



Ist das Universum ein Computer?

Jannis Speer

17.12.20

Big Questions Seminar

Inhalt

- Historische Einführung
- Information
- Turingmaschine
- Das Universum als universeller digitaler Computer
- Quantencomputer
- Das Universum als Quantencomputer
- Gegenposition - Das Universum ist kein Computer

Historische Einführung: Digitale Physik¹

- ursprüngliche Idee: Konrad Zuses Buch Rechnender Raum (1969)
 - Hypothese: Universum ist digitaler Computer, genauer: zellulärer Automat
 - Kompatibilität von Computern mit:
Informationstheorie, statistischer Mechanik, Quantenmechanik
 - Begriff geprägt durch Edward Fredkin, alternativ: digitale Philosophie
- Digitale Physik: Theorien mit Prämisse, Universum durch Information beschreibbar ist

¹Digital physics, Wikipedia

Digitale Physik - verschiedene Perspektiven ¹

- Weizsäckers Quantentheorie der Ur-Alternativen:
 - lediglich 2 Entitäten: Struktur der Zeit, binäre Alternativen
 - abstrakt, nicht-lokal, keine feldtheoretischen Voraussetzungen

- Wheelers It from Bit:
 - klassisch: Realität existiert und wird gemessen
 - hier: Messung schafft Realität

- Pancomputationalism:
 - Digitaler Computer vs. Quantencomputer
 - Zufälligkeit und Komplexität des Universums? Effizienz?

- Tegmarks Mathematical-Universe-Hypothese (MUH)
 - Universum ist Mathematik, mathematische Existenz = physikalische Existenz

¹Digital physics, Wikipedia

Informationstheorie^{3 4}

... beschäftigt sich mit Quantifizierung, Speicherung und Übertragung von Information

- Konzept von Information hat verschiedene Bedeutungen
verwandt mit: Nachricht, Kommunikation, Daten, Wissen
- hier: Information ist Folge von Symbolen aus einem Alphabet $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_m\}$
- Informationsgehalt eines Zeichens: $I(z) = -\log_a(p_z)$
mit Wahrscheinlichkeit p_z , Mächtigkeit a
- Entropie eines Zeichens (Shannon): $H = E[I] = \sum_{z \in Z} p_z I(z) = -\sum_{z \in Z} p_z \log_a(p_z)$

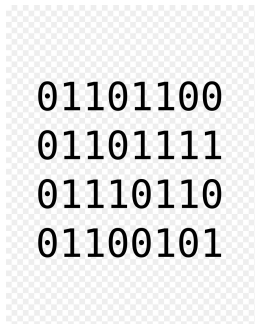


Abbildung: binäre Information.²

²cleanpng.com

³Information, Wikipedia

⁴Information theory, Wikipedia

physikalische Information und Entropie ⁵

- Information beschreibt physikalisches System:
 - Information löst Ungewissheit über Zustand eines physikalischen Systems
 - Information ist Messung für Wahrscheinlichkeit eines Zustandes

- fehlende Information = nötige Information, um Zustand zu beschreiben = $I = -k \sum_{i=1}^n p_i \ln(p_i)$
mit p_i der Wahrscheinlichkeiten der n Zustände des Systems
 - binäre Entropie der Informationstheorie: $k = \ln(2)^{-1}$
 - Gibbs Entropie: $k = k_b$

- Von Neumann Entropie, QM-Analogon: $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \ln \rho)$ mit Dichtematrix ρ

⁵Physical information, Wikipedia

Algorithmische Informationstheorie ⁶

- Bestimmung des Informationsgehalt über Kolmogorow-Komplexität
- Kolmogorow-Komplexität:
 - Informationsgehalts einer Zeichenkette = Länge des kleinsten Algorithmus, der Zeichenkette erzeugt
 - nicht berechenbar, aufgrund des Halteproblems kleinster Algorithmus nicht bestimmbar
 - unabhängig von der verwendeten universellen Programmiersprache abgesehen von additiver Konstante c

1000110111100101

1111111100000000

- algorithmic randomness:
 - Zeichenkette ist zufällig, wenn Kolmogorow-Komplexität \geq Länge der Zeichenkette
 - Zufälligkeit einer endlichen Zeichenkette abhängig von universellen Programmiersprache
- algorithmic probability: kurze Algorithmen sind wahrscheinlicher als lange

⁶Algorithmic information theory, Wikipedia

Digitale Information, Boolesche Algebra, Klassische Logik

- Digitale Information: diskrete endliche Darstellung → Ziffern, Buchstaben → binär
- Boolesche Algebra mit Operatoren:
 \wedge UND \vee ODER \neg NICHT
- klassische Logik:
 - Prinzip der Zweiwertigkeit
 - Prinzip der Extensionalität

| x | y | $x \wedge y$ | $x \vee y$ | x | $\neg x$ |
|-----|-----|--------------|------------|-----|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | | |

Abbildung: Boolesche Algebra. ⁷

⁷Boolean Algebra, Wikipedia

Vor Turing⁸

- Formulierung des Hilbertprogramms in 1920er
- Ziel: Nachweis der Widerspruchsfreiheit der Axiomensysteme der Mathematik
- Entscheidungsproblem: „First, was mathematics complete ... Second, was mathematics consistent ... And thirdly, was mathematics decidable?“
- Beantwortung durch Gödels Unvollständigkeitssätze

- Was ist mathematisch exakt betrachtet ein Algorithmus?

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Turingmaschine - informelle Einführung⁸

- Interpretation von Logik als Prozess
- Definition Algorithmus und der Berechenbarkeit
- Analogie eines denkenden, lesenden und schreibenden Mathematikers

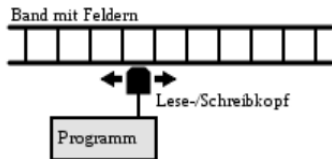


Abbildung: Turingmaschine.⁹

- Turingmaschine:
 - Speicherband: unendlich viele, sequentiell angeordnete Felder
 - Feld: nimmt einen von endlich vielen Zuständen an
 - Lese-Schreib-Kopf: Verarbeitung von Information, nimmt einen von endlich vielen Zuständen an
- Prozess:
 - Kopf liest Zustand des aktuellen Feldes
 - Kopf verarbeitet eignen Zustand und Feldzustand (Überföhrungsfunktion)
 - Änderung des Kopf und Feldzustandes
 - Kopf bewegt sich ein Feld nach rechts oder links

⁹Turingmaschine, Wikipedia

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Anmerkungen zur Turingmaschine ⁸

Universelle Turingmaschine (UTM):

- UTM simuliert beliebig Turingmaschine für beliebigen Input
- Speicherung der Turingmaschine und des Inputs auf Speicherband der UTM
- Halteproblem

Algorithmus:

- Ausführbarkeit
- Statistische Finitheit
- Dynamische Finitheit
- Terminierung
- optional:
 - Determiniertheit
 - Determinismus

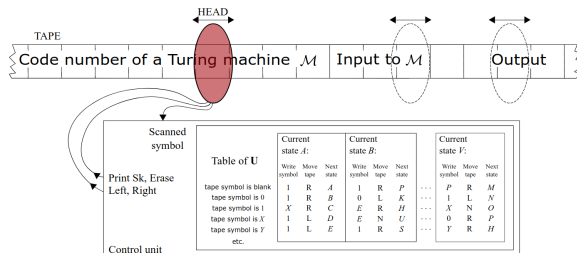


Abbildung: Universelle Turingmaschine. ¹⁰

¹⁰Universal Turing machine, Wikipedia

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Anmerkungen zur Turingmaschine ⁸

Halteproblem:

- Analog zu Gödels Unvollständigkeitssatz:
 - Logik ist selbst-widersprechend und unvollständig
 - Problem von auf sich selbst bezogene Behauptungen
 - Lügner-Paradox: „Dieser Satz ist falsch.“
- Keine UTM kann Frage beantworten, ob eine beliebige Turingmaschine anhält (Antwort liefert)
- Konstruktion von selbst-widersprechender UTM:

Result: Hält beliebige Turingmaschine T an?

begin

T = beliebige Turingmaschine und I = beliebiger Input ;

while T hat nicht angehalten == True **do**

 Führe Schritt von T aus mit I;

end

 return Antwort ;

end

Church-Turing-These:

- Jede intuitiv berechenbare Funktion kann durch eine UTM berechnet werden
- intuitiv berechenbar: mathematisch ungenauer Begriff
- Turing-berechenbar: Existenz von (terminierendem) Algorithmus
- striktere, physikalische Version: Church-Turing-Deutsch-Hypothese
- UTM kann jeden physikalischen Prozess simulieren

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Universum als universeller digitaler Computer⁸

- Digitaler Computer = System, das jede Folge von logischen Operationen ausführen kann
- Frage: Ist das Universum ein universeller digitaler Computer?

- Frage I: Kann das Universum universelle digitale Berechnungen nach Turing durchführen?
- Frage II: Keine eine klassische UTM effektiv die physikalischen Prozesse des Universum simulieren?

- naive Antwort: ja
- elektronischer Computer \approx universeller digitaler Computer, der UTM simulieren kann
- Church-Turing-Deutsch-Hypothese

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Universum als universeller digitaler Computer 2⁸

Frage I:

- UTM benötigt unendlich viel Speicherplatz
- Liefer da Universum unendlich erweiterbaren Speicherplatz?
- echte elektrische Computer können als UTM verstanden werden, trotz endlichem Speicher
- Existenz von elektrischen Computer
- Antwort: Gesetze der Physik ermöglichen wahrscheinlich universellen digitalen Computer

Frage II:

- UTM kann jeden berechenbaren physikalischen Prozess simulieren
- aber auch effizient auf kleinen Volumen von Raum und Zeit?
- Antwort: wahrscheinlich nicht

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Architektur des universellen digitalen Computers ⁸

- Gesetze der Physik sind: lokal, homogen und isotrop
- Computer-Version: zellulärer Automat
 - Anordnung von Zellen mit endlichen Möglichkeit an Zusänden
 - Zellen werden aktualisiert als Funktion des Zustandes der Zelle und ihrer Nachbarn
 - Universum als sich selbst reproduzierender zellulärer Automat
 - Universum besteht aus Bits, die lokalen logischen Operationen unterliegen

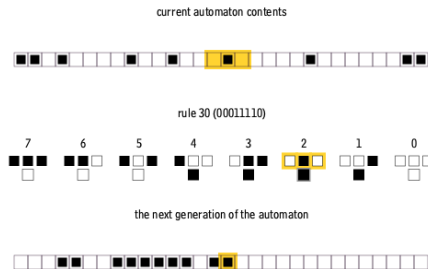


Abbildung: eindimensionaler zellulärer Automat. ¹¹

→ Frage III: Ist das Universum ein zellulärer Automat?

¹¹Cellular automaton, Wikipedia

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Effizienz von digitalen Computern in Quantensimulationen⁸

- Bell Theorem:

Quanteneffekte (Verschränkung) nicht berechenbar durch klassische lokale Modelle mit versteckten Variablen

- benötigen nicht-lokale Modelle mit:

- superluminare Kommunikation
- aufwendiger Simulation von Qubit

→ Antwort Frage III: Universum kein zellulärer Automat

- System mit N Subsystemen, z.B. N Kernspins, benötigt $O(2^N)$ klassische Bits

- benötigt exponentielle Kompression, die (noch) nicht existiert

→ Antwort Frage II: klassischer digitalen Computern wahrscheinlich nicht effizient

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Qubit¹⁴

- Analogon zu klassischem Bit, Basis-Einheit der Quateninformation
- reiner Zustand eines Qubits als Superposition der zwei Basiszustände

$$|\phi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \text{ mit Basiszuständen } |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{und } |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

- System aus mehreren Qubits mit Tensorprodukt:

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |01\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- n -Qubits $\rightarrow 2^n$ -dim. Hilbertraum $\rightarrow 2^n$ klassische Bits

- Bloch-Kugel - Repräsentation eines reinen Zustandes

$$\alpha = \exp(i\psi) \cdot \cos(\theta/2) = \cos(\theta/2)$$

$$\alpha = \exp(i(\psi + \phi)) \cdot \sin(\theta/2) = \exp(i\phi) \cdot \sin(\theta/2)$$

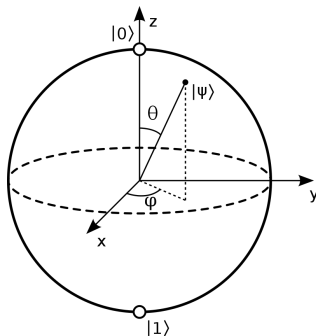


Abbildung: Bloch Kugel.¹²

¹²Qubit, Wikipedia

¹⁴Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020

Quantenverschränkung^{14 12}

- Produkt von 1-Qubit-Zuständen ergibt n -Qubit-Zustand:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1 + |1\rangle_1) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_2 - |1\rangle_2) = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

- nicht jeder n -Qubit-Zustand darstellbar als Produkt von 1-Qubit-Zuständen → Verschränkung
- einfachstes Beispiel: Bell-Zustand

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Im verschränkten Zustand:

- fehlende Information über Zustand des einzelnen Qubits
- gemischter Zustand, Beschreibung über Dichtematrix
- erst durch Messung ist genauer Zustand bekannt
- Messung des ersten Qubits in perfekter Korrelation mit zweitem Qubit
- keine Abhängigkeit von Entfernung → nichtlokal

¹⁴Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020

¹²Qubit, Wikipedia

Quantencomputer

- wichtige Prinzipien: Superposition und Verschränkung
- Quantenregister \leftrightarrow klassische Register (Zeichenkette)
- Quantengatter \leftrightarrow Logikgatter



Abbildung: IBM Quantencomputer. ¹⁵

¹⁵IBM Quantencomputer, digitalbusiness-cloud.de, 2016

Quantenregister¹³

- Analog zu klassischem Computer: Zusammenfassung mehrerer Bits zu Register (Zeichenkette)

→ Quantenregister = Tensorprodukt einzelner 1-Qubit-Zustände

- Register im Zustand 01010100 → Quantenregister im Zustand $|01010100\rangle$

- Zustand eines Quantenregisters mit N -Qubits:

$$\psi = \sum_{i_1 \dots i_N} c_{i_1 \dots i_N} |i_1 \dots i_N\rangle$$

- Messung des Zustand des Quantenregisters → Informationsgehalt: Quantenregister = klassisches Register

¹³Quantencomputer, Wikipedia

Quantengatter¹⁴

- Logikgatter: Anordnung zur Ausführung logischer Operatoren auf Bits
- Quantengatter: Ausführung von Operatoren auf Qubit-Zuständen
- $U|\phi_1\rangle = |\phi_2\rangle$
- Beispiele:

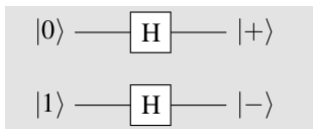


Abbildung: Hadamard-Gatter.¹⁴

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = |+\rangle, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = |-\rangle$$

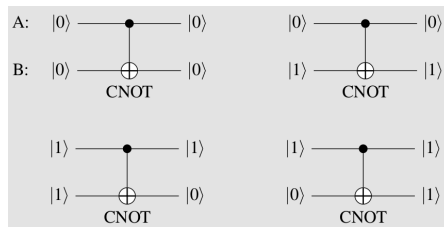


Abbildung: CNOT-Gatter.¹⁴

¹⁴Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020

Kombination von Hadamard und CNOT für Bell-Zustand

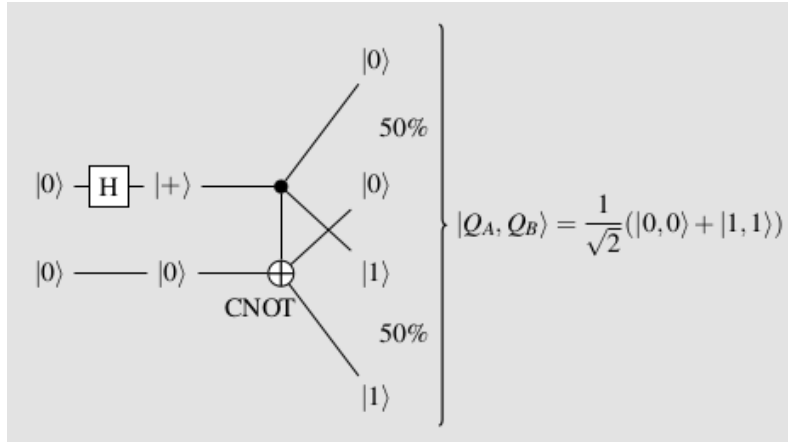


Abbildung: kombiniertes Hadamard- und CNOT-Gatter für Bell-Zustand. ¹⁴

¹⁴Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020

Universum als Quantencomputer⁸

■ Frage I: Erlaubt das Universum Quantencomputer?

■ Antwort: ja, aber...

... Unbegrenzter Speicherplatz im Universum?

... Technische Fähigkeit, großangelegten Quantencomputer zu bauen fehlt uns (noch)

■ Frage II: Kann ein Quantencomputer effektiv die physikalischen Prozesse des Universum simulieren?

■ Antwort: wahrscheinlich

Prinzipien des Universums = Prinzipien von Quantencomputern

Grenze für Hochenergie-Dynamik notwendig → Planck-Skala

■ Frage III: Ist das Universum ein quantenphysikalischer zellulärer Automat?

■ Antwort: wahrscheinlich

Ableitung von zellulärem Automat aus Gitter-Eichtheorien

aktuelle Beobachtungen: Prozesse des Universums sind homogen, isotrop und lokal

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Universum als quantenphysikalischer zellulärer Automat⁸

- Antwort auf Frage:
- Warum ist das Universum so strukturiert und trotzdem so komplex?

- Erwartung: einfacher Anfangszustand + einfache Gesetze → einfacher aktueller Zustand
- Realität: Universum voller komplexer Strukturen

- Erklärung:
 - bildliche Vorstellung: Affen bedienen Tastatur des Universums
 - produzieren viele nicht funktionierende Programme
 - aber auch zufällig viele funktionierende kurze Programme
 - kurze Programme erzeugen scheinbar komplexe Strukturen → Kolmogorow-Komplexität vs. klassischer Informationsgehalt
 - kürzesten Programme sind zufällig, sonst existieren noch kürzere Programme, die selbe Struktur erzeugen
- Quantenfluktuation für Erzeugung von zufälligen Bits

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Kritikpunkte: Universum als Quantencomputer ¹⁶

- Fragen nicht geklärt:

- Ist das Universum deterministisch oder zufällig?

- Was ist Effizienz von klassischen Computern für Quanteneffekte?

- echter Zufall = maximale Kolmogorow-Komplexität

- Prinzip von Occam's razor: Favorisiere einfache Erklärungen → Echter Zufall ist keine gute Wahl

- Annahme: kürzesten Programme sind zufällig, sonst existieren noch kürzere Programme, die selbe Struktur erzeugen

- nicht belegbar → Kolmogorow-Komplexität/Halteproblem nicht berechenbar

¹⁶The Computational Universe, Jürgen Schmidhuber, 2006

Gegenposition - Das Universum ist kein Computer ¹⁷

- Newtonian Schema Universe (NSU):

- Universum beschrieben durch dynamische Gleichungen
- Universum als Computer: Anfangszustand $\xrightarrow{\text{Berechnung}}$ Endzustand

- Lagrangian Schema Universe (LSU):

- Universum beschrieben durch Lagrangedichte
- Universum als globales vierdimensionales Randwertproblem
- Vorteile:
 - gleicher Lösungsweg für jede Teilmenge des Universum → Ähnlichkeit von kausal nicht verbundenen Teile des Universums
 - elegante Einbindung von Quanteneffekten und Allgemeine Relativitätstheorie → keine Trennung von Raum und Zeit wie bei dynamischer Berechnung von Computer

¹⁷Questioning the Foundations of Physics, Anthony Aguirre, Brendan Foster and Zeeya Merali, Springer, 2014

Ausblick

- Ist das Universum ein digitaler Computer?
- dafür sprechen:
 - enger Zusammenhang zwischen Informationsverarbeitung zwischen Computern und dem Universum
 - Effizienz von digitalen Computern fraglich
- Ist das Universum ein Quantencomputer?
 - Quantencomputer kann fundamentalen Quanteneffekte des Universums beschreiben
 - Erklärung für Koexistenz von Zufälligkeit und Ordnung des Universums
- offene Fragen:
 - Ist das Universum deterministisch oder zufällig?
 - Bietet das Universum unendlich viel Speicherplatz?
 - Wie viel Information beinhaltet das Universum? → nächster Vortrag

Literaturverzeichnis

- 0 Titelbild: Das Universum: Nur ein Computer, futuremynd.de
- 1 Digital physics, Wikipedia
- 2 binäre Zahl, cleanpng.com
- 3 Information, Wikipedia
- 4 Information theory, Wikipedia
- 5 Physical information, Wikipedia
- 6 Algorithmic information theory, Wikipedia
- 8 The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013, arXiv:1312.4455
- 7 Boolean Algebra, Wikipedia
- 9 Turingmaschine, Wikipedia
- 10 Universal Turing machine, Wikipedia
- 11 Cellular automaton, Wikipedia
- 12 Qubit, Wikipedia
- 13 Quantencomputer, Wikipedia
- 14 Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020
- 15 IBM Quantencomputer – Über die Cloud für jedermann, digitalbusiness-cloud.de
- 16 The Computational Universe, Jürgen Schmidhuber, 2006, americanscientist.org
- 17 Questioning the Foundations of Physics, Anthony Aguirre, Brendan Foster and Zeeya Merali, Springer, 2014