23. CTL и CTL*: синтаксис, семантика, примеры формул. Сравнение выразительной силы CTL*, CTL, LTL. Верификация CTL. Верификация CTL*.

http://is.ifmo.ru/verification/velder_verification_posobie.pdf http://download.yandex.ru/class/lifshits/lecture-note03.pdf

Семантика CTL(стр. 77).

Семантика CTL определяется в терминах отношения выполняемости (обозначаемого $\models$) между моделью M, одним из ее состояний s и формулой ϕ. Как и ранее, запишем $M, s \models \phi$ вместо $(M, s, \phi) \in \models$. При этом имеем $M, s \models \phi$ тогда и только тогда, когда ϕ верно в состоянии s модели M. Как и ранее, будем опускать M, когда модель ясна из контекста. Пусть $p \in AP$ – атомарное предложение, а тройка $M = (S, R, Label)$ – CTL-модель, $s \in S$ и ϕ, ψ – CTL-формулы. Отношение выполняемости $\models$ определяется следующим образом:

$$
\begin{array}{ll}
s \models p & \Leftrightarrow p \in Label(s); \\
s \models \neg\phi & \Leftrightarrow \neg(s \models \phi); \\
s \models (\phi \vee \psi) & \Leftrightarrow (s \models \phi) \vee (s \models \psi); \\
s \models EX\phi & \Leftrightarrow \exists \sigma \in P_M(s) : \sigma[1] \models \phi; \\
s \models E[\phi U \psi] & \Leftrightarrow \exists \sigma \in P_M(s) : (\exists j \geq 0 : \sigma[j] \models \psi \wedge (\forall 0 \leq k < j : \sigma[k] \models \phi)); \\
s \models A[\phi U \psi] & \Leftrightarrow \forall \sigma \in P_M(s) : (\exists j \geq 0 : \sigma[j] \models \psi \wedge (\forall 0 \leq k < j : \sigma[k] \models \phi)).
\end{array}
$$

$EX\phi$ верно в состоянии s, если и только если существует путь σ, начинающийся в состоянии s, такой, что в следующем состоянии этого пути $\sigma[1]$ выполняется свойство ϕ.

$A[\phi U \psi]$ верно в состоянии s, если и только если каждый путь, начинающийся в s, имеет в начале конечный префикс (возможно, состоящий только из s) такой, что ψ выполняется в последнем состоянии этого префикса и ϕ выполняется во всех состояниях префикса перед s.

$E[\phi U \psi]$ верно в состоянии s, если и только если существует путь, начинающийся в s, который удовлетворяет свойству $\phi U \psi$

Семантика CTL^*(стр. 83).

Пусть $p \in AP$ – атомарное предложение, $M = (S, R, Label)$ – CTL-модель (модель Крипке), $s \in S$ – состояние модели, $\sigma \in P_M(s)$ – путь, ϕ и ψ – формулы состояния, α и β – формулы пути. Введем два отношения выполняемости, справедливость которых будем обозначать так: $M, s \models_{State} \phi$ и $M, \sigma \models Path\alpha$. Как и ранее, будем опускать модель M в случае, когда она подразумевается контекстом. Отношение $\models_{State}$ задается следующим образом:

$$
\begin{aligned}
&s \models_{State} p && \Leftrightarrow p \in Label(s);\\
&s \models_{State} \neg\phi && \Leftrightarrow \neg(s \models_{State} \phi);\\
&s \models_{State} (\phi \vee \psi) && \Leftrightarrow (s \models_{State} \phi) \vee (s \models_{State} \psi);\\
&s \models_{State} E\beta && \Leftrightarrow \exists\sigma \in P_M(s) : (\sigma \models_{Path} \beta).
\end{aligned}
$$

Аналогично зададим отношение $\models_{Path}$:

$$
\begin{aligned}
&\sigma \models_{Path} \phi && \Leftrightarrow \sigma[0] \models_{State} \phi;\\
&\sigma \models_{Path} \neg\beta && \Leftrightarrow \neg(\sigma \models_{Path} \beta);\\
&\sigma \models_{Path} (\alpha \vee \beta) && \Leftrightarrow (\sigma \models_{Path} \alpha) \vee (\sigma \models_{Path} \beta);\\
&\sigma \models_{Path} X\beta && \Leftrightarrow \sigma^1 \models_{Path} \beta;\\
&\sigma \models_{Path} (\alpha U \beta) && \Leftrightarrow \exists j \geq 0 : \sigma^j \models_{Path} \beta \wedge (\forall 0 \leq k < j : \sigma^k \models_{Path} \alpha).
\end{aligned}
$$

Здесь σ^1, σ^j и σ^k – соответствующие суффиксы пути σ.

Сравнение выразительной силы CTL*, CTL, LTL(стр. 85).

Лучше смотреть методичку, там картинки и доказательства.

- $LTL \in CTL^*$;
- $CTL \in CTL^*$;
- $LTL \cap CTL \neq \varnothing$;
- $LTL \nsubseteq CTL$;
- $CTL \nsubseteq LTL$;

Примеры формул:

- $A[F(p \wedge X\ p)] \in LTL \setminus CTL$;
- $AG[EF\ q] \in CTL \setminus LTL$;
- $A[p\ U\ q] \in LTL \cap CTL$;
- $A[F(p \wedge X\ p)] \vee AG(EF\ q) \in CTL^* \setminus (LTL \cup CTL)$.