

习题 8.8

1. 求下列函数的极值:

(1) $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$;

(2) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$;

(3) $f(x, y) = (y - x^2)(y - x^4)$;

(4) $f(x, y) = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$.

2. 求下列函数在闭区域 D 上的最值:

(1) $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2$, $D = \left\{ (x, y) \left| x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right. \right\}$.

(2) $f(x, y) = \sin x + \sin y - \sin(x + y)$, $D = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 2\pi\}$;

3. 证明: 圆的所有内接三角形中, 以正三角形的面积为最大.

4. 在 xOy 面上求一点, 使之到三直线 $x = 0$, $y = 0$ 和 $2x + y - 16 = 0$ 的距离平方和最小.

5. 求下列隐函数的极值:

(1) 方程 $x^2 + 2xy + 2y^2 = 1$ 确定的隐函数 $y = y(x)$;

(2) 方程 $2x^2 + 2y^2 + z^2 + 8xz - z + 8 = 0$ 确定的隐函数 $z = z(x, y)$.