

习题 11.1

1. 写出下列级数的通项:

$$(1) \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \cdots;$$

$$(2) 1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \cdots.$$

2. 已知级数的部分和 S_n , 写出该级数, 并求其和:

$$(1) S_n = \frac{n+1}{n};$$

$$(2) S_n = \frac{2^n - 1}{2^n}.$$

3. 判别下列级数的敛散性, 并求出其中收敛级数的和:

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{6^n};$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n}{n+1};$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)};$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n};$$

$$(5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1};$$

$$(6) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{1+n} \right)^n;$$

$$(7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)(n+3)};$$

$$(8) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}).$$

4. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 中有一个收敛, 另一个发散, 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 必发散. 若所

给的两个级数都发散, 那么级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 是否必发散?