

习题 6.3

1. 解下列微分方程:

(1) $y'' = x + \cos x$;

(2) $y'' = \frac{1}{1+x^2}$;

(3) $4xy'' - y'' - 4y' = 0$;

(4) $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$;

(5) $yy'' - (y')^2 = 0$;

(6) $(y')^2 + 1 = 2yy''$;

(7) $y'' = (y')^3 + y'$;

(8) $y''' = y''$.

2. 求解下列初值问题:

(1) $y'' - y'^2 = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$;

(2) $y^3 y'' + 1 = 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$;

(3) $yy'' = (y')^2 - (y')^3$, $y(1) = 1$, $y'(1) = -1$;

(4) $xy'' + x(y')^2 - y' = 0$, $y(2) = 2$, $y'(2) = 1$.

3. 一导弹基地发现正北方向 120 km 处海面上有敌艇一艘以 90 km/h 的速度向正东方向行驶. 该基地立即发射导弹跟踪追击敌艇, 导弹速度为 450 km/h, 自动导航系统使导弹在任一时刻都能对准敌艇. 试问导弹在何时何处击中敌艇.

4. 假设空气的阻力与物体的速度成正比, 而且当 $t \rightarrow +\infty$ 时, 速度以 75 米 / 秒为极限. 求自由落体的运动规律.