
Sind Symmetrien fundamental?

Dominik Suelmann

10. Dezember 2020

Big Questions Seminar

Fakultät Physik

Übersicht

Einführung

Symmetrien und Verbindung zu Eichtheorien

Warum Eichtheorien?

Holistische Aspekte von Eichtheorien

Fazit

Literatur

Einführung

Motivation

- Was ist die Bedeutung von Symmetrien?
- Sind bekannte Symmetrien überhaupt erhalten?
- Haben diese Symmetrien einen weiteren Hintergrund?
- Was ist die Bedeutung von Eichtheorien und Eichsymmetrien?

Globale Symmetrien

Was sind globale Symmetrien?

- Es handelt sich um die Invarianz von messbarer Größen in einem Subsystem unter einer globalen Symmetrietrafo.
- Es gibt sowohl diskrete und als auch kontinuierliche Symmetrien
- Für kontinuierliche Symmetrien ergeben sich Erhaltungsgrößen physikalischer Systeme.
- Sie werden erzeugt durch globale Transformationen ohne Ortsabhängigkeit (Eichsymmetrien sind nur lokale Trafos).

Globale Symmetrien

Diskrete Symmetrien

\mathcal{C} -Parität wird maximal verletzt durch schwache Wechselwirkung (Rechtshändige Neutrinos und linkshändige Antineutrinos).

\mathcal{P} -Parität wird auf gleiche Weise verletzt wie \mathcal{C} .

\mathcal{CP} -Symmetrie wird im Kaon-Sektor durch K_L^0 und K_S^0 verletzt.

\mathcal{T} -Symmetrie wird im B-Sektor durch B^0 - \bar{B}^0 -Mischung verletzt.

\mathcal{CPT} -Symmetrie ist erhalten durch die Formulierung einer lorentzinvarianten Quantenfeldtheorie.

Kontinuierliche Symmetrien

Q -Ladung ist erhalten durch die $U(1)$ -Eichsymmetrie.

L, L_e, L_μ, L_τ -Leptonzahl besitzt bisher keine signifikante Messung einer L -Verletzung, aber Neutrinooszillation und -massen verletzen möglicherweise alle diese Erhaltungsgrößen.

B -Baryonzahl ist auf elementarer Ebene erhalten. Es gibt aber Hinweise auf Verletzung.

Edward Witten. „Symmetry and emergence“. In: (2018). arXiv: 1710.01791v3 [physics.hep-th]

Ursache approximativer Symmetrien

Wieso ist der Großteil nur ungefähr erhalten?

- Dies ist eine indirekte Konsequenz von Eichsymmetrien im Bereich niedrige Energien.
- Eichsymmetrien und Feldvariablen (Teilchen usw.) sorgen dafür, dass man keine renormierbare Theorie findet, die diese Größen im Klassischen verletzt.
- Terme höherer Ordnungen im Lagrangian des SM verletzen diese Symmetrien.

Edward Witten. „Symmetry and emergence“. In: (2018). arXiv: 1710.01791v3 [physics.hep-th]

Approximativer Symmetrien für kontinuierliche Größen

Die Leptonzahl wird durch einen Dimension 5 Operator verletzt:

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{M} H H L L$$

- Hieraus folgt eine Neutrino Majoranamasse $m_\nu \propto \langle H \rangle^2 / M$

Die Baryonzahl wird durch einen Dimension 6 Operator verletzt:

$$\mathcal{L}_2 = \frac{1}{M^2} Q Q Q L$$

- Durch Neutrinomasse oder "Grand Unification" wird $M \approx 10^{15} \text{ GeV}$ abgeschätzt. (GUT Skala)
- \mathcal{L}_2 bedingt Zerfall des Proton mit Lebensdauer von 10^{30} bis 10^{45} Jahren.

Edward Witten. „Symmetry and emergence“. In: (2018). [arXiv: 1710.01791v3](https://arxiv.org/abs/1710.01791v3) [physics.hep-th]

Erhaltung von Baryonzahl und Leptonzahl

Es gibt jedoch weitaus größere Hinweise, wodurch die Verletzung von B und L unausweichlich für eine gänzliche Beschreibung der Natur ist.

- Innerhalb des Standard Models:

- Über Instantone oder Sphalerone der $SU(2) \times U(1)$ -Eichgruppe könnten L und B verletzende Prozesse im SM auftreten.
- Sphalerone und Instantone sind nicht-perturbative Lösungen der elektroschwachen Feldgleichungen.
- $B - L$ und $B \bmod 3$ bleibt erhalten.

- Für eine Theorie der Quantengravitation:

- Quantenmechanische Schwarze Löcher verlieren Masse durch Hawkingstrahlung, die näherungsweise Wärmestrahlung ist, wodurch sie bis zur Planck Skala schrumpfen und wobei die restliche Strahlung ignoriert werden kann.
- Die Temperatur der Strahlung ist jedoch nicht ausreichend für die Emission einer signifikante Menge an Baryonen. Hierdurch wird B verletzt.
- Für Leptonzahl folgt ein ähnliches Argument.
- Eichsymmetrien wie elektrische Ladung bringen keine Probleme, da dies wohldefinierte Quantenzahlen von schwarzen Löchern sind.

→ Eine Theorie der Quantengravitation darf keine globalen additiven Erhaltungsgrößen haben.

Edward Witten. „Lepton number and neutrino masses“. In: (2000). arXiv: [hep-ph/0006332](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0006332) [physics.hep-ph]

Approximative Symmetrie für diskrete Trafos

Wie sieht es mit $\mathcal{C}, \mathcal{P}, \mathcal{T}$ aus?

Quantum Electrodynamics (QED)

- Verletzung für alle globalen Symmetrien nicht möglich für Operatoren der Dimension ≤ 4 .
- Geringe Verletzung ist möglich wie zuvor.

Quantum Chromodynamics (QCD)

- Für QCD ergibt sich fast die identische Aussage wie für QED.
- Jedoch ist die Verletzung von \mathcal{P}, \mathcal{T} (und damit $\mathcal{CP}, \mathcal{CT}$) durch "topologische" Koppelung möglich:

$$\frac{\theta}{32\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta}$$

- mit θ dimensionslos und mit 0 vereinbar ("strong CP problem").

Edward Witten. „Symmetry and emergence“. In: (2018). arXiv: 1710.01791v3 [physics.hep-th]

Einfluss von Eichtheorien

- Im Bereich niedriger Energien sind die globalen Symmetrien durch die zugrundeliegenden Eichtheorien bestimmt.
- Für Terme höherer Ordnungen bedingen die Eichtheorien nicht mehr die globalen Symmetrien.
- Liefern Eichsymmetrien eine fundamentalere Aussage?

Edward Witten. „Symmetry and emergence“. In: (2018). [arXiv: 1710.01791v3 \[physics.hep-th\]](#)

Nutzen von Eichtheorien

Was sind Eichsymmetrien?

- Invarianz eines Systems durch lokale Transformationen der Beschreibung des Systems
- Nach Dirac eine Unterbestimmung der zeitlichen Entwicklung der Variablen des Lagrangians
- Nicht-eichinvariante Größen treten nicht mehr in den messbaren Größen auf.
- Am Beispiel des Elektromagnetismus als $U(1)$ -Eichtheorie folgt aus der Symmetrie unter einer lokalen $U(1)$ -Symmetrietrafo die Einführung des Maxwellpotentials A^μ
- Ähnlich bedingt die Forderung nach lokaler $SU(3)_C$ -Symmetrie die Einführung eines Farbfeldes.

Carlo Rovelli. „Why Gauge?“ In: (2013). arXiv: 1308.5599 [physics.hep-th]

Koppelung in Eichtheorien

Nur mathematische Redundanz?

- Eichfelder bringen mathematische Freiheitsgrade in ein System.
- Nur eichinvariante Größen sind in der Natur messbar.
- Elektromagnetismus wird trotzdem durch A anstatt $F = dA$ beschrieben:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (\gamma^\mu A_\mu) \psi$$

- Es werden hier nur gekoppelte Systeme betrachtet (A, ψ) .
- Nicht eichinvariante Größen beschreiben wie ein System koppelt.
- Ähnlicher Fall für die allgemeine Relativitätstheorie:

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g} g_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$$

Carlo Rovelli. „Why Gauge?“ In: (2013). arXiv: 1308.5599 [physics.hep-th]

Beispielrechnungen

- Mithilfe von Beispielrechnungen soll gezeigt werden, dass Eichtheorien holistische Aspekte beinhalten.
- Gekoppelte System sind mehr als nur die Einzelsysteme alleine.
- Es werden zwei Einzelsysteme betrachtet und eichinvariante Größen bestimmt und mit denen des gekoppelten Systems verglichen.

Carlo Rovelli. „Why Gauge?“ In: (2013). arXiv: [1308.5599](#) [[physics.hep-th](#)]

Beispielrechnung eines einfachen Systems

Betrachtung zweier verschiedener Systeme

$$\mathcal{L}_x = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N-1} (\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n)^2 \quad \text{und}$$
$$\mathcal{L}_y = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{M-1} (\dot{y}_{n+1} - \dot{y}_n)^2 .$$

Erfüllen Eichinvarianzen der Form

$$x_n \rightarrow x'_n = x_n + \lambda(t) \quad \text{und} \quad y_n \rightarrow y'_n = y_n + \lambda'(t)$$

mit eichinvarianten Größen

$$a_n = x_{n+1} - x_n \quad \text{und} \quad b_n = y_{n+1} - y_n .$$

Carlo Rovelli. „Why Gauge?“ In: (2013). arXiv: 1308.5599 [physics.hep-th]

Beispielrechnung eines einfachen Systems

Gekoppeltes System

Kopplung beider System mithilfe relativer Informationen zwischen beiden Systemen durch

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_x + \mathcal{L}_y + \mathcal{L}_{\text{int}}$$
$$\text{mit } \mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{1}{2} (\dot{y}_1 - \dot{x}_N)^2 .$$

Neben den vorherigen eichinvarianten Größen gibt es eine weitere

$$c = y_1 - x_N .$$

Eichtheorie der allgemeinen Relativitätstheorie

Auch für die allgemeine Relativitätstheorie gibt es Größen die erst durch Kopplung aus Metrik und Weltlinien eichinvariant werden.

Die Metrik in der ART ist invariant unter

$$g_{\mu\nu}(x) \rightarrow g'_{\mu\nu}(x) = \frac{\partial f^\rho(x)}{\partial x^\mu} \frac{\partial f^\sigma(x)}{\partial x^\nu} g_{\rho\sigma}(f^{-1}(x))$$

Eine Funktion der Metrik wie

$$\tau = \int_0^1 d\sqrt{g_{00}(\tau, 0, 0, 0)}$$

ist jedoch nicht eichinvariant, wenn alleine die Metrik transformiert wird.

Carlo Rovelli. „Why Gauge?“ In: (2013). arXiv: 1308.5599 [physics.hep-th]

Eichtheorie der allgemeinen Relativitätstheorie

Es muss daher eine Funktion aus Metrik **und** Weltlinien betrachtet werden.

Es werden zwei Weltlinien $x^\mu(\tau)$, $y^\mu(\tau)$ betrachtet mit Eichtrafos

$$x^\mu(\tau) \rightarrow x'^\mu(\tau) = f^\mu(X(\tau)) ,$$

die sich bei P und Q treffen.

Dann ist die Eigenzeit T von P nach Q der ersten Weltlinie

$$T = \int_P^Q d\tau \sqrt{g_{\mu\nu}(x(\tau)) \frac{dx^\mu(\tau)}{d\tau} \frac{dx^\nu(\tau)}{d\tau}}$$

eichinvariant und eine relative Größe.

Carlo Rovelli. „Why Gauge?“ In: (2013). arXiv: 1308.5599 [physics.hep-th]

Bedeutung relativer Messgrößen

- Eichtheorien erfassen mehr als die Einzelsysteme alleine. Sie beinhalten die Kopplung zwischen Systemen.
- Die mathematische Redundanz ist nötig, um relative Größen zwischen zwei getrennten Systemen zu beschreiben.
- Erweiterbar auf andere Eichtheorien, bei denen nicht offensichtlich ist, was eine relative Größe ist.

Carlo Rovelli. „Why Gauge?“ In: (2013). arXiv: [1308.5599](#) [physics.hep-th]

Erweiterung auf andere Eichtheorien

- Wie lässt sich dies auf alle Eichtheorien erweitern?
- Wie lässt sich allgemein eine Symmetrie definieren?
- Was ist nötig, damit eine Symmetrie überhaupt messbar ist?

Henrique Gomes. Holism as the significance of gauge symmetries. 2020. [arXiv: 1910.05330](https://arxiv.org/abs/1910.05330) [physics.hist-ph]

Beispiel für holistische Askepte

Galileos Schiff

Wie sich eine allgemeine Definition aufbauen lässt wird deutlicher am Beispiel eines Gedankenexperiments:

- Die Messung einer relevanten physikalischen Größe findet in der Kabine eines Schiffes statt.
- Das Schiff bewegt sich gleichförmig relativ zur Küste.
- Für die Messung ist die relative Bewegung zur Küste nicht von Bedeutung.
- Bei der Betrachtung des Systems von Außen sieht dies jedoch anders aus:

$$[s_{\text{Küste und Schiff}}]_{(i)} = [s_{\text{Küste}}] \cup_{(i)} [s_{\text{Schiff}}] \quad i \in I = \text{Boosts} \times \text{Euklidisch} \quad (1)$$

- Für diesen Fall wird die Menge I durch die Galileotransformationen definiert.

Henrique Gomes. Holism as the significance of gauge symmetries. 2020. [arXiv: 1910.05330](#) [physics.hist-ph]

Notwendigkeit der mathematischen Redundanz

Definition: Direkte Empirische Signifikanz Eine Symmetrie hat direkte empirische Signifikanz, wenn sie durch eine Transformation definiert wird mit folgenden Eigenschaften

1. **Transformations Bedingung:** Transformation ergibt ein empirisch verschiedenes Szenario für das System als Ganzes.
2. **Subsystem Symmetrie Bedingung:** Die zeitliche Entwicklung der untransformierten und transformierten Subsysteme muss empirisch ununterscheidbar sein. Transformation ist Symmetrie der Subsysteme.

Henrique Gomes. Holism as the significance of gauge symmetries. 2020. [arXiv: 1910.05330 \[physics.hist-ph\]](#)

Notwendigkeit der mathematischen Redundanz

Forderung nach Viele-zu-Einem Verhältnis

- Die Relation zwischen dem Zustand des Ganzen (Universums) und den Zuständen der Subsysteme ist Viele-zu-Einem.
- Von Teilen des System (Subsysteme) kann nicht eindeutig auf das ganze System geschlossen werden.
- Zusammensetzung zweier Subsysteme $[\phi_{(i)}] = [\phi^+] \cup_{(i)} [\phi^-]$ mit $i \in I$.
- Für DES muss I mehr als ein Element enthalten.
- Bedingungen für DES sind nicht für eine eindeutige Beziehung der Subsysteme (I besitzt ein Element) erfüllbar.
- Die relativen Informationen zwischen den Subsystem stecken in I .
- Für Eichtheorien wird I durch die Lie-Gruppen definiert, welche die Eichtheorie beschreiben.
- Elektromagnetismus und Yang-Mills-Theorie erfüllen die Eigenschaft, dass I mehr als ein Element enthält.

Henrique Gomes. Holism as the significance of gauge symmetries. 2020. arXiv: 1910.05330 [physics.hist-ph]

Fazit

- Es gibt Hinweise darauf, dass globale Symmetrien nicht fundamental sind und vielleicht sogar nicht existieren.
- Für eine Theorie der Quantengravitation sind globale additive Erhaltungsgrößen sogar verboten.
- Symmetrien durch Eichinvarianzen geben ein tieferes Verständnis unserer Natur wieder.
- Eichtheorien sind mehr als nur mathematische Redundanz.
- Eichtheorien beinhalten holistische Aspekte. Sie sorgen also dafür, dass ein System nicht allein durch das Zusammenwirken aller seiner Einzelsysteme bestimmt werden kann.



Edward Witten. „Symmetry and emergence“. In: (2018). arXiv: 1710.01791v3 [physics.hep-th].



Edward Witten. „Lepton number and neutrino masses“. In: (2000). arXiv: hep-ph/0006332 [physics.hep-ph].



Carlo Rovelli. „Why Gauge?“ In: (2013). arXiv: 1308.5599 [physics.hep-th].



Henrique Gomes. Holism as the significance of gauge symmetries. 2020. arXiv: 1910.05330 [physics.hist-ph].

Vielen Dank für eure Aufmerksamkeit!