

习题 2.5

1. 求下列函数的间断点, 并确定其类型, 若为可去间断点, 则补充(或修改)定义使它连续:

$$(1) y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2};$$

$$(2) y = \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{x^2(x-1)};$$

$$(3) y = \frac{\sqrt[3]{1+4x} - 1}{2 \sin x};$$

$$(4) y = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}};$$

$$(5) y = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{1-x}}};$$

$$(6) y = \ln \cos x;$$

$$(7) y = [x];$$

$$(8) y = \left[\frac{1}{|x|+1} \right].$$

2. 求下列函数的连续区间:

$$(1) y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}};$$

$$(2) y = \sqrt{\frac{x-2}{x-1}};$$

$$(3) y = \ln \arcsin x.$$

3. 设函数 $f(x)$ 在区间 I 内连续, 证明 $|f(x)|$ 和 $f^2(x)$ 也在 I 内连续.

4. 设 $\varphi(x)$ 在 $x=0$ 连续, 且 $\varphi(0)=0$ 及 $|f(x)| \leq |\varphi(x)|$. 证明: $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

5. 设 $f(x)$ 为连续函数, 求下列各题中常数 a, b 的值:

$$(1) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x}, & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ \frac{b(\sqrt{1+x}-1)}{x}, & x > 0; \end{cases} \quad (2) f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n-1} + ax^2 + bx}{x^{2n} + 1}.$$

6. 设

$$f(x) = \begin{cases} x^a \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ e^x + b, & x \leq 0, \end{cases}$$

试根据 a 与 b 的不同取值, 讨论 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性(连续, 左连续, 右连续或间断性, 在间断时须指出其所属类型).