)} = \mathrm{d}RT(Q)}_{} = \begin{cases} 30 - 4Q = \frac{14}{3} & Q \le 5 \\ \frac{70}{3} - \frac{4}{3}Q = \frac{14}{3} & Q > 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q = \frac{76}{12} = 6{,}\overline{3} \\ \boxed{Q = 14} \end{cases} \quad \text{Soluzione ottima.}$$

Si conclude che per $Q^* = 14 \Rightarrow p^* = \frac{70}{3} - \frac{2}{3} \cdot 14 = 14$, da cui:

$$\Pi^* = p^* \cdot Q^* - C(q) = 14 \cdot 14 - \frac{14}{3} \cdot 14 = \frac{392}{3}.$$

b) Nel caso di discriminazione di 1° tipo, stabilisco $CMG = \frac{14}{3}$. Impongo la funzione di domanda aggregata uguale al costo marginale:

$$\frac{70}{3} - \frac{2}{3}Q = \frac{14}{3} \quad \Rightarrow \quad Q^1 = 28 \quad \text{(quantità che il monopolista vende se effetua discriminazione perfetta).}$$

Il prezzo risulta essere compreso in un intervallo $\frac{14}{3} < p^1 < 30$:

$$\Pi^1 = \text{ricavi} - \text{costi} = \int_0^5 (30 - 2q)\mathrm{d}q + \int_5^{28} \left(\frac{70}{3} - \frac{2}{3}q\right) \mathrm{d}q - \frac{14}{3} \cdot 28 = 278 \quad \Rightarrow \quad \Pi^1 > \Pi^*.$$

c) Nel caso di discriminazione di 3° tipo, definiamo i ricavi marginali

$$RMG_1 = 20 - 2q_1 = CMG = \frac{14}{3} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} q_1 = \frac{46}{6} = 7{,}67 \\ p_1 = 20 - q_1 = 12{,}34 \end{array}$$

$$RMG_2 = 30 - 4q_2 = CMG = \frac{14}{3} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} q_2 = \frac{76}{12} = 6{,}34 \\ p_2 = 30 - 2q_2 = 17{,}34 \end{array}$$

Il profitto in tal caso risulta essere:

$$\Pi^3 = p_1 q_1 + p_2 q_2 - \frac{14}{3}(q_1 + q_2) = 139.$$

Se volessi effettuare confronti tra l'elasticità dei due gruppi e i rispettivi indici di Lerner:

$$\begin{array}{llll} e_1 = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p} \cdot \frac{p}{q} = -1 \cdot \frac{p_1}{20-p_1} = -1{,}61 & p_1 = 12{,}34 & |e_1| = 1{,}61 & \multirow{2}{*}{$|e_1| > |e_2| \Rightarrow p_1 < p_2$} \\ e_2 = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p} \cdot \frac{p}{q} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_2}{15-\frac{1}{2}p_2} = -1{,}37 & p_2 = 17{,}34 & |e_2| = 1{,}57 & \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{p_1 - CMG}{p_1} = 0{,}6216 \\ \frac{p_2 - CMG}{p_2} = 0{,}7307 \end{array}\right. \quad \text{(Lerner)}$$

Esercizio 18 Si consideri un'impresa che operi in condizioni di monopolio in due mercati, ciascuno dei quali è caratterizzato dalla curva di domanda: $Q_i = a_i - b_i p_i$, con $i = 1, 2$. Per semplicità si supponga che il bene offerto dal monopolista possa essere prodotto a costi totali nulli. Si determinino le condizioni relative ai parametri a_i e b_i per cui il monopolista non opera con discriminazione di prezzo nei due mercati.

Soluzione Avendo supposto costi totali nulli, il profitto può essere definito:

$$\Pi_i = \text{ricavi} = p_i \cdot (a_i - b_i p_i) = a_i p_i - b_i p_i^2 \quad i = 1, 2$$

Per ottenere profitto massimo:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial p} = a_i - 2b_i p_i = 0 \quad \Leftrightarrow \quad p_i^* = \frac{a_i}{2b_i} \quad i = 1, 2$$

Possiamo definire:

$$p_1 = \frac{a_1}{2b_1} \quad \text{e} \quad p_2 = \frac{a_2}{2b_2} \quad \Rightarrow \quad p_1 = p_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}.$$

Esercizio 19 Si consideri un'impresa che operi in condizioni di monopolio con costo marginale costante pari a c.

a) Si mostri che, data la curva di domanda di mercato $Q = a - p$, il monopolista non trasferisce interamente un incremento del costo marginale sul prezzo finale del bene prodotto.

b) Si mostri che, data la curva di mercato $Q = p^{-\varepsilon}$ $(\varepsilon > 1)$, il monopolista trasferisce sul prezzo finale un ammontare superiore all'incremento del costo marginale.

Soluzione

a) Essendo $Q = a - p \Rightarrow p = a - Q$ e i ricavi totali $RT = aq - q^2$, definisco:

$$RMG = \frac{\partial RT}{\partial q} = a - 2q = CMG = c \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} q^* = \frac{a-c}{2} \\ p^* = \frac{a+c}{2} \end{array}$$

Definendo $CMG = c + \Delta c \Rightarrow p' = \frac{a+c+\Delta c}{2}$ allora $p^* - p' = \frac{\Delta c}{2}$, incremento dimezzato.

b) Si definisce l'elasticità:

$$e = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p} \cdot \frac{p}{q} = -\varepsilon p^{-\varepsilon-1} \cdot \frac{p}{p^{-\varepsilon}} = -\varepsilon.$$

Si impone l'uguaglianza $RMG = CMG \Rightarrow p\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = c$. Ora:

$$p^* = \frac{c}{1 - \frac{1}{\varepsilon}} = \frac{c\varepsilon}{\varepsilon - 1} \qquad p' = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}(c + \Delta c) \quad \text{per} \quad CMG = c + \Delta c$$

$$p^* - p' = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\Delta c \quad \text{per} \quad \varepsilon > 1 \quad \Rightarrow \quad \Delta c > 1 \quad \Rightarrow \quad \Delta p > \Delta c.$$

Esercizio 20 Si consideri un'impresa che opera in condizioni di monopolio, con una funzione di domanda inversa $p = 7 - q$ e una funzione di costo totale $c = 3q$. Trovare: prezzo di equilibrio, perdita netta di monopolio, surplus del produttore e del consumatore in condizione di concorrenza perfetta e monopolio.

Soluzione Si definisce il profitto $\Pi = p \cdot q - c = 7q - q^2 - 3q$. Impongo:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q} = 7 - 2q - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} q^* = 2 \\ p^* = 7 - 2 = 5 \\ \Pi = p^* \cdot q^* - c = 5 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 4 \end{array}$$

Monopolio:

$$\begin{array}{l} \text{Surplus consumatore} = \frac{1}{2}Q(p_{max} - p_e) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (7-5) = 2 \\ \text{Surplus produttore} = \frac{1}{2}Q(p_e - p_{min}) = \Pi = 4 \end{array} \quad \Rightarrow \quad W_M = 4 + 2 = 6$$

Concorrenza perfetta:

$$CMG = p \Rightarrow \begin{array}{l} p^* = 3 \\ q^* = 7 - 3 = 4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{Surplus consumatore} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (7-3) = 8 \\ \text{Surplus produttore} = 0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad W_C = 8$$

Perdita netta di monopolio: $W_C - W_M = 8 - 6 = 2$.

Esercizio 21 Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa β, al prezzo p_α. L'impresa β, operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene. Le funzioni di costo totale sono:

$$C_\alpha = 3q \qquad C_\beta = (p_\alpha + 2)q$$

Gli acquirenti del bene prodotto dall'impresa β possono essere divisi in due gruppi caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda:

$$q_1 = 60 - p_1 \qquad q_2 = 50 - 2p_2$$

Si assuma che l'impresa β sia in grado di effettuare una discriminazione di prezzo di terzo grado. Determinare:

a) Il profitto di entrambe le imprese in assenza di integrazione.

Soluzione Si definiscono i profitti per β rispetto al mercato 1 e 2:

$$\Pi_\beta^{①} = (p_1 - p_\alpha - 2)(60 - p_1) \qquad \Pi_\beta^{②} = (p_2 - p_\alpha - 2)(50 - 2p_2)$$

Massimizzo il profitto rispetto a p_1 e p_2:

$$\max_{p_1} \Pi_\beta^{①} = \frac{\partial \Pi_\beta}{\partial p_1} = 60 - 2p_1 + p_\alpha + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p_1 = \frac{1}{2}p_\alpha + 31 \\ q_1 = 29 - \frac{1}{2}p_\alpha \end{cases}$$

$$\max_{p_2} \Pi_\beta^{②} = \frac{\partial \Pi_\beta}{\partial p_2} = 30 - 4p_2 + 2p_\alpha + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p_2 = \frac{1}{2}p_\alpha + 13{,}5 \\ q_2 = 23 - p_\alpha \end{cases}$$

Per definire il profitto di α:

$$q = q_1 + q_2 = 52 - \frac{3}{2}p_\alpha \quad \Rightarrow \quad \Pi_\alpha = (p_\alpha - 3) \cdot q = (p_\alpha - 3)(52 - \frac{3}{2}p_\alpha)$$

Massimizzo il profitto rispetto a p_α:

$$\max_{p_\alpha} \Pi_\alpha = \frac{\partial \Pi_\alpha}{\partial p_\alpha} = 52 - 3p_\alpha + \frac{9}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} p_\alpha = 18{,}833 \\ \Pi_\alpha = 376{,}04 \end{matrix}$$

Da tali risultati si possono definire, sostituendo:

$$\begin{matrix} p_1 = 40{,}4166 & q_1 = 19{,}58 & q = 23{,}75 \\ p_2 = 22{,}91 & q_2 = 4{,}166 & \Pi_\beta = 392{,}772 \end{matrix}$$

b) Il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.

Soluzione Si definiscono rispettivamente i profitti $\Pi_{\mathsf{INT}}^{①}$ e $\Pi_{\mathsf{INT}}^{②}$, dove il costo $p_\alpha = 3$ si trasferisce a valle:

$$\Pi_{\mathsf{INT}}^{①} = (\underbrace{p_1 - 5}_{p_1 - p_\alpha - 2})(60 - p_1) \qquad \Pi_{\mathsf{INT}}^{②} = (p_2 - 5)(50 - 2p_1)$$

Massimizzo i profitti rispetto a p_1 e p_2, quindi:

$$\frac{\partial \Pi_{\mathsf{INT}}^{①}}{\partial p_1} = 65 - 2p_1 = 0 \qquad p_1^{\mathsf{INT}} = 32{,}5 \quad q_1^{\mathsf{INT}} = 27{,}5 \quad \Pi_{\mathsf{INT}}^{①} = 756{,}25$$

$$\frac{\partial \Pi_{\mathsf{INT}}^{②}}{\partial p_2} = 60 - 4p_2 = 0 \qquad p_2^{\mathsf{INT}} = 15 \quad q_2^{\mathsf{INT}} = 20 \quad \Pi_{\mathsf{INT}}^{②} = 200$$

$$\Pi_{\mathsf{INT}} = \Pi_{\mathsf{INT}}^{①} + \Pi_{\mathsf{INT}}^{②} = 956{,}25$$

c) Si ipotizzi che l'impresa α conosca le funzioni di domanda che caratterizzano i due gruppi di acquirenti e la funzione di costo totale dell'impresa β. Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa α imponga una tariffa in due parti.

Soluzione Per determinare la tariffa in due parti imponiamo:

$$T(q) = F + p_\alpha q = 956{,}25 + 3q.$$

Esercizio 22 Situazione analoga al precedente esercizio con:

$$q = 58 - p_\beta \qquad C_\alpha = 4q \qquad C_\beta = (p_\alpha + 2)q$$

Determinare:

a) Il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale.

Soluzione Seguendo le impostazioni dell'esercizio precedente:

$$p_\alpha = 30 \qquad p_\beta = 45 \qquad q = 13 \qquad \Pi_\alpha = 338 \qquad \Pi_\beta = 169.$$

b) Determinare i prezzi p_α e p_β che permettono all'impresa α di conseguire un profitto pari a quello che si avrebbe con una struttura verticale integrata (α impone a β il prezzo di vendita p_β).

Soluzione Si definisce il profitto $\Pi_{\mathsf{INT}} = (p-6)(58-p)$. Si ottengono, massimizzando, i valori:

$$p_{\mathsf{INT}} = 32 \qquad q_{\mathsf{INT}} = 26 \qquad \Pi_{\mathsf{INT}} = 676$$

Poiché α impone a β il prezzo di vendita: $\overline{p}_\beta = p_{\mathsf{INT}} = 32$. Ora devo calcolare α:

$$\Pi_\beta = \underbrace{p_\beta \cdot q}_{\text{ricavi}} - \underbrace{(p_\alpha + 2)q}_{\text{costi}} = 0 \qquad \text{Tale condizione è verificata se e soltanto se } p_\alpha = 30.$$

Si ipotizzi ora che la funzione di costo totale dell'impresa β sia pari a $C_\beta = (p_\alpha + 2)q + k$.

c) Spiegare il motivo per cui l'impresa α dovrebbe pagare all'impresa β una somma pari a k qualora volesse applicare la restrizione del prezzo imposto da β.

Soluzione Si impone $\Pi_{\mathsf{INT}} = 676 - k$. Se $p_\alpha = 30 \Rightarrow \Pi_\beta = -k$.

Si ipotizzi infine che il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e che il prezzo imposto sia calcolato sulla base del livello atteso della domanda.

d) Individuare la ripartizione del rischio fra le due imprese.

Soluzione Il profitto di α è dipendente dalla quantità, quello di β è sempre zero: segue che se q è incerto significa che il rischio è tutto a monte, diversamente dalla tariffa a due parti ove il rischio è per l'impresa a valle.

e) Determinare la tariffa in due parti.

Soluzione Si impone $T(q) = F + p_\alpha q = 676 + 4q$.

Si consideri nuovamente la situazione iniziale e si ipotizzi che la funzione di costo totale della struttura integrata sia pari a $C_{\mathsf{INT}} = (6 + k)q$. Determinare:

f) I valori di k in corrispondenza dei quali il prezzo finale nella struttura integrata è minore del prezzo finale nella struttura non integrata.

Soluzione La condizione da imporre risulta essere $p_{\mathsf{INT}} < 45$ $(= p_\beta)$.
Il profitto invece è $\Pi_{\mathsf{INT}} = (p - 6 - k)(58 - p)$ da cui:

$$\frac{\partial \Pi_{\mathsf{INT}}}{\partial p} = 0 \quad \Rightarrow \quad p^* = 32 + \frac{1}{2}k, \quad q^* = 26 - \frac{1}{2}k, \quad \Pi_{\mathsf{INT}} = 676 + \frac{1}{4}k^2 - 26k$$

Per la condizione imposta inizialmente $p^* < 45$:

$$32 + \frac{1}{2}k < 45 \quad \Rightarrow \quad k < 26$$

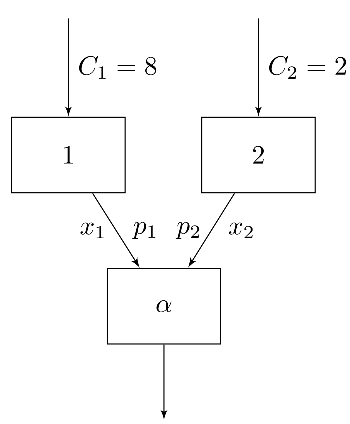
g) I valori di k in corrispondenza dei quali l'integrazione vertiale risulta profittevole.

Soluzione La condizione da imporre risulta essere $\Pi_{\mathsf{INT}} > 507$ $(= \Pi_\alpha + \Pi_\beta)$:

$$676 + \frac{1}{4}k^2 - 26k > 507 \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} k_1 = 6{,}967 \\ \cancel{k_2 = 97{,}03} \end{matrix}$$

Non considero k_2 poiché $q^* = 26 - \frac{1}{2}k = 26 - 50 < 0$: non posso produrre quantità negativa.

Esercizio 23 Si assuma che l'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un solo bene la cui funzione di produzione è data da $q = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{2}{3}}$, dove q indica il livello di output e x_1 e x_2 i livelli di impiego degli input 1 e 2. L'input 1 viene fornito dall'impresa 1 che opera in condizioni di monopolio ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo: $C_1 = 8x_1$. L'input 2 viene fornito dall'impresa 2 che opera in condizioni perfettamente concorrenziali ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_2 = 2x_2$. Il costo totale sostenuto dall'impresa α è pari a $C_\alpha = 200 + p_1x_1 + p_2x_2$ dove p_1 e p_2 sono i prezzi praticati dalle imprese 1 e 2. La funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa α è data da $q = 39 - p$.



Determinare:

a) Il profitto delle tre imprese in assenza di integrazione verticale quando l'impresa 1 fornisce l'input 1 al prezzo $p_1 = 27$.

Soluzione Definisco rispettivamente PMG_1 e PMG_2:

$$PMG_1 = \frac{\partial q}{\partial x_1} = \frac{1}{3} x_1^{-\frac{2}{3}} x_2^{\frac{2}{3}} \qquad PMG_2 = \frac{\partial q}{\partial x_2} = \frac{2}{3} x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{-\frac{1}{3}}$$

Il Saggio Marginale Tecnico di Sostituizione risulta essere:

$$STS = \frac{PMG_1}{PMG_2} = \frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1} = \frac{27}{2} \quad \left(= \frac{p_1}{p_2}\right)$$

In concorrenza perfetta, $p_2 = C_2$. Impongo il sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1} = \frac{27}{2} \\ q = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{2}{3}} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x_2 = 27x_1 \\ q = x_1^{\frac{1}{3}} (27x_1)^{\frac{2}{3}} = 9x_1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x_2 = 3q \\ x_1 = \frac{1}{9} q \end{cases}$$

Sostituiamo a C_α i valori ottenuti:

$$C_\alpha = 200 + 27 \cdot \frac{1}{9} q + 2 \cdot 3q = 200 + 9q$$

Definiamo CMG_α e RMG_α:

$$CMG_\alpha = \mathrm{d}C_\alpha = 9 \qquad RMG_\alpha = \mathrm{d}(\underbrace{(39 - q)}_{p}\, q) = \mathrm{d}(39q - q^2) = 39 - 2q$$

Imponendo $CMG_\alpha = RMG_\alpha$:

$$q^* = 15 \qquad p^* = 24 \qquad x_1^* = 1{,}667 \qquad x_2^* = 45$$

Possiamo definire i profitti:

$$\Pi_1^* = (p_1 - C_1) x_1 = (27 - 8) 1{,}667 = 31{,}673$$

$$\Pi_2^* = (p_2 - C_2) x_2 = 0 \text{ (situazione tipica in concorrenza perfetta)}$$

$$\Pi_\alpha^* = p^* \cdot q^* - C_\alpha = 24 \cdot 15 - 27 \cdot 1{,}667 - 200 - 2 \cdot 45 = 25$$

b) Il profitto nel caso di integrazione verticale.

Soluzione Si impone il seguente sistema:

$$\begin{cases} STS = \frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1} = \frac{8}{2} \quad \left(= \frac{C_1}{C_2}\right) \\ q = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{2}{3}} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} x_2 = 8x_1 \\ q = x_1^{\frac{1}{3}} (8x_1)^{\frac{2}{3}} = 4x_1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x_2 = 2q \\ x_1 = \frac{1}{4} q \end{cases}$$

In tal caso il costo integrato risulterà essere:

$$C_{\mathsf{INT}} = 200 + p_1 x_1 + p_2 x_2 = 200 + 8 \cdot \frac{1}{4} q + 2 \cdot 2q = 200 + 6q$$

Definisco CMG_{INT} e RMG_{INT} e, in seguito, impongo l'uguaglianza:

$$CMG_{\mathsf{INT}} = 6 \qquad RMG_{\mathsf{INT}} = 39 - 2q \quad \Rightarrow \quad CMG_{\mathsf{INT}} = RMG_{\mathsf{INT}}$$

Si ottiene:

$$q^{\mathsf{INT}} = 16{,}5 \qquad p^{\mathsf{INT}} = 22{,}5 \qquad x_1^{\mathsf{INT}} = 4{,}125 \qquad x_2^{\mathsf{INT}} = 33$$

Il profitto risulta essere:

$$\Pi_{\mathsf{INT}} = p^{\mathsf{INT}} \cdot q^{\mathsf{INT}} - C_{\mathsf{INT}} = 22{,}5 \cdot 16{,}5 - 200 - 6 \cdot 16{,}5 = 72{,}25.$$

Si ipotizzi che l'impresa 1 conosca le funzioni di costo totale dell'impresa 2 e dell'impresa α e la funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa α. Inoltre, si ipotizzi che, invece di integrazione verticale, l'impresa 1 imponga una vendita collegata con prezzo imposto all'impresa α.

c) Determinare il livello di p_1 e p_2.

Soluzione Definiamo il seguente sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{8}{2} \ \left(= \dfrac{C_1}{C_2}\right) \\ p_1 x_1^{\mathsf{INT}} + p_2 x_2^{\mathsf{INT}} + 200 = p^{\mathsf{INT}} \cdot q^{\mathsf{INT}} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} p_2 = 3{,}6595 \\ p_1 = 13{,}838 \end{cases}$$

Il prezzo p_α è imposto dall'impresa 1: $\overline{p}_\alpha = 22{,}5$.

d) Verificare che i livelli di impiego degli input 1 e 2 da parte dell'impresa α sono uguali a quelli che si verificano nel caso di integrazione verticale.

Soluzione Per verificare i valori impongo il seguente sistema:

$$\begin{cases} STS = \dfrac{1}{2}\dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{13{,}838}{3{,}6595} \\ q^{\mathsf{INT}} = 16{,}5 = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{2}{3}} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} x_1 = 4{,}125 \\ x_2 = 33 \end{cases}$$

Noto che i valori sono uguali al cso di integrazione verticale.

e) Verificare che il profitto conseguito dall'impresa 1 è pari a quello conseguito dalla struttura verticale integrata.

Soluzione Si noti che, in seguito ai valori definiti, il profitto di α:

$$\Pi_\alpha = p^{\mathsf{INT}} \cdot q^{\mathsf{INT}} - p_1 x_1 - p_2 x_2 - F = 0$$

Il profitto dell'impresa 1 risulta essere:

$$\Pi_1 = (p_1 - C_1)x_1 + (p_2 - C_2)x_2 = (13{,}838 - 8) \cdot 4{,}125 + (3{,}6595 - 2) \cdot 33 = 72{,}25 \quad \rightarrow \text{ Verificato.}$$

f) Si ipotizzi che l'impresa 1 imponga una tariffa in due parti all'impresa α. Determinare la tariffa in due parti.

Soluzione

$$T(x_1) = F + p_1 x_1 = 72{,}25 + 8x_1 \quad (p_1 = C_1)$$

Esercizio 24 Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un solo bene la cui funzione di produzione è data da $q = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$, dove q indica il livello di output e x_1 e x_2 i livelli di impiego degli input 1 e 2. L'input 1 viene fornito dall'impresa 1 che opera in condizioni di monopolio ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_1 = x_1$. L'input 2 viene fornito dall'impresa 2 che opera in condizioni perfettamente concorrenziali ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_2 = 4x_2$. Il costo totale sostenuto dall'impresa α è pari a $C_\alpha = p_1x_1 + p_2x_2$, dove p_1 e p_2 sono i prezzi praticati dalle imprese 1 e 2.
La funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa α è data da:

$$q = \begin{cases} \frac{1000}{p} & p \leq 10 \\ 0 & p > 10 \end{cases}$$

Si ipotizzi che l'impresa 1 conosca le funzioni di costo totale dell'impresa 2 e dell'impresa α. Determinare:

a) Il profitto conseguito da ciascuna delle 3 imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale.

Soluzione Analizzando la funzione di domanda, si nota che essa ha un andamento decrescente e assume valore nullo sopra il 10. In tal caso possiamo affermare che $RT = p \cdot q = 1000$, $\forall\ p \leq 10$, mentre per $p > 10$, $RT = 0$. Per minimizzare il costo, devo produrre meno, ovvero devo scegliere il prezzo più alto possibile che in questo caso è 10:

$$p_\alpha = 10 \qquad q = \frac{1000}{10} = 100 \qquad RT = p \cdot q = 1000$$

Possiamo quindi affermare che, con una funzione di domanda simile, prezzo e quantità sono imposti. Andiamo adesso a definire i profitti. Si impone il sistema (tenendo conto che $p_2 = C_2$):

$$\begin{cases} STS = \dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{p_1}{4} \\ q = 100 = \sqrt{x_1x_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \dfrac{p_1}{4}x_1 \\ 100 = \sqrt{\dfrac{p_1}{4}x_1^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{200}{\sqrt{p_1}} \\ x_2 = 50\sqrt{p_1} \end{cases}$$

In tal caso $C_\alpha = p_1 \cdot \frac{200}{\sqrt{p_1}} + 4 \cdot 50\sqrt{p_1} = 400\sqrt{p_1}$. Poiché l'impresa 1 opera in monopolio impongo $\Pi = 0 \to$ ricavi $-$ costi $= 0 \to$ ricavi $=$ costi. Da tale affermazione si ottiene la seguente relazione:

$$400\sqrt{p_1} = 1.000 \quad \Rightarrow \quad p_1 = 6{,}25 \qquad x_1 = 80 \qquad x_2 = 125$$

Di conseguenza $C_\alpha = 6 \cdot 80 + 4 \cdot 125 = 1.000$. Segue che:

$$\Pi_1 = (p_1 - C_1)x_1 = (6{,}25 - 1) \cdot 80 = 420$$
$$\Pi_2 = (p_2 - C_2)x_2 = 0$$
$$\Pi_\alpha = 1.000 - 1.000 = 0$$

b) Il profitto nel caso di integrazione verticale.

Soluzione Si impone il sistema:

$$\begin{cases} STS = \dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{1}{4} \quad \left(= \dfrac{C_1}{C_2}\right) \\ 100 = \sqrt{x_1x_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^{\mathsf{INT}} = 200 \\ x_2^{\mathsf{INT}} = 50 \end{cases}$$

Il costo risulta essere:

$$C_{\mathsf{INT}} = p_1 x_1^{\mathsf{INT}} + p_2 x_2^{\mathsf{INT}} = 1 \cdot 200 + 4 \cdot 50 = 400$$

Il profitto:

$$\Pi_{\mathsf{INT}} = RT_{\mathsf{INT}} - C_{\mathsf{INT}} = 1.000 - 400 = 600$$

Si ipotizzi ora che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa 1 scelga di imporre restrizioni verticali sufficienti all'impresa α.

c) Illustrare le restrizioni verticali sufficienti verificando che i livelli di impiego degli input 1 e 2 da parte dell'impresa α sono uguali a quelli che si hanno nel caso di integrazione verticale e che il profitto con seguito dall'impresa 1 è pari a quello conseguito dalla struttura integrata.

Soluzione Si impone il sistema per definire p_1 e p_2. Si noti che la tariffa a due parti risulta essere:

$$T(x_1) = \overbrace{600 + x_1}^{F + p_1 x_1}$$

dove $p_1 = C_1$. Quindi:

$$\begin{cases} \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{1}{4} \quad \left(= \dfrac{C_1}{C_2} \right) \\ p_1 \cdot x_1^{\mathsf{INT}} + p_2 \cdot x_2^{\mathsf{INT}} = \underbrace{1.000}_{\text{ricavi}} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} p_1 = 2{,}5 \\ p_2 = 10 \end{cases}$$

Per dimostrare l'uguaglianza degli impieghi x_1 e x_2:

$$\begin{cases} STS = \dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{2{,}5}{10} \quad \left(= \dfrac{p_1}{p_2} \right) \\ 100 = \sqrt{x_1 x_2} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} x_1 = 200 \\ x_2 = 50 \end{cases} \quad \text{(dimostrato)}$$

Per dimostrare il profitto dell'impresa 1:

$$\Pi_1 = (p_1 - C_1)x_1 + (p_2 - C_2)x_2 = (2{,}5 - 1)200 + (10 - 4)50 = \boxed{600}$$

Mentre:

$$\Pi_\alpha = 1.000 - 2{,}5 \cdot 200 - 10 \cdot 50 = 0.$$

Esercizio 25 Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un solo bene la cui funzione di domanda è data da:

$$q = \begin{cases} \frac{1000}{p} & p \leq 10 \\ 0 & p > 10 \end{cases}$$

dove q indica la quantità domandata e p il livello del prezzo. La funzione di produzione è data da: $q = \sqrt{x_1 x_2}$. L'impresa α può scegliere fra le seguente due alternative:

1) L'impresa α produce in proprio gli input x_1 e x_2 e consegue un profitto pari a 200.

2) L'input 1 viene fornito dall'impresa 1 che opera in condizioni di monopolio con funzione di costo $C_1 = x_1$. L'input 2 viene fornito dall'impresa 2 che opera in condizioni perfettamente concorrenziali con funzione di costo $C_2 = 4x_2$. Il costo totale sostenuto dall'impresa α è $C_\alpha = p_1 x_1 + p_2 x_2$. L'impresa 1 conosce le funzioni precedentemente definite (*tale alternativa è stata analizzata nell'esercizio precedente*).

Determinare:

a) Il valore massimo del profitto che l'impresa 1 può conseguire in assenza di qualsiasi restrizione verticale.

Soluzione Per l'esercizio precedente, sappiamo che il prezzo da stabilire in tali condizioni risulta essere $p = 10$, da cui $q = 100$ e $RT = 1.000$. Si impone il sistema considerando le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} STS = \dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{p_1}{4} \\ 100 = \sqrt{x_1 x_2} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{200}{\sqrt{p_1}} \\ x_2 = 50\sqrt{p_1} \end{cases}$$

Considerando la funzione di costo totale:

$$C_\alpha = p_1 x_1 + p_2 x_2 = 400\sqrt{p_1}$$

In questo caso non possiamo imporre $\Pi_\alpha = RT_\alpha - C_\alpha = 0$ come abbiamo fatto nell'esercizio precedente, ma dobbiamo imporre:

$$RT_\alpha - C_\alpha = 200 \text{ per l'alternativa 1} \quad \Rightarrow 1.000 - 400\sqrt{p_1} = 200 \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} p_1 = 4 & x_1 = 100 \\ p_2 = C_2 = 4 & x_2 = 100 \end{matrix}$$

Definisco ora i profitti delle due imprese:

$$\begin{aligned} &\Pi_1 = (p_1 - C_1)x_1 = (4-1)100 = 300 \\ &\Pi_\alpha = 1.000 - 800 = 200 \\ &\Pi_2 = 0 \end{aligned}$$

b) Il valore massimo del profitto che l'impresa 1 può conseguire imponendo restrizioni verticali all'impresa α.

Soluzione Analogamente all'esercizio precedente:

$$\begin{aligned} &x_1^{\mathsf{INT}} = 200 \quad C_{\mathsf{INT}} = 400 \\ &x_2^{\mathsf{INT}} = 50 \quad\ \ \Pi_{\mathsf{INT}} = 600 \end{aligned}$$

c) Tariffa a due parti imposta dall'impresa 1 ad α.

Soluzione Si definisce la formula della tariffa a due parti:

$$T(x_1) = F + p_1 x_1 = (\Pi_{\mathsf{INT}} - 200) + x_1 = 400 + x_1$$

d) Determinare il livello di p_1 e p_2 nel caso in cui l'impresa 1 imponga una vendita collegata con prezzo imposto all'impresa α.

Soluzione Si definisce il sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{1}{4} \quad \left(= \dfrac{C_1}{C_2} \right) \\ x_1^{\mathsf{INT}} p_1 + x_2^{\mathsf{INT}} p_2 = 1.000 - 200 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p_1 = 2 \\ p_2 = 8 \end{cases}$$

Esercizio 26 Si assuma che l'impresa 1 operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermediario che vende a due imprese "a valle", impresa α e β. L'impresa α acquista il bene al prezzo $p_{1\alpha}$; l'impresa β acquista il bene al prezzo $p_{1\beta}$. Le due imprese "a valle" operano anch'esse in condizioni di monopolio in due mercati distinti. L'impresa α rivende il bene intermedio nel mercato caratterizzato dalla funzione di domanda $q_\alpha = 60 - p_\alpha$, dove q_α indica la quantità e p_α il prezzo fissato dall'impresa α; l'impresa β rivende il bene intermedio nel mercato caratterizzato dalla funzione di domanda

$$q = \begin{cases} \frac{100}{p_\beta} & p_\beta \leq 20 \\ 0 & p_\beta > 20 \end{cases}$$

Sia $C = F + 4q$ la funzione di costo totale dell'impresa 1; $C_\alpha = p_{1\alpha}q_\alpha$ la funzione di costo totale di α e $C_\beta = p_{1\beta}q_\beta$ dell'impresa β. Si ipotizzi che l'impresa 1 conosca le funzioni di costo totale delle due imprese "a valle" e le funzioni di domanda che caratterizzano i mercati in cui operano le due imprese. Si ipotizzi che l'impresa 1 imponga una tariffa in due parti all'impresa α.

a) Determinare i valori di F in corrispondenza dei quali il profitto conseguito dall'impresa 1 risulta positivo.

Soluzione Si definisce il profitto $\Pi_\alpha = (p_\alpha - 4) \cdot (60 - p_\alpha) - F$, dove $4 = p_{1\alpha}$ ed F è la parte fissa della tariffa. Faccio la derivata rispetto a p_α ottenendo:

$$\frac{\partial \Pi_\alpha}{\partial p_\alpha} = 60 - 2p_\alpha + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad p_\alpha^* = 32$$

Sostituendo opportunamente si ottiene:

$$q_\alpha^* = 28 \qquad \Pi_\alpha = 784 - F = 0$$

Ciò implica che $F = 784$. Il profitto di β risulta essere $\Pi_\beta = (\underbrace{20}_{p_\beta} - p_{1\beta}) \cdot \underbrace{\frac{100}{20}}_{q} = 0$. Da tale profitto si ha:

$$p_{1\beta} = 20 \quad \Rightarrow \quad \Pi_\beta = 0$$

$$\Pi_1^\alpha = F = 784 \qquad \Pi_1^\beta = (20 - 4)5 = 80$$

Possiamo quindi definire:

$$\Pi_1 = 784 + 80 - F > 0 \quad \Rightarrow \quad 864 - F > 0 \quad \Rightarrow \quad \forall\ F < 864.$$

Si ipotizzi ora che ciascuna delle imprese α e β stia valutando la possibilità di realizzare in proprio la produzione del bene intermedio. Per fare ciò ciascuna impresa dovrebbe installare un impianto caratterizzato esattamente dalla stessa funzione di costo che caratterizza l'impresa 1.

b) Determinare i valori di F in corrispondenza dei quali non risulta mai conveniente per α e β realizzare in proprio la produzione del bene intermedio.

Soluzione Se l'impresa α si integra da sola $\Rightarrow \Pi_{\mathsf{INT}}^\alpha = 784 - F$.
Se l'impresa β si integra da sola $\Rightarrow \Pi_{\mathsf{INT}}^\beta = 80 - F$.
L'impresa α fa profitto finché $F < 784$; per $F > 784$ deve integrarsi con altra impresa.
L'impresa β fa profitto finché $F < 80$; per $F > 80$ deve integrarsi con altra impresa.
Segue che per $F > 784 \wedge F > 80$ non risulta mai conveniente per α e β rispettivamente realizzare in proprio la produzione del bene intermedio (si ricorda che l'impresa 1 fa profitto finché $F < 864$).

c) Alla luce dei risultati ottenuti, commentare la seguente affermazione: "*In generale le imprese dovrebbero produrre, anziché acquistare, per evitare di pagare un margine di profitto ad altre imprese indipendenti*".

Soluzione L'affermazione in generale è sbagliata poiché, trattandosi di un costo fisso F, al variare di quest'ultimo cambia il profitto stesso.

Esercizio 27 Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda: $p(Q) = 10 - Q$, dove p indica il prezzo e Q la quantità. L'impresa massimizza il profitto producendo la quantità $Q^* = 4$.

a) Determinare CMG ed elasticità della domanda rispetto al prezzo in corrispondenza della Q^*.

Soluzione

$$\text{Ricavi totali} = p \cdot Q = 10Q - Q^2$$

$$RMG = \frac{\partial RT}{\partial Q} = 10 - 2Q \qquad \text{per } Q^* = 4 \quad \Rightarrow \quad RMG = 2 = CMG$$

$$p^* = 10 - 4 = 6$$

L'elasticità risulta essere:

$$e = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p} \cdot \frac{p}{q} = -1 \cdot \frac{6}{4} = -1{,}5$$

b) Determinare la perdita di benessere sociale causata dal monopolio ipotizzando che il costo marginale sia costante e pari a quello calcolato nel punto precedente.

Soluzione

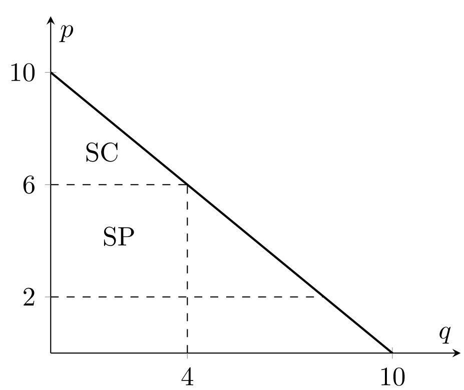
$$CMG = p = 2 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} p^* = 2 \\ Q^* = 8 \end{array}$$

In condizioni di monopolio:

$$\text{Surplus produttore} = (6 - 2) \cdot 4 = 16$$

$$\text{Surplus consumatore} = \tfrac{1}{2} \cdot 4 \cdot (10 - 6) = 8$$

La perdita è pari a: $\dfrac{(6-2)(8-4)}{2} = 8$.



Esercizio 28 Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda $p(Q) = 100 - Q$ dove p indica il prezzo e Q la quantità. L'impresa può produrre il bene utilizzando due impianti produttivi caratterizzati, rispettivamente, dalle seguenti funzioni di costo:

$$c_1 = 10 + q_1^2 \qquad c_2 = 10 + 2q_2^2.$$

Valutare se all'impresa conviene utilizzare esclusivamente l'impianto 1 o utilizzare entrambi gli impianti. Individuare inoltre il massimo profitto conseguibile dall'impresa.

Soluzione

$$CMG_1 = 2q_1 \qquad CMG_2 = 4q_2$$

$$\Pi = p \cdot q - c(q) \qquad \text{per } Q = q = (q_1 + q_2)$$

$$\Pi = [100 - (q_1 + q_2)] \cdot (q_1 + q_2) - 10 - q_1^2 - 10 - 2q_2^2$$

$$\begin{array}{lcl} \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = 100 - 2q_1 - 2q_2 - 2q_1 = 0 & \multirow{2}{*}{$\Rightarrow$} & q_1 = \frac{100-2q_2}{4} \\ \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = 100 - 2q_1 - 2q_1 - 4q_2 = 0 & & q_2 = \frac{100-2q_1}{6} \end{array}$$

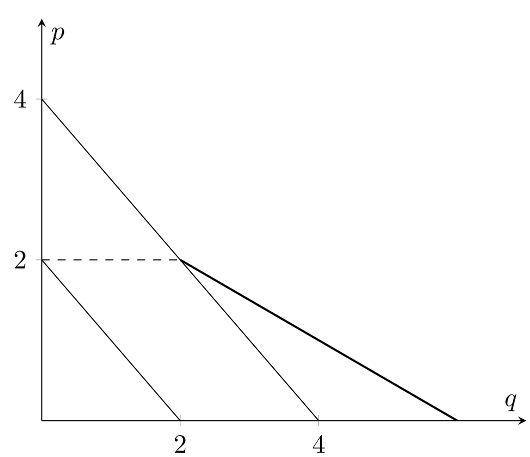
Esercizio 29 Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio con costo marginale costante pari a c e costi fissi nulli. I consumatori del bene prodotto dal monopolista possono essere divisi in due gruppi, indicati con A e B, caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda inversa:

$$p_A = 4 - q_A \qquad p_B = 2 - q_B$$

a) Si determini il comportamento ottimale del monopolista in funzione del parametro c assumendo che non sia possibile attuare alcuna strategia di discriminazione di prezzo.

b) Si determini il comportamento ottimale del monopolista in funzione del parametro c assumendo che sia possibile attuare una discriminazione di prezzo di terzo grado.

Soluzione



a) $q = q_A + q_B = 6 - 2p \quad \Rightarrow \quad p = 3 - \frac{1}{2}q.$

$$p = \begin{cases} 4 - q & p \geq 2 \ q \leq 2 \\ 3 - \dfrac{1}{2}q & p < 2 \ q > 2 \end{cases}$$

$$RT = \begin{cases} 4q - q^2 & p \geq 2 \\ 3q - \dfrac{1}{2}q^2 & p < 2 \end{cases}$$

$$RMG = \begin{cases} 4 - 2q & p \geq 2 \\ 3 - q & p < 2 \end{cases}$$

$\boxed{p \geq 2:}$

$$RMG = CMG, \quad 4 - 2q = c \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} q^* &= 2 - \tfrac{1}{2}c \\ p^* &= 4 - q^* = 4 - 2 + \tfrac{1}{2}c = 2 + \tfrac{1}{2}c \end{aligned}$$

Vale se $p \geq 2$ e $p \leq 4$:

$$\begin{cases} p \geq 2 \\ p \leq 4 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 2 + \frac{1}{2}c > 2 \\ 2 + \frac{1}{2}c < 4 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 4 + c > 4 \\ 4 + c < 8 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} c > 0 \\ c < 4 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 0 < c < 4$$

$$\Pi_A = (2 + \frac{1}{2}c)(2 - \frac{1}{2}c) - c(2 - \frac{1}{2}c) = \frac{1}{4}c^2 - 2c + 4$$

$\boxed{p < 2:}$

$$RMG = CMG, \quad 3 - q = c \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} q^* &= 3 - c \\ p^* &= 3 - \tfrac{1}{2}(3 - c) = \tfrac{3}{2} + \tfrac{1}{2}c \end{aligned}$$

Vale se $p < 2$:

$$p < 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2} + \frac{1}{2}c < 2 \quad \Rightarrow \quad 3 + c < 4 \quad \Rightarrow \quad c < 1$$

$$\Pi_{A+B} = \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}c\right)(3 - c) - c(3 - c) = \frac{1}{2}c^2 - 3c + \frac{9}{2}$$

Per verificare a chi conviene vendere si impone $\Pi_{A+B} > \Pi_A$:

$$\frac{1}{2}c^2 - 3c + \frac{9}{2} > \frac{1}{4}c^2 - 2c + 4$$

L'equazione è soddisfatta per $c < 0{,}58$ e $c > 3{,}41$, quindi:

$c < 0{,}58$	Vendo sia ad A che B.
$0{,}58 < c < 4$	Vendo solo ad A.

b) L'impresa opera nei due mercati separati A e B.
Mercato A:

$$\begin{aligned} RMG &= CMG \\ 4 - 2q_A &= c \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} q_A^* &= 2 - \tfrac{1}{2}c \\ p_A^* &= 2 + \tfrac{1}{2}c \\ \Pi_A^* &= \tfrac{1}{4}c^2 - 2c + 4 \end{aligned} \qquad c < 4$$

Mercato B:

$$\begin{aligned} RMG &= CMG \\ 2 - 2q_B &= c \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} q_B^* &= 1 - \tfrac{1}{2}c \\ p_B^* &= 1 + \tfrac{1}{2}c \\ \Pi_B^* &= \tfrac{1}{4}c^2 - c + 1 \end{aligned} \qquad c < 2$$

Esercizio 30 Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operano nel breve periodo 50 imprese, uniformemente distribuite in cinque gruppi distinti. Le imprese di ciascun gruppo i ($i = 1, \dots, 5$) sono caratterizzate da un costo unitario di produzione costante c_i e sono soggette ad un vincolo di capacità produttiva che definisce un livello massimo di *output* ammissibile $\overline{q}_i$. Tali costi e vincoli di capacità assumono i valori riportati nella tabella seguente:

GRUPPO i	c_i	$\overline{q}_i$
1	500	30
2	200	20
3	300	10
4	150	25
5	350	30

Sia $p = 1000 - Q$ la curva di domanda inversa, dove Q indica la quantità complessivamente scambiata nel mercato e p il prezzo del bene. Si determinino:

a) la curva di offerta delle singole imprese e dell'industria nel breve periodo;

b) la configurazione di equilibrio dell'industria nel breve periodo (prezzo, quantità offerte e profitti delle singole imprese).

Soluzione

a) Si determina:

$$q_i = \begin{cases} 0 & p < c_i \\ \leq q_i & p \geq c_i \end{cases}$$

Poiché le 50 imprese sono distribuite uniformemente tra i 5 gruppi, ogni gruppo avrà 10 imprese. Per calcolare quindi la quantità Q massima per ciascuna fascia di prezzo, devo moltiplicare per 10 il livello massimo $\overline{q}_i$ e sommarlo alla quantità massima della precedente fascia. Ad esempio:

$$\text{se } 150 \leq p < 200,\ \overline{q}_4 = 25 \quad \Rightarrow \quad Q = 25 \cdot 10 + 0 = 250$$

$$\text{se } 200 \leq p < 300,\ \overline{q}_2 = 20 \quad \Rightarrow \quad Q = 20 \cdot 10 + 250 = 450$$

E così via. Svolgendo tutti i calcoli si ottiene:

$$S(p) = Q = \begin{cases} 0 & p < 150 \\ \leq 250 & 150 \leq p < 200 \\ \leq 450 & 200 \leq p < 300 \\ \leq 550 & 300 \leq p < 350 \\ \leq 850 & 350 \leq p < 500 \\ \leq 1150 & 500 \leq p \end{cases}$$

b) Sapendo che $D(p) = 1000 - Q$, nel caso del 5° gruppo:

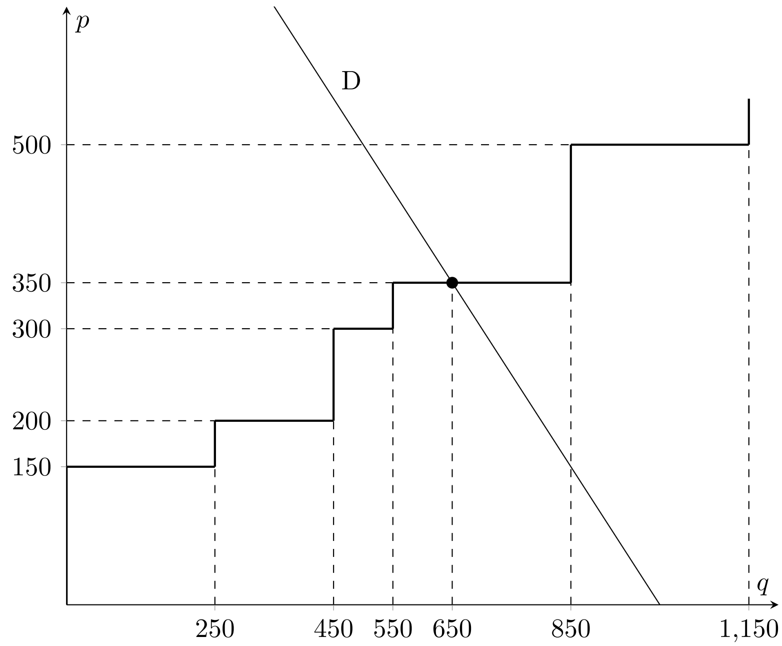
$$350 = 1.000 - (550 + q_5) \quad \Rightarrow \quad q_5 = 100 \quad q_i^{5} = 10 \quad \Rightarrow \quad p^* = 350 \quad Q^* = 650$$

Per definire i profitti:

$$\Pi_3 = (p^* - c_3) \cdot q_3 = (350 - 300)(10) = 500$$

Segue che:

GRUPPO	Π
3	500
5	0
2	3.000
4	5.000



Esercizio 31 Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un bene che vende ad un'impresa "a valle", impresa β, al prezzo p_α. L'impresa rivende il bene al prezzo p_β ai consumatori finali. La domanda dei consumatori è data da $q = 58 - p_\beta$, dove q indica la quantità domandata. L'impresa α ha costi fissi nulli e un costo unitario costante pari a 4; l'impresa β ha costi fissi nulli e un costo unitario costante dato dalla somma di p_α più un costo unitario di rivendita pari a 2.
Si assuma inoltre che l'impresa β disponga di un'opportunità alternativa a quella di rivendere il bene prodotto dall'impresa α; tale opportunità consentirebbe all'impresa β di conseguire un profitto pari a R. L'impresa α conosce la funzione di domanda dei consumatori, la funzione di costo totale dell'impresa β e l'opportunità alternativa disponibile per l'impresa β.

a) Determinare il valore massimo del profitto che l'impresa α può conseguire qualora sia vietato applicare qualsiasi restrizione verticale nei due casi seguenti: $R = 225$, $R = 144$.

b) Determinare il livello dei prezzi p_α e p_β, e il valore massimo del profitto che l'impresa α può conseguire qualora sia possibile applicare la restrizione del prezzo imposto nel caso in cui $R = 225$.

Si ipotizzi ora che l'impresa α stia valutando la possibilità di rivendere "in proprio" il bene ai consumatori. La funzione di costo totale della struttura integrata è pari a $C_{\mathsf{INT}} = (6 + k)q$ (in altri termini, l'integrazione verticale fra il processo produttivo "a monte" e quello "a valle" implica un incremento di costo unitario pari a k).

c) Determinare i valori di k in corrispondenza dei quali risulta conveniente, rispetto al punto b), per l'impresa α rivendere "in proprio" il bene ai consumatori.

Soluzione

a) Mi calcolo inizialmente i profitti di α e β senza tenere conto delle alternative di β. Quindi:

$$\Pi_\beta = (p_\beta - p_\alpha - 2)(58 - p_\beta) = 58p_\beta - p_\beta^2 - 58p_\alpha + p_\alpha p_\beta - 2 \cdot 58 + 2p_\beta$$

$$\frac{\partial \Pi_\beta}{\partial p_\beta} = 58 - 2p_\beta + p_\alpha + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2p_\beta = 60 + p_\alpha \quad \Rightarrow \quad p_\beta = 30 + \frac{1}{2}p_\alpha$$

$$q = 58 - 30 - \frac{1}{2}p_\alpha = 28 - \frac{1}{2}p_\alpha$$

$$\Pi_\alpha = (p_\alpha - 4)(28 - \frac{1}{2}p_\alpha) = 28p_\alpha - \frac{1}{2}p_\alpha^2 - 112 + 2p_\alpha$$

$$\frac{\partial \Pi_\alpha}{\partial p_\alpha} = 28 - p_\alpha + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} p_\alpha = 30 & \Pi_\alpha = 338 \\ p_\beta = 45 & \Pi_\beta = 169 \end{matrix} \quad q = 13$$

$\boxed{\text{Per } \Pi_\beta^{\mathsf{ALT}} = 225\text{:}}$

Il profitto di β deve essere uguale a 225. Pertanto:

$$(p_\beta - p_\alpha - 2)(58 - p_\beta) = 225$$

Imponendo $p_\beta = 30 + \frac{1}{2}p_\alpha$ e svolgendo i calcoli:

$$\begin{aligned} &(30 + \tfrac{1}{2}p_\alpha - p_\alpha - 2)(58 - 30 - \tfrac{1}{2}p_\alpha) = 225 \\ &(28 - \tfrac{1}{2}p_\alpha)(28 - \tfrac{1}{2}p_\alpha) = 225 \\ &28 - \tfrac{1}{2}p_\alpha = \pm 15 \\ &p_\alpha = 56 \pm 30 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} p_{\alpha,1} = 26 \\ \cancel{p_{\alpha,2} = 86} \end{matrix}$$

La seconda alternativa, $p_\alpha = 86$, viene scartata perché altrimenti q sarebbe negativa e ciò non è possibile. Quindi:

$$\begin{matrix} p_\alpha = 26 & q = 15 \\ p_\beta = 43 & \Pi_\alpha = 330 \end{matrix}$$

$\boxed{\text{Per } \Pi_\beta^{\mathsf{ALT}} = 144\text{:}}$

Noto da subito che $\Pi_\beta^{\mathsf{ALT}} = 144 < 169 = \Pi_\beta$. Non è conveniente per l'impresa β scegliere l'alternativa $R = 144$ che garantisce profitti più bassi. Pertanto scarto questa alternativa a priori. Inoltre, se avessi svolto i calcoli, avrei notato che aumenta p_α e quindi anche p_β: all'aumentare dei prezzi, diminuisce la quantità q e di conseguenza anche il profitto.

b) Mi trovo in una situazione di struttura verticale integrata con prezzo imposto da α a β.

$$\Pi_{\mathsf{INT}} = (p - 6)(58 - p) = 58p - p^2 - 348 + 6p$$

$$\frac{\partial \Pi_{\mathsf{INT}}}{\partial p} = 58 - 2p + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} p_{\mathsf{INT}} = 32 \\ q_{\mathsf{INT}} = 26 \\ \Pi_{\mathsf{INT}} = 676 \end{matrix}$$

Quindi prezzo imposto $\overline{p}_\beta = p_{\mathsf{INT}} = 32$. Poiché necessariamente $\Pi_\beta = 225$, allora:

$$\Pi_\beta = (32 - p_\alpha - 2)26 = 225$$
$$780 - 26p_\alpha = 225 \quad \Rightarrow \quad p_\alpha = 21{,}34$$
$$\Pi_\alpha = 451$$

Se avesse chiesto la tariffa a due parti:

$$T(q) = (676 - R) + 4q$$

c) Per $C_{\mathsf{INT}} = (6 + k)q$:

$$\Pi_{\mathsf{INT}} = (p - 6 - k)(58 - p) \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} p^*_{\mathsf{INT}} &= 32 + \tfrac{1}{2}k \\ q^*_{\mathsf{INT}} &= 26 - \tfrac{1}{2}k \\ \Pi_{\mathsf{INT}} &= 676 - 26k + \tfrac{1}{2}k^2 \end{aligned}$$

Π_{INT} deve essere maggiore di Π_α trovato nel punto b). Quindi:

$$676 - 26k + \frac{1}{4}k^2 > 451 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} &k < 9{,}526 \\ &\cancel{k > 94{,}473} \quad \text{(in questo intervallo } q \text{ sarebbe negativa).} \end{aligned}$$

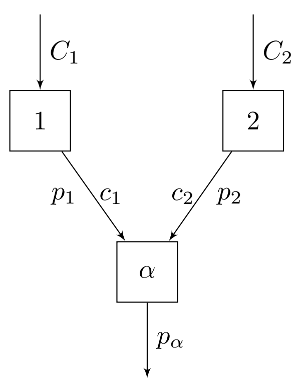
Esercizio 32 Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un solo bene la cui funzione di domanda è $q = D(p)$, dove q indica la quantità e p il prezzo del bene. L'impresa α utilizza una tecnologia produttiva che richiede due input x_1 e x_2. L'input x_1 viene fornito dall'impresa 1 che opera in condizioni di monopolio, mentre l'input x_2 viene fornito dall'impresa 2 che opera in condizioni perfettamente concorrenziali.
Illustrare e commentare le restrizioni verticali sufficienti che permettono all'impresa 1 di conseguire un profitto pari a quello che si avrebbe qualora il controllo decisionale delle imprese α e 1 fosse completamente centralizzato, nei due casi seguenti:

a) l'impresa α utilizza una tecnologia produttiva di tipo "Cobb-Douglas";

b) l'impresa α utilizza una tecnologia produttiva a coefficienti fissi.

Illustrare e commentare infine le restrizioni verticali sufficienti nei casi a) e b) ipotizzando che l'impresa α operi in condizioni di concorrenza perfetta.

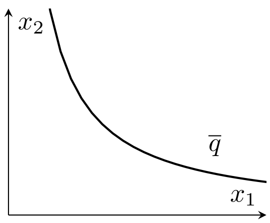
Soluzione



In questa situazione ho due problemi:

1. Doppia marginalizzazione: α può applicare un prezzo più alto di quello che si avrebbe nella struttura integrata facendo diminuire i profitti.

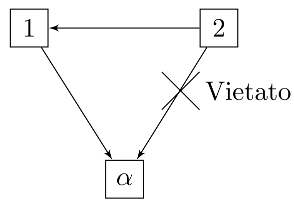
2. Siccome $\frac{p_1}{p_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, allora si arriva al secondo problema: la struttura impiega x_1 e x_2 in modo differente da quello che farebbe la struttura integrata.



a) Permette di usare qualsiasi combinazione di x_1 e x_2 per ottenere $\overline{q}$. Siccome ho sostituibilità degli input posso fare la tariffa in due parti

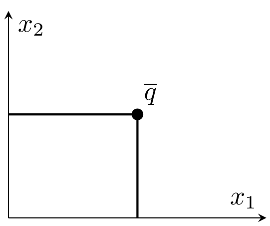
$$T(x_1) = \Pi_{\mathsf{INT}} + c_1 x_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

e la vendita collegata con prezzo imposto:

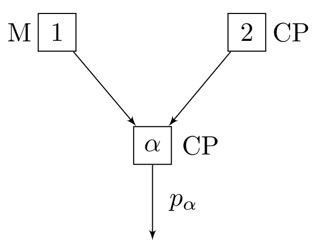


$$p_\alpha = p_{\mathsf{INT}}$$

$$\begin{cases} \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{c_1}{c_2} \\ p_1 x_1^{\mathsf{INT}} + p_2 x_2^{\mathsf{INT}} = p^{\mathsf{INT}} q^{\mathsf{INT}} \end{cases}$$



b) Coefficienti fissi: α non può usare x_1 e x_2 **mai** in proporzioni diverse da quelle della struttura integrata per far svolgere il processo produttivo, quindi ho solo il problema della doppia marginalizzazione. Posso fare la tariffa in due parti, imporre prezzo e quantità.



c) Cobb-Douglas: α è price-taker (ci sono altre imprese uguali ad α che comprano da 1 e 2). Non posso fare la tariffa a due parti perché α non ha profitto. Posso però fare la vendita collegata senza prezzo imposto:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad \text{e} \quad p_1 x_1^{\mathsf{INT}} + p_2 x_2^{\mathsf{INT}} = p^{\mathsf{INT}} q^{\mathsf{INT}}$$

d) Coefficienti fissi: non c'è il problema della doppia marginalizzazione e neanche un errato impiego di x_1 e x_2! Di conseguenza non bisogna imporre alcuna restrizione.

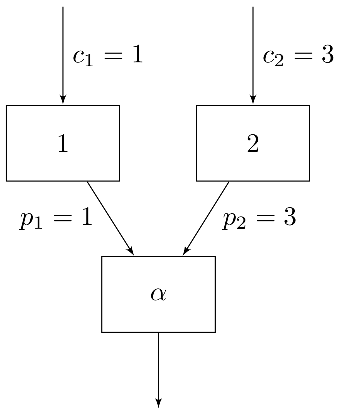
Esercizio 33 Si assuma che un'impresa α operi in condizioni di monopolio e produca un solo bene con una funzione di produzione data da $q = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{3}{4}}$ dove q indica il livello di output, e x_1 e x_2 i livelli di impiego degli input 1 e 2. L'input 1 viene fornito dall'impresa 1 che opera in condizioni di monopolio ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_1 = x_1$. L'input 2 viene fornito dall'impresa 2 che opera in condizioni perfettamente concorrenziali ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale: $C_2 = 3x_2$. La funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa α è data da:

$$q = \begin{cases} \frac{90}{p} & p \leq 6 + k \\ 0 & p > 6 + k \end{cases},$$

dove p indica il livello del prezzo e k indica la spesa sostenuta da α per migliorare la qualità del bene; l'impresa α può scegliere fra 2 valori: $k = 0$ oppure $k = 3$. Il costo totale sostenuto dall'impresa α è pari a $C_\alpha = p_1 x_1 + p_2 x_2 + k$, dove p_1 e p_2 sono i prezzi praticati dalle imprese 1 e 2.

Si ipotizzi che l'impresa 1 conosca le funzioni di costo totale dell'impresa 2 e dell'impresa α e la funzione di domanda del bene prodotto dall'impresa α.
Spiegare il motivo per cui una tariffa in due parti imposta dall'impresa 1 all'impresa α, con una parte fissa $30 < F < 47$, incentiverebbe l'impresa α a scegliere $k = 3$.

Soluzione



$q = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{3}{4}}$

$C_\alpha = p_1 x_1 + p_2 x_2 + k$

Se viene imposta la tariffa a due parti:

$p_1 = 1$

$T(x_1) = x_1 + F$

$\boxed{\text{Per } k = 0\text{:}}$

$$\begin{array}{l} q = \frac{90}{p} \\ p \leq 6 + k \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} p = 6 \\ q = 15 \end{array}$$

Definisco il sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{PMG_1}{PMG_2} = \dfrac{1}{3}\dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{1}{3} \\ 15 = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{3}{4}} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x_2 = x_1 = 15 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} C_\alpha = x_1 + 3x_2 + 0 = 60 \\ \Pi_\alpha^{k=0} = p \cdot q - C_\alpha - F = 90 - 60 - F = 30 - F. \end{array}$$

$\boxed{\text{Per } k = 3\text{:}}$

$$\begin{array}{l} q = \frac{90}{p} \\ p \leq 6 + k \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} p = 9 \\ q = 10 \end{array}$$

Definisco il sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{3}\dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{1}{3} \\ 10 = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{3}{4}} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x_2 = x_1 = 10 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} C_\alpha = x_1 + 3x_2 + 3 = 43 \\ \Pi_\alpha^{k=3} = p \cdot q - C_\alpha - F = 90 - 43 - F = 47 - F \end{array}$$

Segue che per l'impresa α è più conveniente scegliere $k = 3$, poiché $\forall\ 30 < F < 47$, allora $47 - F > 30 - F$, ovvero $\Pi_\alpha^{k=3} > \Pi_\alpha^{k=0}$.

Esercizio 34 Si consideri l'industria costituita dal servizio di taxi in una città. I potenziali conducenti di taxi sono caratterizzati dagli stessi costi, che includono:

- un costo fisso annuo (spese di assicurazione, bollo ecc.) pari a 1.600;
- un costo per ora di viaggio (spese per carburante, manutenzione, costo opportunità del tempo) pari a 15.

Ciascun conducente di taxi può effettuare nell'arco di un anno un numero massimo di ore di viaggio pari a 1600. Sia $Q = 19.216 - p$ la curva di domanda di mercato, dove Q è la quantità complessivamente scambiata, espressa in termini di ore annue di viaggio, e p indica la tariffa oraria.

a) Si determini la configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità, numero di taxi), nell'ipotesi che tale industria possa essere considerata perfettamente concorrenziale.

Si assuma ora che venga assegnato un numero di licenze per la conduzione di taxi pari a quello individuato al punto a) e che sia consentita la compravendita di tali licenze. Si assuma inoltre che la curva di domanda di mercato divenga $Q = 19.218 - p$.

b) Si determini il prezzo massimo al quale può essere venduta (acquistata) ciascuna licenza.

Soluzione Dal testo individuo i dati:

$$F = 1.600 \qquad cv(q) = 15q \qquad q_{max} = 1.600$$

a) Bisogna determinare la configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo, considerandola in uno scenario perfettamente concorrenziale. Quindi:

$$C(q) = F + cv(q) = 1.600 + 15q \quad q \leq 1.600$$

$$\min(CME) = 15 + \frac{1.600}{q} = 15 + 1 = 16$$

$$S_i(p) = \begin{cases} 1.600 & p \geq 16 \\ 0 & p < 16 \end{cases} \qquad S(p) = \begin{cases} 1.600N & p \geq 16 \\ 0 & p < 16 \end{cases}$$

$$\Pi = 0 \text{ (nel lungo periodo)} \qquad Q = 19.126 - 16 = 19.200 \qquad N = \frac{19.200}{1.600} = 12$$

b) Per determinare il prezzo p_{max} devo imporre $S(p) = Q$, quindi:

$$\begin{array}{c} S(p) = S_i(p) \cdot N = 1.600 \cdot 12 \\ Q = 19.218 - p \end{array} \quad \Rightarrow \quad 1.600 \cdot 12 = 19.218 - p \quad \Rightarrow \quad p = 18$$

Segue il profitto:

$$\Pi = p \cdot q - C(Q) = 18 \cdot 1.600 - (1.600 + 15 \cdot 1.600) = 3.200.$$