

```
dhs:
                           ptex Csqrt(fcomplex z)
 lex RCmul(float x, for
                                 f oat
                                              (0) && (z.i = 0.0))
mplex Cinv( fcomplex z)
                                } else
```

Ist das Universum ein Computer?

Jannis Speer

17.12.20

Big Questions Seminar



Inhalt

- Historische Einführung
- Information
- Turingmaschine
- Das Universum als universeller digitaler Computer
- Quantencomputer
- Das Universum als Quantencomputer
- Gegenposition Das Universum ist kein Computer



Historische Einführung: Digitale Physik 1

- ursprüngliche Idee: Konrad Zuses Buch Rechnender Raum (1969)
- Hypothese: Universum ist digitaler Computer, genauer: zellulärer Automat
- Kompatibilität von Computern mit: Informationstheorie, statistischer Mechanik, Quantenmechanik
- Begriff geprägt durch Edward Fredkin, alternativ: digitale Philosophie
- → Digitale Physik: Theorien mit Prämisse, Universum durch Information beschreibbar ist

¹Digital physics, Wikipedia

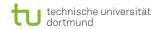


Digitale Physik - verschiedene Perspektiven 1

- Weizsäckers Quantentheorie der Ur-Alternativen:
 - lediglich 2 Entitäten: Struktur der Zeit, binäre Alternativen
 - abstrakt, nicht-lokal, keine feldtheoretischen Voraussetzungen
- Wheelers It from Bit:
 - · klassisch: Realität existiert und wird gemessen
 - · hier: Messung schafft Realität
- Pancomputationalism:
 - Digitaler Computer vs. Quantencomputer
 - Zufälligkeit und Komplexität des Universums? Effizienz?
- Tegmarks Mathematical-Universe-Hypothese (MUH)
 - Universum ist Mathematik, mathematische Existenz = physikalische Existenz

J. Speer | 17.12.20 4 / 28

¹Digital physics, Wikipedia



Informationstheorie 3 4

... beschäftigt sich mit Quantifizierung, Speicherung und Übertragung von Information

- Konzept von Information hat verschiedene Bedeutungen verwandt mit: Nachricht. Kommunikation. Daten. Wissen
- hier: Information ist Folge von Symbolen aus einem Alphabet $Z = \{z_1, z_2, ..., z_m\}$
- Informationsgehalt eines Zeichens: $I(z) = -\log_a(p_z)$ mit Wahrscheinlichkeit p_z , Mächtigkeit a
- Entropie eines Zeichens (Shannon): $H = E[I] = \sum_{z \in Z} p_z I(z) = -\sum_{z \in Z} p_z \log_a(p_z)$

01101100 01101111 01110110 01100101

Abbildung: binäre Information. 2

²cleanpng.com

³Information, Wikipedia

⁴Information theory, Wikipedia



physikalische Information und Entropie ⁵

- Information beschreibt physikalisches System:
 - Information löst Ungewissheit über Zustand eines physikalischen Systems
 - Information ist Messung für Wahrscheinlichkeit eines Zustandes
- fehlende Information = nötige Information, um Zustand zu beschreiben = $I = -k \sum_{i=1}^{n} p_i \ln(p_i)$ mit p_i der Wahrscheinlichkeiten der n Zustände des Systems
 - \rightarrow binäre Entropie der Informationstheorie: $k = \ln(2)^{-1}$
 - \rightarrow Gibbs Entropie: $k = k_b$
- Von Neumann Entropie, QM-Analogon: $S(\rho) = -Tr(\rho \ln \rho)$ mit Dichtematrix ρ

J. Speer | 17.12.20 6 / 28

⁵Physical information, Wikipedia



Algorithmische Informationstheorie ⁶

- Bestimmung des Informationsgehalt über Kolmogorow-Komplexität
- Kolmogorow-Komplexität:
 - Informationsgehalts einer Zeichenkette = Länge des kleinsten Algorithmus, der Zeichenkette erzeugt
 - nicht berechenbar, aufgrund des Halteproblems kleinster Algorithmus nicht bestimmbar
 - unabhängig von der verwendeten universellen Programmiersprache abgesehen von additiver Konstante c

1000110111100101

- algorithmic randomness:
 - Zeichenkette ist zufällig, wenn Kolmogorow-Komplexität >= Länge der Zeichenkette
 - Zufälligkeit einer endlichen Zeichenkette abhängig von universellen Programmiersprache
- algorithmic probability: kurze Algorithmen sind wahrscheinlicher als lange

J. Speer | 17.12.20 7/28

⁶Algorithmic information theory, Wikipedia



Digitale Information, Boolesche Algebra, Klassische Logik

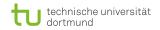
- Digitale Information: diskrete endliche Darstellung →Ziffern, Buchstaben →binär
- Boolesche Algebra mit Operatoren:
 - ∧ UND v ODER ¬ NICHT
- klassische Logik:
 - Prinzip der Zweiwertigkeit
 - Prinzip der Extensionalität

\boldsymbol{x}	y	$x \wedge y$	$x \vee y$	\boldsymbol{x}	$\neg x$
0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0
0	1	0	1		
1	1	1	1		

Abbildung: Boolesche Algebra. 7

J. Speer | 17.12.20 8 / 28

⁷Boolean Algebra

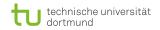


Vor Turing 8

- Formulierung des Hilbertprogramms in 1920er
- Ziel: Nachweis der Widerspruchsfreiheit der Axiomensysteme der Mathematik
- → Entscheidungsproblem: "First, was mathematics complete ... Second, was mathematics consistent ... And thirdly, was mathematics decidable?"
- → Beantwortung durch Gödels Unvollständigkeitssätze
- Was ist mathematisch exakt betrachtet ein Algorithmus?

J. Speer | 17.12.20 9 / 28

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013



Turingmaschine - informelle Einführung 8

- Interpretation von Logik als Prozess
- Definition Algorithmus und der Berechenbarkeit
- Analogie eines denkenden, lesenden und schreibenden Mathematikers

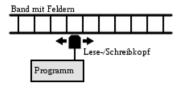


Abbildung: Turingmaschine. 9

- Speicherband: unendlich viele, sequentiell angeordnete Felder
- Feld: nimmt einen von endlich vielen Zuständen an
- Lese-Schreib-Kopf: Verarbeitung von Information, nimmt einen von endlich vielen Zuständen an

Prozess:

- Kopf liest Zustand des aktuellen Feldes
- Kopf verarbeitet eignen Zustand und Feldzustand (Überführungsfunktion)
- Änderung des Kopf und Feldzustandes
- Kopf bewegt sich ein Feld nach rechts oder links

Turingmaschine:

⁹Turingmaschine, Wikipedia

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013



Anmerkungen zur Turingmaschine 8

Universelle Turingmaschine (UTM):

- UTM simuliert beliebig Turingmaschine für beliebigen Input
- Speicherung der Turingmaschine und des Inputs auf Speicherband der UTM
- → Halteproblem

Algorithmus:

- Ausführbarkeit
- Statistische Finitheit
- Dynamische Finitheit
- Terminierung
- optional:
 - · Determiniertheit
 - · Determinismus

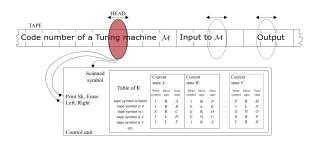


Abbildung: Universelle Turingmaschine. 10

¹⁰Universal Turing machine, Wikipedia

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013



Anmerkungen zur Turingmaschine 8

Halteproblem:

- Analog zu Gödels Unvollständigkeitssatz:
 - Logik ist selbst-widersprechend und unvollständig
 - Problem von auf sich selbst bezogene Behauptungen
 - Lügner-Paradox: "Dieser Satz ist falsch."
- Keine UTM kann Frage beantworten, ob eine beliebige Turingmaschine anhält (Antwort liefert)
- Konstruktion von selbst-widersprechender UTM:

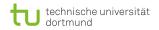
Result: Hält beliebige Turingmaschine T an? **begin**

end

Church-Turing-These:

- Jede intuitiv berechenbare Funktion kann durch eine UTM berechnet werden
- intuitiv berechenbar: mathematisch ungenauer Begriff
- Turing-berechenbar: Existenz von (terminierendem) Algorithmus
- striktere, physikalische Version: Church-Turing-Deutsch-Hypothese
- UTM kann jeden physikalischen Prozess simulieren

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013



Universum als universeller digitaler Computer 8

- Digitaler Computer = System, das jede Folge von logischen Operationen ausführen kann
- Frage: Ist das Universum ein universeller digitaler Computer?
- → Frage I: Kann das Universum universelle digitale Berchenungen nach Turing durchführen?
- → Frage II: Keine eine klassische UTM effektiv die physikalischen Prozesse des Universum simulieren?
- naive Antwort: ja
- elektronischer Computer ≈ universeller digitaler Computer, der UTM simulieren kann
- Church-Turing-Deutsch-Hypothese

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013



Universum als universeller digitaler Computer 2 $^{\rm 8}$

Frage I:

- UTM benötigt unendlich viel Speicherplatz
- Liefer da Universum unendlich erweiterbaren Speicherplatz?
- echte elektrische Computer können als UTM verstanden werden, trotz endlichem Speicher
- Existenz von elektrischen Computer
- → Antwort: Gesetze der Physik ermöglichen wahrscheinlich universellen digitalen Computer

Frage II:

- UTM kann jeden berechenbaren physikalischen Prozess simulieren
- aber auch effizient auf kleinen Volumen von Raum und Zeit?
- → Antwort: wahrscheinlich nicht

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013



Architektur des universellen digitalen Computers ⁸

- Gesetze der Physik sind: lokal, homogen und isotrop
- → Computer-Version: zellulärer Automat
 - Anordnung von Zellen mit endlichen Möglichkeit an Zusänden
 - Zellen werden aktualisiert als Funktion des Zustandes der Zelle und ihrer Nachbarn
 - Universum als sich selbst reproduzierender zellulärer Automat
 - Universum besteht aus Bits, die lokalen logischen Operationen unterliegen
- → Frage III: Ist das Universum ein zellulärer Automat?

rule 30 (00011110)

7 6 5 4 3 2 1 0

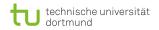
the next generation of the automaton

current automaton contents

Abbildung: eindimensionaler zellulärer Automat. 11

¹¹Cellular automaton, Wikipedia

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013



Effizienz von digitalen Computern in Quantensimulationen ⁸

■ Bell Theorem:

Quanteneffekte (Verschränkung) nicht berechenbar durch klassische lokale Modelle mit versteckten Variablen

- benötigen nicht-lokale Modelle mit:
 - superluminare Kommunikation
 - aufwendiger Simulation von Qubit
- → Antwort Frage III: Universum kein zellulärer Automat
- System mit N Subssytemen, z.B. N Kernspins, benötigt $O(2^N)$ klassische Bits
- benötigt exponentielle Kompression, die (noch) nicht existiert
- → Antwort Frage II: klassicher digitalen Computern wahrscheinlich nicht effizient

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013

Qubit 14

- Analogon zu klassischem Bit, Basis-Einheit der Ouateninformation
- reiner Zustand eines Qubits als Superposition der zwei Basiszutände

$$|\phi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$
 mit Basiszutänden $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $|\alpha|^2 |\beta|^2 = 1$

System aus mehreren Qubits mit Tensorprodukt:

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle = \begin{pmatrix} 1\\0\\0\\0 \end{pmatrix}, |01\rangle = \begin{pmatrix} 0\\1\\0\\0 \end{pmatrix}, |10\rangle = \begin{pmatrix} 0\\0\\1\\0 \end{pmatrix}, |11\rangle = \begin{pmatrix} 1\\0\\0\\1 \end{pmatrix}$$

■ n-Qubits $\rightarrow 2^n$ -dim. Hilbertraum $\rightarrow 2^n$ klassische Bits

$$\alpha = \exp(i\psi) \cdot \cos(\theta/2) = \cos(\theta/2)$$

$$\alpha = \exp(i(\psi + \phi) \cdot \sin(\theta/2) = \exp(i\phi) \cdot \sin(\theta/2)$$

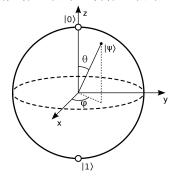


Abbildung: Bloch Kugel. 12

[■] Bloch-Kugel - Repräsentation eines reinen Zustandes

¹² Qubit, Wikipedia

¹⁴Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020



Quantenverschränkung 14 12

■ Produkt von 1-Qubit-Zuständen ergibt *n*-Qubit-Zustand:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_{1} + |1\rangle_{1}) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_{2} - |1\rangle_{2}) = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

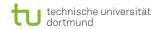
- nicht jeder n-Qubit-Zustand darstellbar als Produkt von 1-Qubit-Zuständen →Verschränkung

Im verschränkten Zustand:

- fehlende Information über Zustand des einzelnen Qubits
- → gemischter Zustand, Beschreibung über Dichtematrix
- erst durch Messung ist genauer Zustand bekannt
- Messung des erste Qubits in perfekter Korrelation mit zweitem Qubit
- keine Abhängigkeit von Entfernung →nichtlokal

¹⁴Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020

¹² Oubit, Wikipedia



Quantencomputer

- wichtige Prinzipien: Superposition und Verschränkung
- Quantenregister ← → klassische Register (Zeichenkette)
- Quantengatter ← → Logikgatter



Abbildung: IBM Quantencomputer. 15

¹⁵IBM Quantencomputer, digitalbusiness-cloud.de, 2016



Quantenregister 13

- Analog zu klassischem Computer: Zusammenfassung mehrerer Bits zu Register (Zeichenkette)
- → Quantenregister = Tensorprodukt einzelner 1-Qubit-Zustände
- Register im Zustand 01010100 → Quantenregister im Zustand | 01010100)
- Zustand eines Quantenregisters mit *N*-Qubits:

$$\psi = \textstyle \sum_{i_1 \dots i_N} c_{i_1 \dots i_N} \left| i_1 \dots i_N \right\rangle$$

■ Messung des Zustand des Quantenregisters →Informationsgehalt: Quantenregister = klassisches Register

¹³Ouantencomputer, Wikipedia



Quantengatter 14

- Logikgatter: Anordnung zur Ausführung logischer Operatoren auf Bits
- Quantengatter: Ausführung von Operatoren auf Qubit-Zuständen
- $U |\phi_1\rangle = |\phi_2\rangle$
- Beispiele:

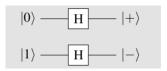


Abbildung: Hadamard-Gatter. 14

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = |+\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = |-\rangle$$

Abbildung: CNOT-Gatter. 14

J. Speer | 17.12.20 21 / 28

A: $|0\rangle \longrightarrow |0\rangle$ $|0\rangle \longrightarrow |0\rangle$ B: $|0\rangle \longrightarrow |0\rangle$ $|1\rangle \longrightarrow |1\rangle$ $|1\rangle \longrightarrow |1\rangle$ $|1\rangle \longrightarrow |1\rangle$ $|1\rangle \longrightarrow |1\rangle$ $|1\rangle \longrightarrow |1\rangle$ CNOT

¹⁴Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020



Kombination von Hadamard und CNOT für Bell-Zustand

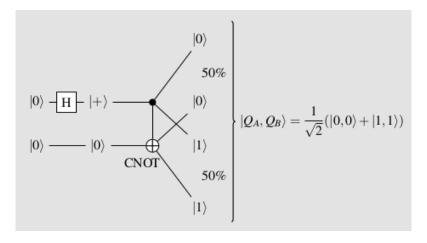


Abbildung: kombiniertes Hadamard- und CNOT-Gatter für Bell-Zustand. ¹⁴

J. Speer | 17.12.20 22 / 28

¹⁴Mit Quanten rechnen, Beatrice Marie Ellerhoff, Springer, 2020



Universum als Quantencomputer 8

- Frage I: Erlaubt das Universum Quantencomputer?
- Antwort: ja, aber...
 - ... Unbegrenzter Speicherplatz im Universum?
 - ... Technische Fähigkeit, großangelegten Quantencomputer zu bauen fehlt uns (noch)
- Frage II: Kann ein Quantencomputer effektiv die physikalischen Prozesse des Universum simulieren?
- Antwort: wahrscheinlich

Prinzipien des Universums = Prinzipien von Quantencomputern Grenze für Hochenergie-Dynamik notwendig → Planck-Skala

- Frage III: Ist das Universum ein quantenphysikalischer zellulärer Automat?
- Antwort: wahrscheinlich

Ableitung von zellulärem Automat aus Gitter-Eichtheorien aktuelle Beobachtungen: Prozesse des Universums sind homogen, isotrop und lokal

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013



Universum als quantenphysikalischer zellulärer Automat 8

- Antwort auf Frage:
- Warum ist das Universum so strukturiert und trotzdem so komplex?
- Erwartung: einfacher Anfangszustand + einfache Gesetze → einfacher aktueller Zustand
- Realität: Universum voller komplexer Strukturen
- Erklärung:
 - bildliche Vorstellung: Affen bedienen Tastatur des Universums
 - produzieren viele nicht funktionierende Programme
 - aber auch zufällig viele funktionierende <u>kurze</u> Programme
 - kurze Programme erzeugen scheinbar komplexe Strukturen → Kolmogorow-Komplexität vs. klassicher Informationsgehalt
 - <u>kürzesten</u> Programme sind zufällig, sonst existieren noch kürzere Programme, die selbe Struktur erzeugen
 - → Quantenfluktuation für Erzeugung von zufälligen Bits

⁸The Universe as Quantum Computer, Seth Lloyd, 2013



Kritikpunkte: Universum als Quantencomputer 16

Fragen nicht geklärt:

Ist das Universum deterministisch oder zufällig?

Was ist Effizienz von klassischen Computern für Quanteneffekte?

- echter Zufall = maximale Kolmogorow-Komplexität
- Prinzip von Occam's razor: Favorisiere einfache Erklärungen → Echter Zufall ist keine gute Wahl
- Annahme: kürzesten Programme sind zufällig, sonst existieren noch kürzere Programme, die selbe Struktur erzeugen
- nicht belegbar → Kolmogorow-Komplexität/Halteproblem nicht berechenbar

J. Speer | 17.12.20 25 / 28

¹⁶The Computational Universe, Jürgen Schmidhuber, 2006



Gegenposition - Das Universum ist kein Computer ¹⁷

- Newtonian Schema Universe (NSU):
 - Universum beschrieben durch dynamische Gleichungen
 - Universum als Computer: Anfangszustand Berechnung Endzustand
- Lagrangian Schema Universe (LSU):
 - Universum beschrieben durch Lagrangedichte
 - Universum als globales vierdimensionales Randwertproblem
 - Vorteile:
 - gleicher Lösungsweg für jede Teilmenge des Universum →Änlichkeit von kausal nicht verbundenen Teile des Universums
 - elegante Einbindung von Quanteneffekten und Allgemeine Relativitätstheorie →keine Trennung von Raum und Zeit wie bei dynamischer Berechnung von Computer

J. Speer | 17.12.20 26 / 28

¹⁷Questioning the Foundations of Physics, Anthony Aguirre, Brendan Foster and Zeeya Merali, Springer, 2014



Ausblick

- Ist das Universum ein digitaler Computer?
- dafür sprechen:
 - enger Zusammenhang zwischen Informationsverarbeitung zwischen Computern und dem Universum
 - Effizienz von digitalen Computern fraglich
- Ist das Universum ein Quantencomputer?
 - Quantencomputer kann fundamentalen Quanteneffekte des Universums beschreiben
 - Erklärung für Koexistenz von Zufälligkeit und Ordnung des Universums
- offene Fragen:
 - Ist das Universum deterministisch oder zufällig?
 - Bietet das Universum unendlich viel Speicherplatz?
 - Wie viel Information beinhaltet das Universum? →nächster Vortrag

J. Speer | 17.12.20 27 / 28



Literaturverzeichnis

- 1 https://en.wikipedia.org/wiki/Digital_physics
- 2 https://de.cleanpng.com/png-5mw0s2/
- 3 https://en.wikipedia.org/wiki/Information
- 4 https://en.wikipedia.org/wiki/Information_theory
- **5** https://en.wikipedia.org/wiki/Physical_information
- 6 https://en.wikipedia.org/wiki/Algorithmic_information_theory

8

- 7 https://en.wikipedia.org/wiki/Boolean_algebra
- 9 https://de.wikipedia.org/wiki/Turingmaschine
- 10 https://en.wikipedia.org/wiki/Universal_Turing_machine
- 11 https://en.wikipedia.org/wiki/Cellular_automaton
- 12 https://en.wikipedia.org/wiki/Qubit
- 13 https://de.wikipedia.org/wiki/Quantencomputer

14

15 https://www.digitalbusiness-cloud.de/ibm-quantencomputer-ueber-die-cloud-fuer-jedermann/

16

17

J. Speer | 17.12.20 28 / 28