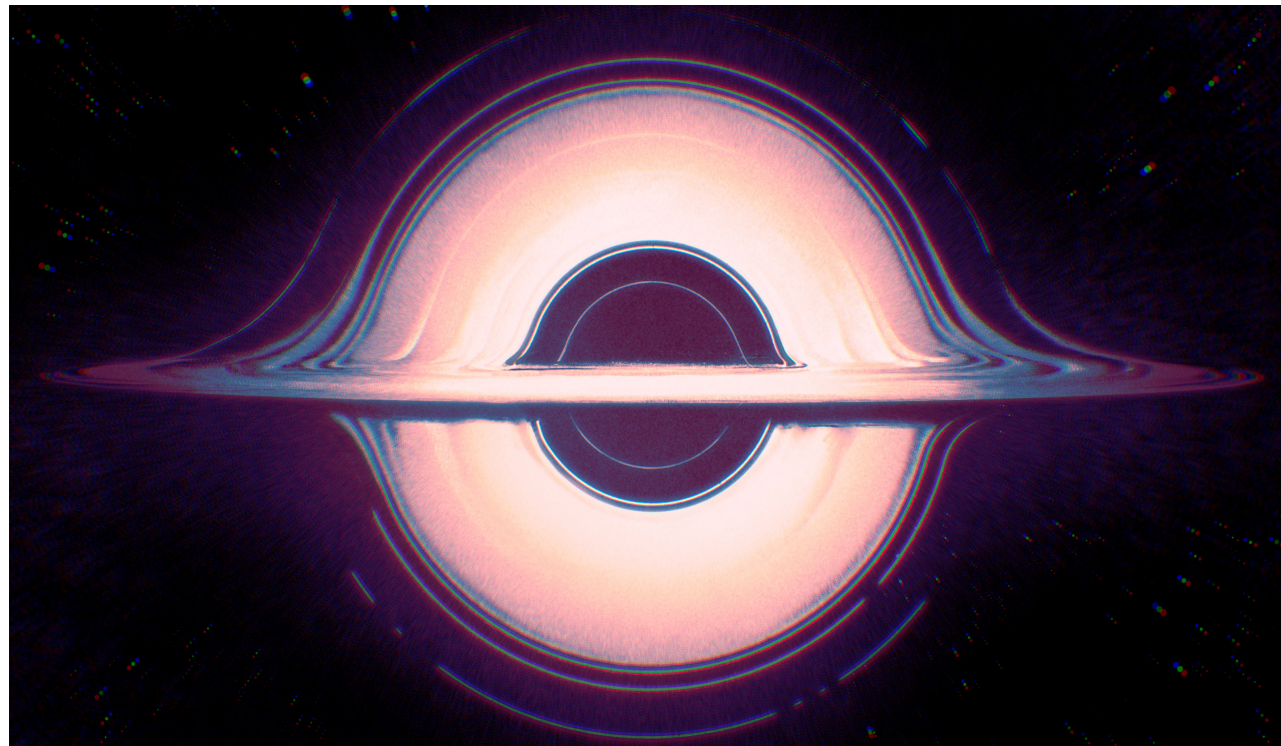


# Vernichten Schwarze Löcher Information?

Big Question Seminar  
Marcel Moczarski  
07.Januar 2021



[The Most Famous Paradox in Physics Nears Its End. <https://www.quantamagazine.org/the-black-hole-information-paradox-comes-to-an-end-20201029/>. Accessed: 2021-01-02]

# Inhaltsverzeichnis

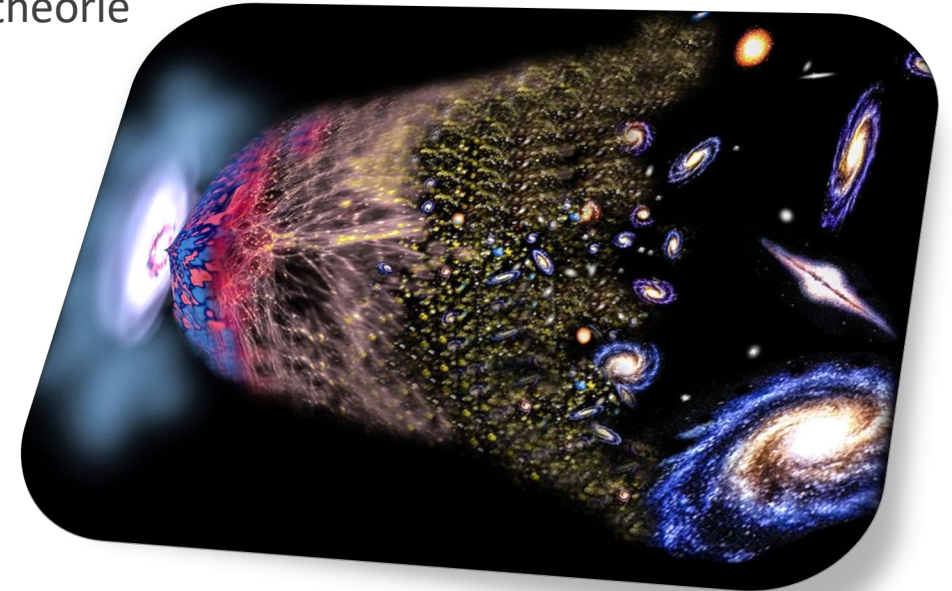
- Motivation
- Schwarze Löcher
- Thermodynamik eines Schwarzen Lochs
  - Hawking-Strahlung
  - Verschränkung
- Informations-Paradoxon
  - Lösungsvorschläge
  - Firewall-Paradoxon
  - Entropie der Hawking-Strahlung
- Zusammenfassung und Ausblick
- Literaturverzeichnis

# Motivation

## Fundamentales Verständnis vom Urknall

- Singularität am Anfang des Universums
- Beschreibung Gravitation: Allgemeine Relativitätstheorie
- Nach Allgemeiner Relativitätstheorie: Unendliche Krümmung der Raumzeit → Quantengravitationseffekte nicht vernachlässigbar
- Theorie der Quantengravitation benötigt, die Allgemeine Relativitätstheorie mit Konzepten der Quantentheorie verbindet

Objekte mit ähnlichen Eigenschaften,  
aber *leichter* zugänglich?



[What Astronomers Are Still Discovering About the Big Bang Theory.  
<https://www.smithsonianmag.com/smithsonian-institution/what-astronomers-are-still-discovering-about-big-bang-theory-180949794/>. Accessed: 2021-01-02]

# Schwarze Löcher

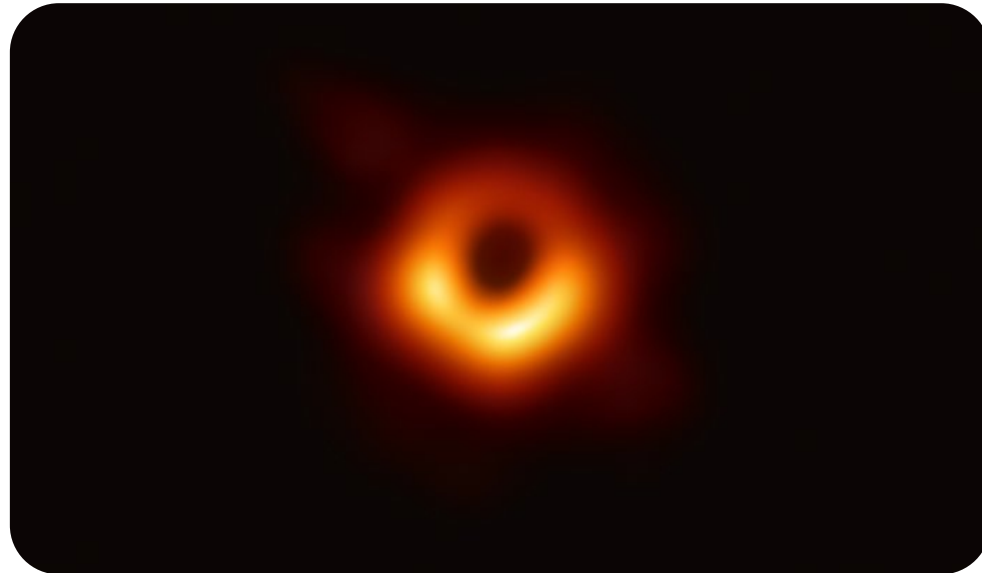
- Schwarze Löcher als vereinfachte Systeme
  - Enthalten Singularität im Innern
  - Korrekte Beschreibung Schwarzer Löcher → Hinweis auf Theorie der Quantengravitation
  - „Theorie der Quantengravitation würde Frage beantworten, woraus Raumzeit gemacht ist“
- Vorteil Schwarzer Löcher
  - Möglichkeit Schwarze Löcher von außen zu beobachten → Gravitationswellen, Strahlung etc.
- Problem bei der Beschreibung Schwarzer Löcher:

Vernichten Schwarze Löcher Information?



# Was ist ein Schwarzes Loch?

- Astronomie: Objekt mit so großer Dichte im Zentrum, dass selbst Licht dem Gravitationsfeld nicht entkommen kann
- verschiedene Typen von Schwarzen Löchern → Zuordnung durch Masse, elektrische Ladung und Drehimpuls
- Einfachster Typ: statisches Schwarzes Loch → ungeladen, keine Rotation
- Ursprung: Kollaps von Sternen ab bestimmter Masse – und Supermassive Schwarze Löcher?



[First Image of a Black Hole. <https://www.eso.org/public/images/eso1907a/>. Accessed: 2021-01-02]

# Beschreibung Schwarzer Löcher

- 1916: Konkrete Formulierungen von Singularitäten in der ART:
  - Schwarzschild-Lösung der einsteinschen Feldgleichungen weisen zwei Singularitäten auf → im Zentrum bei  $r = 0$  und bei  $r = r_s$
  - Zunächst als Koordinatenartefakt betrachtet, erst in 60er Jahren mit Hilfe der Differentialgeometrie als Ereignishorizont identifiziert
- 1967: Eindeutigkeits-/No-Hair-Theorem besagt, dass ein Schwarzes Loch vollständig durch Masse  $M$ , Ladung  $Q$  und Drehmoment  $J$  beschrieben wird
  - Kein Bezug dieser Größen zur einfallenden Materie
  - Statisches Schwarzes Loch als einfachste Objekt
- 1970er: Verbindung von Thermodynamik, Quantenmechanik und Schwarzen Löchern
  - Schwarze Löcher emittieren Hawking-Strahlung → Spektrum eines Schwarzen Körpers
  - Schwarze Löcher als thermische Objekte die eine Entropie besitzen

Folge: Schwarze Löcher können verdampfen

# Thermodynamik eines Schwarzen Lochs?

Thermodynamik eines Schwarzen Lochs basiert auf:

- Area-Theorem: Fläche  $A$  des Ereignishorizonts eines Schwarzen Lochs verringert sich nicht im Laufe der Zeit:

$$dA \geq 0$$

- No-Hair-Theorem
- Bekenstein-Entropie: Entropie eines Schwarzen Lochs ist proportional zur Fläche des Ereignishorizonts:

$$S_{\text{BH}} = \frac{k_B A c^3}{4 G_N \hbar} = \frac{A}{4}$$

- Hawking-Strahlung: Semiklassischer Ansatz führt zur Temperatur eines Schwarzen Lochs:

$$T_{\text{H}} = \frac{\hbar c^3}{8\pi G_N k_B M} = \frac{1}{8\pi M} = \frac{\kappa}{2\pi}$$

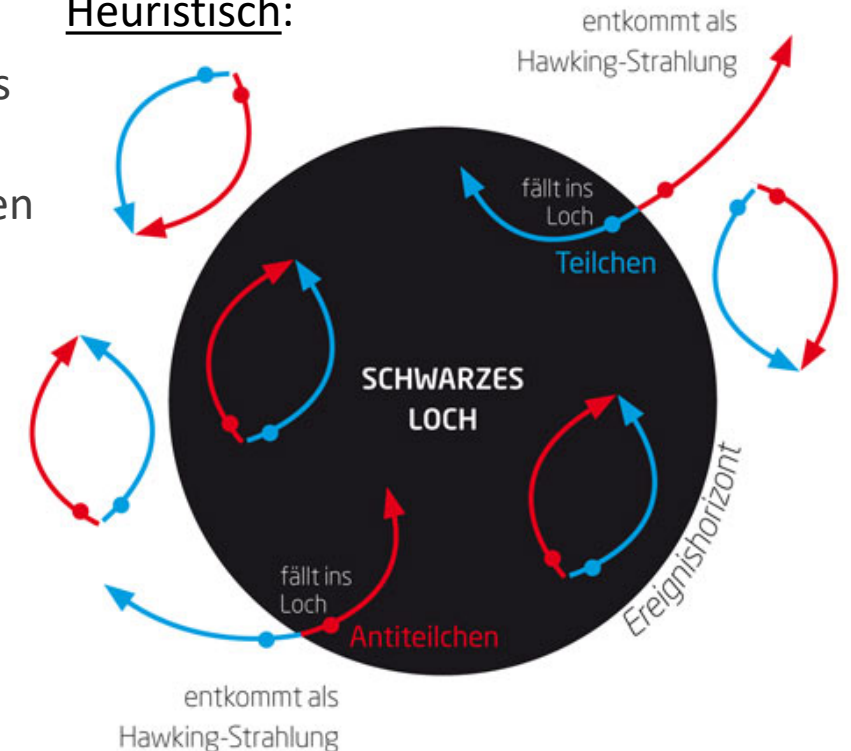
→ Semiklassischer Ansatz: Quantenfeldtheorie auf gekrümmte Raumzeit angewendet (keine Quantisierung der Gravitation)



# Hawking-Strahlung?

- Quantenmechanischer Effekt, verschwindet für  $\hbar \rightarrow 0$
  - Ursprung im Äquivalenzprinzip: keine Unterscheidung zwischen Gravitationsfeld einer Masse und beschleunigten Inertialsystem
  - Herleitung:
    - Anwendung von QFT auf gekrümmter Raumzeit nahe eines Schwarzen Lochs
    - lokal ist Vakuumenergie in jedem System gleich, jedoch unterscheiden sich Vakua für Beobachter in verschiedenen Raumzeitbereichen mit verschiedenen Krümmungen
    - Unterschiedliche Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Felder verschiedener Koordinatensysteme → unterschiedliche Vakuumenergien
    - Transformation zwischen Koordinatensystem via Bogoliubov-Transformationen
- Transformation: Beobachter sehen unterschiedliche Vakuumenergien

## Heuristisch:



[Das Universum des Stephen Hawking. <https://abenteuer-astronomie.de/das-universum-des-stephen-hawking-zum-tode-des-superstars-der-wissenschaft/>. Accessed: 2021-01-04]



## Beispiel: Freies Skalarfeld in flacher und gekrümmter Raumzeit

- Beobachter A unendlich weit entfernt vom Schwarzen Loch → asymptotisch flache Raumzeit
  - Beobachter B nahe des Ereignishorizonts → lokal flache Raumzeit
- Beobachter A sieht Raumzeit nahe des Ereignishorizonts als gekrümmte Raumzeit

### QFT für Skalarfeld in Minkowski-Raum

$$\rightarrow \mathcal{L} = \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2, \quad \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0$$

$$\rightarrow [\phi(\vec{x}, t), \pi(\vec{x}', t)] = i\hbar \delta(\vec{x} - \vec{x}')$$

→ Fourier-Zerlegung von  $\phi(\vec{x}, t)$  und  $\pi(\vec{x}', t)$  mit den Koeffizienten  $a_{\vec{p}}$  und  $a_{\vec{p}}^\dagger$

→ Kanonische Vertauschungsrelation:  $a_{\vec{p}}^\dagger, a_{\vec{p}}$  sind Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren

→ Erwartungswert des Teilchenzahloperators im Vakuum:  $\langle N \rangle = \langle 0 | a_{\vec{p}}^\dagger a_{\vec{p}} | 0 \rangle = 0$

- QFT für gekrümmte Raumzeit liefert analog Satz von Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren  $b_{\vec{p}}^{\dagger}$  und  $b_{\vec{p}}$
- Bogoliubov-Transformation verbindet beide Sätze von Operatoren

$$b_{\vec{p}} = \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \left( \alpha_{\vec{p}\vec{p}'} a_{\vec{p}'} - \beta_{\vec{p}\vec{p}'} b_{\vec{p}'}^{\dagger} \right)$$

$$a_{\vec{p}} = \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \left( \alpha_{\vec{p}'\vec{p}}^* a_{\vec{p}'} + \beta_{\vec{p}'\vec{p}}^* b_{\vec{p}'}^{\dagger} \right)$$

- Mit dieser Transformation sieht Beobachter A das Teilchenspektrum bei Beobachter B:

$$\langle N \rangle = \left\langle 0_B \left| b_{\vec{p}}^{\dagger} b_{\vec{p}} \right| 0_B \right\rangle \propto \frac{1}{\exp\left(\frac{2\pi\omega}{\kappa} - 1\right)}$$

Teilchen/Energie aus dem nichts aka Energieerhaltung?

## Zuerst Verschränkung

- grob: für jedes auslaufende Teilchen existiert ein einfallendes Partner-Teilchen mit negativer Energie, welches durch  $\tilde{a}_{\vec{p}}^\dagger$  erzeugt wird

→ Vakuumzustand des einfallenden Beobachters innerhalb des Ereignishorizonts kann berechnet werden zu:

$$|\psi\rangle \propto N \exp\left(\int \frac{d\omega}{2\pi} e^{\gamma(\omega, T_H)} a_{\vec{p}}^\dagger \tilde{a}_{\vec{p}}^\dagger\right) |0_a\rangle \equiv |\psi_{a\tilde{a}}\rangle$$

- $|0_a\rangle$  ist Vakuumzustand des weit entfernten Beobachters →  $|\psi_{a\tilde{a}}\rangle$  ist ein verschränkter Zustand
- Wichtiges Konzept: Zwei verschränkte Teilchen bilden zusammen einen reinen Zustand

Jedes „Hawking-Photon“ ist verschränkt mit einem Teilchen innerhalb des Ereignishorizonts und zusammen bilden sie einen reinen Zustand

# Thermodynamik eines Schwarzen Lochs

Mit den Postulaten  $T \propto \kappa$  und  $S_{BH} \propto A$  ergibt sich eine direkte Analogie zwischen Thermodynamik und Schwarzem Loch

## Schwarzes Loch:

0. Über dem EH ist die Oberflächengravitation  $\kappa$  konstant
1. Ein rotierendes Schwarzes Loch wird beschrieben durch:  $dM = \frac{\kappa}{8\pi G_N} dA + \Omega dJ + \Phi dQ$
2. Fläche des Ereignishorizonts verkleinert sich nicht:  $dA \geq 0$
3.  $\kappa \rightarrow 0$  kann nicht in endlicher Anzahl Schritten erreicht werden

## Thermodynamik:

0. Temperatur eines Objekts im thermischen Gleichgewicht ist konstant
1. Hauptsatz der Thermodynamik:  $dE = TdS$
2. Die Entropie nimmt nicht ab:  $dS \geq 0$
3.  $T \rightarrow 0$  kann nicht in endlicher Anzahl an Schritten erreicht werden

## 2. Fläche des Ereignishorizonts verkleinert sich nicht: $dA \geq 0$

- 2. Fläche  $A$  nimmt durch Hawking-Strahlung ab  $\rightarrow$  Generalisiertes 2.tes Gesetz:

$$dS' = \frac{1}{4} \frac{c^3}{G\hbar} dA + dS_{\text{outside}}$$

### Konsequenzen der Hawking-Strahlung:

- $\rightarrow$  Schwarze Löcher verdampfen
- $\rightarrow T_H$  sehr viel kleiner als kosmische Hintergrundstrahlung

# Informations-Paradoxon

Schwarzes Loch jetzt als thermisches Objekt:

- Befindet sich ein Schwarzes Loch im leeren Raum werden nur Teilchen emittiert → Schwarzes Loch verdampft in endlicher Zeit

## Verlust von Information

- Quantenmechanisches System in **reinem Zustand** kollabiert zu Schwarzem Loch der Masse  $M$
- Schwarzes Loch beschrieben durch  $M$
- Schwarzes Loch verdampft durch Abstrahlung von Hawking-Strahlung
- Nach verdampfen bleibt nur thermische Hawking-Strahlung in **gemischtem Zustand**

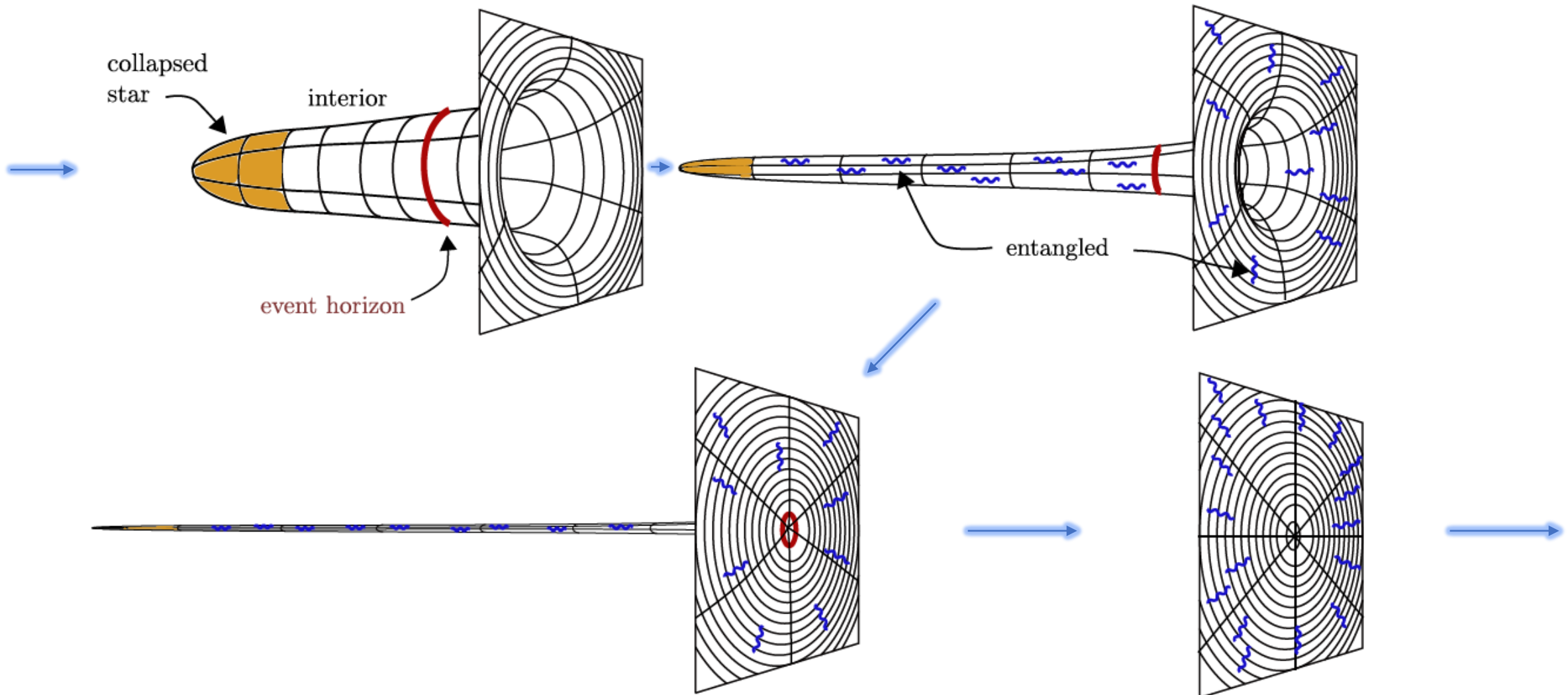
Vorher:

- Reiner Zustand

Nachher:

- Gemischter Zustand

## Anschaulicher





## Somit werden drei fundamentale Gesetzmäßigkeiten herausgefordert:

1. Informationserhaltung:
  - Quantenmechanik: Es existiert ein unitärer Zeitentwicklungsoperator (S-Matrix)
  - Schwarzes Loch: Nicht unitäre Transformation eines reinen Zustands in einen gemischten Zustands?
2. Äquivalenzprinzip:
  - ART: Gravitationsfeld ist lokal ununterscheidbar von beschleunigtem Inertialsystem
  - Schwarzes Loch : Firewall-Paradoxon?
3. No-Cloning-Theorem:
  - Quantenmechanik : Ein quantenmechanischer Zustand kann nicht exakt kopiert werden
  - Schwarzes Loch : Quanten-Kloner?

Sowohl Allgemeine Relativitätstheorie als auch Quantenmechanik auf dem Prüfstand

# Einige Lösungsvorschläge des Informations-Paradoxons

1. Information entkommt mit Hawking-Strahlung
2. „Stabile Reste“
3. Information entkommt am Ende des Schwarzen Lochs
4. Information ist kodiert in Quanten-Haaren
5. Information entkommt in ein Baby-Universum
6. Komplementaritätsprinzip Schwarzer Löcher

# 1. Information entkommt mit Hawking-Strahlung

- Bsp.: Objekt wird verbrannt → zu komplizierte Korrelation zwischen internem Zustand des Feuers und emittierter Strahlung
  - Feuer geht in Grundzustand über und emittiert keine Strahlung → Information in Korrelationen zwischen Quanten kodiert, welche zu verschiedenen Zeiten emittiert wurden
- Schwarzes Loch: Information steckt in Korrelation zwischen Hawking-Quanten, die zu verschiedenen Zeiten emittiert wurden

→ Konsistent mit Reversibilität

→ Wie sieht Korrelation aus?

## 2. Stabile Reste

- Annahme: Hawking-Strahlung enthält nur wenig Information über das Schwarze Loch
- Intuitive Lösung: Information ist in einem stabilen Rest gespeichert, nachdem das Schwarze Loch verdampft ist
- Rest in Größenordnung der Planck-Skala:  $l_{\text{Planck}} = 1.6 \cdot 10^{-35} \text{ m}$

→ Keine Theorien benötigt die besagt, dass Information aus SL entkommt

- Holografische Prinzip: Informationsgehalt eines SL der Masse  $M \propto 1/M_{\text{Planck}}^2$
- Da  $M$  unbegrenzt → es gibt unendlich viele verschiedene Reste der Masse  $M \propto 1/M_{\text{Planck}}^2$
  - Unendlich große Entartung

### 3. Information entkommt am Ende des Schwarzen Lochs

- Nachdem das Schwarze Loch verdampft ist wird Information freigesetzt
  - Information kodiert in Korrelationen zwischen Strahlung zu verschiedenen Zeiten
  - Emissionsprozess sollte von Masse des Schwarzen Lochs abhängen

→ Schwarzes Loch verdampft auf Planck-Größe, dann gleiches Problem wie für „stabile Reste“

### 4. Information ist kodiert in Quanten-Haaren

- Evtl. andere Möglichkeiten für „Haare“ die noch nicht als Lösungen klassischer Feldgleichungen für Schwarze Löcher gefunden wurden
- Kommen unter anderem in anderen Theorien als der ART vor

## 5. Information entkommt in ein Baby-Universum

- Mögliche Gravitationseffekte könnten verhindern, dass kollabierende Körper in Singularität stürzen
- Kollaps produziert ein Baby-Universum → Materie und Quanteninformationen bleiben erhalten

→ Problematisch: Baby-Universum kausal getrennt vom Universum

## 6. Komplementaritätsprinzip Schwarzer Löcher

- Komplementarität besagt, dass kein Beobachter eine Verletzung der bekannten Naturgesetze beobachtet
  - Äußerer Beobachter beobachtet Zeitdilatation → Information erreicht nie den Horizont, wird gestreckt, erhitzt und strahlt Strahlung aus → Unitäre Zeitentwicklung
  - Innerer Beobachter beobachtet nichts Besonderes → Information fällt in Singularität

→ **Kern-Argument**: Information überquert Horizont und wird auch am Horizont reflektiert

Annahme: Es gibt keinen allwissenden Beobachter der das überprüfen kann

Prinzip garantiert Informationserhaltung und Äquivalenzprinzip

**Postulate:**

1. Hawking-Strahlung ist in reinem Zustand, bestimmt durch unitäre S-Matrix
2. Gravitation als EFT (Hawking's semiklassische Näherung) ist außerhalb des verzernten Horizonts gültig
3. Für entfernten Beobachter erscheint das Schwarze Loch als Quantensystem mit diskreten Energieniveaus
4. Ein einfallender Beobachter bemerkt keinen Horizont („No Drama“)

→ Mathematisch schlüssig und konsistent formuliert

Firewall-Paradoxon

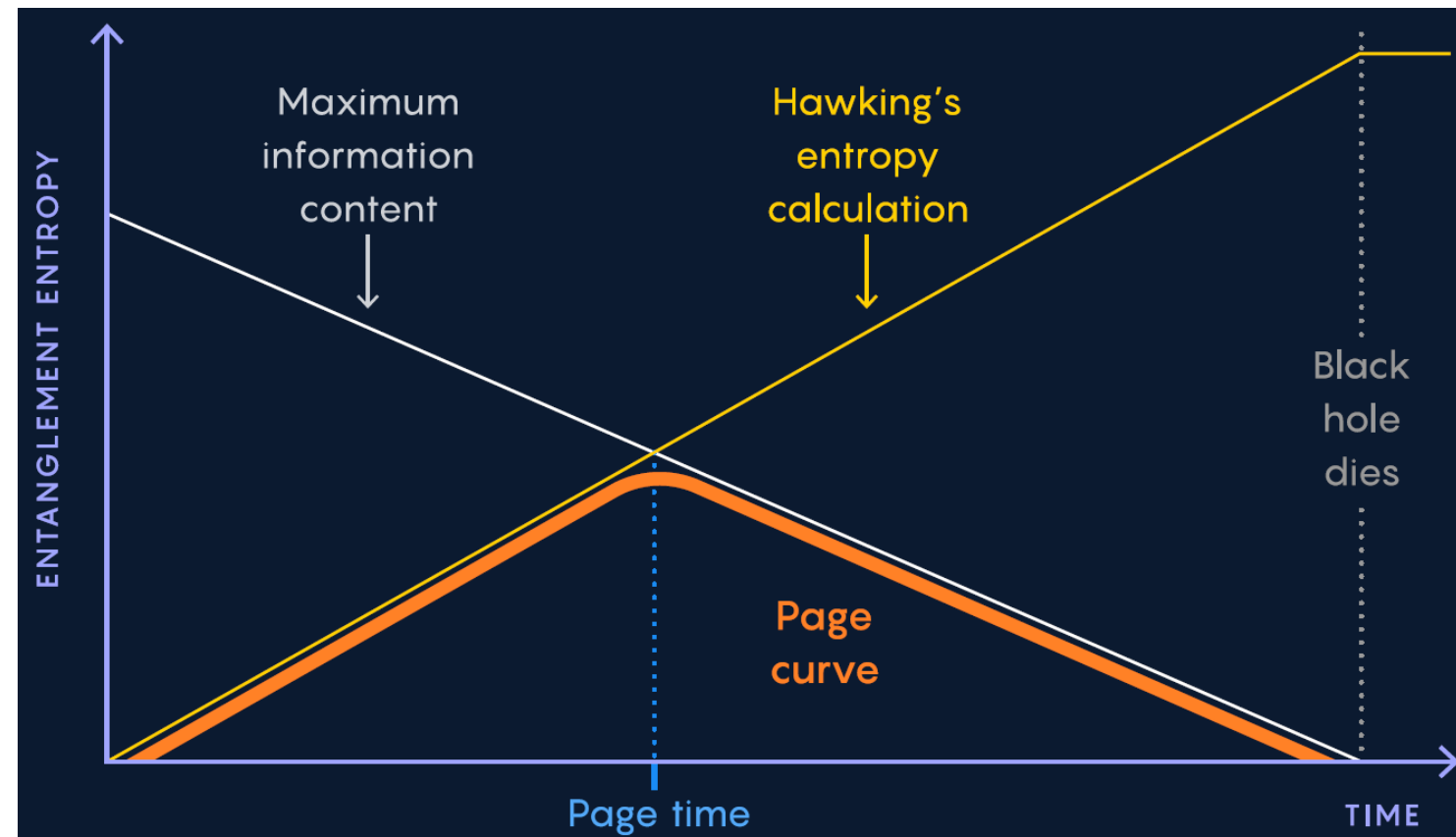


# Page-Kurve

- **Page-Kurve:** Strahlung  $L$  nach  $t_{\text{Page}}$  ist maximal verschränkt mit Strahlung  $R$  vor  $t_{\text{Page}}$  (reiner Zustand)
- **Aber 1:** Einfallender Beobachter sieht  $L$  maximal verschränkt mit Strahlungspartner  $B$
- **Aber 2:** Monogamie der Verschränkung

## „Wahres Informations-Paradoxon“

- Verschränkungsentropie muss Page-Kurve folgen
- Bei  $t_{\text{Page}}$  ist Schwarzes noch sehr groß  $\rightarrow$  es sollten keine Quantengravitationseffekte auftreten
- Keine bekannten physikalischen Gesetze bekannt, die Page-Verlauf induzieren



[The Most Famous Paradox in Physics Nears Its End. <https://www.quantamagazine.org/the-black-hole-information-paradox-comes-to-an-end-20201029/>. Accessed: 2021-01-02]

# Firewall-Paradoxon

- Lösung des Problems: Maximale Verschränkung wird am Horizont aufgelöst
  - Unter Annahme das Inneres des Schwarzes Lochs dieselben Freiheitsgrade besitzt wie Äußeres
- Auflösen führt zu sehr hoher Strahlungsenergie → „Firewall“, ein einfallender Beobachter verbrennt beim Durchschreiten
- Korrelationen zwischen emittierter Strahlung enthalten Informationen

## Konsequenz?

ART: Äquivalenzprinzip aufgeben

QM: Informationserhaltung aufgeben

## Bemerkungen

- Nach wie vor keine eindeutige Lösung für Informationsproblem
- Für alle Lösungsvorschläge (Bsp.: Komplementarität oder Firewall) müssen bestimmte Annahmen gemacht
  - Annahmen wahr? (Bsp: können  $R$  und  $L$  zusammen betrachtet werden, ohne Verschränkung zu ändern?)
  - Annahmen zu beweisen ist schwer

Also keine konkreten Aussagen möglich?

**Doch?**: Neuer Ansatz löst das Firewall-Paradoxon

# Entropie der Hawking-Strahlung

## Zentrales Dogma:

Von außen betrachtet kann ein Schwarzes Loch als Quantensystem betrachtet werden, mit  $A/(4G_N)$  Freiheitsgraden, welches sich unitär unter Zeitentwicklung entwickelt

Berechnung in zwei Schritten:

1. Berechnung der Entropie des Schwarzen Lochs unter Berücksichtigung äußerer Quantenkorrekturen:

$$S = S_{\text{outside}} + \frac{1}{4} \frac{c^3}{G\hbar} A$$

→ Entstehung von Quanten-Extremalflächen

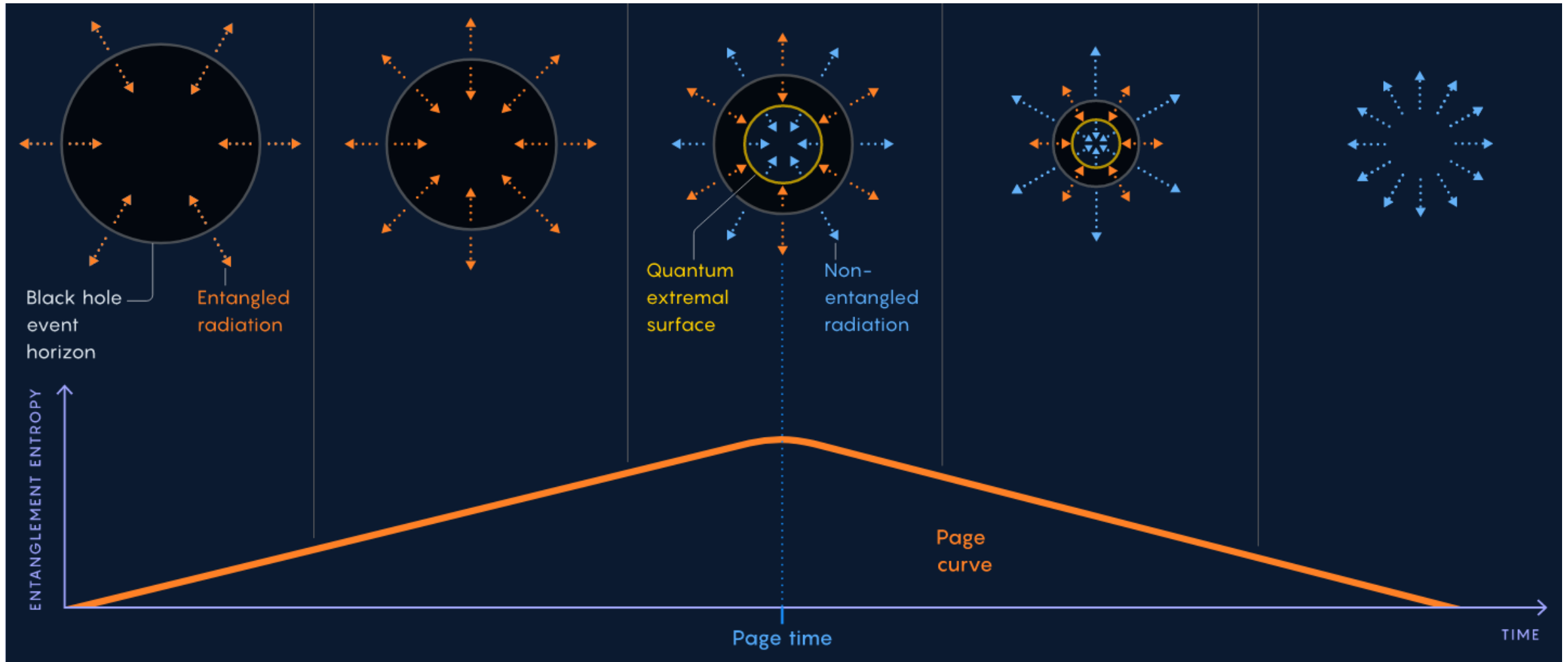
→ Entropie folgt Page-Kurve

2. Berechnung der Entropie der Hawking-Strahlung mit dieser Formel

→ Folgen demselben Verlauf der Page-Kurve

→ Für Berechnung werden Zustände nach semiklassischem Ansatz verwendet, als auch exakte Zustände, wie sie durch Quanten-Gravitationstheorie beschrieben würden

- Berechnung zeigt Entstehung von Quanten-Extremalfläche innerhalb des Horizonts:



[The Most Famous Paradox in Physics Nears Its End. <https://www.quantamagazine.org/the-black-hole-information-paradox-comes-to-an-end-20201029/>. Accessed: 2021-01-02]

Folgerung: Entstehung einer „Verschränkungs-Fläche“ im Innern → Fläche beschreibt nur einen Teil der Freiheitsgrade im Innern des Schwarzen Lochs

**Deutung:**

- Ergebnisse deuten daraufhin, dass Inneres und Äußeres des Schwarzen Lochs in Verbindung stehen
- Während Verdampfung entsteht im Innern immer mehr Information, die mit Hawking-Strahlung verbunden ist

Aber:

- Berechnet wurde die Entropie der Hawking-Strahlung, nicht der genaue quantenmechanische Zustand
- Offen bleibt, warum verschiedene Anfangszustände in denselben Endzustand übergehen

# Zusammenfassung und Ausblick

- Entwicklung des Informationsproblems wurde diskutiert
- Keine eindeutige Antwort auf Informationsproblem Schwarze Löcher
- Keine Hinweise auf konkrete Quanten-Gravitationstheorie
  - Dennoch: Hinweis wo man nach Theorie suchen kann
- Schwarze Löcher weiterhin interessant:
  - gutes Testfeld für viele Bereiche der Physik
  - Zeigen Grenzen aktueller Physik auf



**Vielen Dank für Ihre  
Aufmerksamkeit**

## Literaturverzeichnis

1. Ahmed Almheiri, Thomas Hartman, Juan Maldacena: *The entropy of Hawking radiation*. In: (2020). arXiv: [2006.06872](https://arxiv.org/abs/2006.06872) [hep-th]
2. Joseph Polchinski: The Black Hole Information Problem. In: (2016). arXiv: [arXiv:1609.04036](https://arxiv.org/abs/1609.04036) [hep-th]
3. Ahmed Almheiri, Donald Marolf, James Sully: *Black Holes: Complementarity or Firewalls?*. In: (2013). [arXiv:1207.3123](https://arxiv.org/abs/1207.3123) [hep-th]
4. L.D. Molag: *The Black Hole Firewall Paradox*. In: (2016). University of Utrecht
5. Emanuele Ottino, Maria Walch: *The Firewall Paradox*. University of Heidelberg
6. *The Most Famous Paradox in Physics Nears Its End*. <https://www.quantamagazine.org/the-black-hole-information-paradox-comes-to-an-end-20201029/>. Accessed: 2021-01-02
7. Ovidiu Cristinel Stoica. *Revisiting the Black Hole Entropy and the Information Paradox*. In: (2018). <https://doi.org/10.1155/2018/4130417>
8. Stefano Antonini, John Martyn, Gautam Nambiar. *The Black Hole Information Paradox*. In: (2018). [https://www.cs.umd.edu/class/fall2018/cmsc657/projects/group\\_2.pdf](https://www.cs.umd.edu/class/fall2018/cmsc657/projects/group_2.pdf)
9. Prof. Dr. Dieter Lüst. *Black Hole Information and Thermodynamics*. [https://www.theorie.physik.uni-muenchen.de/MATH/teaching/luest\\_black\\_hole\\_lecture\\_notes.pdf](https://www.theorie.physik.uni-muenchen.de/MATH/teaching/luest_black_hole_lecture_notes.pdf)