习题 6.1

1. 试指出下列微分方程的阶数：

(1) $3x(y')^2-4y^2y'=x$；　　(2) $(\mathrm{e}^{-x}-x^3y)\mathrm{d}x-2x\mathrm{d}y=0$；

(3) $yy''+xy'-x^2\tan y=0$；　　(4) $xy'''+\mathrm{e}^xy''-x^2y=\cos x$.

2. 验证下列各题中所给函数是否为对应微分方程的解：

(1) $xy'=2y,\quad y=5x^2$；

(2) $\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2+y^2-1=0,\quad y=\sin(2x+C)$，其中 C 是任意常数；

(3) $y''+4y'+4y=0,\quad y_1=x\mathrm{e}^{-2x},\ y_2=\mathrm{e}^x$；

(4) $(1+xy)y'+y^2=0,\quad \begin{cases}x=t\mathrm{e}^t\\ y=\mathrm{e}^{-t}\end{cases}$.

3. 设 $y=f(x)$ 是微分方程 $y''+2y'+3y=\mathrm{e}^{3x}$ 满足初始条件 $y(0)=y'(0)=0$ 的特解，求极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+x^2)}{f(x)}$.