



Ist das Universum ein Computer?

Jannis Speer

17.12.20

Big Questions Seminar

Inhalt

- Historische Einführung
- Information
- Turingmaschine
- Das Universum als universeller digitaler Computer
- Quantencomputer
- Das Universum als Quantencomputer
- Gegenposition - Das Universum ist kein Computer

Historische Einführung: Digitale Physik

- ursprüngliche Idee: Konrad Zuses Buch Rechnender Raum (1969)
 - Hypothese: Universum ist digitaler Computer, genauer: zellulärer Automat
 - Komatibilität von Computern mit:
Informationstheorie, statistischer Mechanik, Quantenmechanik
 - Begriff geprägt durch Edward Fredkin, alternativ: digitale Philosophie
- Digitale Physik: Theorien mit Prämisse, Universum durch Information beschreibbar ist

Digitale Physik - verschiedene Perspektiven

- Weizsäckers Quantentheorie der Ur-Alternativen:
 - lediglich 2 Entitäten: Struktur der Zeit, binäre Alternativen
 - abstrakt, nicht-lokal, keine feldtheoretischen Voraussetzungen

- Wheelers It from Bit:
 - klassisch: Realität existiert und wird gemessen
 - hier: Messung schafft Realität

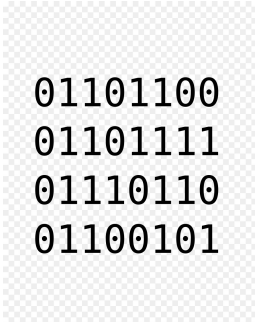
- Pancomputationalism:
 - Digitaler Computer vs. Quantencomputer
 - Zufälligkeit und Komplexität des Universums? Effizienz?

- Tegmarks Mathematical-Universe-Hypothese (MUH)
 - Universum ist Mathematik, mathematische Existenz = physikalische Existenz

Informationstheorie

... beschäftigt sich mit Quantifizierung, Speicherung und Übertragung von Information

- Konzept von Information hat verschiedene Bedeutungen
verwandt mit: Nachricht, Kommunikation, Daten, Wissen
- hier: Information ist Folge von Symbolen aus einem Alphabet $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_m\}$
- Informationsgehalt eines Zeichens: $I(z) = -\log_a(p_z)$
mit Wahrscheinlichkeit p_z , Mächtigkeit a
- Entropie eines Zeichens (Shannon): $H = E[I] = \sum_{z \in Z} p_z I(z) = -\sum_{z \in Z} p_z \log_a(p_z)$



01101100
01101111
01110110
01100101

Abbildung: binäre Information

physikalische Information und Entropie

- Information beschreibt physikalisches System:
 - Information löst Ungewissheit über Zustand eines physikalischen Systems
 - Information ist Messung für Wahrscheinlichkeit eines Zustandes

- fehlende Information = nötige Information, um Zustand zu beschreiben = $I = -k \sum_{i=1}^n p_i \ln(p_i)$
mit p_i der Wahrscheinlichkeiten der n Zustände des Systems
 - binäre Entropie der Informationstheorie: $k = \ln(2)^{-1}$
 - Gibbs Entropie: $k = k_b$

- Von Neumann Entropie, QM-Analogon: $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \ln \rho)$ mit Dichtematrix ρ

Algorithmische Informationstheorie

- Bestimmung des Informationsgehalt über Kolmogorow-Komplexität
- Kolmogorow-Komplexität:
 - Informationsgehalts einer Zeichenkette = Länge des kleinsten Algorithmus, der Zeichenkette erzeugt
 - nicht berechenbar, aufgrund des Halteproblems kleinster Algorithmus nicht bestimmbar
 - unabhängig von der verwendeten universellen Programmiersprache abgesehen von additiver Konstante c

1000110111100101

1111111100000000

- algorithmic randomness:
 - Zeichenkette ist zufällig, wenn Kolmogorow-Komplexität \geq Länge der Zeichenkette
 - Zufälligkeit einer endlichen Zeichenkette abhängig von universellen Programmiersprache
- algorithmic probability: kurze Algorithmen sind wahrscheinlicher als lange

Digitale Information, Boolesche Algebra, Klassische Logik

- Digitale Information: diskrete endliche Darstellung → Ziffern, Buchstaben → binär
- Boolesche Algebra mit Operatoren:
 \wedge UND \vee ODER \neg NICHT
- klassische Logik:
 - Prinzip der Zweiwertigkeit
 - Prinzip der Extensionalität

x	y	$x \wedge y$	$x \vee y$	x	$\neg x$
0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0
0	1	0	1		
1	1	1	1		

Abbildung: Boolesche Algebra.

Vor Turing

- Formulierung des Hilbertprogramms in 1920er
- Ziel: Nachweis der Widerspruchsfreiheit der Axiomensysteme der Mathematik
- Entscheidungsproblem: „First, was mathematics complete ... Second, was mathematics consistent ... And thirdly, was mathematics decidable?“
- Beantwortung durch Gödels Unvollständigkeitssätze

- Was ist ein Algorithmus?

Turingmaschine - informelle Einführung

- Interpretation von Logik als Prozess
- Definition Algorithmus und der Berechenbarkeit
- Analogie eines denkenden, lesenden und schreibenden Mathematikers

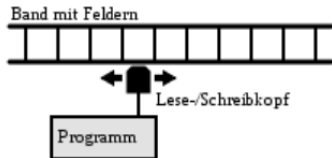


Abbildung: Turingmaschine.

- Turingmaschine:
 - Speicherband: unendlich viele, sequentiell angeordnete Felder
 - Feld: nimmt einen von endlich vielen Zuständen an
 - Lese-Schreib-Kopf: Verarbeitung von Information, nimmt einen von endlich vielen Zuständen an
- Prozess:
 - Kopf liest Zustand des aktuellen Feldes
 - Kopf verarbeitet eignen Zustand und Feldzustand (Überföhrungsfunktion)
 - Änderung des Kopf und Feldzustandes
 - Kopf bewegt sich ein Feld nach rechts oder links

Anmerkungen zur Turingmaschine

Universelle Turingmaschine (UTM):

- UTM simuliert beliebig Turingmaschine für beliebigen Input
- Speicherung der Turingmaschine und des Inputs auf Speicherband der UTM
- Halteproblem

Algorithmus:

- Ausführbarkeit
- Statistische Finitheit
- Dynamische Finitheit
- Terminierung
- optional:
 - Determiniertheit
 - Determinismus

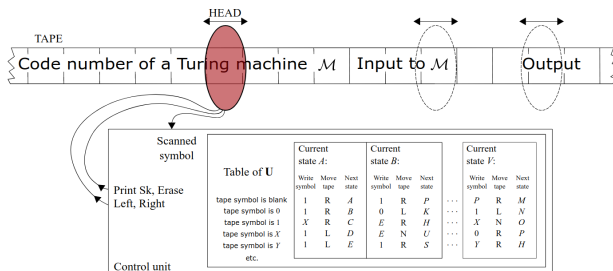


Abbildung: Turingmaschine.

Anmerkungen zur Turingmaschine

Halteproblem:

- Analog zu Gödels Unvollständigkeitssatz:
 - Logik ist selbst-widersprechend und unvollständig
 - Problem von auf sich selbst bezogene Behauptungen
 - Lügner-Paradox: „Dieser Satz ist falsch.“
- Keine UTM kann Frage beantworten, ob eine beliebige Turingmaschine anhält (Antwort liefert)
- Konstruktion von selbst-widersprechender UTM:

Result: Hält beliebige Turingmaschine T nicht an?

begin

T = beliebige Turingmaschine und I = beliebiger Input ;

while T hat nicht angehalten == True **do**

 Führe Schritt von T aus mit I;

end

 return Antwort ;

end

Church-Turing-These:

- Jede intuitiv berechenbare Funktion kann durch eine UTM berechnet werden
- intuitiv berechenbar: mathematisch ungenauer Begriff
- Turing-berechenbar: Existenz von (terminierendem) Algorithmus
- striktere, physikalische Version:
Church-Turing-Deutsch-Hypothese
- klassische UTM kann jeden physikalischen Prozess simulieren

Universum als universeller digitaler Computer

- Digitaler Computer = System, das jede Folge von logischen Operationen ausführen kann
- Frage: Ist das Universum ein universeller digitaler Computer?

- Frage I: Kann das Universum universelle digitale Berechnungen nach Turing durchführen?
- Frage II: Keine eine klassische UTM effektiv die physikalischen Prozesse des Universum simulieren?

- naive Antwort: ja
- elektronischer Computer \approx universeller digitaler Computer, der UTM simulieren kann
- Church–Turing–Deutsch

Universum als universeller digitaler Computer 2

Frage I:

- UTM benötigt unendlich viel Speicherplatz
- Liefer da Universum unendlich erweiterbaren Speicherplatz?
- echte elektrische Computer können als UTM verstanden werden, trotz endlichem Speicher
- Existenz von elektrischen Computer
- Antwort: Gesetze der Physik ermöglichen wahrscheinlich universellen digitalen Computer

Frage II:

- UTM kann jeden berechenbaren physikalischen Prozess simulieren
- aber auch effizient auf kleinen Volumen von Raum und Zeit?
- Antwort: wahrscheinlich nicht

Architektur des universellen digitalen Computers

- Gesetze der Physik sind: lokal, homogen und isotrop
- Computer-Version: zellulärer Automat
 - Anordnung von Zellen mit endlichen Möglichkeit an Zusänden
 - Zellen werden aktualisiert als Funktion des Zustandes der Zelle und ihrer Nachbarn
 - Universum als sich selbst reproduzierender zellulärer Automat
 - Universm besteht aus Bits, die lokalen logischen Operationen unterliegen

→ Frage III: Ist das Universum ein zellulärer Automat?

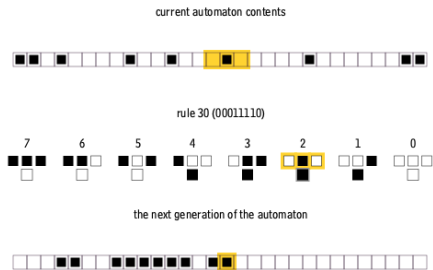


Abbildung: 1-dimensionaler zellulärer Automat.

Effizienz von digitalen Computern in Quantensimulationen

- Quanteneffekte (Verschränkung) nicht berechenbar durch klassische lokale Modelle mit versteckten Variablen
- benötigt nicht-lokale Modelle mit:
 - superluminare Kommunikation
 - aufwendiger Simulation von Qubit

→ Antwort Frage III: Universum kein zellulärer Automat

- System mit N Subsystemen, z.B. N benötigt $O(2^N)$ klassische Bits
- benötigt exponentielle Kompression, die (noch) nicht existiert

→ Antwort Frage II: klassischer digitaler Computer wahrscheinlich nicht effizient

Qubit

- Analogon zu klassischem Bit, Basis-Einheit der Quanteninformation
- reiner Zustand eines Qubits als Superposition der zwei Basiszustände

$$|\phi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \text{ mit Basiszuständen } |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{und } |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

- reiner Zustand auf Bloch Kugel

- Bloch Kugel Repräsentation

$$\alpha = \exp(i\psi) \cdot \cos(\theta/2) = \cos(\theta/2)$$

$$\alpha = \exp(i(\psi + \phi)) \cdot \sin(\theta/2) = \exp(i\phi) \cdot \sin(\theta/2)$$

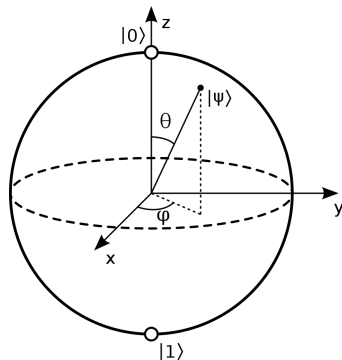


Abbildung: Bloch Kugel.

Qubit

gemischter Zustand:

- Interaktion, Dekohärenz →
gemischter Zustand von reinen Zuständen
- befindet sich in Bloch Kugel
- 3 Freiheitsgrade (zusätzlich zu ϕ und θ noch r)

Quantenverschränkung:

- Bell Zustand von zwei Qubits

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

- Trennung der 2 verschränkten Qubits
- Messung des erste Qubits in perfekter Korrelation mit
zweitem Qubit
- keine Abhängigkeit von Entfernung der Qubits

Quantencomputer

Quantencomputer 2

Universum als Quantencomputer

Universum als Quantencomputer 2

Digitaler Computer vs. Quantencomputer

Gegenposition - Das Universum ist kein Computer

Ausblick

Literaturverzeichnis