

习题 7.2

1. 求下列向量的模和与其方向相同的单位向量:

(1) 设 $\mathbf{a} = (1, -2, 2)$, 求 $|\mathbf{a}|$, \mathbf{a}^0 ;

(2) 设点 $A(1, 2, 3)$, $B(2, 1, -1)$, 求 \overrightarrow{AB} , $|\overrightarrow{AB}|$, \overrightarrow{AB}^0 .

2. 若 $\mathbf{a} = (3, -2, 6)$ 和 $\mathbf{b} = (-2, 1, 0)$, 试求下列各向量, 并用标准正交基 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 表示它们:

(1) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$; (2) $-\frac{1}{2}\mathbf{b}$; (3) $\frac{1}{3}\mathbf{a} - \mathbf{b}$.

3. 判断下列各题中 P, Q, R 三点是否共线:

(1) $P(1, 2, 3), Q(0, 3, 7), R(3, 5, 11)$;

(2) $P(0, 1, 2), Q(1, 3, 1), R(3, 7, -1)$.

4. 已知向量 $\mathbf{a} = \alpha\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - \mathbf{k}$ 和向量 $\mathbf{b} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} + \gamma\mathbf{k}$ 共线(平行), 求常数 α, γ .

5. 把两点 $(1, 1, 1)$ 和 $(1, 2, 0)$ 间的线段分成两部分, 使其长度之比等于 $2:1$, 求分点的坐标.

6. 设 C 点位于线段 AB 上, 且分 AB 为 $m:n$, O 为原点, 设 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{r}_1$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{r}_2$, 试用 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 表示 $\mathbf{r} = \overrightarrow{OC}$.

7. 设点 O 是 $\triangle ABC$ 的三条中线的交点, 试用向量 \overrightarrow{AB} 和 \overrightarrow{AC} 表示向量 \overrightarrow{AO} .

8. 利用向量的运算证明: 三角形两边上中点的连线(称为中位线)平行于第三边且等于第三边的一半.

9. 设向量 \mathbf{a} 的方向平行于向量 $\mathbf{c} = (7, -4, -4)$ 和向量 $\mathbf{b} = (-2, -1, 2)$ 之间的角平分线, 且 $|\mathbf{a}| = 6\sqrt{6}$, 求 \mathbf{a} .