

习题 7.3

- 求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, 及 (\mathbf{a}, \mathbf{b}) :
 - $\mathbf{a} = (4, 7, -1), \mathbf{b} = (-1, 2, 2)$;
 - $\mathbf{a} = (-1, 2, -3), \mathbf{b} = (2, 3, 1)$;
 - $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}, \mathbf{b} = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$.
- 矢量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 的夹角 $\theta = 60^\circ$, 且 $|\mathbf{a}| = 5, |\mathbf{b}| = 8$, 试求 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ 和 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$.
- 设向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角 $\theta = \frac{2\pi}{3}$, 且 $|\mathbf{a}| = 3, |\mathbf{b}| = 4$, 试求:
 - $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$;
 - $(3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$.
- 若向量 $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ 垂直于向量 $7\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$, 且向量 $\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ 垂直于向量 $7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, 试求 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角.
- 向量 $\mathbf{a} = (-1, 2, 3), \mathbf{b} = (0, 1, 3)$, 求向量 $2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ 的方向角和方向余弦.
- 求 \mathbf{b} 在 \mathbf{a} 方向上的投影和投影向量:
 - $\mathbf{a} = (4, 2, 0), \mathbf{b} = (1, 1, 1)$;
 - $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{k}, \mathbf{b} = -\mathbf{i} - \mathbf{j}$.
- 一向量的终点为 $B(2, -1, 7)$, 它在 x, y 和 z 轴上的投影依次为 4、-4 和 7, 求这向量的起点 A 的坐标.
- 设 $\mathbf{c} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = 3\mathbf{a} - \mathbf{b}, |\mathbf{a}| = 2, |\mathbf{b}| = 1$, 向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 $\mathbf{c} \cdot \mathbf{d}$ 及 $(\mathbf{c})_d$.
- 力 $\mathbf{F} = 10\mathbf{i} + 18\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$ 将物体从 $M_1(2, 3, 0)$ 沿直线移动到 $M_2(4, 9, 15)$, 设力的单位为牛顿(N), 位移的单位为米(m), 求力 \mathbf{F} 所作的功.
- 求 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$:
 - $\mathbf{a} = (1, 0, -1), \mathbf{b} = (0, 1, 0)$;
 - $\mathbf{a} = (-2, 3, 4), \mathbf{b} = (3, 0, 1)$;
 - $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}, \mathbf{b} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 7\mathbf{k}$.
- 已知单位向量 \overrightarrow{OA} 与三个坐标轴的夹角相等, B 是点 $M(1, -3, 2)$ 关于点 $N(-1, 2, 1)$ 的对称点, 求 $\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}$.
- $\mathbf{c} = 2\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{d} = k\mathbf{a} + \mathbf{b}, |\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = 2$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 问:
 - k 为何值时, $\mathbf{c} \perp \mathbf{d}$;
 - k 为何值时, 以 \mathbf{c}, \mathbf{d} 为邻边的平行四边形面积为 6.
- 已知空间三点 $P(1, 0, -1), Q(2, 4, 5), R(3, 1, 7)$,
 - 求一向量, 使其垂直于过 P, Q, R 的平面;
 - 求三角形 PQR 的面积.
- 设 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = 2$, 试求 $[(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{b} + \mathbf{c})] \cdot (\mathbf{c} + \mathbf{a})$.
- 求以向量 $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}, \mathbf{b} = 3\mathbf{j} + 3\mathbf{k}, \mathbf{c} = 2\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$ 为相邻三棱的平行六面体体积.
- 求以 $O(0, 0, 0), A(5, 2, 0), B(2, 5, 0), C(1, 2, 4)$ 为顶点的三棱锥的体积, 并计算 ABC 面的面积和由 O 点引向这面的高.