高等数学II课后作业

- Semester：2022Spring
- Professor：ZHY
- From：JNU-智科院
- Version：题目纯享版

Week1

- `2022/2/21`

7-2

1(5)(10)求微分方程通解

(5)$sec^2xtanydx+sec^2ytanxdy=0$

(10)$ydx+(x^2-4x)dy=0$

2(3)求微分方程满足特定初值条件的特解

$y'sinx=ylny, y|_{x=\frac{\pi}{2}}=e$

7-3

1(6)求齐次方程的通解

$(1+2e^{x/y})dx+2e^{x/y}(1-\frac{x}{y})dy=0$

3.设有联结点O(0,0),A(1,1)的一段向上凸的曲线弧

$\overset{\frown}{OA}$,对于$\overset{\frown}{OA}$上任一点P(x,y),曲线弧$\overset{\frown}{OP}$与直线段$\overline{OP}$所围成的面积为x^2,求曲线弧$\overset{\frown}{OA}$的方程

7-4

1(8)求微分方程通解

$ylnydx+(x-lny)dy=0$

2(5)求微分方程满足特定初值条件的特解

$\frac{dy}{dx}+\frac{2-3x^2}{x^3}y=1, y|_{x=1}=0$

7-5

2(6)求微分方程满足特定初值条件的特解

$y''+(y')^2=1, y|_{x=0}=0, y'|_{x=1}=0$

Week2

- `2022/2/28`

加练

1.则此非齐次方程的通解为

设$y''+p(y)y'=f(x)$有一个特解$\frac{1}{x}$,对应的齐次方程有一个特解x^2
A.$C_1\frac{1}{x}+C_2x^2$
B.$C_1+C_2x^2+\frac{1}{x}$
C.$Cx^2+\frac{1}{x}$
D.$C_1x+C_2x^2+\frac{1}{x}$

2.于是方程的通解为

已知方程$x^2y''+xy'-y=0$的一个特解为y=x

3.则y

设y_1,y_2,y_3是微分方程$y''+py'+qy=f(x)$的三个线性无关的解，C_1,C_2是任意常数，则$y=C_1y_1+C_2y_2+(1-C_1-C_2)y_3$
A.是方程的解,但不是方程的通解
B.不是方程的解
C.是方程的通解
D.是方程的特解

4.则该微分方程为

设$y=e^x(C_1sinx+C_2cosx)$为二阶常系数线性齐次微分方程的通解

5.方程的特解形式是

$y''-3y'+2y=e^xcos2x$
A.$y=Ae^xcos2x$
B.$y=Axe^xcos2x+Bxe^xsin2x$
C.$y=Ae^xcos2x+Be^xsin2x$
D.$y=Ax^2e^xcos2x+Bx^2e^xsin2x$

6.求微分方程通解

$y''-2y'+y=xe^x-e^x$

7-6

4(4)验证：

$y = C_1x^5 + \frac{C_2}{x} - \frac{x^2}{9}lnx(C_1, C_2$是任意常数)是方程$x^2y'' - 3xy' - 5y = x^2lnx$的通解

Week3

- 2022/3/07

8-1

12.求点M(4,-3,5)到各坐标轴的距离

18.一向量的终点在点B(2,-1,7),它在x轴，y轴，z轴上的投影依次为4，-4，7，求该向量起点A的坐标

8-2

3.求单位向量

已知$M_1(1,-1,2), M_2(3,3,1), M_3(3,1,3)$,求与$M_1\vec{M}_2, M_2\vec{M}_3$同时垂直的单位向量

10.求三角形OAB的面积

已知$O\vec{A} = i + 3k, O\vec{B} = j + 3k$

8-3

3.求平面方程

求过$M_1(1,1,-1), M_2(-2,-2,2), M_3(1,-1,2)$三点的平面方程

5.求平面与坐标面的余弦

求平面$2x - 2y + z + 5 = 0$与各坐标面的夹角的余弦

8-4

8

求过点(3,-1,2)且通过直线$\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$的平面方程

总习题八

17.设一平面垂直于平面z=0，

并通过从点(1,-1,1)到直线$\begin{cases} y-z+1=0 \\ x=0 \end{cases}$的垂线，求此平面的方程

Week4

- 2022/3/14

加练

1.则必有

若非零向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}-\vec{b}| = |\vec{a}+\vec{b}|$
A.$\vec{a}-\vec{b}=0$
B.$\vec{a}+\vec{b}=0$
C.$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$
D.$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\vec{b}$

2.求直线方程

求与两平面$x-4z=3$和$2x-y-5z=1$的交线平行，且过点(-3,2,5)的直线方程

3.求直线方程

求过直线$\begin{cases} x+5y+z=0 \\ x-z+4=0 \end{cases}$且与平面$x-4y-8z+12=0$夹成$\frac{\pi}{4}$角的平面方程

8-6

3.分别求母线平行于x轴及y轴而且通过

曲线$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$的柱面方程

4.求球面

$x^2+y^2+z^2=9$与平面$x+z=1$的交线在xOy面上的投影的方程

5(2).将下列曲线的一般方程化为参数方程：

(2)$\begin{cases}(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=4\\z=0\end{cases}$

8.求投影

求旋转抛物面$z=x^2+y^2(0\le z\le 4)$在三坐标面上的投影

Week5

- `2022/3/21`

加练

1

$\lim_{x\to0,y\to0}\frac{ln(1+x^2y^2)}{xy(x^2+y^2)}=$

2

$\lim_{x\to0,y\to0}\frac{1-cos(x^2+y^2)}{x^2y^2(x^2+y^2)}=$

3

$\lim_{(x,y)\to(1,0)}\frac{ln(1+xy)}{y\sqrt{x^2+y^2}}=$

4

$\lim_{(x,y)\to(-1,0)} \frac{ln(x^2-y^2)}{xsin(1-x^2+y^2)} =$

5

$\lim_{x\to 0,y\to 0} \frac{x^3y^2}{(x^2+y^4)^2} =$

6.下列不是二元函数f(x,y)在点(0,0)可微的充分条件的是

A.极限$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)-f(0,0)}{x^2+y^2}$存在
B.$\lim_{x\to 0} f'_x(x,0) = f'_x(0,0)$且$\lim_{y\to 0} f'_y(0,y) = f'_y(0,0)$
C.$f(x,y)$连续，极限$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)}{|x|+|y|}$存在
D.$f(x,y)$连续，极限$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)}{x^2+y^2}$存在

9-2

6(2).求下列函数的

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$
(2)$z = arctan\frac{y}{x}$

总习题九

7.求函数的全增量和全微分

求函数$z = \frac{xy}{x^2-y^2}$当$x = 2, y = 1, \Delta x = 0.01, \Delta y = 0.03$时的全增量和全微分

Week6

- `2022/3/28`

加练

1.设函数f(x,y)可微

$f(x+1, e^x) = x^2 + x, f(x, x^2) = lnx^2,$则$df(1,1) =$

2

设$z=\frac{y}{f(x^2+y^2)}$,其中f(u)可微，则$\frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y}-\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x}=$

3

设函数$z=f(x,y)$在点(1,1)处可微，且$f(1,1)=1,\frac{\partial f}{\partial x}|_{(1,1)}=2,\phi(x)=f(x,f(x,x)),\frac{d}{dx}\phi^3(x)|_{x=1}=$

4.偏微分

设$z=f(2x-y)+g(x,xy)$,其中f(t)二阶可导，g(u,v)具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

5.偏微分

设$z=f(xy,x-y)+g(\frac{y}{x})$,其中f(t)二阶可导，g(u,v)具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

6.假设方程

$F(cx-az,cy-bz)=0$可以确定函数$z=f(x,y)$,(a,b,c为常数).则$\frac{\partial z}{\partial y}=(),(u=cx-az,v=cy-bz)$

9-5

2

设$ln\sqrt{x^2+y^2}=arctan\frac{y}{x}$,求$\frac{dy}{dx}$

10(4).求由下列方程组所确定的函数的导数或偏导数

(4)设$\begin{cases}x=e^u+usinv\\y=e^u-ucosv\end{cases}$,求$\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial y},\frac{\partial v}{\partial x},\frac{\partial v}{\partial y}$

Week7

- 2022/4/06

加练

1.切平面方程为

曲线$x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2=3$在点$(1,-1,-1)$处

9-6

6.求曲线

$\begin{cases} x^2+y^2+z^2-3x=0 \\ 2x-3y+5z-4=0 \end{cases}$在点(1,1,1)处的切线及法平面方程

9-7

5

求函数$u=xyz$在点(5,1,2)处沿从点(5,1,2)到点(9,4,14)的方向的方向导数

10

求函数$u=xy^2z$在点P_0(1,-1,2)处变化最快的方向，并求沿这个方向的方向导数

总习题九

13.求切线及法平面方程

求螺旋线$x=acos\theta,y=asin\theta,z=b\theta$在点(a,0,0)处的切线及法平面方程

14.写出法线方程

在曲线z=xy上求一点，使这点处的法线垂直于平面$x+3y+z+9=0$,并写出法线方程

Week8

- `2022/4/11`

加练

1.导数的最大值为

函数$u = xy^2 + z^3 - xyz$在点P(1,1,2)处方向

2.某建筑物的顶部曲面函数u=u(x,y)可微

其全微分为$du = 2xdx - 2ydy$,下雨时房顶上A(1,1)处雨水滑落最快的方向$\vec{l}$的方向导数为$\frac{\partial u}{\partial \vec{l}} =$

3.函数极小值点为

$f(x, y) = x^3 + 8y^3 - xy$

4.下列说法正确的是

设二元函数f(x,y)在平面有界闭区域D上有二阶连续偏导数，且$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} > 0, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} =$

5.在位于第一卦限的球面上求一点M，使得函数在该点取得最大值

球面:$x^2 + y^2 + z^2 = 5R^2, (R > 0)$,函数:$u = ln(xyz^3)$

6.求出这个最大值

在球面$x^2 + y^2 + z^2 = 4, (x > 0, y > 0, z > 0)$上求一点，使得函数$f(x, y, z) = xlnx + ylny - zlnz$在该点沿着从点A(1,2,3)到点B(2,3,1)方向的方向导数具有最大值，并求出最大值

Week9

- `2022/4/18`

加练

1

设$D = \left\{(x, y) | -a \le x \le a, x \le y \le a\right\}, D_1 = \left\{(x, y) | 0 \le x \le a, x \le y \le a\right\}$,则$\iint_D (xy + cosxsiny)dxdy =$
A.2 $\iint_{D_1} cosxsinydxdy$
B.2 $\iint_{D_1} xydxdy$

C.4 $\iint_{D_1}(xy+cosxsiny)dxdy$
D.0

2.计算积分

$\int_0^1 dx+\int_0^{\sqrt{x}} e^{-\frac{y^2}{2}}dy=$

3.交换积分顺序

$\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy=$

4

$\int_0^1 dy\int_y^0 sin(x-1)^2dx=$

5

设区域$D=\left\{(x,y)|x^2+y^2\leq 1,x\geq 0,y\geq 0\right\}$, $[x]$表示不超过x的最大整数，则 $\iint_D[x+y]dxdy=$

6.函数f(x,y)在区域D上连续

设$xy^2\iint_D f(x,y)dxdy=f(x,y)+1.D:0\leq x\leq 1,0\leq y\leq 1,$则 $\iint_D f(x,y)dxdy=$

10-2

13(4)把下列积分化为极坐标形式，并计算积分值

(4)$\int_0^a dy\int_0^{\sqrt{a^2-y^2}}(x^2+y^2)dx$

14(2)

$\iint_D ln(1+x^2+y^2)d\sigma$,其中D是由圆周$x^2+y^2=1$及坐标轴所围成的在第一象限内的闭区域

15(4)

$\iint_D\sqrt{x^2+y^2}d\sigma$,其中D是圆环形闭区域$\left\{(x,y)|a^2\leq x^2+y^2\leq b^2\right\}$

17.求立体体积

求由平面$y=0,y=kx(k>0),z=0$以及球心在原点，半径为R的上半球面所围成的在第一卦限内的立体的体积

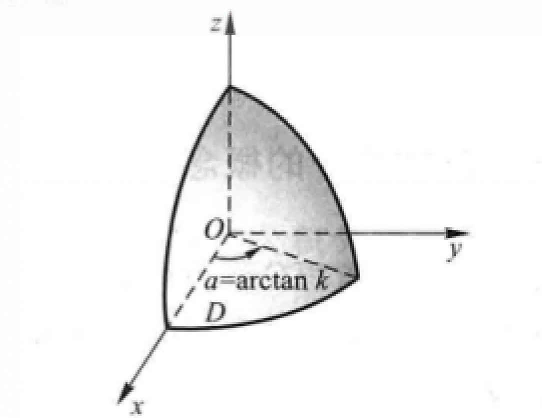

图 10－28

Week10

- 2022/4/25

加练

1.下列展开成累次积分错误的是

$I=\iiint_\Omega f(z)dv,\Omega:x^2+y^2+z^2\le 2z$

A."三次积分法"$I=\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int_{-\sqrt{1-x^2-y^2}}^{\sqrt{1-x^2-y^2}}f(z)dz$

B."先二后一法"$I=\int_0^2 f(z)dz\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{2z-z^2}}\rho d\rho$

C."柱坐标法"$I=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\rho d\rho\int_{1-\sqrt{1-\rho^2}}^{1-\sqrt{1+\rho^2}}f(z)dz$

D."球坐标法"$I=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi/2}sin\phi d\phi\int_0^{2cos\phi}f(rcos\phi)r^2dr$

2.下列展开成累次积分错误的是

设Ω是由球面$x^2+y^2+(z-2)^2=4$和内接锥面z=$\sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$围成的空间立体，下列展开三重积分$I=\iiint_\Omega dv$成累次积分中错误的是

A."三次积分法"$I=\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}dx\int_{-\sqrt{3-x^2}}^{\sqrt{3-x^2}}dy\int_{\sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}}^{2+\sqrt{4-x^2-y^2}}dz$

B."先二后一法"$I=\int_0^1 dz\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{3z}}\rho d\rho+\int_1^4 dz\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{4z-z^2}}\rho d\rho$

C."柱坐标法"$I=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{3}}\rho d\rho\int_\rho^{2+\sqrt{4-\rho^2}}dz+\int_0^{2\pi}d\theta\int_{\sqrt{3}}^2\rho d\rho\int_{2-\sqrt{4-\rho^2}}^{2+\sqrt{4-\rho^2}}dz$

D."球坐标法"$I=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi/3}sin\phi d\phi\int_0^{4cos\phi}r^2dr$

10-3

4.计算

计算$\iiint_\Omega xy^2z^3dxdydz$, 其中Ω是由曲面z=xy与平面y=x,x=1和z=0所围成的闭区域

9(1)利用柱面坐标计算下列三重积分

(1)$\iiint_\Omega zdv$,其中Ω是由曲面$z=\sqrt{2-x^2-y^2}$及$z=x^2+y^2$所围成的闭区域

12(1).利用三重积分计算下列由曲面所围成的立体的体积

(1)$z=6-x^2-y^2$及$z=\sqrt{x^2+y^2}$

10-4

1.求共同部分面积

求球面$x^2+y^2+z^2=a^2$含在圆柱面$x^2+y^2=ax$内部的那部分面积

3.求底园半径相等的两个直交圆柱面

$x^2+y^2=R^2$及$x^2+z^2=R^2$所围成立体的表面积

Week11&12

- 2022/5/06

加练

1.设曲线

$\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\x+y+z=\frac{3}{2}\end{cases}$,则$\int_\Gamma(2yz+2xz+2xy)ds=$

11-1

3(2)(7)计算下列对弧长的曲线积分

(2)$\int_L(x+y)ds$,其中L为连接(1,0)及(0,1)两点的直线段

(7)$\int_L y^2ds$,其中L为摆线的一拱$x=a(t-sint),y=a(1-cost)(0\le t\le 2\pi)$

11-2

3(2)(6).计算下列对坐标的曲线积分

(2)$\int_L xydx$,其中L为圆周$(x-a)^2+y^2=a^2,(a>0)$及x轴所围成的在第一象限内的区域的整个边界(按逆时针方向绕行)

(6)$\int_\Gamma xdx+ydy+(x+y-1)dz$,其中$\Gamma$是从点(1,1,1)到点(2,3,4)的一段直线

7(2).把对坐标的曲线积分

$\int_L P(x,y)dx+Q(x,y)dy$化成对弧长的积分，其中L为
(2)沿抛物线$y=x^2$从点(0,0)到点(1,1)

11-3

3.计算曲线积分

$\int_L \frac{ydx-xdy}{2(x^2+y^2)}$,其中$L$为圆周$(x-1)^2+y^2=2,L$的方向为逆时针方向

6(3).证明下列曲线积分在整个xOy平面内与路径无关，并计算积分值

(3)$\int_{(1,0)}^{(2,1)}(2xy-y^4+3)dx+(x^2-4xy^3)dy$

7(2).利用格林公式，计算下列曲线积分

(2)$\int_L(x^2ycosx+2xysinx-y^2e^x)dx+(x^2sinx-2ye^x)dy$,其中L为正向星形线$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$,(a>0);

8(2).验证下列

$P(x,y)dx+Q(x,y)dy$在整个xOy平面内是某一函数u(x,y)的全微分，并求一个这样的u(x,y)
(2)$2xydx+x^2dy$

Week13

- `2022/5/16`

加练

1.设曲线积分

$I_i=\int_{L_i}(x+\frac{y^3}{3})dx+(x+y-\frac{x^3}{3})dy$,其中$L_1:x^2+y^2=1,L_2:2x^2+y^2=2,L_3:x^2+y^2=2$都取逆时针方向，则$I_1$，$I_2$，$I_3$满足(求大小关系)

2.在上半平面内，如果曲线积分

$\int_L P(x,y)dx+\frac{x}{y}dy$与路径无关，那么P(x,y)可取
A.$\frac{1}{y}$
B.$lny+x$
C.$lny-\frac{1}{x}$
D.$-\frac{1}{y^2}$

11-4

5.计算

$\iint_{\sum}(x^2+y^2)dS$,其中$\sum$是
(1)锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$及平面z=1所围成区域的整个边界曲面
(2)锥面$z^2=3(x^2+y^2)$被平面z=0和z=3所截得的部分

6(4).计算下列对面积的曲面积分

(4)$\iint_{\sum}(xy+yz+zx)dS$,其中$\sum$为锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$被柱面$x^2+y^2=2ax$所截得的部分

11-5

3(2)(3).计算下列对坐标的曲面积分

(2)$\iint_{\sum}zdxdy+xdydz+ydzdx$,其中$\sum$是柱面$x^2+y^2=1$被平面$z=0$及$z=3$所截得的在第一卦限的部分的前侧
(3)$\iint_{\sum}[f(x,y,z)+x]dxdy+[f(x,y,z)+z]dydz+[2f(x,y,z)+y]dzdx$,其中f(x,y,z)为连续函数，$\sum$是平面$x-y+z=1$在第四卦限部分的上侧

4(1).把对坐标的曲面积分

$\iint_{\sum}R(x,y,z)dxdy+P(x,y,z)dydz+Q(x,y,z)dzdx$化成对面积的曲面积分，其中
(1)$\sum$是平面$3x+2y+2\sqrt{3}z=6$在第一卦限的部分的上侧

Week14

- 2022/5/23

加练

1.计算曲面积分

设$\sum$为锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$在球体$x^2+y^2+z^2=4z$内的部分取下侧，计算曲面积分$I=\iint_{\sum}x^2dydz-xydzdx+(1-2x)zdxdy$

2.计算曲面积分

计算$I=\iint_{\sum}xy^2dydz+yzdzdx+zx^2dxdy$.其中$\sum$由圆柱面$x^2+y^2=1$介于$0\leq z\leq 3+x^2+y^2$间的部分取外侧，和椭圆抛物面$z=3+x^2+y^2$含在$x^2+y^2=1$内的部分取上侧两部分组成

11-6

1(4).利用高斯公式计算曲面积分

(4)$\iint_{\sum}zdxdy+xdydz+ydzdx$,其中$\sum$是介于z=0,z=3之间的圆柱体$x^2+y^2\leq 9$的整个表面的外侧

总习题十一

3(6).计算曲线积分

(6)$\int_{\Gamma}xyzdz$,其中Γ是用平面y=z截球面$x^2+y^2+z^2=1$所得的截痕，从z轴的正向看去，沿逆时针方向

4(2).计算曲面积分

(2)$\iint_{\sum}(x^2-y)dxdy+(y^2-z)dydz+(z^2-x)dzdx$,其中$\sum$为锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}(0\leq z\leq h)$的外侧

Week15

- 2022/5/30

12-1

2(2).根据级数收敛与发散的定义判定下列级数的收敛性

(2)$\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}+\cdots$

3(3).判定下列级数的收敛性

(3)$\frac{1}{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt[3]{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt[n]{3}}+\cdots$

12-2

1(5).用比较审敛法或极限形式的比较审敛法判定下列级数的收敛性

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1+a^n}$,(a>0)

4(4).判定下列级数的收敛性

$\sum_{n=1}^{\infty}2^n sin\frac{\pi}{3^n}$

5(4).判定下列级数是否收敛？若收敛，是绝对收敛/条件收敛？

(4)$\frac{1}{ln2}-\frac{1}{ln3}+\frac{1}{ln4}-\frac{1}{ln5}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{1}{ln(n+1)}+\cdots$

12-3

1(7).求下列幂级数的收敛区间:

(7)$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}x^{2n-2}$

2(4).利用逐项求导或逐项积分，求下列级数的和函数

(4)$\sum_{n=1}^{\infty}(n+2)x^{n+3}$

12-4

2(2).将下列函数展开成x的幂级数，并求展开式成立的区间

(2)$ln(a+x)(a>0)$

5.将函数展开成幂级数

将函数$f(x)=\frac{1}{x}$展开成(x-3)的幂级数

Week16

- 2022/6/08

12-7

3.将函数展开成Fourier级数

将函数$f(x)=cos\frac{x}{2}(-\pi\le x\le\pi)$展开成傅里叶级数

5.将函数展开成正弦级数

将函数$f(x)=\frac{\pi-x}{2}(0\le x\le\pi)$展开成正弦级数

12-8

1(3).将下列周期函数展开成Fourier级数(如下为函数在一个周期内的表达式)

(3)$f(x)=\begin{cases}2x+1,-3\le x<0\\1,0\le x<3\end{cases}$