3.6 结点电压法

1. 结点电压法

以结点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法。适用于结点较少的电路。

- 基本思想:

选结点电压为未知量，则 KVL 自动满足，无需列写 KVL 方程。各支路电流、电压可视为结点电压的线性组合，求出结点电压后，便可方便地得到各支路电压、电流。

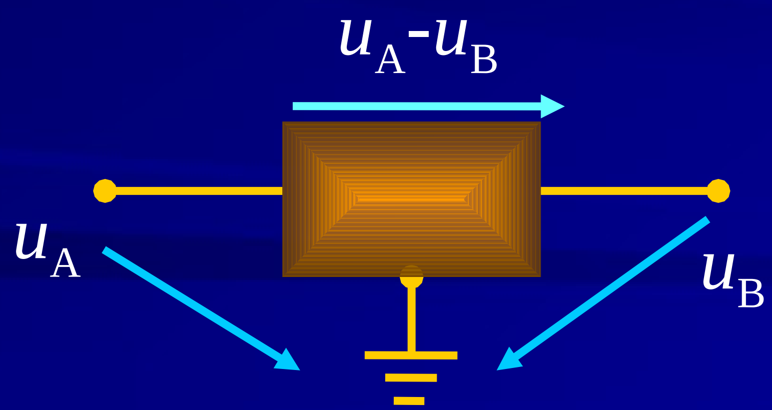
● 列写的方程

结点电压法列写的是结点上的 KCL 方程，独立方程数为：$(n-1)$

注意

① 与支路电流法相比，方程数减少 b-(n-1) 个。

② 任意选择参考点：其它结点与参考点的电位差即为结点电压 (位)，方向为从独立结点指向参考结点。



$$(u_A-u_B)+u_B-u_A=0$$

KVL 自动满足

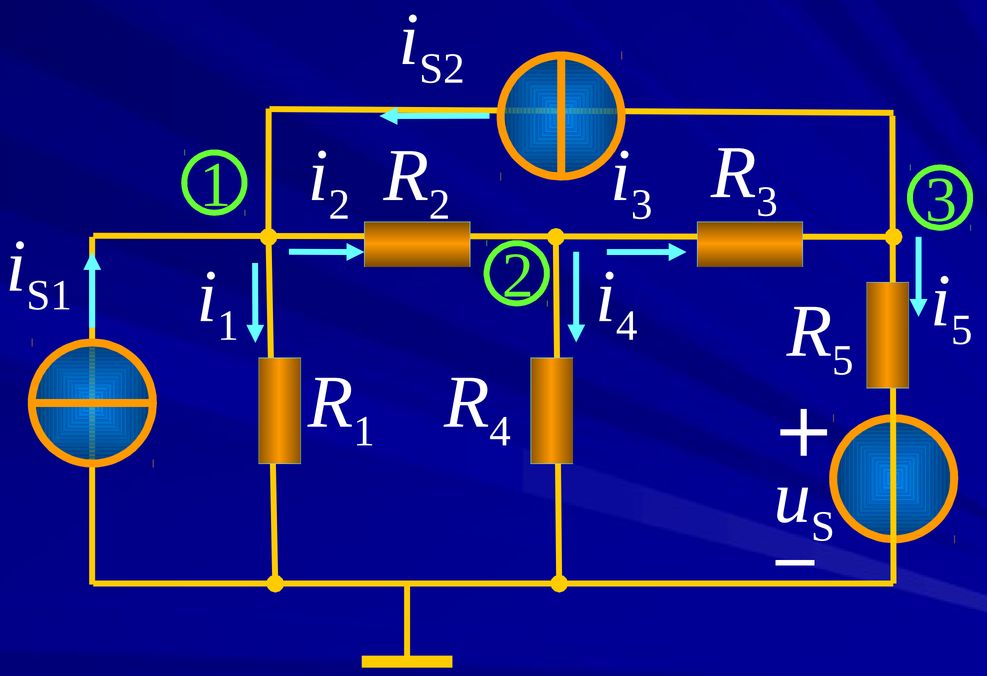
2. 方程的列写

①选定参考结点，标明其余 n - 1 个独立结点的电压

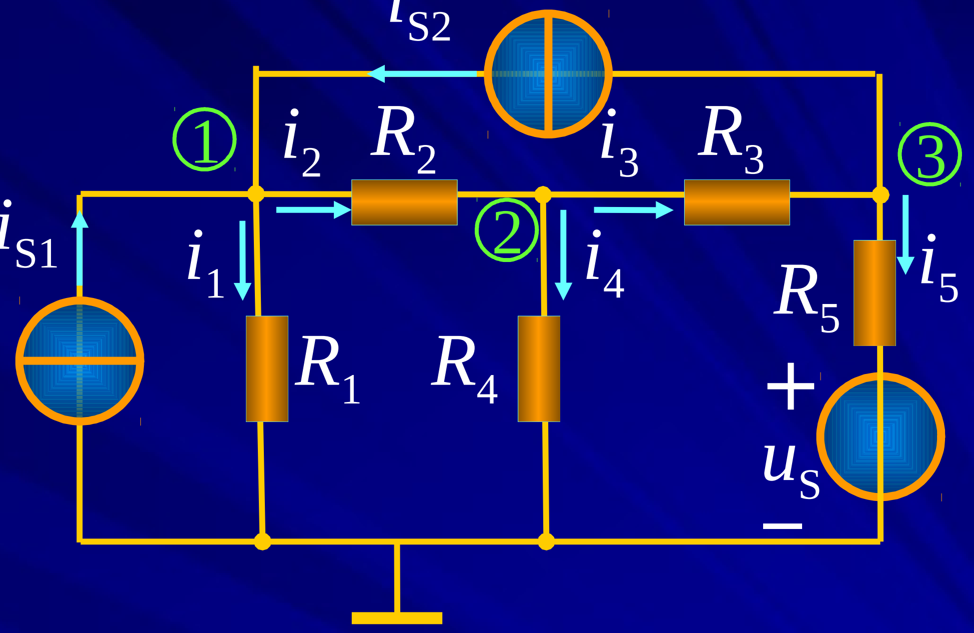
②列 KCL 方程:

$$\sum i_{R出} = \sum i_{S入}$$

$$\begin{cases} i_1+i_2=i_{S1}+i_{S2} \\ -i_2+i_4+i_3=0 \\ -i_3+i_5=-i_{S2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} i_1+i_2=i_{S1}+i_{S2} \\ -i_2+i_4+i_3=0 \\ -i_3+i_5=-i_{S2} \end{cases}$$



把支路电流用结点电压表示:

$$\begin{cases} \dfrac{u_{n1}}{R_1}+\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_2}=i_{S1}+i_{S2} \\ -\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_2}+\dfrac{u_{n2}-u_{n3}}{R_3}+\dfrac{u_{n2}}{R_4}=0 \\ -\dfrac{u_{n2}-u_{n3}}{R_3}+\dfrac{u_{n3}-u_S}{R_5}=-i_{S2} \end{cases}$$

整理得：

$$
\begin{cases}
\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)u_{n1}-\left(\dfrac{1}{R_2}\right)u_{n2}=i_{S1}+i_{S2} \\
-\dfrac{1}{R_2}u_{n1}+\left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n2}-\dfrac{1}{R_3}u_{n3}=0 \\
-\left(\dfrac{1}{R_3}\right)u_{n2}+\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_5}\right)u_{n3}=-i_{S2}+\dfrac{u_S}{R_5}
\end{cases}
$$

等效电流源

令 $G_k=1/R_k, k=1,2,3,4,5$

上式简记为：

$$
\begin{cases}
G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{Sn1} \\
G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{Sn2} \\
G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{Sn3}
\end{cases}
$$

标准形式的结点电压方程

小结

$G_{11}=G_1+G_2$ 结点 1 的自电导

$G_{22}=G_2+G_3+G_4$ 结点 2 的自电导

$G_{33}=G_3+G_5$ 结点 3 的自电导

结点的自电导等于接在该结点上所有支路的电导之和。

$G_{12}= G_{21} =-G_2$ 结点 1 与结点 2 之间的互电导

$G_{23}= G_{32} =-G_3$ 结点 2 与结点 3 之间的互电导

互电导为接在结点与结点之间所有支路的电导之和，总为负值。

$i_{Sn1}=i_{S1}+i_{S2}$ 流入结点 1 的电流源电流的代数和。

$i_{Sn3}=-i_{S2}+u_S/R_5$ 流入结点 3 的电流源电流的代数和。

流入结点取正号，流出取负号。

由结点电压方程求得各结点电压后即可求得各支路电压，各支路电流可用结点电压表示：

$$i_1=\frac{u_{n1}}{R_1} \qquad i_2=\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_2} \qquad i_3=\frac{u_{n2}-u_{n3}}{R_3}$$

$$i_4=\frac{u_{n2}}{R_4} \qquad i_5=\frac{u_{n3}-u_S}{R_5}$$

结点法标准形式的方程:

$$
\begin{cases}
G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\ldots+G_{1,n-1}u_{n,n-1}=i_{Sn1} \\
G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\ldots+G_{2,n-1}u_{n,n-1}=i_{Sn2} \\
\text{□ □ □ □} \\
G_{n-1,1}u_{n1}+G_{n-1,2}u_{n2}+\ldots+G_{n-1,n}u_{n,n-1}=i_{Sn,n-1}
\end{cases}
$$

G_{ii} —— 自电导，总为正。

$G_{ij}=G_{ji}$—— 互电导，结点 i 与结点 j 之间所有支路电导之和，总为负。

i_{Sni} —— 流入结点 i 的所有电流源电流的代数和

注意。电路不含受控源时，系数矩阵为对称阵。

总结

结点法的一般步骤:

(1) 选定参考结点，标定 n-1 个独立结点;

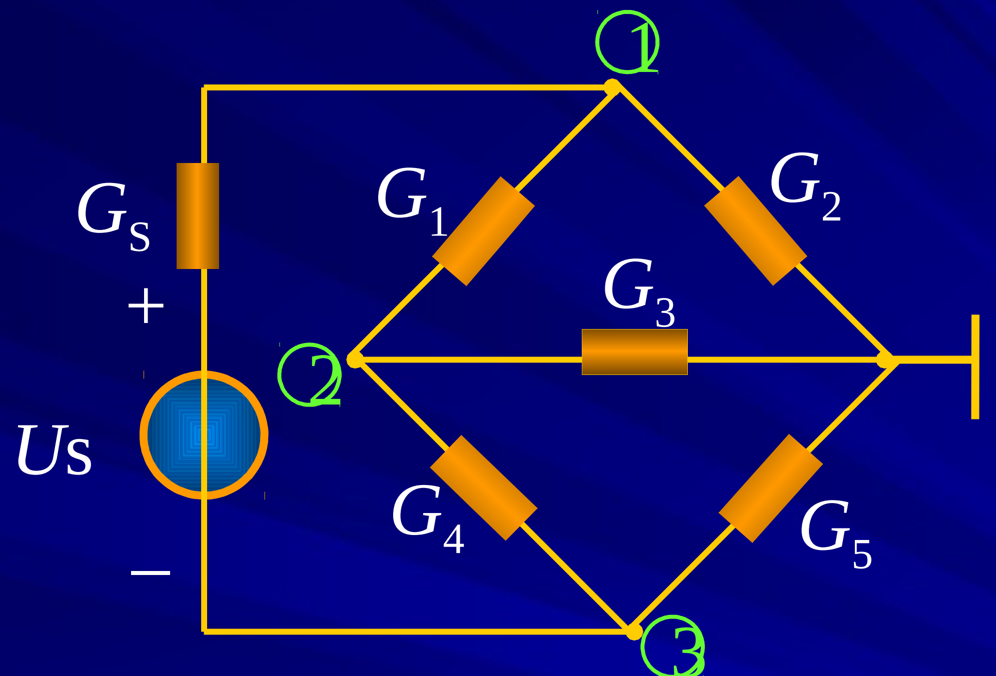
(2) 对 n-1 个独立结点，以结点电压为未知量，列写其 KCL 方程;

(3) 求解上述方程，得到 n-1 个结点电压;

(4) 通过结点电压求各支路电流;

(5) 其它分析。

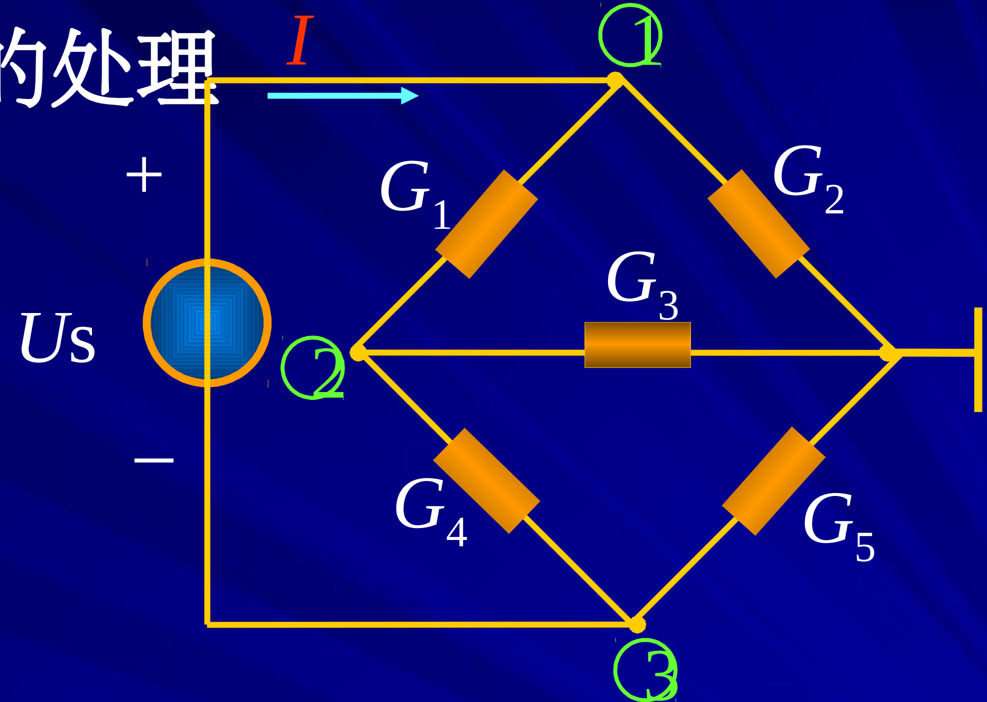
例 试列写电路的结点电压方程



$$
\begin{cases}
(G_1+G_2+G_S)U_1-G_1U_2-G_sU_3=G_SU_S \\
-G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_4U_3=0 \\
-G_SU_1-G_4U_2+(G_4+G_5+G_S)U_3=-U_SG_S
\end{cases}
$$

3. 无伴电压源支路的处理

① 以电压源电流为变量，增补结点电压与电压源间的关系。



$$
\begin{cases}
(G_1+G_2)U_1-G_1U_2=I \\
-G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_4U_3=0 \\
-G_4U_2+(G_4+G_5)U_3=-I
\end{cases}
$$

看成电流源

增补方程：

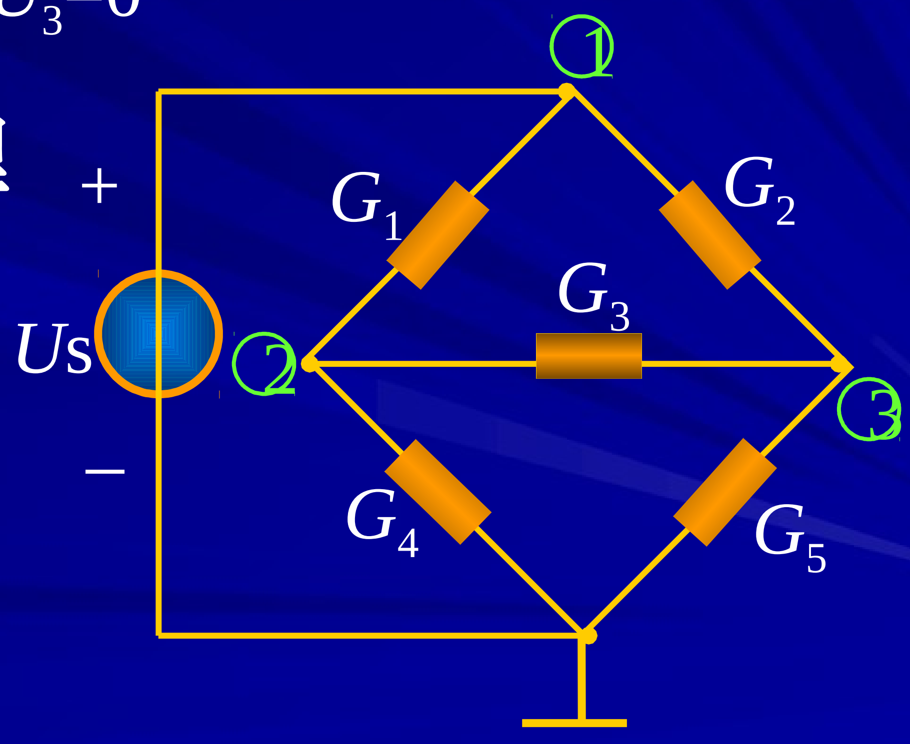
$$U_1-U_3=U_S$$

② 选择合适的参考点

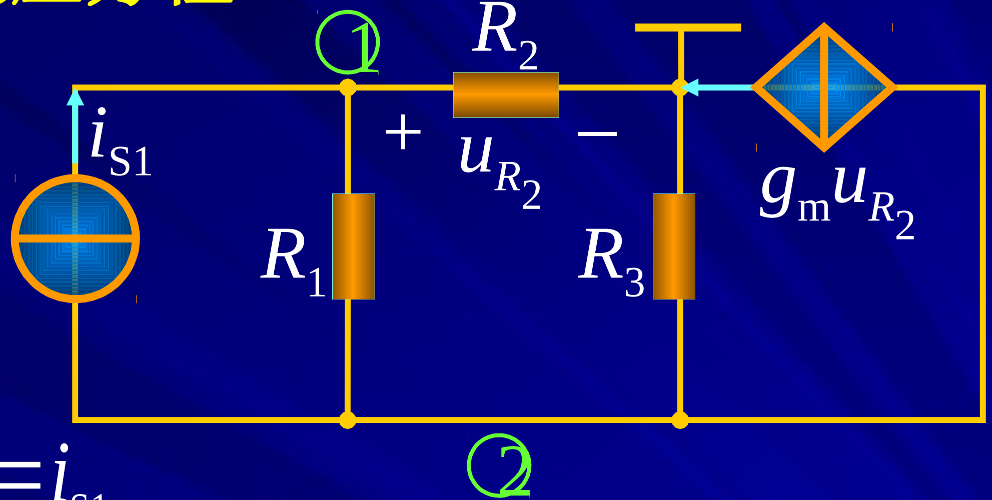
$$
\begin{cases}
U_1 = U_S \\
-G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2 - G_3U_3 = 0 \\
-G_2U_1 - G_3U_2+(G_2+G_3+G_5)U_3 = 0
\end{cases}
$$

4. 受控电源支路的处理

对含有受控电源支路的电路，先把受控源看作独立电源列方程，再将控制量用结点电压表示。



例 1列写电路的结点电压方程

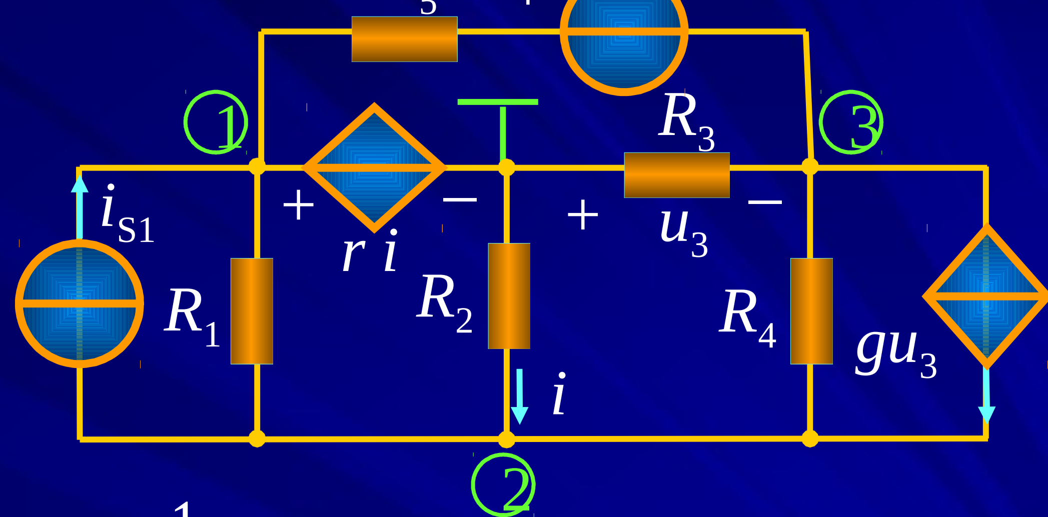


① 先把受控源当作独立源列方程；

$$
\begin{cases}
\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)u_{n1}-\dfrac{1}{R_1}u_{n2}=i_{S1} \\
-\dfrac{1}{R_1}u_{n1}+\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_3}\right)u_{n2}=-g_m u_{R_2}-i_{S1} \\
u_{R2}=u_{n1}
\end{cases}
$$

② 用结点电压表示控制量。

例 2列写电路的结点电压方程



解 ① 设参考点

② 把受控源当作独立源列方程；

$$
\begin{cases}
u_{n1} = ri \\
-\dfrac{1}{R_1}u_{n1} + \left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_4}\right)u_{n2} - \dfrac{1}{R_4}u_{n3} = -i_{S1} + gu_3 \\
-\dfrac{1}{R_5}u_{n1} - \dfrac{1}{R_4}u_{n2} + \left(\dfrac{1}{R_4} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_5}\right)u_{n3} = -gu_3 - \dfrac{u_S}{R_5}
\end{cases}
$$

③ 用结点电压表示控制量。

$$u_3 = -u_{n3}$$

$$i = -u_{n2}/R_2$$

例 3列写电路的结点电压方程

解

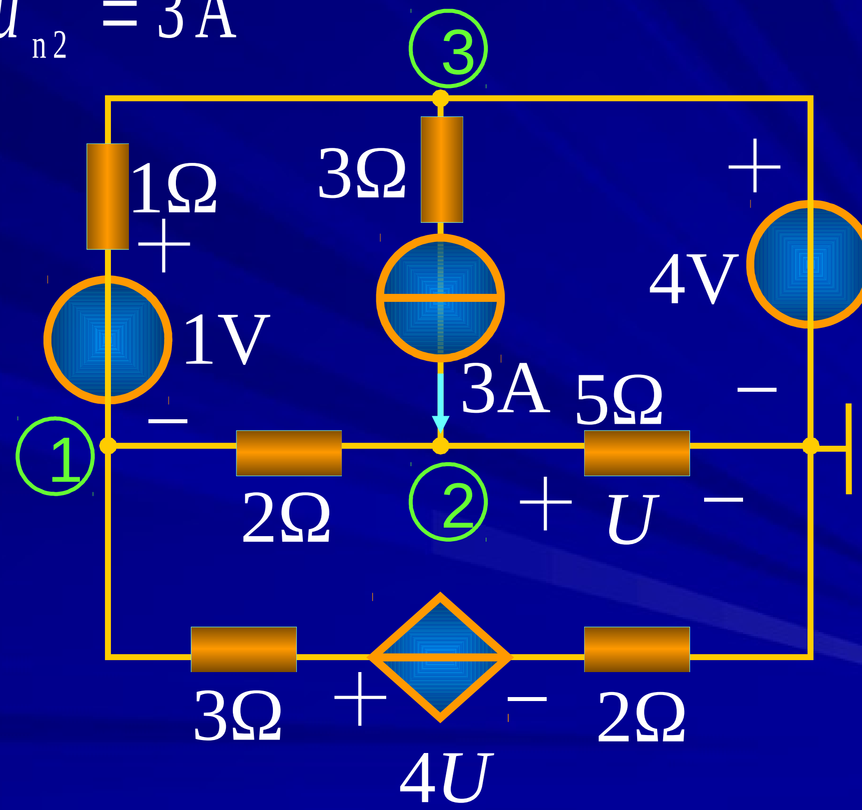
$$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3+2}\right)u_{n1}-\frac{1}{2}u_{n2}-u_{n3}=-1+\frac{4U}{5}$$

$$-0.5u_{n1}+(0.5+0.2)u_{n2}=3\mathrm{A}$$

$$u_{n3}=4\mathrm{V}$$

增补方程：

$$U=U_{n2}$$

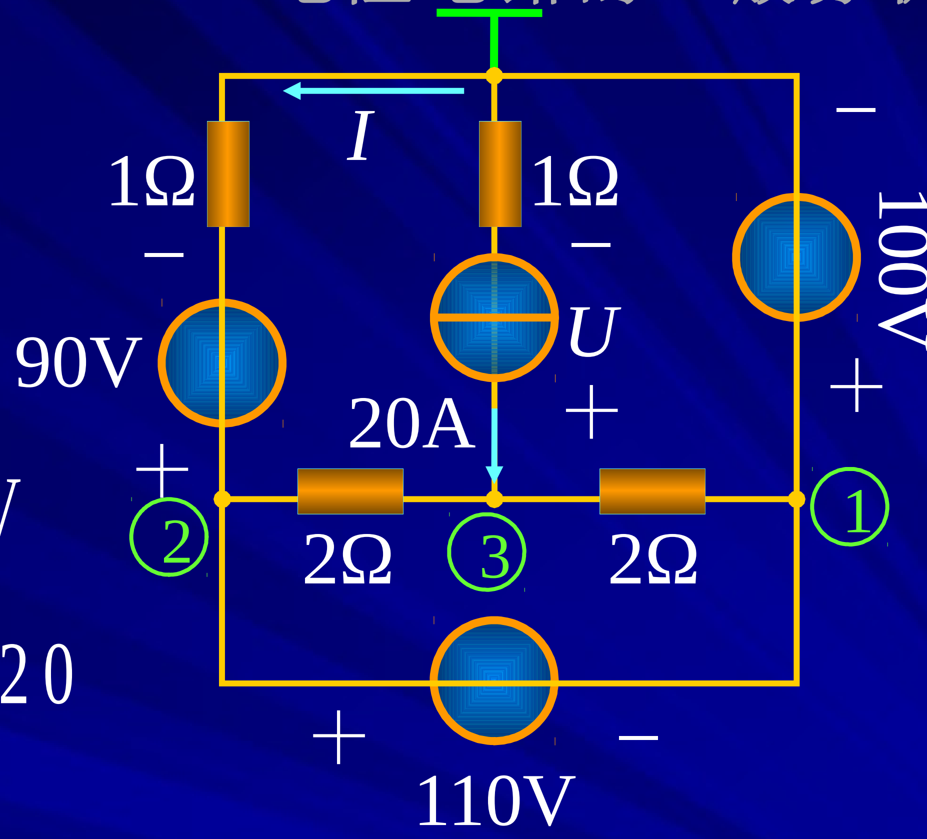


注意

与电流源串接的电阻不参与列方程。

例　求电压 U 和电流 I

解1　应用结点法



$$u_{n1} = 100\text{V}$$

$$u_{n2} = 100 + 110 = 210\text{V}$$

$$-0.5u_{n1} - 0.5u_{n2} + u_{n3} = 20$$

解得:

$$u_{n3} = 20 + 50 + 105 = 175\text{V}$$

$$U = u_{n3} + 1 \times 20 = 195\text{V}$$

$$I = -(u_{n2} - 90)/1 = -120\text{A}$$

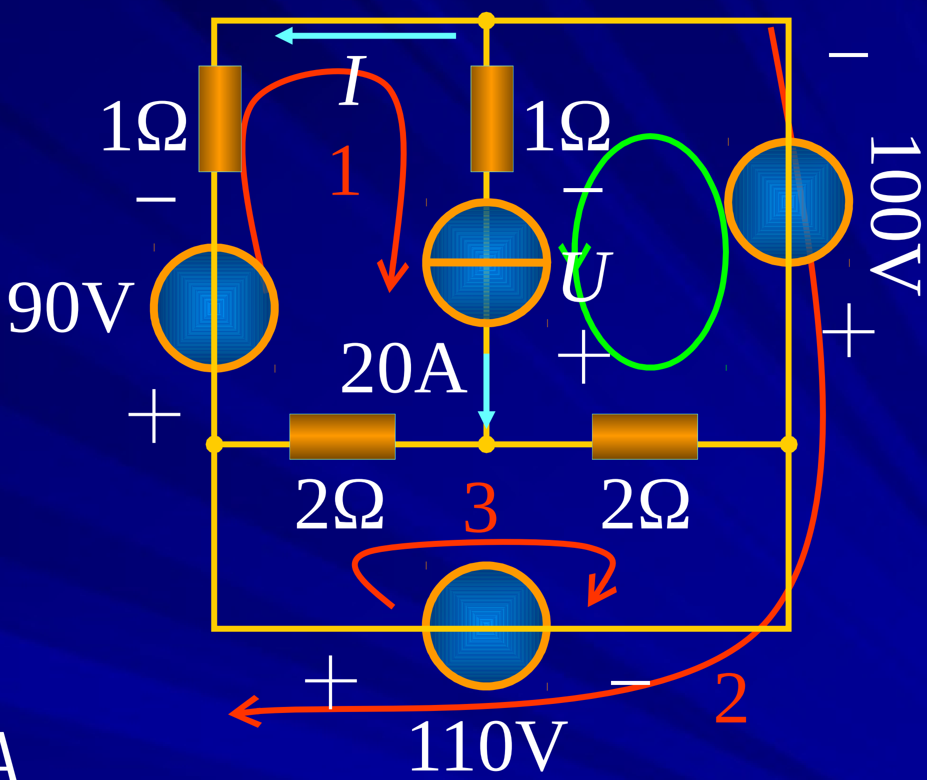
解2 **应用回路法**

$i_1 = 20A$

$i_2 + i_1 = 120$

$-2i_1 + 4i_3 = 110$

$\rightarrow i_3 = 150/4$



解得:

$I = -(i_1 + i_2) = -120A$

$U = 2i_3 + 100 + 1 \times 20 = 195V$