Ist das Universum ein Computer?

Jannis Speer

17.12.20

Big Questions Seminar

Inhalt

Historische Einführung: Digitale Physik

- ursprüngliche Idee: Konrad Zuses Buch Rechnender Raum (1969)
- Hypothese: Universum ist digitaler Computer, genauer: zellulärer Automat
- Kompatibilität von Computern mit:
  Informationstheorie, statistischer Mechanik, Quantenmechanik
- Begriff geprägt durch Edward Fredkin, alternativ: digitale Philosophie

→ Digitale Physik: Theorien mit Prämisse, Universum durch Information beschreibbar ist

Digitale Physik - verschiedene Perspektiven

- Weizsäckers Quantentheorie der Ur-Alternativen:
    - lediglich 2 Entitäten: Struktur der Zeit, binäre Alternativen
    - abstrakt, nicht-lokal, keine feldtheoretischen Voraussetzungen
- Wheelers It from Bit:
    - klassisch: Realität existiert und wird gemessen
    - hier: Messung schafft Realität
- Pancomputationalism:
    - Digitaler Computer vs. Quantencomputer
    - Zufälligkeit und Komplexität des Universums? Effizienz?
- Tegmarks Mathematical-Universe-Hypothese (MUH)
    - Universum ist Mathematik, mathematische Existenz = physikalische Existenz

Informationstheorie

… beschäftigt sich mit Quantifizierung, Speicherung und Übertragung von Information

- Konzept von Information hat verschiedene Bedeutungen
  verwandt mit: Nachricht, Kommunikation, Daten, Wissen
- hier: Information ist Folge von Symbolen aus einem Alphabet $Z = \{z_1, z_2, \ldots, z_m\}$
- Informationsgehalt eines Zeichens: $I(z) = -\log_a(p_z)$
  mit Wahrscheinlichkeit p_z, Mächtigkeit a
- Entropie eines Zeichens (Shannon): $H = E[I] = \sum_{z \in Z} p_z I(z) = -\sum_{z \in Z} p_z \log_a(p_z)$

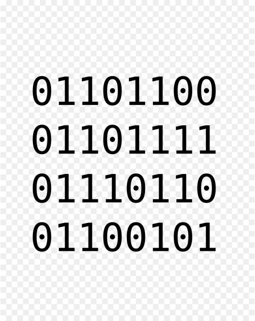

Abbildung: binäre Information

physikalische Information und Entropie

- Information beschreibt physikalisches System:
  - Information löst Ungewissheit über Zustand eines physikalischen Systems
  - Information ist Messung für Wahrscheinlichkeit eines Zustandes
- fehlende Information = nötige Information, um Zustand zu beschreiben = $I = -k \sum_{i=1}^{n} p_i \ln(p_i)$ mit p_i der Wahrscheinlichkeiten der n Zustände des Systems
  - → binäre Entropie der Informationstheorie: $k = \ln(2)^{-1}$
  - → Gibbs Entropie: $k = k_b$
- Von Neumann Entropie, QM-Analogon: $S(\rho) = -Tr(\rho \ln \rho)$ mit Dichtematrix ρ

Algorithmische Informationstheorie

- Bestimmung des Informationsgehalt über Kolmogorow-Komplexität
- Kolmogorow-Komplexität:
  - Informationsgehalts einer Zeichenkette = Länge des kleinsten Algorithmus, der Zeichenkette erzeugt
  - nicht berechenbar, aufgrund des Halteproblems kleinster Algorithmus nicht bestimmbar
  - unabhängig von der verwendeten universellen Programmiersprache abgesehen von additiver Konstante c

```
1000110111100101
1111111100000000
```

- algorithmic randomness:
  - Zeichenkette ist zufällig, wenn Kolmogorow-Komplexität **>=** Länge der Zeichenkette
  - Zufälligkeit einer endlichen Zeichenkette abhängig von universellen Programmiersprache
- algorithmic probability: kurze Algorithmen sind wahrscheinlicher als lange

Digitale Information, Boolesche Algebra, Klassische Logik

- Digitale Information: diskrete endliche Darstellung →Ziffern, Buchstaben →binär
- Boolesche Algebra mit Operatoren:

  ∧ UND ∨ ODER ¬ NICHT
- klassische Logik:
  - Prinzip der Zweiwertigkeit
  - Prinzip der Extensionalität

x	y	$x \wedge y$	$x \vee y$
0	**0**	0	0
1	**0**	0	1
0	**1**	0	1
1	**1**	1	1

x	$\neg x$
0	1
1	0

Abbildung: Boolesche Algebra.

Vor Turing

- Formulierung des Hilbertprogramms in 1920er
- Ziel: Nachweis der Widerspruchsfreiheit der Axiomensysteme der Mathematik

→ Entscheidungsproblem: „First, was mathematics complete … Second, was mathematics consistent … And thirdly, was mathematics decidable?“

→ Beantwortung durch Gödels Unvollständigkeitssätze

- Was ist mathematisch exakt betrachtet ein Algorithmus?

Turingmaschine - informelle Einführung

- Interpretation von Logik als Prozess
- Definition Algorithmus und der Berechenbarkeit
- Analogie eines denkenden, lesenden und schreibenden Mathematikers

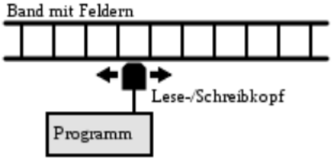

Abbildung: Turingmaschine.

- Turingmaschine:
  - Speicherband: unendlich viele, sequentiell angeordnete Felder
  - Feld: nimmt einen von endlich vielen Zuständen an
  - Lese-Schreib-Kopf: Verarbeitung von Information, nimmt einen von endlich vielen Zuständen an
- Prozess:
  - Kopf liest Zustand des aktuellen Feldes
  - Kopf verarbeitet eignen Zustand und Feldzustand (Überführungsfunktion)
  - Änderung des Kopf und Feldzustandes
  - Kopf bewegt sich ein Feld nach rechts oder links

Anmerkungen zur Turingmaschine

Universelle Turingmaschine (UTM):

- UTM simuliert beliebig Turingmaschine für beliebigen Input
- Speicherung der Turingmaschine und des Inputs auf Speicherband der UTM

→ Halteproblem

Algorithmus:

- Ausführbarkeit
- Statistische Finitheit
- Dynamische Finitheit
- Terminierung
- optional:
  - Determiniertheit
  - Determinismus

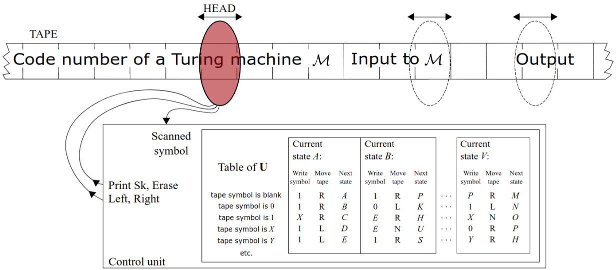

Abbildung: Turingmaschine.

Anmerkungen zur Turingmaschine

Halteproblem:

- Analog zu Gödels Unvollständigkeitssatz:
  - Logik ist selbst-widersprechend und unvollständig
  - Problem von auf sich selbst bezogene Behauptungen
  - Lügner-Paradox: „Dieser Satz ist falsch.“
- Keine UTM kann Frage beantworten, ob eine beliebige Turingmaschine anhält (Antwort liefert)
- Konstruktion von selbst-widersprechender UTM:

Result: Hält beliebige Turingmaschine T an?
begin
  T = beliebige Turingmaschine und I = beliebiger Input ;
  while T hat nicht angehalten == True **do**
    Führe Schritt von T aus mit I;
  end
  return Antwort ;
end

Church-Turing-These:

- Jede intuitiv berechenbare Funktion kann durch eine UTM berechnet werden
- intuitiv berechenbar: mathematisch ungenauer Begriff
- Turing-berechenbar: Existenz von (terminierendem) Algorithmus

- striktere, physikalische Version: Church–Turing–Deutsch-Hypothese
- klassiche UTM kann jeden phyiskalischen Porzess simulieren

Universum als universeller digitaler Computer

- Digitaler Computer = System, das jede Folge von logischen Operationen ausführen kann
- Frage: Ist das Universum ein universeller digitaler Computer?

→ Frage I: Kann das Universum universelle digitale Berchenungen nach Turing durchführen?

→ Frage II: Keine eine klassische UTM effektiv die physikalischen Prozesse des Universum simulieren?

- naive Antwort: ja
- elektronischer Computer ≈ universeller digitaler Computer, der UTM simulieren kann
- Church–Turing–Deutsch-Hypothese

Universum als universeller digitaler Computer 2

Frage I:

- UTM benötigt unendlich viel Speicherplatz
- Liefer da Universum unendlich erweiterbaren Speicherplatz?
- echte elektrische Computer können als UTM verstanden werden, trotz endlichem Speicher
- Existenz von elektrischen Computer

→ Antwort: Gesetze der Physik ermöglichen wahrscheinlich universellen digitalen Computer

Frage II:

- UTM kann jeden berechenbaren physikalischen Prozess simulieren
- aber auch effizient auf kleinen Volumen von Raum und Zeit?

→ Antwort: wahrscheinlich nicht

Architektur des universellen digitalen Computers

- Gesetze der Physik sind: lokal, homogen und isotrop

→ Computer-Version: zellulärer Automat

  - Anordnung von Zellen mit endlichen Möglichkeit an Zusänden
  - Zellen werden aktualisiert als Funktion des Zustandes der Zelle und ihrer Nachbarn
  - Universum als sich selbst reproduzierender zellulärer Automat
  - Universum besteht aus Bits, die lokalen logischen Operationen unterliegen

→ Frage III: Ist das Universum ein zellulärer Automat?

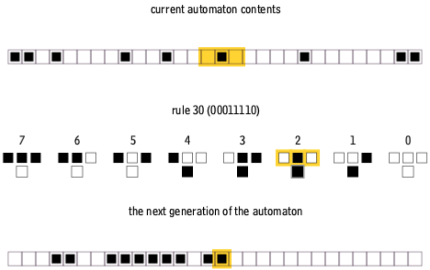

Abbildung: eindimensionaler zellulärer Automat.

Effizienz von digitalen Computern in Quantensimulationen

- Bell Theorem:

  Quanteneffekte (Verschränkung) nicht berechenbar durch klassische lokale Modelle mit versteckten Variablen

- benötigen nicht-lokale Modelle mit:
  - superluminare Kommunikation
  - aufwendiger Simulation von Qubit

→ Antwort Frage III: Universum kein zellulärer Automat

- System mit N Subssytemen, z.B. N Kernspins, benötigt $O(2^N)$ klassische Bits
- benötigt exponentielle Kompression, die (noch) nicht existiert

→ Antwort Frage II: klassicher digitalen Computern wahrscheinlich nicht effizient

Qubit [200]

- Analogon zu klassischem Bit, Basis-Einheit der Quateninformation
- reiner Zustand eines Qubits als Superposition der zwei Basiszutände

  $|\phi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle$ mit Basiszutänden $|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

  und $|\alpha|^2|\beta|^2 = 1$
- System aus mehreren Qubits mit Tensorprodukt:

  $$|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, |01\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}, |10\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}, |11\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}$$
- n-Qubits $\rightarrow 2^n$-dim. Hilbertraum $\rightarrow 2^n$ klassische Bits

- Bloch-Kugel - Repräsentation eines reinen Zustandes

  $\alpha = \exp(i\psi)\cdot\cos(\theta/2) = \cos(\theta/2)$

  $\alpha = \exp(i(\psi+\phi)\cdot\sin(\theta/2) = \exp(i\phi)\cdot\sin(\theta/2)$

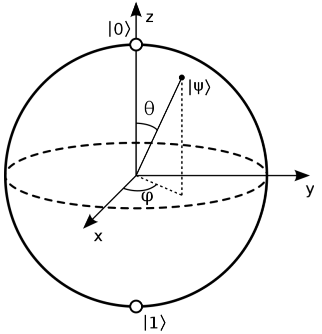

Abbildung: Bloch Kugel. [100]

[100] Qubit, Wikipedia

[200] Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020

Quantenverschränkung [200] [100]

- Produkt von 1-Qubit-Zuständen ergibt *n*-Qubit-Zustand:
  $$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1 + |1\rangle_1) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_2 - |1\rangle_2) = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$
- nicht jeder *n*-Qubit-Zustand darstellbar als Produkt von 1-Qubit-Zuständen →Verschränkung
- einfachstes Beispiel: Bell-Zustand
  $$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Im verschränkten Zustand:

- fehlende Information über Zustand des einzelnen Qubits

→ gemischter Zustand, Beschreibung über Dichtematrix

- erst durch Messung ist genauer Zustand bekannt

- Messung des erste Qubits in perfekter Korrelation mit zweitem Qubit
- keine Abhängigkeit von Entfernung →nichtlokal

[200] Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020
[100] Qubit, Wikipedia

Quantencomputer

- wichtige Prinzipien: Superposition und Verschränkung
- Quantenregister ←→klassische Register (Zeichenkette)
- Quantengatter ←→Logikgatter

Quantenregister [300]

- Analog zu klassischem Computer: Zusammenfassung mehrerer Bits zu Register (Zeichenkette)

→ Quantenregister = Tensorprodukt einzelner 1-Qubit-Zustände

- Register im Zustand 01010100 →Quantenregister im Zustand $|01010100\rangle$
- Zustand eines Quantenregisters mit N-Qubits:

  $\psi = \sum_{i_1 \ldots i_N} c_{i_1 \ldots i_N} |i_1 \ldots i_N\rangle$

- Messung des Zustand des Quantenregisters →Informationsgehalt: Quantenregister = klassisches Register

[300] Quantencomputer, Wikipedia

Quantengatter [200]

- Logikgatter: Anordnung zur Ausführung logischer Operatoren auf Bits
- Quantengatter: Ausführung von Operatoren auf Qubit-Zuständen
- $U\,|\phi_1\rangle = |\phi_2\rangle$

- Beispiele:

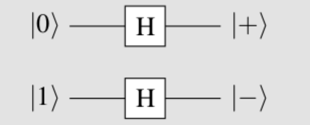

Abbildung: Hadamard-Gatter. [200]

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = |+\rangle,\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = |-\rangle$$

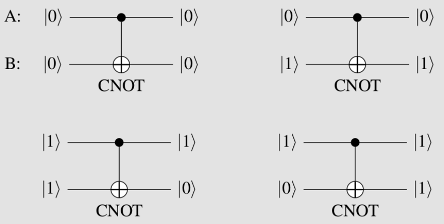

Abbildung: CNOT-Gatter. [200]

[200] Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020

Kombination von Hadamard und CNOT für Bell-Zustand

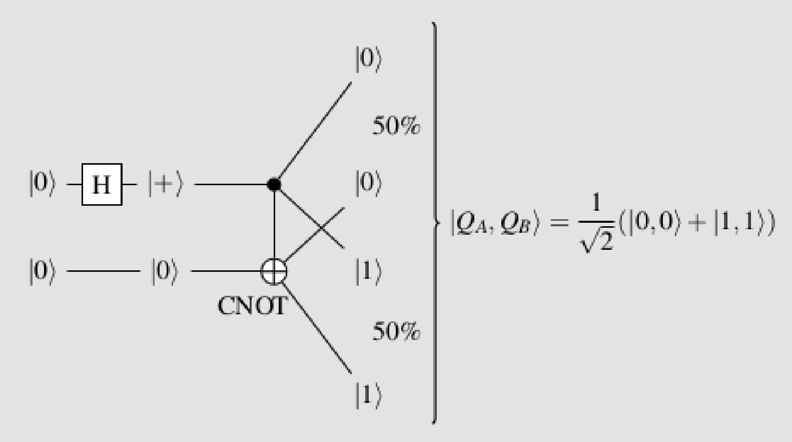

Abbildung: kombiniertes Hadamard- und CNOT-Gatter für Bell-Zustand. [200]

[200] Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020

Universum als Quantencomputer [400]

- Frage I: Erlaubt das Universum Quantencomputer?
- Antwort: ja, aber...

  ... Unbegrenzter Speicherplatz im Universum?

  ... Technische Fähigkeit, großangelegten Quantencomputer zu bauen fehlt uns (noch)

- Frage II: Kann ein Quantencomputer effektiv die physikalischen Prozesse des Universum simulieren?
- Antwort: wahrscheinlich

  Prinzipien des Universums = Prinzipien von Quantencomputern

  Grenze für Hochenergie-Dynamik →Planck-Skala

- Frage III: Ist das Universum ein quantenphysikalischer zellulärer Automat?
- Antwort: wahrscheinlich

  Ableitung von zellulärem Automat aus Gitter-Eichtheorien

  aktuelle Beobachtungen: Prozesse des Universums sind homogen, isotrop und lokal

[400] The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Universum als quantenphysikalischer zellulärer Automat

- Antwort auf Frage:
- Warum ist das Universum so strukturiert und trotzdem so komplex?

- Erwartung: einfacher Anfangszustand + einfache Gesetze →einfacher aktueller Zustand
- Realität: Universum voller komplexer Strukturen

- Erklärung:
  - bildliche Vorstellung: Affen bedienen Tastatur des Universums
  - produzieren viele nicht funktionierende Programme
  - aber auch zufällig viele funktionierende kurze Programme
  - kurze Programme erzeugen scheinbar komplexe Strukturen →Kolmogorow-Komplexität vs. klassicher Informationsgehalt
  - kürzesten Programme sind zufällig, sonst existieren noch kürzere Programme, die selbe Struktur erzeugen

  → Quantenfluktuation für Erzeugung von zufälligen Bits

Kritikpunkte: Universum als Quantencomputer

- Fragen nicht geklärt:

  Ist das Universum deterministisch oder zufällig?

  Was ist Effizienz von klassischen Computern für Quanteneffekte?

- echter Zufall = maximale Kolmogorow-Komplexität
- Prinzip von Occam's razor: Favorisiere einfache Erklärungen →Echter Zufall ist keine gute Wahl

- Annahme: <u>kürzesten</u> Programme sind <u>zufällig</u>, sonst existieren noch kürzere Programme, die selbe Struktur erzeugen
- nicht belegbar →Kolmogorow-Komplexität/Halteproblem nicht berechenbar

Gegenposition - Das Universum ist kein Computer

- Newtonian Schema Universe (NSU):
  - Universum beschrieben durch dynamische Gleichungen
  - Universum als Computer: Anfangszustand $\xrightarrow{\text{Berechnung}}$ Endzustand
- Lagrangian Schema Universe (LSU):
  - Universum beschrieben durch Lagrangedichte
  - Universum als globales vierdimensionales Randwertproblem

  - Vorteile:
  - gleicher Lösungsweg für jede Teilmenge des Universum →Änlichkeit von kausal nicht verbundenen Teile des Universums
  - elegante Einbindung von Quanteneffekten und Allgemeine Relativitätstheorie →keine Trennung von Raum und Zeit wie bei dynamischer Berechnung von Computer

Ausblick

- Ist das Universum ein digitaler Computer?
- dafür sprechen:
  - enger Zusammenhang zwischen Informationsverarbeitung zwischen Computern und dem Universum
  - Effizienz von digitalen Computern fraglich

- Ist das Universum ein Quantencomputer?
  - Quantencomputer kann fundamentalen Quanteneffekte des Universums beschrieben
  - Erklärung für Koexistenz von Zufälligkeit und Ordnung des Universums

- offene Fragen:
  - Ist das Universum deterministisch oder zufällig?
  - Bietet das Universum unendlich viel Speicherplatz?
  - Wie viel Information beinhaltet das Universum? →nächster Vortrag

Literaturverzeichnis

100 https://en.wikipedia.org/wiki/Qubit

200

300 https://de.wikipedia.org/wiki/Quantencomputer

400