

专业课程实验报告

课程名称： 基于MATLAB的数值分析

开课学期： 2021 至 2022 学年 第 1 学期

专业 智能科学与技术 年级班级： 20级3班

学生姓名： 严中圣 学号： 222020335220177

实验教师： 胡小方

人工智能学院

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 实验项目名称 | | 实验4 数据建模 | | | |
| 实验时间 | | 2021年 12 月 7 日 | 实验类型 | ☑验证性 □设计性□综合性 |
| 一、实验目的  1. 熟练运用拉格朗日插值、牛顿插值、三次样条插值等方法进行数据插值 2. 熟练运用最小二乘法进行数据拟合 3. 熟练比较不同算法的优劣，掌握各方法的应用场景  二、实验要求  1. 掌握常见的插值、拟合算法，并能够熟练运用 2. 完成P102实验2、4，P95 4.12，P103实验8  三、实验内容与结果分析1.实验2 利用拉格朗日插值作出Runge现象的图像.  拉格朗日插值代码如下：  function yy = nalagr(x,y,xx)¨  m=length(x);n=length(y);  s=0;  for i=1:n  t=ones(1,length(xx));  for j =[1:i-1,i+1:n]  t=t.\*(xx-x(j))/(x(i)-x(j));  end;  s=s+t\*y(i);  end  yy=s;  end  作图代码如下：  x = linspace(-5,5,100000);  y = f(x);  plot(x,y);  xlim([-5,5]);  ylim([-0.5,2]);  grid on;  hold on;    xx1 = linspace(-5,5,6);  yy1 = f(xx1);  y2 = nalagr(xx1,yy1,x);  plot(x,y2);  hold on;    xx2 = linspace(-5,5,11);  yy2 = f(xx2);  y3 = nalagr(xx2,yy2,x);  plot(x,y3);  hold off;  结果如下：可以发现当插值点数目不断增加时，在端点附近会出现明显的龙格现象。   2.实验4 利用样条插值对下面数据进行插值：    样条插值函数编写如下：  function m = naspline( x,y,dy0,dyn,xx )  %三次样条插值  n = length(x)-1;  h = diff(x);lambda = h(2:n)./(h(1:n-1)+h(2:n));mu = 1-lambda;  g = 3\*(lambda.\*diff(y(1:n))./h(1:n-1)+mu.\*diff(y(2:n+1))./h(2:n));  g(1)=g(1)-lambda(1)\*dy0;g(n-1)=g(n-1)-mu(n-1)\*dyn;  %计算插值函数值  dy = nachase(lambda,2\*ones(1:n-1),mu,g);  m=[dy0;dy;dyn];  if nargin>=5  s=zeros(size(xx));  for i=1:n  if i==1  kk = find(xx<=x(2));  elseif i==n  kk=find(xx>x(n));  else  kk = find(xx>x(i)&xx<=x(i+1));  end  xbar = (xx(kk)-x(i))/h(i);  s(kk) = alpha0(xbar)\*y(i)+alpha1(xbar)\*y(i+1)+...  h(i)\*beta0(xbar)\*m(i)+h(i)\*beta1(xbar)\*m(i+1);  end  m=s;  end  end  %追赶法  function x = nachase(a,b,c,d)  n=length(a);  for k=2:n  b(k)=b(k)-a(k)/b(k-1)\*c(k-1);  d(k)=d(k)-a(k)/b(k-1)\*d(k-1);  end  x(n)=d(n)/b(n);  for k = n-1:-1:1  x(k) = (d(k)-c(k)\*x(k+1))/b(k);  end  x=x(:);  end  %基函数  function y=alpha0(x)  y=2\*x.^3-3\*x.^2+1;  end  function y=alpha1(x)  y=-2\*x.^3+3\*x.^2;  end  function y=beta0(x)  y=x.^3-2\*x.^2+x;  end  function y=beta1(x)  y=x.^3-x.^2;  end  将数据代入得以下结果：    即埃尔米特插值中  则代入公式得分段插值函数为  其次利用内置csape()函数进行三次样条插值，并设定边界条件为第一边界条件，代码及作图如下：  clear;clc;  x1=[-1 0 1 2];  y1=[-1 0 1 0];  dy0=0;dyn=-1;  pp = csape(x1,y1,'complete',[dy0,dyn]);  yi=ppval(pp,x1);  pp.coefs  plot(x1,y1,'o');  grid on;  hold on;  fnplt(pp);  hold on;  x=-1:0.01:2;  y=(-0.4667\*(x+1).^3+1.4667\*(x+1).^2-1).\*(x>=-1&x<0)+...  (-0.6\*x.^3+0.0667\*x.^2+1.5333\*x).\*(x>=0&x<1)...  +(0.8667\*(x-1).^3-1.7334\*(x-1).^2-0.1333\*x+1.1333).\*(x>=1&x<2);    plot(x,y,'b','linewidth',1);  hold off;  得到结果如下：    可以看到，我们所编写的程序与内置函数得到的结果完全一致。证实了样条插值的有效性。 3.P95 4.12   直接利用polyfit()函数进行多项式拟合，代码如下：  clear;clc;  x=[0.1 0.2 0.15 0 -0.2 0.3];  y=[0.95 0.84 0.86 1.06 1.50 0.72];  p=polyfit(x,y,2);  figure;  xi=-0.2:0.01:0.3;  yi=polyval(p,xi);subplot(2,1,1);  plot(x,y,'o',xi,yi,'k');    p=polyfit(x,y,5);  yi=polyval(p,xi);subplot(2,1,2);  plot(x,y,'o',xi,yi,'k');  结果如下：    可见当拟合多项式次数等于向量维度时，此时的结果与插值无异。  **4.实验8**    利用polyfit()或lsqcurvefit()均可实现拟合。具体代码如下：  clear;clc;  t=0:24;  T=[15 14 14 14 14 15 16 18 20 22 23 25 28 31 32 31 29 27 25 24 22 20 18 17 16];    figure;  subplot(2,2,1);  plot(t,T);  grid on;  hold on;  fun = @(c1,x) c1(1).\*x.^2+c1(2).\*x+c1(3);  c1 = lsqcurvefit(fun,[0 0 0],t,T);  c1;  norm(fun(c1,t)-T);  plot(t,fun(c1,t))  legend('原始图像','二次函数拟合');    subplot(2,2,2);  plot(t,T);  hold on;  grid on;  fun = @(c2,x) c2(1).\*x.^3+c2(2).\*x.^2+c2(3)\*x+c2(4);  c2 = lsqcurvefit(fun,[0 0 0 0],t,T);  c2;  norm(fun(c2,t)-T);  plot(t,fun(c2,t));  legend('原始图像','三次函数拟合');    subplot(2,2,3);  plot(t,T);  hold on;  grid on;  fun = @(c3,x) c3(1).\*x.^4+c3(2).\*x.^3+c3(3)\*x.^2+c3(4)\*x+c3(5);  c3 = lsqcurvefit(fun,[0 0 0 0 0],t,T);  c3;  norm(fun(c3,t)-T);  plot(t,fun(c3,t));  legend('原始图像','四次函数拟合');    subplot(2,2,4);  plot(t,T);  hold on;  grid on;  fun = @(c4,t) c4(1)\*exp(-c4(2)\*(t-c4(3)).^2);  options = optimoptions('lsqcurvefit','Algorithm','levenberg-marquardt');  lb = [];  ub = [];  c4 = lsqcurvefit(fun,[28 0.005 14],t,T,lb,ub,options);  c4;  tt = 0:0.01:24;  norm(fun(c4,t)-T);  plot(tt,fun(c4,tt));  legend('原始图像','指数函数拟合');  结果如下：    对应的函数表达式和误差平方和为：   |  |  |  | | --- | --- | --- | | 拟合方式 | 函数表达式 | 均方误差(MSE) | | 二次函数 |  | 15.5320 | | 三次函数 |  | 10.2994 | | 四次函数 |  | 6.0236 | | 指数函数 |  | 12.0327 |   实验表明利用高次函数拟合显然效果更好。 | | | | | |
| 四、总结（总结实验的收获和存在的问题等） 本次实验运用MATLAB对插值、拟合进行了实践，熟悉了拉格朗日插值法、牛顿插值法、埃尔米特插值及三次样条插值的原理及编码，其次对常用的拟合方法如最小二乘拟合以及其优化方式正交最小二乘拟合进行了实践，并在具体的数据上实际进行了插值拟合，同时还比较了几种方案的优劣和差异。  本次实验收获如下：  （1）熟悉了常用的插值、拟合方法的代码实现  （2）熟悉了Matlab内置函数polyfit()、lsqcurvefit()的使用  （3）掌握了针对离散数据的函数插值拟合方法，能够对离散数据进行了连续化处理。 | | | | | |
|  | 实验成绩（A-E）： | | | | |