复习题三

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题 号** | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | **总 分** |
| **得 分** |  |  |  |  |  |  |
| 得分 | 评阅人 | 一、选择题（共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分） | | | | |
|  |  |

1. lim

 *x*, *y* 1,0

ln 1 *xy*   ( )

*y*

*x*2  *y*2

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) e

 *xy x*2  *y*2  0



2. 函数 *f*  *x*, *y*    *x*2  *y*2

在原点（0, 0）处（ ）

 0

*x*2  *y*2  0

* 1. 连续； (B)有极限； (C) 可微； (D) 可偏导。

*n* 2  1

 ln *n*

 2  (1)*n* 

2  *n* 2  1

3.  2 ,

*n*

*n* 1

 *n*

*n* 1

2

, (

*n* 1

 *n* 1),

ln 2

*n* 2

*n* 1

中收敛的个数是( ).

(A)1； （B）2； （C）3； （D）4

 *n* ln2 *n*

 (1)*n*1 

*n*1 1 

*n*1 *n*2

4. (1)

*n*2

, 

*n*1

*n*

, (1) sin ,

*n*1



*n n*

*n*

(1) *n* 中条件收敛的个数是（ ）

*n*1

2

（A）1； （B）2； （C）3； （D）4

1. 函数 1

1 *x*

展开成 *x* 的幂级数中， *x*3

的系数为（ ）

（A）  15 ； （B） 15 ； （C）  15 ； （D） 15 。

48 48

    **

24 24

   

1. *a*

 4,

*b*  3, (*a*,

1.  ，则以 *a* 2 *b* 和 *a* 3 *b* 为边的平行四边形的面积为（ ）

6

（A） 30 ； （B）15 ； （C） 20 ； （D） 25 。

二、填空题（共 9 小题，10 个空，每空 2 分，共 20 分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 评阅人 |
|  |  |

2 *x*2

* 1. 改变二次积分1 *dx*1

*f* (*x*, *y*) *dy* 的积分次序为

*x y*

* 1. 曲面e *z*  e *z*  4 在点( ln 2, ln 2, 1 ) 的切平面方程
  2. 可微函数 *f* (*x*, *y*) 在点(1,2) 处的从点(1,2) 到点(2,2) 方向的方向导数为 2，从点

(1,2) 到点(1,1) 方向的方向导数为-2。则该函数在点(1,2) 处的梯度为

该函数在点(1,2) 处的从点(1,2) 到点(4,6) 方向的方向导数为

* 1. 设 *y*  *ex* {*C* sin *x*  *C*

1 2

cos *x*) 为二阶常系数线性齐次微分方程的通解，则该微分方

程为 。



* 1. 幂级数 *a xn* 在 *x*=2 处条件收敛，则其收敛半径 R=

*n*0

*n*

* 1. *ex* 展成 *x* 1 的幂级数是：

7. 设 *f*  *x*   *x*  *x* 2 , *x*  **,** ,则其傅里叶系数*b* 

3

1. 设 *L* 是 *xy* 平面上 *A*(0, 1)到 *B*(1, 0)的线段，则对弧长的积分*L* (*x*  *y*)*ds* 
2. 曲面 : *x*2  *y*2  *z*2  1 取外侧，则 *xdydz*  *ydxdz*  *zdxdy* 

(*x*2  *y*2  *z*2 )3



三、计算题（共 7 题，共 60 分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 评阅人 |
|  |  |

**（前二题每题各 10 分，后五题每题各 8 分）**

1. *f* 具有二阶连续偏导数， *u* 

*f* (*x* 2

* *y* 2
* *z* 2

) ，求*u* ,

*x*

2*u*

*x*2

1. 已知连续函数 *f* (*x*) 满足条件 *f* (*x*)  3*x f* ( *t* ) *d t*  *e*2 *x* ，求 *f* (*x*)

0 3

1. 在马鞍面 *z*  *xy* 上求一点，使得这一点的法线与平面 *x*  3*y*  *z*  9  0 垂直，并求出该点法线的方程。
2. 计算

( *x*  *y*)*dx*  ( *x*  *y*)*dy* ，其中 *L* 是圆周 *x*2  *y*2  *a*2 上半圆周，逆时针方向。

*L*



1. 计算一型曲面积分 *z dS* ，  是锥面 *z* 

*x*2  *y* 2



在柱体 ***x*2  *y*2  1** 内的部分。

1. 计算二型曲面积分 *I*   (2*x*  *z*)*dydz*  *zdxdy*,



法向量与 z 轴夹角为锐角。

其中 : *z*  *x*2  *y*2

(0  *z*  1) ，其



1. 求幂级数

*n*1

*n*  1 *xn n*!

的和函数。

四、应用题（共 1 小题，共 8 分）

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 | 评阅人 |
|  |  |

1. 当

*x*  0, *y*  0, *z*  0

时 ， 求 函 数

*f* (*x*, *y*, *z*)  ln *x*  2 ln *y*  3ln *z*

在 球 面

*x* 2  *y* 2  *z* 2  6*R* 2 上的最大值。并由此证明：当*a*, *b*, *c* 为正实数时，成立不等式

 *a*  *b*  *c* 6

*ab* 2 *c*3 ≤108  。

6

 

一、BDCBAA

二、 1 *dy*

4

 *y f* (*x*, *y*) *dx*

*x*  *y*  2*z* ln 2  0

grad *f* (1,2)  (2,2)

(1,2)



*f*

*v*

2

 14

5

*y* ****  2 *y*  2 *y*  0 2

*ex*  *e* 1 1  *x* 1  1  *x* 12   1  *x* 1*n*   2**

 1! 2! *n*! 3

4**



2

**三、1.解**： *u*  2*xf* ' (*x*2  *y*2  *z* 2 )

*x*

2*u* 

2 2 2

 2 2 2

*x*2

2 *f* '(*x*  *y*

 *z* )  2*x* *x f* '(*x*  *y*

* *z* )

 2 *f* '(*x*2  *y*2  *z* 2 )  4*x* 2 *f* "(*x* 2  *y* 2  *z* 2 )

1. **解**：

*f* (*x*)  3 *f* (*x*)  2*e* 2 *x* ,

即 *y*-3*y*  2*e* 2 *x*

由一阶线性方程的通解公式，得

*f* (*x*)  *e* 3*dx*  2*e*2 *xe* 3*dxdx*  *C*   *e*3*x* 2*e* *x*  *C*   2*e*2 *x*  *Ce*3*x*

*f* (0)  0  *e*0  1  *C*  3

*f* (*x*)  2*e*2 *x*  3*e*3*x*

1. **解 ：** 马 鞍 面 的 法 向 量 ( *y*, *x*, 1)

与 (1, 3,1) 平 行 ， 所 以

*y*  *x*  1 ， 即

1 3 1

*y*  1, *x*  3, *z*  *xy*  3 ，于是该点为(3, 1, 3) ，

在该点处的法线方程为

*x*  3  1 ( *y*  1)  *z*  3 。

3

1. **解**： *P*  *x*  *y*,

*Q*  *x*  *y*.

*P*  1, *Q*  1. 由格林公式

*y* *x*

*L* (*x*  *y*)*dx*  (*x*  *y*)*dy*  *L* *AB* (*x*  *y*)*dx*  (*x*  *y*)*dy*  *AB* (*x*  *y*)*dx*  (*x*  *y*)*dy*

*AB* :

*y*  0,

*x* : *a*  *a*,

*AB* (*x*  *y*)*dx*  (*x*  *y*)*dy*  *a* (*x*  0)*dx*  0

原式  ( *P*  *Q* )*dxdy*  0  2 *dxdy*  *a* 2.

*a*

*D* *y* *x D*

1. 解：*dS* 

1 *z* 2  *z* 2 *dxdy* 

2*dxdy*

 *z dS*  



*x y*

2 *x* 2  *y* 2 *dxdy* 

2 ** 2

 2 2 **

*d r dr*

2** 1

3

0 0

 *D*

6. **解**：设1 : *z*  1是下侧， *I* 



1

 

1

由高斯公式，

  2  1 *dv*  3

2** 1

*d rdr*

**

*dz* 

3**

#   0

1

0 *r* 2 2

1 

 (2*x*  *z*)*dydz*  *zdxdy*  0   *zdxdy*   *dxdy*  **12  **

1

*I*  

 

 3**- -**

1 *D*

= -**

1 1 2 2

7. **解**：级数



*n*1

*n*  1 *xn* 的收敛半径为 *R*   ，所以收敛域为 *D*  (,) 。

*n*!

 *n* 1 *n*

2 3 2 4 3

*n* 1 *n*

设*S* (*x*)   *x*

*n*!

*n*1

 *x*  *x*

1! 2!

 *x*  

3!

*x*   ，

*n*!

*x*  *xn*1 2

1 3 1 4

1 *n*1 *x*

则0 *S* (*x*)*dx*   *x*

*n*!

*n*1

* *x*  *x*

2! 3!

  *x n*!

  *x*(*e*

1) ，

所以*S* (*x*) 

*d* *x*(*e x*  1) (1  *x*)*ex*  1。

*dx*

**四、解：** 令 *L*(*x*, *y*, *z*,**)  ln *x*  2 ln *y*  3ln *z* **(*x* 2  *y* 2  *z* 2  6*R* 2) ，求偏导数，得到