

### 习题 11.6

1. 把下列周期为  $2\pi$  的函数展开为 Fourier 级数, 并写出级数在  $[-\pi, \pi]$  上的和函数:

$$(1) f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < 0, \\ -x, & 0 \leq x < \pi; \end{cases}$$

$$(2) f(x) = \pi^2 - x^2, (-\pi < x \leq \pi);$$

$$(3) f(x) = |\sin x|, (-\pi < x \leq \pi).$$

2. 把下列各函数在  $[0, \pi]$  上展开成正弦或余弦级数, 并写出级数在该区间上的和函数:

$$(1) f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, \text{ (展为正弦级数);}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < h, \\ 0, & h \leq x \leq \pi. \end{cases} \text{ (展为余弦级数).}$$

3. 把函数  $f(x) = x(\pi - x)$  在  $[0, \pi]$  上展开为正弦级数, 并由此证明

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)^3} = \frac{\pi^3}{32}.$$

4. 把下列函数在指定区间上展开为 Fourier 级数, 并写出级数在相应区间上的和函数:

$$(1) f(x) = |x|, (-l < x \leq l);$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x \leq 0, \\ h, & 0 < x \leq 2 \end{cases} \quad (h \neq 0).$$