

## - Formule Nastasi

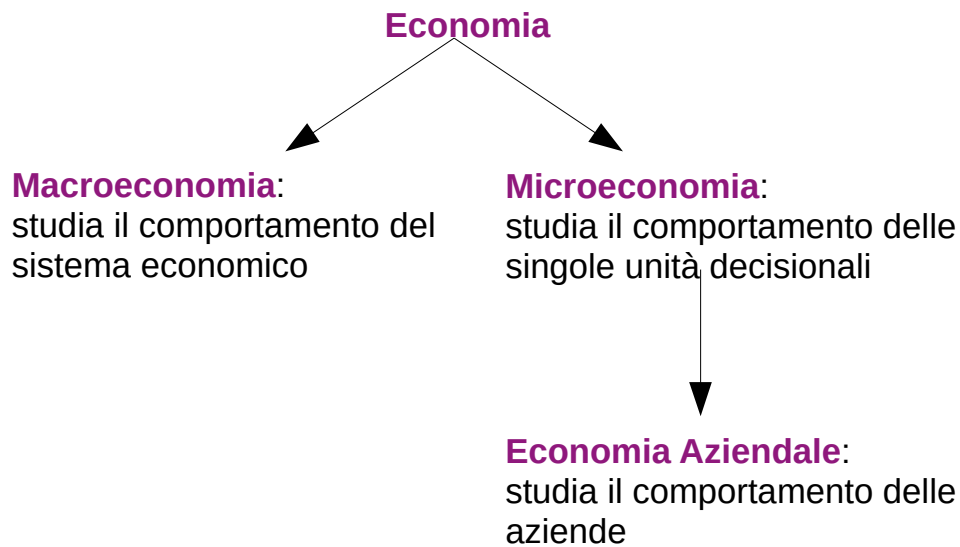
Produttività marginale:	$PMG = \frac{\delta f(x)}{\delta x_i}$
Produttività media	$PME = \frac{f(x)}{x_i}$
Saggio marginale tecnico di sostituzione:	$SMTS = \left  \frac{PMG_i}{PMG_j} \right $
Profitto:	$\pi = p \cdot q - w_1 x_1 - \sum_{i=2}^n w_i x_i$
Profitto massimizzato:	$\frac{\delta \pi}{\delta x_i} = p \cdot PMG = w_i$
Costo:	$C = \sum_i w_i x_i = w_1 x_1 + \dots + w_n x_n$

Costo medio:	$CME = \frac{c(q)}{q} = \frac{F}{q} + \frac{cv(q)}{q}$
Costo marginale:	$CMG = c'(q) = \frac{\delta c(q)}{\delta q}$
Ricavo totale:	$R_{tot} = RT = \bar{p} q$
Ricavo marginale:	$RMG = \bar{p} = \frac{\delta R_{tot}}{\delta q} = \frac{\delta RT}{\delta q} \quad \text{se in concorrenza perfetta allora } = CMG$
Surplus:	$SP = p \cdot q - cv(q)$
Elasticità:	$e = \frac{\delta p(q)}{\delta q} \cdot \frac{q}{p(q)}$

Elasticità della domanda:	$e_i = \frac{\frac{\Delta D_i}{D_i}}{\frac{\Delta P_i}{P_i}} = \frac{\text{Domanda}}{\text{Prezzo}}$
Tariffa in due parti:	$T(q) = F + pq$
Costo opportunità attualizzato:	$\frac{(1+c_o)^n - 1}{c_o \cdot (1+C_o)^n}$
Monopolio:	<p>Per massimizzare il profitto devo avere che  <math>RMG = CMG</math> e</p> $p = \frac{-e \cdot CMG}{(1-e)} = \frac{RMG}{1 + \frac{q}{p(q)} \cdot \frac{\delta p(q)}{\delta q}}$ $\frac{p - CMG}{p} = \frac{1}{ e } \leftarrow \text{Markup}$
Concorrenza perfetta:	<p>P è dato  Il profitto è massimo per <math>CMG = p</math> nel breve  Il profitto è massimo per <math>CME = p</math> nel lungo</p>
Relazione verticale:	<p>M monte, V valle  <math>c_M &lt; p_M &lt; p_V</math>  M impone a V che <math>T(q) = p_V</math></p>

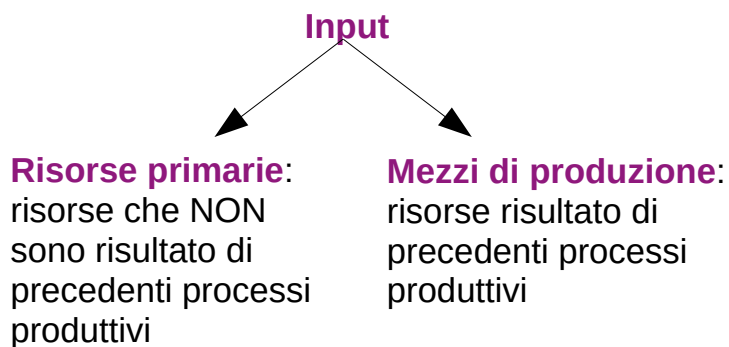
Modello di Cournot:	<p>Massimizziamo i profitti quando  <math>\dot{q}_a(q_b)</math> e <math>\dot{q}_b(q_a)</math>  A questo punto metto a sistema</p>
Modello di Stackelberg:	<p>Massimizziamo i profitti quando  <math>\pi_L = (p_L - c_L) q_L</math>  <math>\pi_F = (p_F - c_F) q_F</math> con <math>\dot{q}_F(\dot{q}_L)</math>  L sceglie prima di F</p>

## - Economia

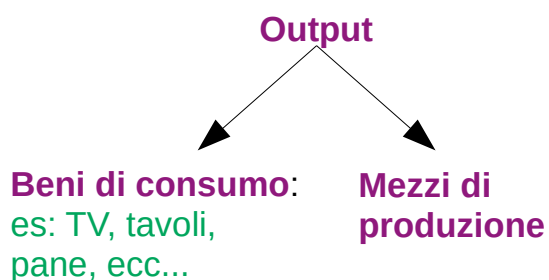


**Microeconomia della produzione:** studia la produzione di beni (tangibili e non) economici. La produzione fa riferimento ad una trasformazione da **input** ad **output**. Essa può essere **tecnica** (cotone → maglietta), nello **spazio** ovvero il trasporto (albero → mercato) o nel **tempo** ovvero la conservazione della merce.

Gli input si dividono nel seguente modo:



E gli output:



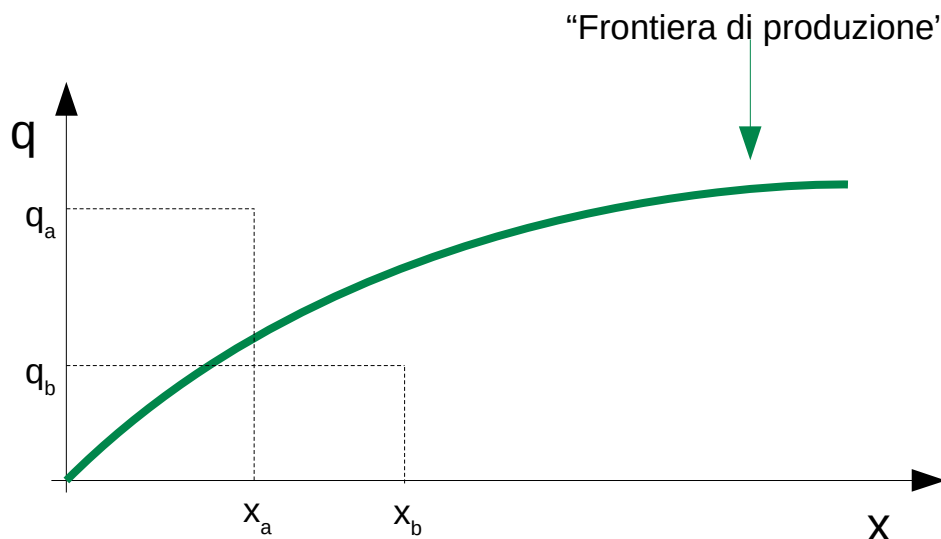
**Vincoli di tipo tecnologico:** nella produzione di un bene esistono dei vincoli tecnologici che impediscono di produrre oltre un certo numero di beni o di produrre oltre un certo numero di beni non andandoci a perdere.

Consideriamo

$x = (x_1, \dots, x_n)$  input  $\rightarrow q = (q_1, \dots, q_n)$  output

chiamiamo **funzione di produzione** la relazione:  $q = f(x)$

e **insieme di produzione** l'insieme dei vettori tecnicamente realizzabili:  $(q, x_1, \dots, x_n)$



$(q_a, x_a)$  non appartiene all'insieme di produzione,  $(q_b, x_b)$  sì

**Produttività:** introduciamo ora il concetto di produttività, definita nei seguenti modi:

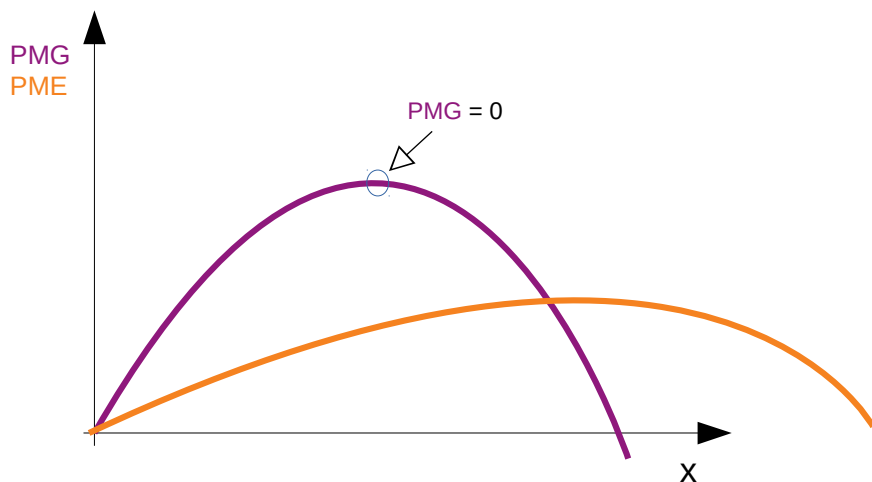
Produttività marginale:  $PMG_i = \frac{\delta f(x_i)}{\delta x_i}$

Produttività media:  $PME_i = \frac{f(x_i)}{x_i} \Rightarrow \frac{\delta f(x_i)}{\delta x_i} = \frac{f(x_i)}{x_i} - \frac{f(x_i)}{x_i^2}$

$\frac{\delta PME_i}{\delta x_i}$  è positivo se  $PMG_i > PME_i$

$\frac{\delta PME_i}{\delta x_i}$  è nullo se  $PMG_i = PME_i$

$\frac{\delta PME_i}{\delta x_i}$  è negativo se  $PMG_i < PME_i$



**Isoquanto:** si chiamano **isoquanti** le curve nelle quali l'output è costante. Una **mappa di isoquanti** rappresenta i possibili livelli di output a cui è associato un isoquanto.

Esistono tre diversi tipi di isoquanti:

1. Descritti dalla funzione di Cobb-Douglas:

$$q = \prod_{i=1}^n x_i^{a_i} k$$

2. Descritti dalla funzione di produzione lineare:

$$q = \left( \sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^\lambda$$

3. Descritti dalla funzione a coefficienti fissi o di Leontief:

$$q = \min(a_1 x_1, \dots, a_n x_n)$$

**Rendimenti di scala:** cosa succede all'output se incremento equamente tutti gli input?

Se  $\alpha > 1$

$f(\alpha x) = \alpha f(x)$  rendimenti di scala **COSTANTI**

$f(\alpha x) > \alpha f(x)$  rendimenti di scala **CRESCENTI**

$f(\alpha x) < \alpha f(x)$  rendimenti di scala **DECRESCENTI**

**Saggio marginale tecnico di sostituzione:**

$$SMTS = \left| \frac{PMG_i}{PMG_j} \right|$$

Questo valore indica il grado di sostituibilità di un input rispetto ad un altro

**Profitto:** chiamiamo **profitto** il risultato della sottrazione **ricavi – costi** otteniamo il tutto tramite le seguenti equazioni:

**Ricavi:**

$\bar{p} \cdot q$  con  $p$  **prezzo** di  $q$

**Costi:**

$\sum_i w_i x_i$  con  $w_i$  **costo** di  $x_i$  comprendente anche il **costo opportunità**

Ipotizzando di poter variare solo l'input  $x_1$  abbiamo un **profitto** dato dall'equazione

$$\pi = p \cdot q - w_1 x_1 - \sum_{i=2}^n w_i x_i$$

Per massimizzarlo dobbiamo avere che

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_i} = p \cdot PMG = w_i$$

Per massimizzare il profitto è necessario massimizzarlo per ogni input.

La curva lungo la quale il profitto rimane costante è detta **isoprofitto**.

**Costo:** il costo totale per produrre un determinato output è dato da

$$C = \sum_i w_i x_i = w_1 x_1 + \dots + w_n x_n$$

ipotizzando due input abbiamo che

$$x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} x_1 \quad \text{e il rapporto } -\frac{w_1}{w_2} \text{ rappresenta il coefficiente angolare dell'isocosto}$$

Se l'isocosto è tangente all'isoquanto il livello  $x_1 x_2$  è ottimale.

Se l'isocosto interseca l'isoquanto in più punti allora i punti di intersezione sono necessari, ma non ottimali.

**Funzione di costo:** possiamo mettere il costo totale in funzione dell'output.

Ad esempio, se i prezzi sono fissati (in caso di azienda **PRICETAKER**) il costo dipende esclusivamente dall'output.

La retta che unisce tutti i punti  $(x_1, x_2)$  delle combinazioni ottimali per tutti gli isoquanti è detta **sentiero di espansione della produzione**.

Introduciamo ora il **costo medio** e il **costo marginale**:

Costo medio:

$$CME = \frac{c(q)}{q} = \frac{F}{q} + \frac{cv(q)}{q} \quad \text{con } F \text{ costo fisso (irrecuperabili / affondati) e } cv \text{ costo variabile.}$$

[N.B. nel lungo periodo è trascurabile la definizione tramite costo fisso e costo variabile]

Costo marginale:

$$CMG = c'(q) = \frac{\delta c(q)}{\delta q}$$

$$\frac{CMG - CME}{q} \quad \text{è positivo se } CMG > CME$$

$$\frac{CMG - CME}{q} \quad \text{è nullo se } CMG = CME$$

$$\frac{CMG - CME}{q} \quad \text{è negativo se } CMG < CME$$

Se il CME diminuisce all'aumentare di  $q$  si parla di **economia di scala / pecuniaria**.

**Economia di diversificazione:**

consideriamo

$x = (x_1, \dots, x_n)$  input  $\rightarrow q = (q_1, \dots, q_m)$  output con  $n$  input e  $m$  output con  $n \neq m$

$c_i$  costo con solo l' $i$ -esimo output

Se  $c(q_1, q_2) > c_1(q_1) + c_2(q_2)$  si parla di **economia di varietà**.

Se  $c(q_1, q_2) < c_1(q_1) + c_2(q_2)$  si parla di **DISeconomia di varietà**.



**Concorrenza perfetta:** più entità vendono lo stesso prodotto (**prodotto omogeneo**), libertà di entrata, il prezzo è dato (**pricetaker**).

In regime di concorrenza perfetta abbiamo che

$$\pi = \text{profitto} = \text{ricavi} - \text{costi} = \bar{p}q - c(q)$$

$$\frac{\delta \pi(q)}{\delta q} = \bar{p} - c'(q) = 0$$

$$R_{tot} = RT = \bar{p}q \quad \text{detto } \mathbf{ricavo\ totale}$$

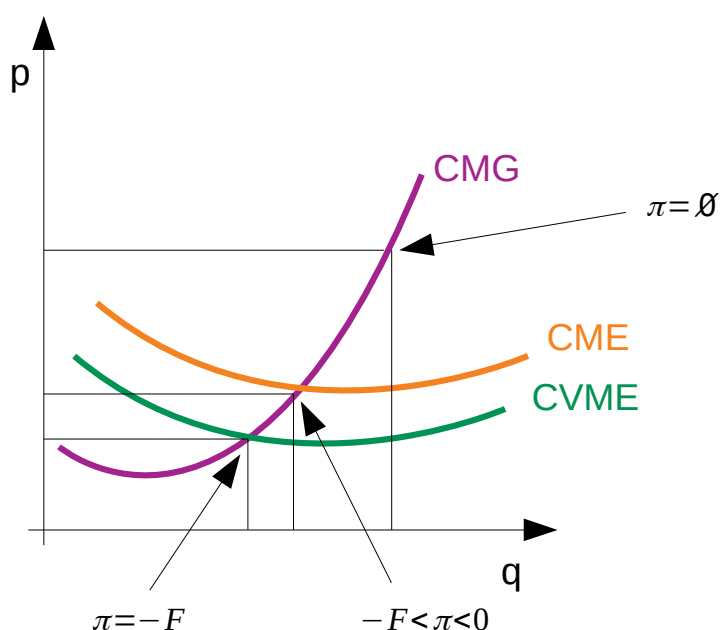
$$RMG = \bar{p} = \frac{\delta R_{tot}}{\delta q} = \frac{\delta RT}{\delta q} = CMG \quad \text{detto } \mathbf{ricavo\ marginale}$$

Quando  $\pi < -F$  non è più possibile rimanere sul mercato.

Negli altri casi, anche se il profitto è negativo, riesco almeno a coprire i costi variabili e parte di quelli fissi.

$$CVME = \frac{cv}{q} \quad \text{costo variabile medio.}$$

Se  $p = \min(CVME)$  si ha una condizione detta di **chiusura**.

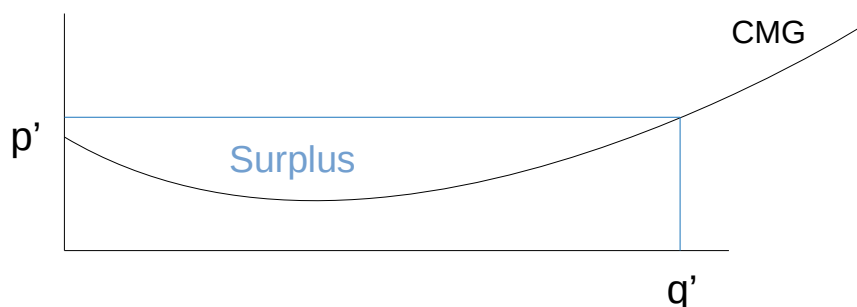


Il Surplus Produttore è dato dalla seguente formula:

$$S = p \cdot q - cv(q)$$

Ed esprime la differenza tra il prezzo che il produttore percepisce per ogni unità di prodotto venduta e il prezzo più basso al quale sarebbe disposto a vendere.

$$p' \cdot q' - \int_0^{q'} c'(q) dq = p' \cdot q' - [cv(q') - cv(0)] = p' \cdot q' - cv(q')$$



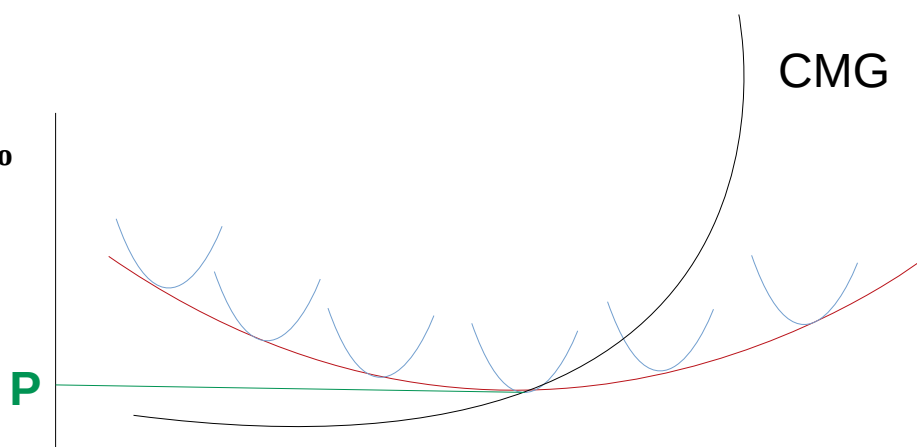
Il CMG per ogni  $q$  indica il prezzo minimo al quale può essere venduta la quantità  $q$  di prodotto. Questo perché vogliamo almeno rientrare dei costi.

Nel lungo periodo i costi fissi  $F$  non hanno influenza.  $C(q, k(q))$

**P = prezzo minimo**

**$k(q)$  = dimensione impatto produttivo**

**Le piccole parabole indicano i brevi periodi**



**Offerta dell'impresa:** ogni impresa, dato un prezzo, produce una certa quantità di prodotto:

$$\text{Funzione dell'offerta dell'Impresa} \quad S(p) = \sum_i S_i(p) = q$$

si calcola uguagliando il prezzo al CMG, ricavando, così, l'output.

**Elasticità:** l'elasticità è il rapporto tra la variazione percentuale della quantità domandata e la variazione percentuale del prezzo del bene.

$$e = \frac{\delta p(q)}{\delta q} \cdot \frac{q}{p(q)}$$

**Isoricavo:** Dato  $RT$ , ricavo totale, questa funzione indica la quantità di output necessaria per avere tale ricavo:

$$RT = p_1 q_1 + p_2 q_2 \Rightarrow q_2 = \frac{RT}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} q_1$$

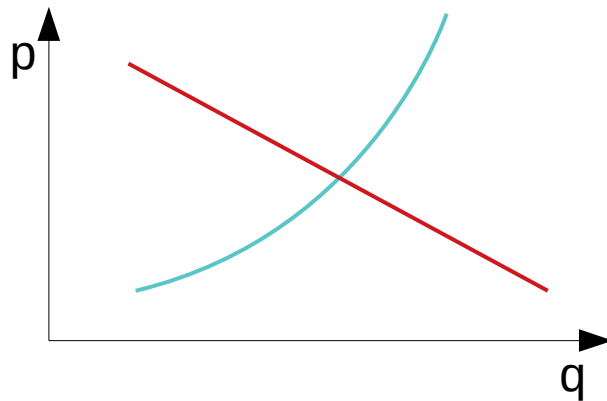
se  $\left| \frac{dq_1}{dq_2} \right| = \frac{CMG_1}{CMG_2} = \frac{p_1}{p_2}$  il ricavo totale è massimo.

**Curva di domanda:** la domanda dell'i-esimo prodotto dipende anche dai prezzi degli altri prodotti e dal reddito y

$$S(p) = \sum_i S_i(p) \quad \text{Offerta dell'industria}$$

$$D_i = D(p_1, \dots, p_i, \dots, p_n, y) \quad \text{Domanda}$$

La domanda del prodotto  $q_i$ , ovvero  $D(q_i)$ , è in funzione del prezzo dell'i-esima q lasciando invariati gli altri campi.



Chiamiamo **elasticità della domanda** il seguente rapporto:

$$e_i = \frac{\frac{\Delta D_i}{D_i}}{\frac{\Delta P_i}{P_i}} = \frac{\text{Domanda}}{\text{Prezzo}}$$

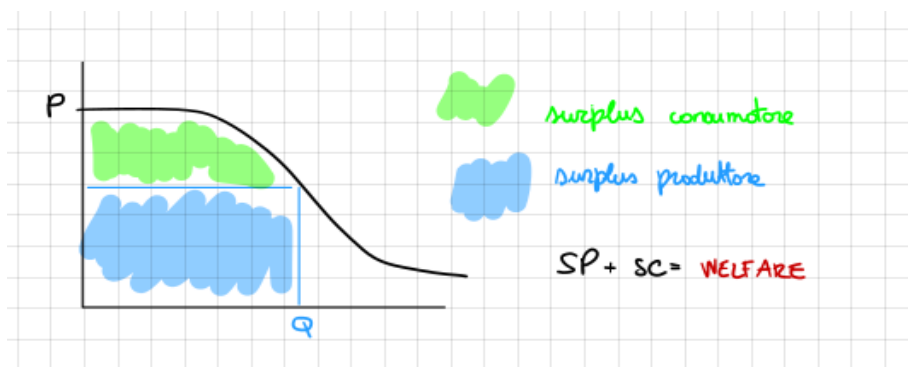
e

$$e_{i,k} = \frac{\partial D_i(\cdot)}{\partial p_k} \cdot \frac{p_k}{D_i}$$

se  $e_{i,k} > 0$  i beni sono sostituibili (come burro e margarina)

se  $e_{i,k} = 0$  i beni sono indipendenti (come mele e sedie)

se  $e_{i,k} < 0$  i beni sono complementari (come acqua e farina per il pane)



**Monopolio:** a differenza della situazione pricetaker il prezzo non è dato, ma è scelto dall'azienda

$$\pi = \text{ricavi} - \text{costi} = p(q) \cdot q - c(q)$$

Poniamo il ricavo marginale ed il costo marginale uguali al costo in funzione del prodotto derivato secondo q

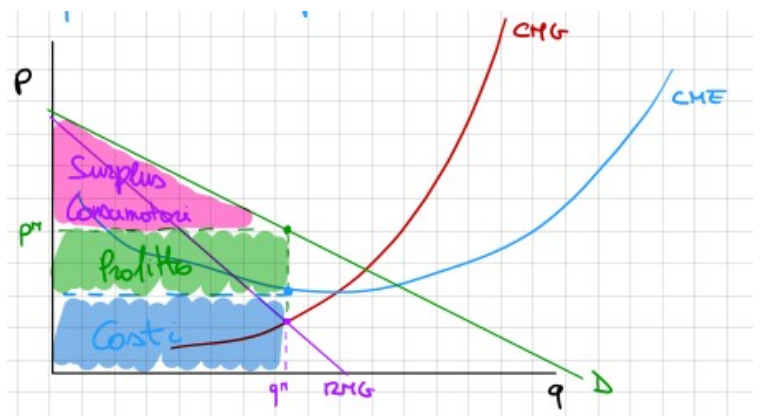
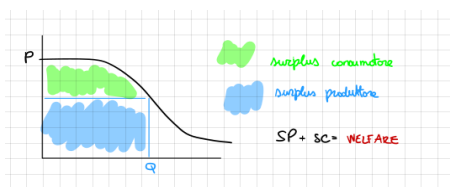
$$RMG = CMG = c'(q)$$

Il **mark-up** misura di quanto il monopolista è in grado di incrementare il prezzo di vendita rispetto al costo marginale

$$\frac{p - CMG}{p} = \frac{p - RMG}{p} = \frac{p - c'(q)}{p} = \frac{1}{|e|}$$

Dalla formula si vede che se l'elasticità tende ad infinito (concorrenza perfetta) il mark-up tende a zero.

Il monopolio crea una perdita netta di surplus consumatore sul mercato rispetto alla concorrenza perfetta:



### Discriminazione del prezzo:

1. [Perfetto] il monopolista riesce a vendere il prodotto a tutti i consumatori al maggior prezzo che ciascuno sarebbe disposto a pagare:

$$welfare = surplus_{consumatore} + surplus_{produttore}$$

2. Prezzi diversi a seconda della quantità di bene acquistato (es. elettricità)

$$T(q) = F + pq$$

La tariffa T è divisa in parte fissa e in parte variabile (es. 2x1)

3. Prezzo diversi per gruppi diversi di clienti  
( $F_a, q_a$ ) e ( $F_b, q_b$ )

**Monopolio:** il monopolista è quasi obbligato. Ad esempio le ferrovie, è impensabile che qualcuno ricostruisca tutte le rotaie rimanendo in concorrenza.

Il **legislatore** (o **regolatore**) decide i prezzi massimi per i prodotti.

In caso di monopolio se  $p=CMG$  il monopolio va in perdita, ma se  $p=CME$  non c'è nessuna perdita, ma  $\pi$  è nullo.

**Impresa individuale:** un solo imprenditore che possiede i mezzi di produzione e l'attività.

I creditori dell'impresa possono rivalersi sia sui beni dell'impresa sia su quelli dell'imprenditore.

Ci troviamo in una situazione di **totale assenza di autonomia patrimoniale**.

L'imprenditore è illimitatamente responsabile delle obbligazioni assunte dall'impresa.

**Società:** contratto tra due o più persone che conferiscono beni o servizi per esercitare un'attività in comune:

1. **Società di persone**
2. **Società di capitali**
3. **Società di cooperative** (non a scopo di lucro)

Caratteristiche e regole:

- 1) **Società di persone:** Almeno un socio deve essere illimitatamente e personalmente responsabile e la società non ha personalità giuridica.  
Almeno un socio ha la responsabilità delle obbligazioni.

**Autonomia patrimoniale imperfetta:** i creditori della società possono rifarsi sui beni dei soci, mentre i creditori di un socio possono al massimo chiedere la liquidazione della quota del socio [se son creditore di Mario e non di Gino, Gino non mi deve nulla].  
Per cedere le quote ad un altro socio è necessario il consenso unanime dei soci.

- **SS (Società Semplice):**
  - Responsabilità illimitata
  - Responsabilità **solidale**: i creditori possono scegliere a propria discrezione il socio sul quale rivalersi.
  - Responsabilità **diretta**: i creditori possono rifarsi direttamente sui soci, tuttavia i soci possono richiedere di usare il patrimonio della società.
- **SNC (Società in Nome Collettivo):**
  - Responsabilità illimitata
  - Responsabilità solidale
  - Responsabilità **sussidiaria**: i creditori sono obbligati ad usare prima il patrimonio della società e poi quello dei soci.
  - **Patto di non concorrenza**: i soci non possono far parte di altre attività concorrenti.
- **SAS (Società in Accomandita Semplice):**
  - Esistono due tipi di soci: **accomandatori** e **accomandati**. I primi rispondo illimitatamente e solidalmente delle obbligazioni sociali. I secondi rispondo solo alla loro quota. I soci accomandatori hanno la gestione della società.

- 2) **Società di capitali:** Hanno personalità giuridica e responsabilità limitata (salvo eccezioni) ovvero i soci rischiano solo il denaro e i beni investiti nella società, solo il patrimonio sociale risponde delle obbligazioni sociali.

**Autonomia patrimoniale perfetta:** i creditori dei soci possono rivalersi solo sui soci e quelli della società solo sulla società.

Amministratore e socio sono qualità distinte. La qualità di socio è liberamente trasferibile.

- **SPA (Società Per Azioni):** solo il patrimonio sociale risponde delle obbligazioni. Le quote di partecipazione dei soci sono rappresentate da azioni (frazioni del capitale sociale) che possono essere ordinarie, privilegiate e di risparmio.
- **SAPA (Società in Accomandita Per Azioni):** si differenzia dalla SPA per la presenza di due categorie di soci: **accomandanti** e **accomandatari**.
- **SRL (Società Responsabilità Limitata):** risponde delle obbligazioni sociali solamente nei limiti delle quote versate da ciascun socio.

Caratterizzata da patti **parasociali**, ovvero tra più soci che hanno lo scopo di regolarne il comportamento.

**Sindacato di voto:** più soci si obbligano reciprocamente ad esercitare il diritto di voto in modo concordato.

**Sindacato di blocco:** patto tra più soci per limitare il trasferimento delle azioni. I patti sono stipulati principalmente per accordarsi sul controllo maggioritario della società.

- **Assemblea di soci** → **funzioni deliberative**
- **Amministratori** → **funzioni di gestione**
- **Collegio sindacale** → **funzioni di controllo**

**Società controllate:**

- **Controllo interno di diritto**
  - Maggioranza detenuta da un'altra società.
- **Controllo interno di fatto**
  - Quota sufficiente per esercitare un'influenza dominante detenuta da un'altra società.
- **Controllo esterno contrattuale**
  - Un'altra società controlla la società in questione tramite vincoli contrattuali con essa.

**Società collegate:**

- Società sulle quali un'altra società esercita una notevole influenza (almeno 1/5 dei voti, 1/10 se quotata in borsa).

**Holding:** società che controlla altre società. **Pura** si limita a controllare, **mista** se svolge anche attività produttiva.

- 3) Società a capitale variabile a scopo mutualistico:

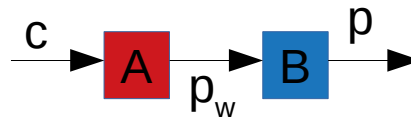
- **Scopo mutualistico**
  - Condizioni di lavoro più vantaggiose di quelle sul mercato (sgravi fiscali e co.)
- **Capitale variabile**
  - Capitale sociale mai prestabilito poiché può cambiare continuamente a seguito del variare del numero dei soci.

**Relazione verticale:** gli input di un'impresa provengono da un'altra.

### Modello Spengler

**A** produce, a costo **c** e in condizioni di **monopolio**, e vende a **B** a prezzo **p<sub>w</sub>**

Acquistando da **A**, **B** consegue il monopolio di una tecnologia da trasformare da un'unità di input di **A** in un'unità di output di **B**.



Essendo due monopoli, entrambe fanno markup sul prezzo:

$$p_w > c \quad \text{e} \quad p > p_w$$

$$\text{e} \quad q = D(p)$$

Però

$$A : \max_{p_w} (p_w - c) \cdot D(p) \quad \text{e} \quad A : \max_p (p - p_w) \cdot D(p)$$

Il che significa che il profitto di **A** dipende dalle scelte di mercato di **B**. Questa situazione è detta **esternalità verticale**.

L'assenza di coordinamento tra le due imprese genera inefficienza perché ognuna cercherà di massimizzare il proprio profitto, alzando i prezzi rispetto a quello ottimo (rispetto al sistema).

L'inefficienza si risolve con modelli cooperativi dove imprese indipendenti si accordano per garantire il massimo benessere collettivo, oppure con **modelli conflittuali** in cui l'impresa dominante rimuove le conseguenze negative; integrando verticalmente o tramite restrizioni contrattuali (prezzo imposto, quantità imposta, tariffa in due parti, ecc...).

**N.B.** A deve conoscere tutti i dettagli di B e dobbiamo trovarci in un ambiente deterministico (calcoli = realtà), altrimenti le restrizioni verticali non saranno sufficienti.

**Tariffa in due parti:** A impone a B la tariffa  $T(q) = F + p_w q$

A deve determinare F e  $p_w$  affinché il profitto sia pari a quello della struttura integrata.

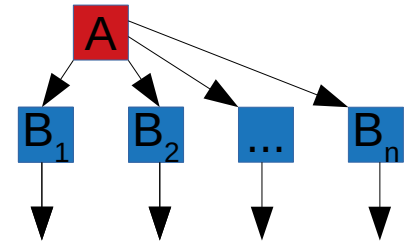
$$F = \pi_{nonintegrata} - \pi_{integrata}$$

**Prezzo (o quantità) imposto:** A impone a B il prezzo di vendita o la quantità da produrre.

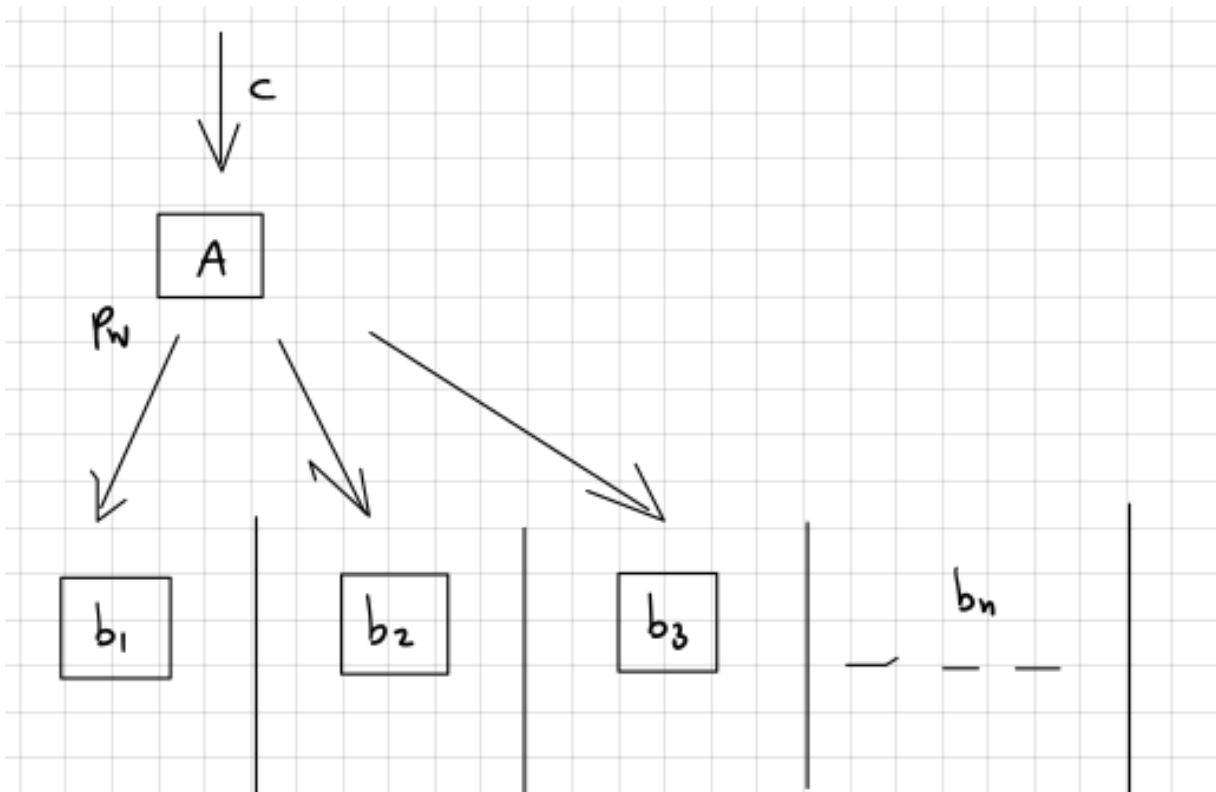
Se un'impresa A ha più imprese che operano in modo concorrenziale viene eliminata la marginalizzazione: l'impresa a monte ha profitto uguale al caso in cui vengano integrate tutte le n imprese e, di conseguenza, non sono necessarie restrizioni verticali. La situazione cambia nel caso la domanda non dipenda solo dal prezzo, ma anche da altri fattori, ad esempio lo sforzo promozionale.

$$q = D(p, s)$$

Per evitare di penalizzare un'impresa rispetto ad un'altra A dovrà mettere restrizioni anche alle altre, per mantenere la i-esima sul mercato.



I servizi promozionali vanno a beneficio di tutte le imprese, in questo caso si ha un'**esternalità orizzontale**.





# Teoria dei giochi

**Contesto di scelta strategico:** le decisioni di un agente dipendono dalle sue azioni e da quelle compiute dagli altri.

**Gioco:** contesto di scelta strategica

- **cooperativo:** i giocatori possono stipulare accordi tra loro e comunicare.
- **non cooperativo:** le strategie del singolo sono indipendenti.

La **descrizione di un gioco** può essere:

**Normale/Strategica:**

- $N$  = insieme dei giocatori
- $S_i$  = insieme di strategie pure a disposizione del giocatore  $i$ , con  $i \in N$
- Chiamiamo **funzione payoff**  $u_i: S \rightarrow \mathbb{R} \forall i \in N$ 
  - $u_i(s) = \text{payoff} \Leftrightarrow i \text{ giocatori usano una combinazione di strategie } S = (S_1, S_2, \dots)$

**Gioco statico:** ogni giocatore decide la strategia senza sapere quelle degli altri (**one shot**) ed è ad **informazione completa** (ogni giocatore conosce le caratteristiche del gioco, ma non le scelte).

**Equilibrio di Nash:** una coppia di strategie  $S^* = (S_1^*, S_2^*)$ , con  $S_i^*$  = una qualsiasi strategia diversa da  $S_{-i}^*$ , è equilibrio di Nash se  $u_i(S_i^*, S_{-i}^*) \geq u_i(S_i, S_{-i}^*)$

**Teorema di Nash:** ogni gioco finito ammette almeno un equilibrio di Nash (eventualmente in strategie miste). Un gioco è finito se il numero di giocatori e delle strategie è finito.

**Teorema:** Se un gioco ha  $N$  finito,  $S_i$  è un insieme chiuso e  $u_i$  è continua allora il gioco ammette almeno un equilibrio di Nash.

Se inoltre  $u_i$  è una funzione quasi concava in  $S_i \quad \forall i \in N$  allora ammette almeno un equilibrio di Nash in strategie pure.

**Modello di Cournot:** siano

- $I$  insieme imprese
- prodotti omogenei
- domanda  $Q = D(p)$  con  $D' < 0$ ,  $D'' \leq 0$  ed  $\exists \bar{p} > 0: D(p) = 0$  per  $p \geq \bar{p}$ 
  - domanda inversa data da  $p = P(Q)$
- funzione di costo  $c_i = c_i(q_i)$
- le imprese decidono simultaneamente le  $q_i$  (detta **variabile strategica**)
- conoscenza comune: tutti sanno i dati del gioco, ma non le scelte degli altri
- il mercato fissa il prezzo in modo tale da avere la domanda uguale all'offerta

abbiamo che

$$\text{payoff}_i: \pi_i = P(Q) \cdot q_i - C_i(q_i) = P(D(p_i)) \cdot q_i - c_i \quad \text{con} \quad Q = \sum_i q_i$$

questo perché il profitto è una funzione concava  $\rightarrow$  abbiamo un **equilibrio di Nash-Cournot**

$$\rightarrow \max_{q_i} \pi_i = P(Q) \cdot q_i - C_i(q_i)$$

E quindi partendo da  $q_a$  e  $q_b$  troviamo il profitto massimo per entrambe ed otteniamo  $q_a^*$  e  $q_b^*$  in funzione la prima di  $q_b$  e la seconda di  $q_a$  a questo punto metto in sistema  $q_a^*$  e  $q_b^*$

**Modello di Bertrand:** sia variabile strategica = prezzo  $p$

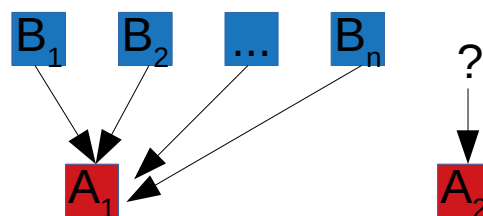
$$D_i(p_1, p_2) = \begin{cases} D(p_1) & \text{se } p_1 < p_2 \\ D(p_1) \cdot \frac{1}{2} & \text{se } p_1 = p_2 \\ 0 & \text{se } p_1 > p_2 \end{cases} \quad \text{simmetrico per } p_2$$

$$C_i(q_i) = \begin{cases} F + cq_i & \text{se } 0 \leq q_i \leq k_i \\ \infty & \text{se } q_i > k_i \end{cases} \quad k_i = \text{capacità produttiva di } i$$

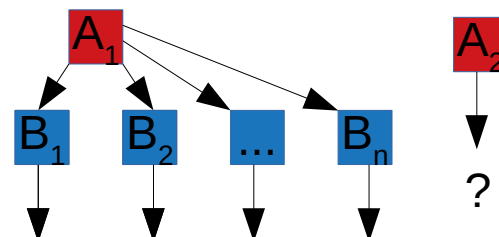
$$k_i \geq D(c) \quad D(c) = \text{domanda al prezzo di costo}$$

**Equilibrio di Bertrand (Nash):** se una riduce il prezzo ottiene l'intera domanda, ma ha profitti nulli, se lo alza esce dal mercato, ottenendo profitti negativi. Se eguaglia il prezzo a quello delle altre industrie allora ottiene una parte del mercato.

**Market foreclosure:** un monopolista crea delle barriere per l'entrata sul mercato di altre imprese, cercando di imporsi su tutte le imprese. La sua strategia è di "prendersi" tutti i fornitori.



Vale anche al contrario: non posso vendere a nessuno perché altre aziende riforniscono già tutte le aziende sul mercato, o almeno quelle "daje"



**Gioco dinamico:** le scelte vengono prese in sequenza.

**Forma estesa:** oltre agli elementi della forma normale, la forma estesa presenta l'ordine delle mosse.

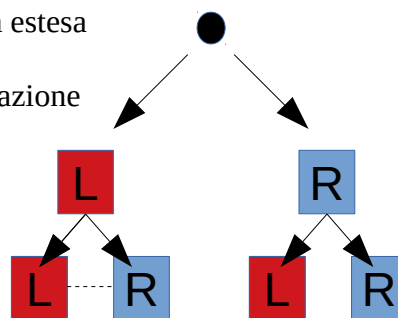
Una strategia di un giocatore è un piano completo d'azione: un'azione per ogni situazione che può accadere.

La presenza di linee tratteggiate sull'**albero di gioco** (→) indica una scelta simultanea.

Un gioco è caratterizzato da informazione perfetta se ogni insieme di informazione **perfetta** è composto da un solo nodo e **imperfetta** altrimenti.

Un sottoinsieme di un albero è detto **sottogioco** e non può superare nessun insieme informativo.

Un equilibrio di Nash è **perfetto** nei sottogiochi se le strategie dei giocatori costituiscono un equilibrio di Nash in ogni sottogioco.



**Modello di Stackelberg:** stesse ipotesi del modello di Cournot, ma il gioco è sequenziale.

La prima impresa sceglie  $q_L$  in  $t_0$ , in  $t_1$  la seconda impresa sceglie  $q_F$  dopo aver osservato la scelta della prima (**Leader** → **Follower**)

$$\rightarrow Q = q_L + q_F$$

A questo punto bisogna affrontare il **problema decisionale del follower**, il quale vuole, ovviamente, massimizzare il profitto:

Agisco come nel modello di Cournot, ma  $q_L$  mi è dato, quindi:

$$\pi_L = (p_L - c_L) \cdot q_L \quad \text{e} \quad \pi_F = (p_F - c_F) \cdot q_F$$

E quindi partendo da  $q_L$  e  $q_F$  troviamo il profitto massimo per entrambe ed otteniamo  $q_L^*$  e  $q_F^*$  con la seconda in funzione di  $q_L^*$