本章提要

一、静电场的基本概念

静止电荷周围空间存在着静电场.电荷之间的相互作用是通过电场而产生的.库仑定律是电荷相互作用的一条基本实验规律,电场强度叠加原理是另一条基本规律.

电场是一种特殊形态的物质.其物质性一方面体现在它对带电体的作用力,以及带电体在电场中运动时电场力对带电体做功;另一方面体现在电场具有能量、动量和电磁质量等物质的基本属性.

在 SI 制中,库仑定律表示为

$$\boldsymbol{f}_{12}=-\boldsymbol{f}_{21}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\cdot\frac{\boldsymbol{r}_{12}}{r_{12}}$$

式中 q_1、q_2 是真空中两个静止的点电荷,$\boldsymbol{r}_{12}$ 表示从 q_1 到 q_2 的位矢,$\boldsymbol{f}_{12}$ 表示 q_2 受到 q_1 作用力,$\boldsymbol{f}_{21}$ 表示 q_1 受到 q_2 的作用力.$\varepsilon_0\approx 8.85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/(N\cdot m^2)}$,是真空介电常数.

点电荷的电场为

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{F}/q_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

电场强度叠加原理成立表明电场强度与电势均和电量成正比.对点电荷系,电场强度叠加原理和电势叠加原理为

$$\boldsymbol{E}=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\frac{\boldsymbol{r}_i}{r_i}\right]$$

$$U_a=\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}\quad(U_\infty=0)$$

对电荷连续分布的带电体则为

$$\boldsymbol{E}=\int_V\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\boldsymbol{r}$$

$$U=\int_V\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}\quad(设\ U_\infty=0)$$

二、描述静电场(包括稳恒电场)的基本物理量

1. 电场强度　$\boldsymbol{E}=\dfrac{\boldsymbol{F}}{q_0}$

a. 真空中无限长的均匀带电直线的电场大小为

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

方向在垂直于直线的平面上、沿以直线为中心的圆的半径方向.

b. 无限大的均匀带电平面的电场大小为

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

方向垂直于平面.

c. 均匀带电球体的电场

$$球内\quad E=\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3},\qquad 球外\quad E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

方向沿球的半径方向.

d. 均匀带电球面的电场

$$球内\quad E=0,\qquad 球外\quad E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

方向沿球的半径方向.

2. 电场力的功

$$W_{ab}=\int_a^b q\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=q(U_a-U_b)$$

3. 电势

$$U_a=\int_a^{电势零点}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

a. 点电荷的电势

设 $U_\infty=0$,　　$U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

b. 均匀带电球面的电势

设 $U_\infty=0$,　球内及球面上　$U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$,

球外　$U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

4. 电场强度与电势梯度的关系

$$\boldsymbol{E} = -\,\mathbf{grad}\ U = -\nabla U$$

电场强度等于该点电势梯度的负值.

三、静电场的基本性质

真空中的高斯定理

$$\Phi = \oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

环流定理 $\oint_l \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$

四、导体的静电平衡

1. 静电平衡条件：导体内部电场强度处处为零（导体是等势体）；导体表面电场垂直于导体表面（导体表面是等势面）.

2. 电荷分布：

a. 电荷只分布在导体表面；

b. 对空腔导体、空腔内无带电体时，电荷只分布在空腔导体的外表面；空腔内有带电体 q 时，导体内表面有感应电荷 $-q$，外表面有感应电荷 q；

c. 孤立导体表面电荷面密度与表面曲率有关：曲率大，电荷面密度大；曲率小，电荷面密度小；曲率为负时，电荷面密度最小.

3. 导体表面电场强度

$$\boldsymbol{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\boldsymbol{n}$$

$\boldsymbol{n}$ 为导体表面外法线单位矢量

五、导体的电容及电容器

1. 孤立导体的电容 $C = \dfrac{q}{U}$

2. 电容器的电容 $C = \dfrac{q}{U_{AB}}$

3. 几类电容器的电容公式

平行板电容器 $C = \dfrac{\varepsilon S}{d}$

圆柱形电容器 $C = \dfrac{2\pi\varepsilon l}{\ln(R_B/R_A)}$

球形电容器 $C = \dfrac{4\pi\varepsilon R_A R_B}{R_B - R_A}$

4. 电容器的串联与并联

串联

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},\quad U = U_1 + U_2,\quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

并联

$$C = C_1 + C_2,\quad q = q_1 + q_2,\quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

六、电介质的极化

1. 极化强度 $\boldsymbol{P} = \dfrac{\sum \boldsymbol{p}_{ei}}{\Delta V}$

2. 极化强度与极化电荷的关系

$$\sigma' = \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{n}$$

$$\oint_S \boldsymbol{P} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = -\sum q'_i$$

3. 极化规律：对各向同性的电介质

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \chi_e \boldsymbol{E}$$

4. 有电介质时的高斯定理

电位移矢量 $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$

$$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \sum q_i$$

对各向同性的电介质

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}$$

七、静电场的能量

1. 充电电容器的能量

$$W_e = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}qU$$

2. 电场能量密度

$$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{D}$$

3. 电场的能量

$$W_e = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V = \int_V \frac{1}{2}\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{D}\mathrm{d}V$$