

高等数学I课后作业

- Schedule: 2021Fall
 - Professor: ZHY
 - From: JNU-智科院
 - Version: 题目纯享版
-

- 高等数学I课后作业
 - Week4
 - 1-1
 - 1(8)求函数自然定义域
 - 9(6)求反函数
 - 11(5)求复合函数，并根据 x_1, x_2 求出函数值
 - 1-2
 - 1(2)(8)求极限
 - 3
 - Week5
 - 加练
 - 1
 - 2
 - 1-3
 - 4
 - 1-4
 - 1
 - 6
 - Week7
 - 加练
 - 1
 - 1-5
 - 1.求极限
 - 1-6
 - 2(4)求极限
 - 4(4)证明:
 - 1-6
 - 4(2)证明 $x \rightarrow 0$ 时，有
 - Week8
 - 1-8
 - 3(1)间断点类型
 - 4
 - 3(3)(6).求极限
 - 4(5)(7)求极限

◦ Week9

- 5
- 总习题一
 - 9(6)求极限
- 2-2
 - 7(8)求导
 - 10(2)求导
 - 11(9)求导

◦ Week10

- 2-3
 - 1(9)(12)求二阶导数
 - 3(1)求二阶导数
- 2-4
 - 2
 - 4(1)用对数求导法求函数导数
 - 8(2)(4)求参数方程二阶导数

◦ Week11

- 2-5
 - 3(7)求微分
 - 4(8)填入式子使等号成立
- 3-1
 - 10.设 $a > b > 0$,证明:
- 3-2
 - 1(3)(9)(13)(14)用洛必达求极限

◦ Week12

- 3-3
 - 4.求函数 $f(x) = \ln x$ 按 $(x - 2)$ 的幂展开的带有皮亚诺余项的 n 阶泰勒公式
 - 6.求函数 $f(x) = \tan x$ 带有皮亚诺余项的3阶麦克劳林公式
- 3-4
 - 10(5)求函数拐点和凹凸区间
 - 13问 a, b 为何值时, 点 $(1, 3)$ 为曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点

◦ Week13

- 3-5
 - 1(4)求极值
 - 9.问函数 $y = \frac{x}{x^2 + 1} (x \geq 0)$ 何时取到最大值
- 3-7
 - 2.求曲线 $y = \ln \sec x$ 在点 (x, y) 处的曲率及曲率半径
- 总习题三
 - 13.设 $a > 1, f(x) = a^x - ax$ 在 $(-\infty, +$

infty)内的驻点为X(a).问a为何值时, x(a)最小, 并求出最小值

▪ 4-1

▪ 2(9)(18)(22)(26)求不定积分

◦ Week14

▪ 4-2

▪ 2(9)(18)(19)(29)(35)(38)(40)(43)求不定积分

▪ 4-3

▪ 10.

$\int \tan^2 x dx$

▪ 21.

$\int (\arcsin x)^2 dx$

◦ Week15

▪ 4-4

▪ 9.

$\int \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + x)}$

▪ 10.

$\int \frac{1}{x^4 - 1} dx$

▪ 15.

$\int (3 + \cos x) dx$

▪ 21.

$\int \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} + 1} dx$

▪ 5-1

▪ 5.设a<b,问a、b取什么值时, 积分

$\int_a^b (x - x^2) dx$ 取得最大值

▪ 11.设f(x)在[0,1]上连续, 证明

$\int_0^1 f^2(x) dx$

\geq

$(\int_0^1 f(x) dx)^2$

▪ 5-2

▪ 8(8)(12)求定积分

◦ Week16

▪ 5-2

▪ 3.求由

$\int_0^y e^t dt +$

$\int_0^x \cos t dt = 0$ 所确定的隐函数对x的导数

$\frac{dy}{dx}$

- 5(3)求导数
- 11(1)求极限
- 12.求
 $\phi(x) = \int_0^x f(t)dt$ 在 $[0,2]$ 的表达式, 并讨论
 $\phi(x)$ 在 $[0,2]$ 内的连续性
- 5-3
 - 1(7)(24)求定积分
 - 7(4)(11)求定积分
- Week17-18
 - 5-4
 - 1(3)(8)判断反常积分收敛性, 若收敛, 计算反常积分其值
 - 4.计算反常积分
 $\int_0^1 \ln x dx$
 - 6-2
 - 4.求抛物线 $y^2 = 2px$ 及其在点 $(p/2, p)$ 处的法线所围成的图形的面积
 - 8(1)求曲线围成公共部分面积
 - 21.设由抛物线 $y = 2x^2$ 和直线 $x=a, x=2$ 及 $y=0$ 所围成的平面图形为 D_1 , 设由抛物线 $y = 2x^2$ 和直线 $x=a, y=0$ 所围成的平面图形为 D_2 , 其中 $0 < a < 2$.
 - 28.求对数螺线
 $\rho = e^{a\theta}$ 相应于
 $\theta = 0$
 $\theta = \psi$
 $\theta = \psi$
 $\theta = \psi$ 对应的一段弧长
 - 总习题六
 - 6.设抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 通过点 $(0,0)$, 且当 x
 $\in [0,1]$ 时, y
 ≥ 0 . 试确定 a, b, c 的值, 使得抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与直线 $x=1, y=0$ 所围成的
 图形面积为 $4/9$. 且使该图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积最小.

Week4

• 2021/9/23

1-1

1(8)求函数自然定义域

$$y = \sqrt{3-x} + \arctan \frac{1}{x}$$

9(6) 求反函数

$$y = \frac{2^x}{2^x + 1}$$

11(5) 求复合函数，并根据 x_1, x_2 求出函数值

$$y = u^2, u = e^x, x_1 = 1, x_2 = -1$$

1-2

1(2)(8) 求极限

$$(2): (-1)^n \frac{1}{n}$$

$$(8): [(-1)^n + 1] \frac{n+1}{n}$$

3

3. 下列关于数列 $\{x_n\}$ 的极限是 a 的定义, 哪些是对的, 哪些是错的? 如果是对的, 试说明理由; 如果是错的, 试给出一个反例.

(1) 对于任意给定的 $\varepsilon > 0$, 存在 $N \in \mathbf{N}_+$, 当 $n > N$ 时, 不等式 $x_n - a < \varepsilon$ 成立;

(2) 对于任意给定的 $\varepsilon > 0$, 存在 $N \in \mathbf{N}_+$, 当 $n > N$ 时, 有无穷多项 x_n , 使不等式 $|x_n - a| < \varepsilon$ 成立;

(3) 对于任意给定的 $\varepsilon > 0$, 存在 $N \in \mathbf{N}_+$, 当 $n > N$ 时, 不等式 $|x_n - a| < c\varepsilon$ 成立, 其中 c 为某个正常数;

(4) 对于任意给定的 $m \in \mathbf{N}_+$, 存在 $N \in \mathbf{N}_+$, 当 $n > N$ 时, 不等式 $|x_n - a| < \frac{1}{m}$ 成立.

Week5

• 2021/9/27

加练

1

设函数 $f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \leq 1 \\ 2x + 1, & x > 1 \end{cases}$, 且 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 存在, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

2

设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin x} = 2$, 则去心邻域正负性为_____.

1-3

4

求 $f(x) = \frac{x}{x}$, $\phi(x) = \frac{|x|}{x}$, 当 $x \rightarrow 0$ 时的左右极限, 并说明他们在 $x \rightarrow 0$ 时的极限是否存在

1-4

1

两个无穷小的商是否一定是无穷小, 举例说明

6

函数 $y = x \cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内否有界? 这个函数是否为 $x \rightarrow +\infty$ 时的无穷大, 为什么?

Week7

• 2021/10/11

加练

1

设 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 均为非负数列, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \infty$, 则下列正确的是 $A. a_n < b_n, n \in N+$, $B. b_n < c_n, n \in N+$
 $C. \lim_{n \rightarrow \infty} a_n c_n$ 不存在, $D. \lim_{n \rightarrow \infty} b_n c_n$ 不存在

1-5

1. 求极限

(5) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$

(14) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$

1-6

2(4)求极限

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^{kx}, k \text{ 为正整数}$$

4(4)证明:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[n]{1+x} = 1$$

1-6

4(2)证明 $x \rightarrow 0$ 时, 有

$$\sec x - 1 \sim \frac{x^2}{2}$$

Week8

- 2021/10/18

1-8

3(1)间断点类型

$$y = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}, x=1, x=2$$

4

讨论函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}} x$ 的连续性, 若有间断点, 则判别其类型

3(3)(6).求极限

$$(3) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \ln(2\cos 2x)$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{\sin x - \sin \alpha}{x - \alpha}$$

4(5)(7)求极限

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{6+x} \right)^{\frac{x-1}{2}}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$$

Week9

- 2021/10/25

5

若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, $a < x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n < b (n \geq 3)$, 则在 (x_1, x_n) 内至少有一点 ϵ , 使 $f(\epsilon) = \frac{f(x_1)+f(x_2)+\dots+f(x_n)}{n}$

总习题一

9(6)求极限

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$$

2-2

7(8)求导

$$y = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2})$$

10(2)求导

$$y = f(\sin^2 x) + f(\cos^2 x) = \sin 2x (f'(\sin^2 x) - f'(\cos^2 x))$$

11(9)求导

$$y = x \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{4 - x^2}$$

Week10

- 2021/11/1

2-3

1(9)(12)求二阶导数

$$(9)y = (1 + x^2) \arctan x$$

$$(12)y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$$

3(1)求二阶导数

$$(1)y = f(x^2)$$

2-4

2

求曲线 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ 在点 $(\frac{\sqrt{2}}{4}a, \frac{\sqrt{2}}{4}a)$ 处的切线方程和法线方程

4(1)用对数求导法求函数导数

$$y = (\frac{x}{1+x})^x$$

8(2)(4)求参数方程二阶导数

$$(2) \begin{cases} x = acost \\ y = bsint \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$$

Week11

- 2021/11/8

2-5

3(7)求微分

$$y = \arcsin \sqrt{1-x^2}$$

4(8)填入式子使等号成立

$$d() = \sec^2 3x dx$$

3-1

10. 设 $a > b > 0$, 证明:

$$\frac{a-b}{a} < \ln \frac{a}{b} < \frac{a-b}{b}$$

3-2

1(3)(9)(13)(14)用洛必达求极限

$$(3)\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$$

$$(9)\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + \frac{1}{x})}{\operatorname{arccot} x}$$

$$(13)\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right)$$

$$(14)\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x} \right)^x$$

Week12

- 2021/11/15

3-3

4.求函数 $f(x) = \ln x$ 按 $(x - 2)$ 的幂展开的带有皮亚诺余项的**n**阶泰勒公式

6.求函数 $f(x) = \tan x$ 带有皮亚诺余项的**3**阶麦克劳林公式

3-4

10(5)求函数拐点和凹凸区间

$$y = e^{\arctan x}$$

13问**a, b**为何值时，点**(1, 3)**为曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点

Week13

- 2021/11/22

3-5

1(4)求极值

$$y = x + \sqrt{1 - x}$$

9. 问函数 $y = \frac{x}{x^2+1} (x \geq 0)$ 何时取到最大值

3-7

2. 求曲线 $y = \ln \sec x$ 在点 (x, y) 处的曲率及曲率半径

总习题三

13. 设 $a > 1$, $f(x) = a^x - ax$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内的驻点为 $\mathbf{X}(\mathbf{a})$. 问 \mathbf{a} 为何值时, $\mathbf{x}(\mathbf{a})$ 最小, 并求出最小值

4-1

2(9)(18)(22)(26) 求不定积分

$$(9) \int \frac{dh}{\sqrt{2gh}}$$

$$(18) \int \sec x (\sec x - \tan x) dx$$

$$(22) \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$$

$$(26) \int \frac{3x^4 + 2x^2}{x^2 + 1} dx$$

Week14

• 2021/11/29

4-2

2(9)(18)(19)(29)(35)(38)(40)(43) 求不定积分

$$(9) \int \frac{x}{\sqrt{2-3x^2}} dx$$

$$(18) \int \frac{10^{2\arctan x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$(19) \int \tan \sqrt{1+x^2} \frac{x dx}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$(29) \int \tan^3 x \sec x dx$$

$$(35) \int \frac{x}{x^2-x-2} dx$$

$$(38) \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$$

$$(40) \int \frac{dx}{1+\sqrt{2x}}$$

$$(43) \int \frac{x-1}{x^2+2x+3} dx$$

4-3

$$10. \int x \tan^2 x dx$$

$$21. \int (\arcsin x)^2 dx$$

Week15

- 2021/12/06

4-4

$$9. \int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+x)}$$

$$10. \int \frac{1}{x^4-1} dx$$

$$15. \int \frac{dx}{3+\cos x}$$

$$21. \int \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} dx$$

5-1

5. 设 $a < b$, 问 a 、 b 取什么值时, 积分 $\int_a^b (x - x^2) dx$ 取得最大值

11. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 证明 $\int_0^1 f^2(x) dx \geq (\int_0^1 f(x) dx)^2$

5-2

8(8)(12) 求定积分

$$(8) \int_{-1}^0 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x+1} dx$$

$$(12) \int_0^2 f(x) dx, \text{ 其中 } f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 1 \\ \frac{1}{2}x^2, & x > 1 \end{cases}$$

Week16

• 2021/12/13

5-2

3. 求由 $\int_0^y e^t dt + \int_0^x \cos t dt = 0$ 所确定的隐函数对 x 的导数 $\frac{dy}{dx}$

5(3) 求导数

$$\frac{d}{dx} \int_{\sin x}^{\cos x} \cos(\pi t^2) dt$$

11(1) 求极限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{x}$$

12. 求 $\phi(x) = \int_0^x f(t) dt$ 在 $[0, 2]$ 的表达式，并讨论 $\phi(x)$ 在 $[0, 2]$ 内的连续性

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in [0, 1) \\ x, & x \in [1, 2] \end{cases}$$

5-3

1(7)(24) 求定积分

$$(7) \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \sqrt{8 - 2y^2} dy$$

$$(24) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x - \cos^3 x} dx$$

7(4)(11) 求定积分

$$(4) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\sin^2 x} dx$$

$$(11) \int_{\frac{1}{e}}^e |\ln x| dx$$

Week17-18

• 2021/12/20

5-4

1(3)(8)判断反常积分收敛性，若收敛，计算反常积分其值

(3) $\int_0^{+\infty} e^{-ax} dx, (a>0)$

(8) $\int_0^2 \frac{dx}{(1-x)^2}$

4.计算反常积分 $\int_0^1 \ln x dx$

6-2

4.求抛物线 $y^2 = 2px$ 及其在点 $(p/2, p)$ 处的法线所围成的图形的面积

8(1)求曲线围成公共部分面积

$\rho = 3\cos\theta$ 及 $\rho = 1 + \cos\theta$

21.设由抛物线 $y = 2x^2$ 和直线 $x=a, x=2$ 及 $y=0$ 所围成的平面图形为 D_1 , 设由抛物线 $y = 2x^2$ 和直线 $x=a, y=0$ 所围成的平面图形为 D_2 , 其中 $0 < a < 2$.

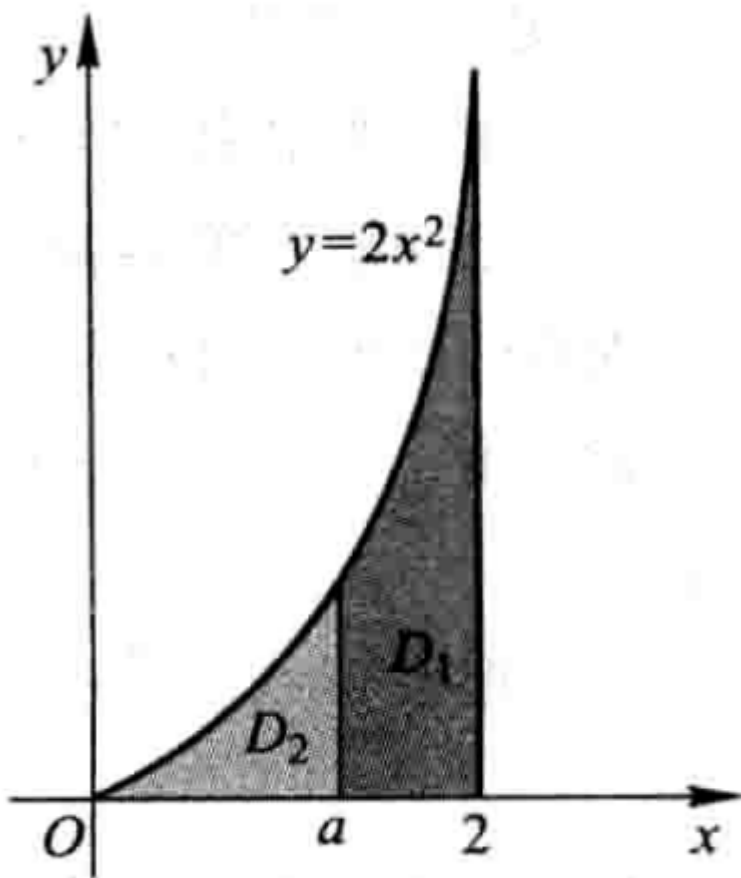


图 6-24

(1)求 D_1 绕 x 轴旋转而成的旋转体体积

V_1 , D_2 绕 y 轴旋转而成的旋转体体积 V_2 ;

(2)问当 a 为何值时, V_1+V_2 取得最大值, 求这个最大值

28.求对数螺线 $\rho = e^{a\theta}$ 相应于 $0 \leq \theta \leq \psi$ 对应的一段弧长

总习题六

6.设抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 通过点 $(0,0)$,且当 $x \in [0,1]$ 时, $y \geq 0$.试确定 a,b,c 的值, 使得抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与直线 $x=1,y=0$ 所围成的图形面积为 $4/9$.且使该图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积最小.