Un'impresa è caratterizzata dalla seguente funzione di produzione:  $q = 2\sqrt{x_1}\sqrt{x_2-2}$ , dove q indica il livello di output, e  $x_1$  e  $x_2$  i livelli di impiego dei fattori produttivi 1 e 2.

a) Determinare la combinazione ottima di fattori quando il livello di produzione viene fissato pari a 40 e i prezzi di entrambi i fattori sono pari a 4.

Si assuma ora che l'impresa sia libera di scegliere il livello di produzione q, ma sia vincolata ad un livello di impiego del fattore 2 pari a  $x_2$ =6 (i prezzi di entrambi i fattori sono ancora pari a 4).

b) Determinare il livello di impiego ottimale del fattore 1 in funzione del prezzo dell'output p.

## Esercizio 2

Si consideri un'impresa che dispone della tecnologia descritta dalla seguente funzione di produzione:

$$q = 2 x_1 + 4 x_2$$
,

dove q indica la quantità del bene prodotto dall'impresa, mentre  $x_1$  e  $x_2$  indicano le quantità impiegate dei fattori della produzione. Siano  $w_1 = 4$  e  $w_2 = 2$  i prezzi unitari dei fattori produttivi. Nel breve periodo, l'impresa dispone di una dotazione fissa del secondo fattore, pari a  $x_2 = 1$ .

#### Determinare:

- a) la curva di offerta di breve periodo del bene prodotto dall'impresa;
- b) la curva di domanda del fattore di produzione variabile, in funzione del prezzo del bene finale.

## Esercizio 3

Si consideri un'impresa che produce un unico bene utilizzando due impianti caratterizzati da tecnologie produttive distinte, rispettivamente descritte dalle seguenti funzioni di costo:

$$C_1(q_1) = c_1q_1$$
;  $C_2(q_2) = c_2q_2$ ,

dove  $c_1 > 0$ ,  $c_2 > 0$ . Si assuma che il primo impianto sia soggetto ad un vincolo di capacità, a seguito del quale il massimo livello di *output* che può essere prodotto con tale impianto è pari a  $\overline{q}$ . Si determini la funzione di costo totale dell'impresa.

## Esercizio 4

Si consideri un'impresa che produce un unico bene utilizzando una tecnologia descritta dalla funzione di costo totale  $C(q) = F + cq^2$ .

- a) Si dimostri che, nel caso in cui l'impresa possieda *N* impianti caratterizzati dalla medesima tecnologia, la produzione complessiva dell'impresa *Q* risulta equiripartita tra gli *N* impianti, per qualsiasi valore di *Q*.
- b) Si determini il valore minimo di Q per il quale l'impresa decide di acquistare un impianto aggiuntivo, nel caso in cui ne possieda già N.

Un'impresa deve decidere circa l'acquisto di un impianto del costo iniziale di 3.000.000, con costi annui di manutenzione pari a 50.000 ed una vita utile di 10 anni, con valore di recupero nullo. Acquistando l'impianto si ottiene la seguente funzione di produzione:  $q = 60 x^{2/3}$ , dove q indica il livello di output e x il livello di impiego di un input variabile. Il costo unitario del fattore x è pari a w = 12.000. Si assuma inoltre che l'impresa sia *price taker* e che il prezzo del prodotto sia pari a p = 1.500.

- a) Determinare il livello di impiego ottimo dell'input variabile, il corrispondente livello di produzione ed il profitto annuo dell'impresa.
- b) Valutare se l'acquisto dell'impianto con le caratteristiche descritte sia conveniente o meno, assumendo che *p* e *w* rimangano costanti per tutta la vita utile dell'impianto, e il costo opportunità del capitale sia pari al 10%.

Si assuma ora che l'impresa possa decidere di dotare l'impianto di un sistema di monitoraggio sostenendo un costo pari a C. Il sistema di monitoraggio, caratterizzato una vita utile di 10 anni ed un valore di recupero nullo, non cambierebbe la funzione di produzione dell'impianto, ma permetterebbe un risparmio di 30.000 sui costi di manutenzione annui.

c) Individuare i valori di C in corrispondenza dei quali risulta conveniente dotare l'impianto del sistema di monitoraggio.

## Esercizio 6

Si consideri un mercato perfettamente concorrenziale in cui operano due gruppi di imprese. Il primo gruppo è costituito da 400 imprese che dispongono della medesima tecnologia, descritta dalla seguente funzione di costo totale di breve periodo:  $C_I(q) = 50 + 2q + 2q^2$ 

Il secondo gruppo è costituito da 200 imprese che dispongono della medesima tecnologia, descritta dalla seguente funzione di costo totale di breve periodo:  $C_2(q) = 36 + q + q^2$ 

Sia Q = 100 - 50 p la curva di domanda di mercato del bene prodotto dalle imprese.

Si determini la configurazione di equilibrio dell'industria nel breve periodo (prezzo, quantità prodotte, livello dei profitti).

#### Esercizio 7

Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operi inizialmente un primo gruppo costituito da 100 imprese, caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo:

$$C_1(q) = 50 q^2 + 200 q + 200,$$

dove q indica la quantità prodotta da ciascuna impresa. Si assuma ora che un secondo gruppo costituito da N imprese, caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo:

$$C_2(q) = 50 q^2 + 100 q + F$$
,

sia intenzionato ad entrare nell'industria (si noti che F è un costo quasi-fisso, cioè è un costo evitabile da parte di imprese che rinuncino all'entrata). Sia inoltre p = 1000 - Q la curva di domanda inversa di mercato, dove Q indica la quantità complessivamente scambiata nel mercato e p il prezzo del bene.

- a) Si determini il valore massimo  $F_{\text{max}}$  del costo quasi-fisso sostenuto dalle imprese del gruppo 2 compatibile con un equilibrio dell'industria in cui risultino escluse le imprese del gruppo 1.
- b) Si assuma ora F = 50. Si determini il numero minimo  $N_{min}$  di imprese del gruppo 2 necessario affinché all'equilibrio dell'industria risultino escluse le imprese del gruppo 1.

## Esercizio 8

Si consideri l'industria costituita dal servizio di taxi in una città. I potenziali conducenti di taxi sono caratterizzati dagli stessi costi, che includono:

- un costo fisso annuo (spese di assicurazione, bollo ecc.) pari a 1600;
- un costo per ora di viaggio (spese per carburante, manutenzione, costo opportunità del tempo) pari a 15.

Ciascun conducente di taxi può effettuare nell'arco di un anno un numero massimo di ore di viaggio pari a 1600. Sia Q = 32016 - p la curva di domanda di mercato, dove Q è la quantità complessivamente scambiata, espressa in termini di ore annue di viaggio, e p indica la tariffa oraria.

a) Si determini la configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità, numero di taxi), nell'ipotesi che tale industria possa essere considerata perfettamente concorrenziale.

Si assuma ora che venga assegnato un numero di licenze per la conduzione di taxi pari a quello individuato al punto a) e che sia consentita la compravendita di tali licenze. Si assuma inoltre che la curva di domanda di mercato divenga Q = 32020 - p.

b) Si determini il prezzo massimo al quale può essere venduta (acquistata) ciascuna licenza.

#### Esercizio 9

Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operano imprese caratterizzate dalla medesima funzione dei costi totali di lungo periodo  $C(q) = 2 \ q$ , dove q indica la quantità prodotta da ciascuna impresa. Sia  $Q = 100 - 25 \ p$  la curva di domanda di mercato, dove Q indica la quantità complessivamente offerta nel mercato e p il prezzo del bene offerto. Si assuma inoltre che ciascuna impresa sia soggetta ad un vincolo di capacità che definisce un livello massimo di *output* ammissibile  $\overline{q} = 1$ . Si determini:

- a) la curva di offerta delle singole imprese e dell'industria nel lungo periodo;
- b) la configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità offerte dalle singole imprese, numero di imprese n presenti nell'industria).

Si assuma ora che lo Stato limiti la libertà di entrata delle imprese dall'industria, fissando il numero delle imprese attive a 25. Si determini:

- c) la curva di offerta dell'industria e la nuova configurazione di equilibrio dell'industria nel lungo periodo (prezzo, quantità offerte e profitti delle singole imprese), nell'ipotesi di esistenza dei vincoli di capacità precedentemente definiti;
- d) il valore monetario massimo ammissibile di una licenza venduta dallo Stato a ciascuna delle 25 imprese al fine di consentire il loro ingresso nell'industria considerata.

#### Esercizio 10

Si consideri un'industria perfettamente concorrenziale in cui operano nel breve periodo 50 imprese, uniformemente distribuite in cinque gruppi distinti. Le imprese di ciascun gruppo i (i= 1, ..., 5) sono caratterizzate da un costo unitario di produzione costante  $c_i$  e sono soggette ad un vincolo di capacità produttiva che definisce un livello massimo di *output* ammissibile  $\bar{q}_i$ . Tali costi e vincoli di capacità assumono i valori riportati nella tabella seguente:

GRUPPO i	$c_i$	$\overline{q}_i$
1	500	30
2	200	20
3	300	10
4	150	25
5	350	30

Sia p = 1000 - Q la curva di domanda inversa, dove Q indica la quantità complessivamente scambiata nel mercato e p il prezzo del bene. Si determinino:

- a) la curva di offerta delle singole imprese e dell'industria nel breve periodo;
- b) la configurazione di equilibrio dell'industria nel breve periodo (prezzo, quantità offerte e profitti delle singole imprese).

## Esercizio 11

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda p(Q) = 10 - Q, dove p indica il prezzo e Q la quantità. L'impresa massimizza il profitto producendo la quantità  $Q^* = 4$ .

- a) Determinare il costo marginale e l'elasticità della domanda rispetto al prezzo in corrispondenza della quantità  $Q^*$ .
- b) Determinare la perdita di benessere sociale causata dal monopolio ipotizzando che il costo marginale sia costante e pari a quello calcolato nel punto precedente.

## Esercizio 12

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio in un mercato caratterizzato dalla seguente funzione di domanda p(Q) = 100 - Q, dove p indica il prezzo e Q la quantità. L'impresa può produrre il bene utilizzando due impianti produttivi caratterizzati, rispettivamente, dalle seguenti funzioni di costo:

$$c_1 = 10 + q_1^2$$
,  $c_2 = 10 + 2q_2^2$ .

Valutare se all'impresa conviene utilizzare esclusivamente l'impianto 1 o utilizzare entrambi gli impianti. Individuare inoltre il massimo profitto conseguibile dall'impresa.

## Esercizio 13

Si consideri un'impresa che opera in condizioni di monopolio con costo marginale costante pari a c.

- a) Si mostri che, data la curva di domanda di mercato Q = a p, il monopolista non trasferisce interamente un eventuale incremento del costo marginale sul prezzo finale del bene prodotto.
- b) Si mostri che, data la curva di domanda di mercato  $Q = p^{-\mathcal{E}}(\varepsilon > 1)$ , il monopolista trasferisce sul prezzo finale un ammontare superiore all'incremento del costo marginale.

Si consideri un'impresa che opera in condizioni di monopolio in due mercati, ciascuno dei quali è caratterizzato dalla curva di domanda  $Q_i = a_i - b_i p_i$ , i=1, 2. Per semplicità, si supponga che il bene offerto dal monopolista possa essere prodotto a costi totali nulli.

Si determinino le condizioni relative ai parametri  $a_i$  e  $b_i$  per cui il monopolista non opera alcuna discriminazione di prezzo nei due mercati.

# Esercizio 15

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio. La funzione di costo totale dell'impresa è C = 14/3 q. I consumatori del bene prodotto dal monopolista possono essere divisi in due gruppi, indicati con A e B, caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda inversa:

$$p_A = 20 - q_A$$
  $p_B = 30 - 2 q_B$ 

- a) Si determinino i livelli di prezzo e quantità scelti dal monopolista nel caso in cui fronteggi la domanda complessiva dei consumatori senza distinguere i due gruppi.
- b) Si assuma che il monopolista sia in grado di effettuare una discriminazione di prezzo di primo grado. Si determini la quantità prodotta dall'impresa ed il profitto che ne consegue.
- c) Si assuma che il monopolista sia in grado di effettuare una discriminazione di prezzo di terzo grado. Si determinino i livelli dei prezzi e le quantità prodotte dall'impresa nei due segmenti di mercato ed il profitto che ne consegue. Si verifichi la relazione tra prezzi ed elasticità.

# Esercizio 16

Si assuma che un'impresa operi in condizioni di monopolio con costo marginale costante pari a c e costi fissi nulli. I consumatori del bene prodotto dal monopolista possono essere divisi in due gruppi, indicati con A e B, caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda inversa:

$$p_A = 4 - q_A \qquad p_B = 2 - q_B$$

- a) Si determini il comportamento ottimale del monopolista in funzione del parametro c assumendo che non sia possibile attuare alcuna strategia di discriminazione di prezzo.
- b) Si determini il comportamento ottimale del monopolista in funzione del parametro *c* assumendo che sia possibile attuare una discriminazione di prezzo di terzo grado.

Si assuma che un'impresa  $\alpha$  operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa  $\beta$ , al prezzo  $p_{\alpha}$ . L'impresa  $\beta$ , operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene la cui funzione di domanda è data da:  $q=60 \square p$ , dove q indica la quantità e p il prezzo del bene prodotto dall'impresa  $\beta$ . Sia  $C_{\alpha}=3q$  la funzione di costo totale dell'impresa  $\alpha$  e  $C_{\beta}=(p_{\alpha}+2)q$  la funzione di costo totale dell'impresa  $\beta$ . Determinare:

- a) il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale;
- b) il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.

Si ipotizzi che l'impresa  $\alpha$  conosca la funzione di domanda di mercato e la funzione di costo totale dell'impresa  $\beta$ . Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa  $\alpha$  imponga una tariffa in due parti all'impresa  $\beta$ . Determinare:

- c) la tariffa in due parti;
- d) la tariffa in due parti nel caso in cui l'impresa  $\beta$  possa attuare una discriminazione del prezzo di primo grado.

## Esercizio 18

Si assuma che un'impresa  $\alpha$  operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa  $\beta$ , al prezzo  $p_{\alpha}$ . Sia  $C_{\alpha}=3q$  la funzione di costo totale dell'impresa  $\alpha$ .

L'impresa  $\beta$ , operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene ed è caratterizzata dalla seguente funzione di costo totale  $C_{\beta}=(p_{\alpha}+2)q$ .

Gli acquirenti del bene prodotto dall'impresa  $\beta$  possono essere divisi in due gruppi (gruppo 1 e gruppo 2) caratterizzati dalle seguenti funzioni di domanda:

$$q_1 = 60 - p_1 \qquad q_2 = 50 - 2p_2$$

Si assuma che l'impresa  $\beta$  sia in grado di effettuare una discriminazione di prezzo di terzo grado. Determinare:

- a) il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale;
- b) il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.

Si ipotizzi che l'impresa  $\alpha$  conosca le funzioni di domanda che caratterizzano i due gruppi di acquirenti e la funzione di costo totale dell'impresa  $\beta$ . Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa  $\alpha$  imponga una tariffa in due parti all'impresa  $\beta$ .

c) Determinare la tariffa in due parti.

## Esercizio 19

Si assuma che un'impresa  $\alpha$  operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa  $\beta$ , al prezzo  $p_{\alpha}$ . L'impresa  $\beta$ , operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene la cui funzione di domanda è data da:  $q=58-p_{\beta}$ , dove q indica la quantità e  $p_{\beta}$  il prezzo del bene prodotto dall'impresa  $\beta$ . Sia  $C_{\alpha}=4q$  la funzione di costo totale dell'impresa  $\alpha$  e  $C_{\beta}=(p_{\alpha}+2)q$  la funzione di costo totale dell'impresa  $\beta$ .

a) Determinare il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale.

Si ipotizzi ora che l'impresa  $\alpha$  conosca la funzione di domanda di mercato e la funzione di costo totale dell'impresa  $\beta$ . Inoltre, si ipotizzi che l'impresa  $\alpha$  imponga all'impresa  $\beta$  il prezzo di vendita "finale"  $p_{\beta}$ .

b) Determinare i prezzi  $p_{\alpha}$  e  $p_{\beta}$  che permettono all'impresa  $\alpha$  di conseguire un profitto pari a quello che si avrebbe con una struttura verticale integrata.

Si ipotizzi ora che la funzione di costo totale dell'impresa  $\beta$  sia pari a:  $C_{\beta} = (p_{\alpha} + 2)q + k$ .

c) Spiegare il motivo per cui l'impresa  $\alpha$  dovrebbe pagare all'impresa  $\beta$  una somma pari a k qualora volesse applicare la restrizione del prezzo imposto all'impresa  $\beta$ .

Si ipotizzi infine che il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e che il prezzo imposto sia calcolato sulla base del livello atteso della domanda.

d) Individuare la ripartizione del rischio fra le due imprese.

Si consideri ora nuovamente la situazione iniziale e si ipotizzi che l'impresa  $\alpha$  (invece del prezzo di vendita "finale"  $p_{\beta}$ ) imponga una tariffa in due parti all'impresa  $\beta$ .

- e) Determinare la tariffa in due parti.
- f) Individuare la ripartizione del rischio fra le due imprese nel caso in cui il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e la parte fissa della tariffa in due parti sia pari al valore atteso dei profitti che conseguirebbe la struttura integrata.

Si assuma che un'impresa  $\alpha$  operi in condizioni di monopolio e produca un bene intermedio che vende ad un'impresa "a valle", impresa  $\beta$ , al prezzo  $p_{\alpha}$ . L'impresa  $\beta$ , operante anch'essa in condizioni di monopolio, produce un solo bene la cui funzione di domanda è data da:  $q=58-p_{\beta}$ , dove q indica la quantità e p il prezzo del bene prodotto dall'impresa  $\beta$ . Sia  $C_{\alpha}=4q$  la funzione di costo totale dell'impresa  $\alpha$  e  $C_{\beta}=(p_{\alpha}+2)q$  la funzione di costo totale dell'impresa  $\beta$ . Determinare:

- a) il profitto di entrambe le imprese in assenza di qualsiasi restrizione verticale;
- b) il profitto complessivo nel caso di integrazione verticale.

Si ipotizzi che l'impresa  $\alpha$  conosca la funzione di domanda di mercato e la funzione di costo totale dell'impresa  $\beta$ . Inoltre, si ipotizzi che, invece di un'integrazione verticale, l'impresa  $\alpha$  imponga all'impresa  $\beta$  il prezzo di vendita "finale"  $p_{\beta}$ .

c) Determinare i prezzi  $p_{\alpha}$  e  $p_{\beta}$  che permettono all'impresa  $\alpha$  di conseguire un profitto pari a quello che si avrebbe con una struttura verticale integrata.

Si ipotizzi ora che l'impresa  $\alpha$ , invece di imporre il prezzo di vendita "finale"  $p_{\beta}$ , imponga una tariffa in due parti all'impresa  $\beta$ .

d) Determinare la tariffa in due parti.

Si ipotizzi infine che il livello della domanda sia caratterizzato da incertezza e che la parte fissa della tariffa in due parti sia pari al valore atteso dei profitti che conseguirebbe la struttura integrata.

e) Individuare la ripartizione del rischio fra le imprese e motivare la risposta.

Si consideri nuovamente la situazione iniziale e si ipotizzi che la funzione di costo totale della struttura integrata sia pari a  $C_{int} = (6+k)q$  (in altri termini, la "fusione verticale" fra le due imprese implica un incremento di costo unitario pari a k). Determinare:

- f) i valori di *k* in corrispondenza dei quali il "prezzo finale" nella struttura integrata è minore del "prezzo finale" nella struttura non integrata;
- g) i valori di *k* in corrispondenza dei quali l'integrazione verticale risulta profittevole (e cioè il profitto della struttura integrata è maggiore della somma dei profitti conseguiti dalle due imprese nel caso di struttura non integrata).

Si consideri un'industria con due sole imprese, impresa 1 e impresa 2, che producono un bene omogeneo. Sia  $p=22-(q_1+q_2)$  la curva di domanda inversa, dove p indica il prezzo del bene, mentre  $q_1$  e  $q_2$  indicano le quantità del bene prodotte, rispettivamente, dalle imprese 1 e 2. Siano inoltre  $C_1=4q_1$  e  $C_2=6q_2$  le funzioni di costo totale delle due imprese. Ciascuna impresa può scegliere se produrre una quantità pari a 3, a 6 oppure a 9. Le imprese decidono simultaneamente e non cooperativamente i livelli di *output*. Ciascuna impresa conosce la curva di domanda, la funzione di costo propria e dell'impresa rivale, il *timing* del gioco. Si determini:

- a) il prezzo di equilibrio;
- b) i livelli di *output* prodotti dalle imprese;
- c) i profitti conseguiti dalle imprese.

Si assuma ora che l'impresa 1 decida per prima il livello di *output* e che l'impresa 2 decida successivamente il livello di *output*, conoscendo la decisione presa dalla rivale. Si determini:

- d) il prezzo di equilibrio;
- e) i livelli di *output* prodotti dalle imprese;
- f) i profitti conseguiti dalle imprese.
- g) Si risolvano i punti a, b, c, d, e, f assumendo che le imprese possano scegliere di produrre un qualsiasi livello di *output*.