

## 习题 8.1

1. 写出下列函数的解析表达式:

(1) 三角形的面积  $S$  看作其三边  $x, y, z$  的函数;

(2) 一帐篷下部为圆柱形, 上部覆以圆锥形的篷顶. 设  $R, H$  各为圆柱形的底半径及高,  $h$  为圆锥形的高, 且帐篷的容积为常数  $V$ . 视帐篷用布面积  $S$  为  $R, h$  的函数.

2. 求下列各函数的定义域:

$$(1) \quad z = \frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}};$$

$$(2) \quad z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - x}{2x - x^2 - y^2}};$$

$$(3) \quad z = \sqrt{x \sin y};$$

$$(4) \quad z = \arcsin \frac{x}{y^2} + \arcsin(1-y);$$

$$(5) \quad z = \ln[x \ln(y-x)];$$

$$(6) \quad u = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2 - z^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - r^2}} \quad (R > r > 0).$$

3. 用不等式表示下列区域  $D$ :

(1)  $D$  由曲线  $y = 0, y = 2, y = \frac{1}{2}x, y = \frac{1}{2}x - 1$  围成, 不包括边界;

(2)  $D$  由抛物线  $y = x^2, y^2 = x$  围成, 包括边界.

4. 根据已知条件, 写出下列各函数的表达式:

$$(1) \quad f(x, y) = x^2 + y^2 - xy \tan \frac{x}{y}, \quad \text{求 } f(tx, ty);$$

$$(2) \quad f(x, y, z) = x^z + z^{x+y}, \quad \text{求 } f(x+y, x-y, xy);$$

$$(3) \quad f\left(x+y, \frac{y}{x}\right) = x^2 - y^2, \quad \text{求 } f(x, y);$$

$$(4) \quad z(x, y) = \sqrt{y} + f(\sqrt{x}-1), \quad \text{且当 } y=1 \text{ 时 } z=x, \quad \text{求 } f(x) \text{ 和 } z(x, y).$$

5. 若函数  $f(x, y)$  恒满足关系式  $f(tx, ty) = t^k f(x, y)$ , 则称它为  $k$  次齐次函数. 试证  $k$

次齐次函数  $z = f(x, y)$  能表示成  $z = x^k F\left(\frac{y}{x}\right)$  的形式.

$$u \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y}.$$