Ist das Universum ein Computer?

Jannis Speer

17.12.20

Big Questions Seminar

Inhalt

Historische Einführung: Digitale Physik

- ursprüngliche Idee: Konrad Zuses Buch Rechnender Raum (1969)
- Hypothese: Universum ist digitaler Computer, genauer: zellulärer Automat
- Komatibilität von Computern mit:
  Informationstheorie, statistischer Mechanik, Quantenmechanik
- Begriff geprägt durch Edward Fredkin, alternativ: digitale Philosophie

→ Digitale Physik: Theorien mit Prämise, Universum durch Information beschreibbar ist

Digitale Physik - verschiedene Perspektiven

- Weizsäckers Quantentheorie der Ur-Alternativen:
  - lediglich 2 Entitäten: Struktur der Zeit, binäre Alternativen
  - abstrakt, nicht-lokal, keine feldtheoretischen Voraussetzungen
- Wheelers It from Bit:
  - klassisch: Realität existiert und wird gemessen
  - hier: Messung schafft Realität
- Pancomputationalism:
  - Digitaler Computer vs. Quantencomputer
  - Zufälligkeit und Komplexität des Universums? Effizienz?
- Tegmarks Mathematical-Universe-Hypothese (MUH)
  - Universum ist Mathematik, mathematische Existenz = physikalische Existenz

Informationstheorie

… beschäftigt sich mit Quantifizierung, Speicherung und Übertragung von Information

- Konzept von Information hat verschiedene Bedeutungen
  verwandt mit: Nachricht, Kommunikation, Daten, Wissen
- hier: Information ist Folge von Symbolen aus einem Alphabet $Z = \{z_1, z_2, ..., z_m\}$
- Informationsgehalt eines Zeichens: $I(z) = -\log_a(p_z)$
  mit Wahrscheinlichkeit p_z, Mächtigkeit a
- Entropie eines Zeichens (Shannon): $H = E[I] = \sum_{z \in Z} p_z I(z) = -\sum_{z \in Z} p_z \log_a(p_z)$

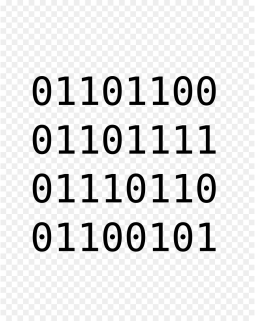

Abbildung: binäre Information

physikalische Information und Entropie

- Information beschreibt physikalisches System:
  - Information löst Ungewissheit über Zustand eines physikalischen Systems
  - Information ist Messung für Wahrscheinlichkeit eines Zustandes

- fehlende Information = nötige Information, um Zustand zu beschreiben = $I = -k \sum_{i=1}^{n} p_i \ln(p_i)$ mit p_i der Wahrscheinlichkeiten der n Zustände des Systems
  - → binäre Entropie der Informationstheorie: $k = \ln(2)^{-1}$
  - → Gibbs Entropie: $k = k_b$
- Von Neumann Entropie, QM-Analogon: $S(\rho) = -Tr(\rho \ln \rho)$ mit Dichtematrix ρ

Algorithmische Informationstheorie

- Bestimmung des Informationsgehalt über Kolmogorow-Komplexität
- Kolmogorow-Komplexität:
  - Informationsgehalts einer Zeichenkette = Länge des kleinsten Algorithmus, der Zeichenkette erzeugt
  - nicht berechenbar, aufgrund des Halteproblems kleinster Algorithmus nicht bestimmbar
  - unabhängig von der verwendeten universellen Programmiersprache abgesehen von additiver Konstante ***c***

```
1000110111100101
1111111100000000
```

- algorithmic randomness:
  - Zeichenkette ist zufällig, wenn Kolmogorow-Komplexität **>=** Länge der Zeichenkette
  - Zufälligkeit einer endlichen Zeichenkette abhängig von universellen Programmiersprache
- algorithmic probability: kurze Algorithmen sind wahrscheinlicher als lange

Digitale Information, Boolesche Algebra, Klassische Logik

- Digitale Information: diskrete endliche Darstellung →Ziffern, Buchstaben →binär
- Boolesche Algebra mit Operatoren:

  ∧ UND ∨ ODER ¬ NICHT
- klassische Logik:
  - Prinzip der Zweiwertigkeit
  - Prinzip der Extensionalität

x	y	$x \wedge y$	$x \vee y$
0	**0**	0	0
1	**0**	0	1
0	**1**	0	1
1	**1**	1	1

x	$\neg x$
0	1
1	0

Abbildung: Boolesche Algebra.

Vor Turing

- Formulierung des Hilbertprogramms in 1920er
- Ziel: Nachweis der Widerspruchsfreiheit der Axiomensysteme der Mathematik

→ Entscheidungsproblem: „First, was mathematics complete … Second, was mathematics consistent … And thirdly, was mathematics decidable?“

→ Beantwortung durch Gödels Unvollständigkeitssätze

- Was ist ein Algorithmus?

Turingmaschine - informelle Einführung

- Interpretation von Logik als Prozess
- Definition Algorithmus und der Berechenbarkeit
- Analogie eines denkenden, lesenden und schreibenden Mathematikers

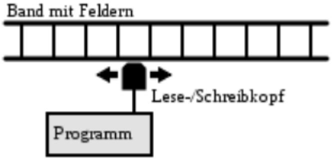

Abbildung: Turingmaschine.

- Turingmaschine:
  - Speicherband: unendlich viele, sequentiell angeordnete Felder
  - Feld: nimmt einen von endlich vielen Zuständen an
  - Lese-Schreib-Kopf: Verarbeitung von Information, nimmt einen von endlich vielen Zuständen an
- Prozess:
  - Kopf liest Zustand des aktuellen Feldes
  - Kopf verarbeitet eignen Zustand und Feldzustand (Überführungsfunktion)
  - Änderung des Kopf und Feldzustandes
  - Kopf bewegt sich ein Feld nach rechts oder links

Anmerkungen zur Turingmaschine

Algorithmus:

- Ausfürbarkeit
- Statistische Finitheit
- Dynamische Finitheit
- Terminierung
- optional:
  - Determiniertheit
  - Determinismus

Universelle Turingmaschine (UTM):

- UTM simuliert beliebig Turingmaschine für beliebigen Input
- Speicherung der Turingmaschine und des Inputs auf Speicherband der UTM

→ Halteproblem

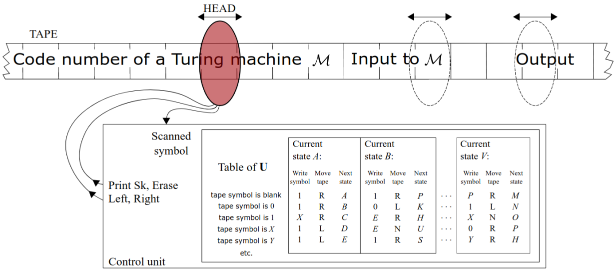

Abbildung: Turingmaschine.

Anmerkungen zur Turingmaschine

Halteproblem:

- Analog zu Gödels Unvollständigkeitssatz:
  - Logik ist selbst-widersprechend und unvollständig
  - Problem von auf sich selbst bezogene Behauptungen
  - Lügner-Paradox: „Dieser Satz ist falsch.“
- Keine UTM kann Frage beantworten, ob eine beliebige Turingmaschine anhält (Antwort liefert)
- Konstruktion von selbst-widersprechender UTM:

```
Result: Hält beliebige Turingmaschine T nicht an?
begin
    T = beliebige Turingmaschine und I = beliebiger Input ;
    while T hat nicht angehalten == True do
        Führe Schritt von T aus mit I;
    end
    return Antwort ;
end
```

Church-Turing-These:

- Jede intuitiv berechenbare Funktion kann durch eine UTM berechnet werden
- intuitiv berechenbar: mathematisch ungenauer Begriff
- Turing-berechenbar: Existenz von (terminierendem) Algorithmus

- striktere, physikalische Version: Church–Turing–Deutsch-Hypothese
- klassiche UTM kann jeden phyiskalischen Porzess simulieren

Universsum als universeller digitaler Computer

- Digitaler Computer = System, das jede Folge von logischen Operationen ausführen kann
- Frage: Ist das Universum ein universeller digitaler Computer?

→ Frage I: Kann das Universum universelle digitale Berchenungen nach Turing durchführen?

→ Frage II: Keine eine klassiche UTM effektiv die physikalischen Prozesse des Universum simulieren?

- naive Antwort: ja
- elektronischer Computer ≈ universeller digitaler Computer, der UTM simulieren kann
- Church–Turing–Deutsch

Universum als universeller digitaler Computer 2

Frage I:

- UTM benötigt unendlich viel Speicherplatz
- Liefer da Universum unendlich erweiterbaren Speicherplatz?
- echte elektrische Computer können als UTM verstanden werden, trotz endlichem Speicher
- Existenz von elektrischen Computer

→ Antwort: Gesetze der Physik ermöglichen wahrscheinlich universellen digitalen Computer

Frage II:

- UTM kann jeden berechenbaren phyiskalischen Porzess simulieren
- aber auch effizient auf kleinen Volumen von Raum und Zeit?

→ Antwort: wahrscheinlich nicht

Architektur des universellen digitalen Computers

- Gesetze der Physik sind: lokal, homogen und isotrop

→ Computer-Version: zellulärer Automat

  - Anordnung von Zellen mit endlichen Möglichkeit an Zusänden
  - Zellen werden aktualisiert als Funktion des Zustandes der Zelle und ihrer Nachbarn
  - Universum als sich selbst reproduzierender zellulärer Automat
  - Universm besteht aus Bits, die lokalen logischen Operationen unterliegen

→ Frage III: Ist das Universum ein zellulärer Automat?

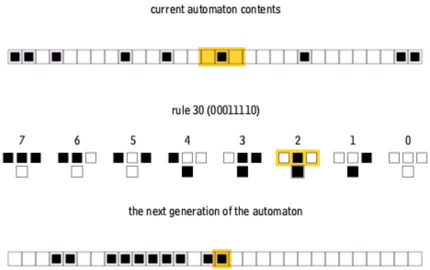

Abbildung: 1-dimensionaler zellulärer Automat.

Effizienz von digitalen Computern in Quantensimulationen

- Quanteneffekte (Verschränkgung) nicht berechenbar durch klassische lokale Modelle mit versteckten Variablen
- benötigt nicht-lokale Modelle mit:
  - superluminare Kommunikation
  - aufwendiger Simulation von Qubit

→ Antwort Frage III: Universum kein zellulärer Automat

- System mit N Subssytemen, z.B. N benötigt $O(2^N)$ klassische Bits
- benötigt exponentielle Kompression, die (noch) nicht existiert

→ Antwort Frage II: klassicher digitalen Computern wahrscheinlich nicht effizient

Qubit [200]

- Analogon zu klassischem Bit, Basis-Einheit der Quateninformation
- reiner Zustand eines Qubits als Superposition der zwei Basiszutände

  $|\phi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle$ mit Basiszutänden $|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

  und $|\alpha|^2|\beta|^2 = 1$
- System aus mehreren Qubits mit Tensorprodukt:

  $$|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, |01\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}, |10\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}, |11\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}$$
- n-Qubits $\rightarrow 2^n$-dim. Hilbertraum

- Bloch-Kugel - Repräsentation eines reinen Zustandes

  $\alpha = \exp(i\psi) \cdot \cos(\theta/2) = \cos(\theta/2)$

  $\alpha = \exp(i(\psi + \phi) \cdot \sin(\theta/2) = \exp(i\phi) \cdot \sin(\theta/2)$

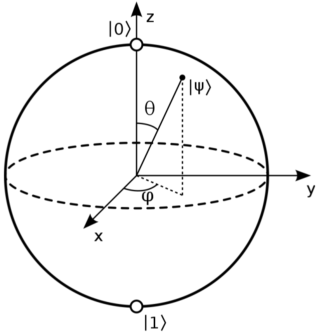

Abbildung: Bloch Kugel. [100]

[100] Qubit, Wikipedia

[200] Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020

Qubit

gemischter Zustand:

- Interaktion, Dekohärenz →
  gemischter Zustand von reinen Zuständen
- befindet sich in Bloch Kugel
- 3 Freiheitsgrade (zusätlich zu ϕ und θ noch r)

Quantenverschränkung:

- Bell Zustand von zwei Qubits
  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$
- Trennung der 2 verschränkten Qubits
- Messung des erste Qubits in perfekter Korrelation mit zweitem Qubit
- keine Abhängigkeit von Entfernung der Qubits

Quantencomputer

Quantencomputer 2

Universum als Quantencomputer

Universum als Quantencomputer 2

Digitaler Computer vs. Quantencomputer

Gegenposition - Das Universum ist kein Computer

Ausblick

Literaturverzeichnis

100 https://en.wikipedia.org/wiki/Qubit

200