

二阶常系数齐次线性微分方程及其解法:

$$(*)y'' + py' + qy = 0, \text{ 其中 } p, q \text{ 为常数};$$

求解步骤:

- 1、写出特征方程 $(\Delta)r^2 + pr + q = 0$, 其中 r^2 , r 的系数及常数项恰好是 $(*)$ 式中 y'' , y' , y 的系数;
- 2、求出 (Δ) 式的两个根 r_1, r_2

3、根据 r_1, r_2 的不同情况, 按下表写出 $(*)$ 式的通解:

r_1, r_2 的形式	$(*)$ 式的通解
两个不相等实根 ($p^2 - 4q > 0$)	$y = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}$
两个相等实根 ($p^2 - 4q = 0$)	$y = (c_1 + c_2 x) e^{r_1 x}$
一对共轭复根 ($p^2 - 4q < 0$) $r_1 = \alpha + i\beta, r_2 = \alpha - i\beta$ $\alpha = -\frac{p}{2}, \beta = \frac{\sqrt{4q - p^2}}{2}$	$y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$

二阶常系数非齐次线性微分方程

$$y'' + py' + qy = f(x), \text{ } p, q \text{ 为常数}$$

$$f(x) = e^{\lambda x} P_m(x) \text{ 型, } \lambda \text{ 为常数};$$

$$f(x) = e^{\lambda x} [P_l(x) \cos \omega x + P_n(x) \sin \omega x] \text{ 型}$$