Podstawy Uczenia Maszynowego

Laboratorium 1

Maria Polak

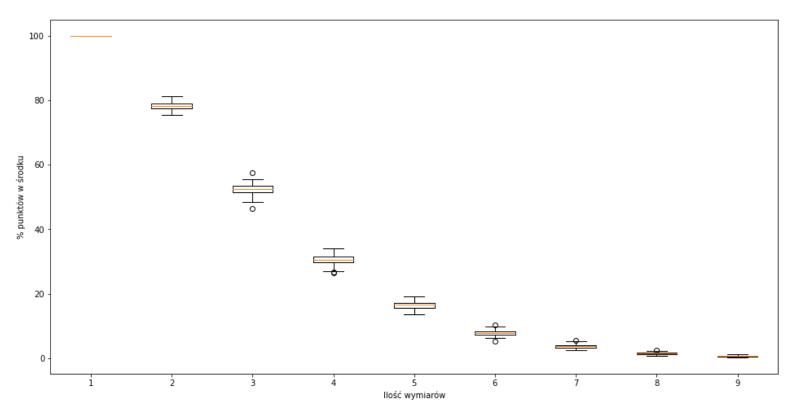
Zadanie 1.

Test został przeprowadzony dla wymiarów 1D - 9D. W każdym wymiarze test przeprowadzony został 100 razy i w każdym z testów losowane było 1000 punktów. Na podstawie wygenerowanych punktów policzony został procent punktów, które trafiły w środek hiperkuli oraz procent punktów w narożnikach hipersześcianu.

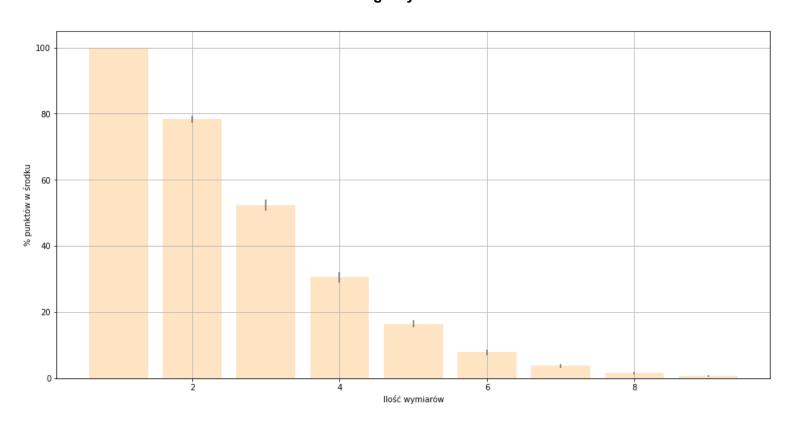
Wyniki działania programu:

```
Dimentions: 1 | Inside: 100.00% | Outside: 0.00% | Standard Deviation: 0.00 pp
Dimentions: 2 | Inside: 78.34% | Outside: 21.66% | Standard Deviation: 1.09 pp
Dimentions: 3 | Inside: 52.44% | Outside: 47.56% | Standard Deviation: 1.69 pp
Dimentions: 4 | Inside: 30.53% | Outside: 69.47% | Standard Deviation: 1.51 pp
Dimentions: 5 | Inside: 16.48% | Outside: 83.52% | Standard Deviation: 1.03 pp
Dimentions: 6 | Inside: 7.81% | Outside: 92.19% | Standard Deviation: 0.87 pp
Dimentions: 7 | Inside: 3.75% | Outside: 96.25% | Standard Deviation: 0.62 pp
Dimentions: 8 | Inside: 1.55% | Outside: 98.45% | Standard Deviation: 0.35 pp
Dimentions: 9 | Inside: 0.64% | Outside: 99.36% | Standard Deviation: 0.21 pp
```

Na podstawie otrzymanych wyników zostały sporządzone wykresy:



Wykres 1. Wykres pudełkowy pokazujący procent punktów w środku hiperkuli dla danego wymiaru



Wykres 2. Wykres słupkowy pokazujący procent punktów w środku hiperkuli dla danego wymiaru z zaznaczonym odchyleniem standardowym

Wnioski i obserwacje:

- Dla 1 wymiaru wszystkie punkty trafiły hiperkuli. Z definicji hiperkuli wiemy, że punkt do niej należy jeżeli jego odległość od środka kuli jest mniejsza niż jego promień. W przestrzeni jednowymiarowej wszystkie punkty wylosowane są w przedziale -1 i 1, a więc wszystkie należą do kuli
- Im więcej wymiarów tym mniejszy procent punktów trafiał do hiperkuli. Iim więcej wymiarów tym mniejszy stosunek 'objętości' kuli i sześcianu. Łatwo to potwierdzić dla przypadku 2 i 3 wymiarowego.
- Przy 9 wymiarach prawie żaden punkt nie lądował w środku kuli.
- Odchylenie standardowe było największe dla 2-5 wymiarów. Wyniki różniły się najbardziej pomiędzy pojedyńczymi testami, ponieważ było zbliżone prawodopobieństwo trafienia punktów do wnętrza i na zewnątrze hiperkuli.

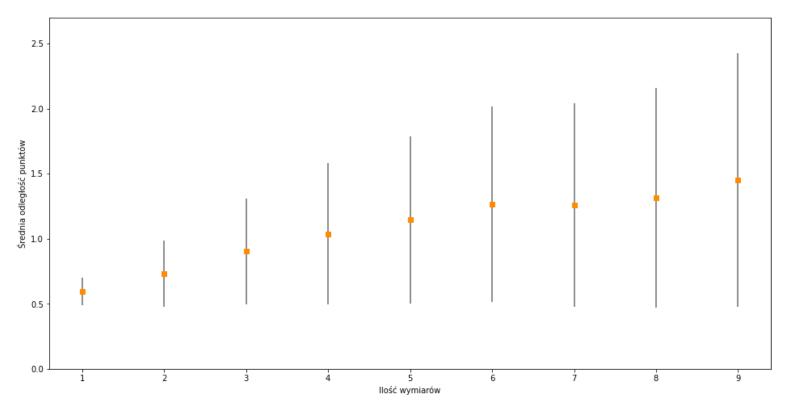
Zadanie 2.

Test został przeprowadzony dla wymiarów 1D - 9D. W każdym wymiarze test przeprowadzony został 100 razy i w każdym z testów losowane było 100 punktów. Na podstawie wygenerowanych punktów policzone zostały średnie odległości między każdymi dwoma punktami w wylosowanym zbiorze oraz odchylenie standardowe tych odległości w każdym teście. Dodatkowo obliczone zostały średnie i odchylenie standardowe obydwóch wskaźników dla każdego wymiaru. Na koniec policzony został stosunek procentowy odchylenia standardowego odległości i średniej odległości dla każdego wymiaru.

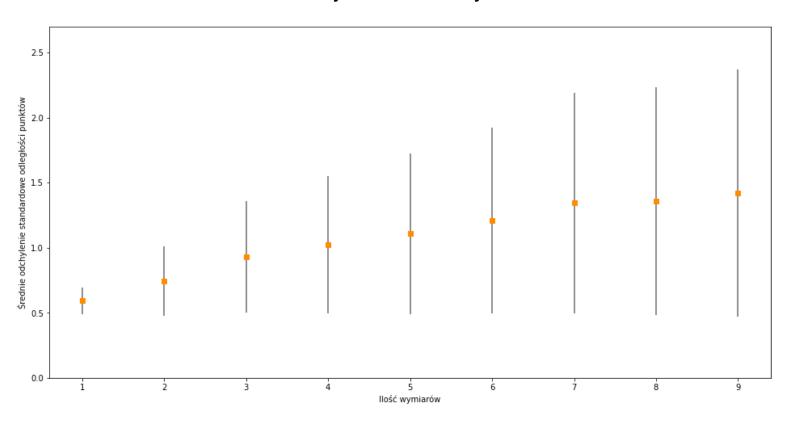
Wyniki działania programu:

```
Dimentions: 1 | Mean Dist: 0.59 | Mean Dist StD: 0.10 | Mean of StD: 0.59 | StD of StD: 0.10 | Mean StD/Mean Distance: 99.83% Dimentions: 2 | Mean Dist: 0.73 | Mean Dist StD: 0.26 | Mean of StD: 0.74 | StD of StD: 0.27 | Mean StD/Mean Distance: 101.63% Dimentions: 3 | Mean Dist: 0.90 | Mean Dist StD: 0.41 | Mean of StD: 0.93 | StD of StD: 0.43 | Mean StD/Mean Distance: 102.98% Dimentions: 4 | Mean Dist: 1.04 | Mean Dist StD: 0.54 | Mean of StD: 1.02 | StD of StD: 0.53 | Mean StD/Mean Distance: 98.79% Dimentions: 5 | Mean Dist: 1.15 | Mean Dist StD: 0.64 | Mean of StD: 1.11 | StD of StD: 0.62 | Mean StD/Mean Distance: 96.56% Dimentions: 6 | Mean Dist: 1.26 | Mean Dist StD: 0.75 | Mean of StD: 1.21 | StD of StD: 0.71 | Mean StD/Mean Distance: 95.46% Dimentions: 7 | Mean Dist: 1.26 | Mean Dist StD: 0.78 | Mean of StD: 1.34 | StD of StD: 0.85 | Mean StD/Mean Distance: 106.66% Dimentions: 8 | Mean Dist: 1.31 | Mean Dist StD: 0.85 | Mean of StD: 1.36 | StD of StD: 0.88 | Mean StD/Mean Distance: 103.32% Dimentions: 9 | Mean Dist: 1.45 | Mean Dist StD: 0.97 | Mean of StD: 1.42 | StD of StD: 0.95 | Mean StD/Mean Distance: 97.80%
```

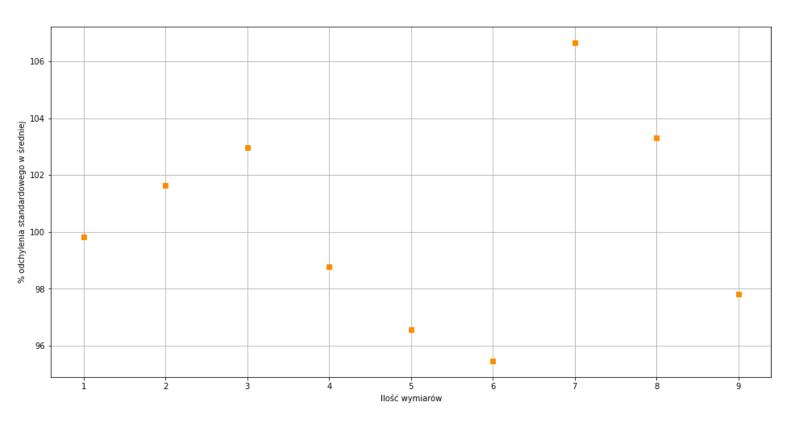
Na podstawie otrzymanych wyników zostały sporządzone wykresy:



Wykres 3. Wykres średniej odległości punktów dla każdego wymiaru z zaznaczonym odchyleniem standardowym



Wykres 4. Wykres średniego odchylenia standardowego dla każdego wymiaru z zaznaczonym odchyleniem standardowym



Wykres 5. Stosunek procentowy odchylenia standardowego odległości i średniej odległości dla każdego wymiaru

Wnioski i obserwacje:

- średnia odległość i średnie odchylenie standardowe przyjmują podobne wartości, tak samo jak ich odchylenia standardowe
- na pierwszy rzut oka ciężko dostrzec różnice między wykresami 3 i 4
- powyższe potwierdza wykres 5, na którym widać, że procent odchylenia standardowego w średniej oscyluje w okolicach 100% dla wszystkich wymiarów
- średni dystans (jak i jego odchylenie) zwiększają się razem z ilością wymiarów

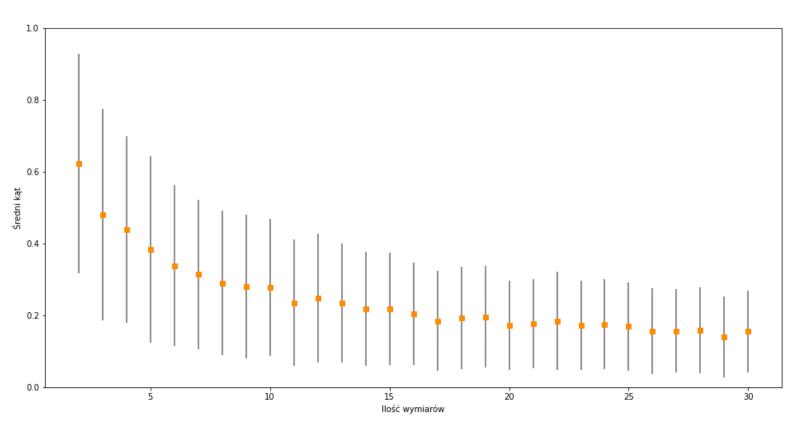
Zadanie 3.

Test został przeprowadzony dla wymiarów 2D - 30D. W każdym wymiarze test przeprowadzony został 500 razy i w każdym z testów losowane było 1000 punktów, a z nich wybierane 2 wektory (4 punkty). Na podstawie wybranych wektorów obliczany był kąt między nimi. Dla każdego wymiaru obliczony został średni kąt oraz jego odchylenie standardowe.

Wyniki działania programu:

```
Dimentions: 2 | Mean Angle: 0.62 | Standard Deviation: 0.30
Dimentions: 3 | Mean Angle: 0.48 | Standard Deviation: 0.29
Dimentions: 4 | Mean Angle: 0.44 | Standard Deviation: 0.26
Dimentions: 5 | Mean Angle: 0.38 | Standard Deviation: 0.26
Dimentions: 6 | Mean Angle: 0.34 | Standard Deviation: 0.22
Dimentions: 7 | Mean Angle: 0.31 | Standard Deviation: 0.21
Dimentions: 8 | Mean Angle: 0.29 | Standard Deviation: 0.20
Dimentions: 9 | Mean Angle: 0.28 | Standard Deviation: 0.20
Dimentions: 10 | Mean Angle: 0.28 | Standard Deviation: 0.19
Dimentions: 11 | Mean Angle: 0.23 | Standard Deviation: 0.18
Dimentions: 12 | Mean Angle: 0.25 | Standard Deviation: 0.18
Dimentions: 13 | Mean Angle: 0.23 | Standard Deviation: 0.17
Dimentions: 14 | Mean Angle: 0.22 | Standard Deviation: 0.16
Dimentions: 15 | Mean Angle: 0.22 | Standard Deviation: 0.16
Dimentions: 16 | Mean Angle: 0.20 | Standard Deviation: 0.14
Dimentions: 17 | Mean Angle: 0.18 | Standard Deviation: 0.14
Dimentions: 18 | Mean Angle: 0.19 | Standard Deviation: 0.14
Dimentions: 19 | Mean Angle: 0.20 | Standard Deviation: 0.14
Dimentions: 20 | Mean Angle: 0.17 | Standard Deviation: 0.12
Dimentions: 21 | Mean Angle: 0.18 | Standard Deviation: 0.12
Dimentions: 22 | Mean Angle: 0.18 | Standard Deviation: 0.14
Dimentions: 23 | Mean Angle: 0.17 | Standard Deviation: 0.12
Dimentions: 24 | Mean Angle: 0.17 | Standard Deviation: 0.12
Dimentions: 25 | Mean Angle: 0.17 | Standard Deviation: 0.12
Dimentions: 26 | Mean Angle: 0.16 | Standard Deviation: 0.12
Dimentions: 27 | Mean Angle: 0.16 | Standard Deviation: 0.12
Dimentions: 28 | Mean Angle: 0.16 | Standard Deviation: 0.12
Dimentions: 29 | Mean Angle: 0.14 | Standard Deviation: 0.11
Dimentions: 30 | Mean Angle: 0.16 | Standard Deviation: 0.11
```

Na podstawie otrzymanych wyników został sporządzony wykres:



Wykres 6. Średni kąt razem z ochyleniem standardowym dla każdego wymiaru

Wnioski i obserwacje:

- Wraz ze wzrostem ilości wymiarów zmniejsza się średni kąt pomiedzy losowo wybieranymi wektorami
- Wraz ze wzrostem ilości wymiarów zmniejsza się odchylenie standardowe kąta pomiedzy losowo wybieranymi wektorami
- Im większy wymiar tym spadek średniej i odchylenia maleje