本章提要

1. 简谐振动表达式

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

(1) 三个特征物理量

① 振幅 A，由振动系统的能量(或初始条件)决定；

② 角频率 ω(或周期 T)，由系统的力学性质所决定；

③ 初相 φ，取决于初始时刻的选择.

(2) 由初始条件确定振幅和初相位

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}, \tan\varphi_0 = -\frac{V_0}{\omega x_0}$$

2. 简谐振动的运动微分方程

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

式中 ω 即为系统振动的角频率，例如

弹簧振子 $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$

单摆 $\omega^2 = \dfrac{g}{l}$

复摆 $\omega^2 = \dfrac{mgh}{J}$

周期 $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

3. 简谐振动的能量

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\overline{E_k} = \overline{E_p} = \frac{1}{2}E = \frac{1}{4}kA^2$$

4. 两个简谐振动的合成

(1) 同方向同频率的谐振动的合振动是与分振动同频率的谐振动

合振幅

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{20} - \varphi_{10})}$$

合振动初相位

$$\tan\varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_{10} + A_2\sin\varphi_{20}}{A_1\cos\varphi_{10} + A_2\cos\varphi_{20}}$$

*(2) 同方向不同频率谐振动合成时，若 $\omega_1 + \omega_2 \gg |\omega_1 - \omega_2|$，将产生拍振动，拍频

$$\nu_{拍} = |\nu_2 - \nu_1|$$

*(3) 振动方向相互垂直同频率的谐振动的合成振动为一椭圆振动，即为

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_{20} - \varphi_{10}) = \sin^2(\varphi_{20} - \varphi_{10})$$

具体形状由两分振动的相位差决定.

*(4) 振动方向相互垂直两分振动，频率有简单整数比的合振动轨迹为李萨如图.

5. 阻尼振动　受迫振动

(1) 弱阻尼振动($\beta/\omega_0 << 1$，ω_0 称为系统固有角频率)

$$A = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0)$$

式中 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

(2) 受迫振动

稳定受迫振动的频率取决于策动力频率，其振幅和振动相位均与系统的初始条件无关.

(3) 共振

当策动力频率 $P_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ 时，发生位移共振.

当策动力频率 $P_v = \omega_0$ 时，发生能量共振，此时，外界对系统的能量输入处于最佳状态.