

《测绘程序设计实践》 指导书

(Visual C++.Net)

(供测绘工程、遥感科学与技术专业用)

戴吾蛟 编

张云生、潘林 修订

二零二一年六月

中南大学测绘与遥感科学系

1.目的	1
2.内容及要求	1
3.控制网平差程序设计	1
3.1 控制网平差模型	1
3.2 控制网平差的基本步骤	2
3.2.1 概算	2
3.2.2 平差计算	4
3.3 分层数据流图	8
3.4 总体框架及模块功能划分	11
3.4.1 系统总体框架	11
3.4.2 模块功能划分	11
3.4.3 算法设计	13
3.5 观测数据文件格式设计	14
3.5.1 设计数据格式的基本原则	14
3.5.2 数据文件的组成	14
3.5.3 参考数据格式	15
3.6 算例	16
3.6.1 控制网图形	16
3.6.2 已知数据	16
3.6.3 观测数据	16
3.6.4 控制网平差结果	17

测量平差程序课程设计指导书

1.目的

使学生能够在学习完测绘程序程序设计基础（C++）、测量学、测量平差等课程的基础上，进一步巩固这些知识，并培养学生的综合应用能力。

2.内容及要求

内容：设计一个导线网平差的程序。

要求：

- (1) 课程设计的第一、二天根据课堂上所讲进行系统设计，对主要的概算与平差计算要求列出计算的详细步骤，并写出流程图，最后形成系统设计说明书，并以天为单位制定详细的程序设计计划。
- (2) 编码，要求编程规范编写代码。
- (3) 提交课程设计报告，内容包括：系统设计、程序设计计划与进度表，代码（只包括自己的代码）、设计心得。
- (4) 考核：讲述编程思路、演示程序及程序设计细节讲解（包括主要代码的作用、主要变量的含义、代码段的运行过程等）、根据要求现场修改部分代码。

3.控制网平差程序设计

3.1 控制网平差模型

附有条件的间接平差原理：

设未知数个数为 t ，观测值个数为 n ，条件方程个数为 m

误差方程： $V = BX + L$

条件方程： $AX + W = 0$

根据最小二乘原理：在条件 $AX + W = 0$ 下 $V^T P V = \min$ ，即求条件极值法，利用拉格朗日不定乘数法：

$$\Phi = V^T P V + 2K^T (AX + W) = \min$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= 2V^T P \frac{\partial V}{\partial x} + 2K^T A = 2(BX + L)^T P B + 2K^T A = 0 \\ AX + W &= 0 \end{aligned} \right\}$$

即：

$$\begin{bmatrix} B^T PB & A^T \\ A & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B^T PL \\ W \end{bmatrix} = 0$$

3.2 控制网平差的基本步骤

平面控制网的计算通常包括概算、平差和编制成果表等三项内容。

3.2.1 概算

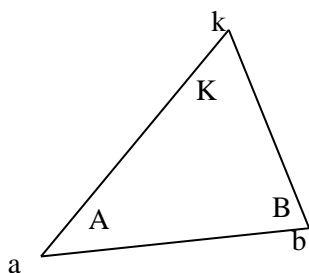
概算为平差前的准备工作，相当于数据的预处理，其主要的工作有：

- (1) 外业观测成果的整理、检查；
- (2) 绘制网的略图，编制观测数据表和已知数据表
- (3) 计算近似坐标
- (4) 观测成果归化到标石中心
- (5) 观测成果改化（方向改化和距离改化）
- (6) 根据平面控制网的几何条件检查观测成果的质量，即各种闭合、附合条件的检验。 如：方位角闭合（附合）差、坐标闭合（附合）差

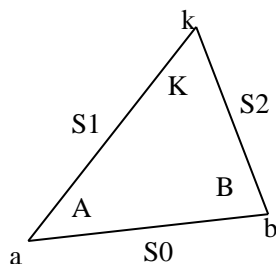
3.2.1.1 计算近似坐标

- (1) 按方向观测值计算三角网中待定点的近似坐标

$$\begin{aligned} x_k &= \frac{x_a \operatorname{ctg} B + x_b \operatorname{ctg} A - y_a + y_b}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B} \\ y_k &= \frac{y_a \operatorname{ctg} B + y_b \operatorname{ctg} A + x_a - x_b}{\operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B} \end{aligned} \quad (1)$$



- (2) 按边长观测值计算三边网中待定点的近似坐标

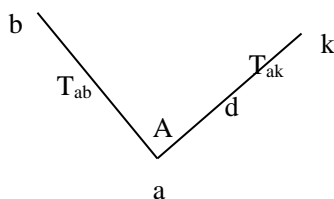


$$A = \cos^{-1} \left(\frac{S_0^2 + S_1^2 - S_2^2}{2S_0S_1} \right)$$

$$B = \cos^{-1} \left(\frac{S_0^2 + S_2^2 - S_1^2}{2S_0S_2} \right) \quad (2)$$

先按公式(2)计算三角形的内角，再用公式（1）计算待定点的坐标

（3）按方向和边长观测值计算导线网中待定点的近似坐标



$$x_k = x_a + d \times \cos t = x_a + d \times \cos(T_{ak})$$

$$y_k = y_a + d \times \sin t = y_a + d \times \sin(T_{ak}) \quad (3)$$

T_{ak} 的计算为：

$$T'_{ak} = T_{ab} + A, \quad A \text{ 为前进方向的左角}$$

$$A' = t_{ak} - t_{ab}, \quad t_{ab}, t_{ak} \text{ 为方向观测值}$$

$$A = \begin{cases} A' + 2\pi & A' < 0 \\ A' & A' \geq 0 \end{cases}$$

$$T_{ak} = \begin{cases} T'_{ak} - 2\pi & T'_{ak} > 2\pi \\ T'_{ak} & T'_{ak} \leq 2\pi \end{cases}$$

T_{ab} 可由 a,b 两点的坐标反算而得

（4）近似坐标解算方法

a.整体解算法：设有 n 个待定点，则有 2n 未知数，选取具有 2n 个独立未知数的观测值组成方程组，进行整体解算。

b.逐点解算法：选择已知点或已计算出坐标的点作为起算点，根据具体的图形，逐个推算出各点的坐标。

一般采用逐点解算法进行近似坐标计算

3.2.1.2 观测成果归化到标石中心

（1）方向观测值的归心：

测站归心和照准归心

$$C_{Kj} = E_y \times \rho'' \times \sin(M_{Ki} + \theta_Y) / S_{Ki}$$

$$r_{Ki} = E_T \times \rho'' \times \sin(M_{ik} + \theta_T) / S_{Ki}$$

E_y -测站偏心距, θ_Y -测站偏心角, M_{Ki} 为测站上观测改正方向的方向观测值

E_T -照准偏心距, θ_T -照准偏心角, M_{ik} 为照准点上观测改正方向的方向观测值

(2) 边长观测值的归心

$$\Delta S = -E_Y \times \cos(\theta_Y + M_{iK})$$

照准归心与测站归心相同

3.2.1.3 观测成果改化 (方向改化和距离改化)

野外观测是地球表面, 而参考面是地球椭球面, 计算是在高斯平面上。方向改化和距离改化就是要将椭球面上的观测值归化到高斯平面上。

$$\delta_{iK} = \frac{f \times (X_i - X_k) \times (2 \times Y_i + Y_k)}{3}, \text{ 式中 } Y_m = \frac{Y_i + Y_k}{2}; f = \frac{\rho}{2 \times R_m^2}$$

$$\Delta S = \frac{f \times S_{iK} \times Y_m^2}{\rho}$$

R_m - 本地区的地球平均半径

3.2.1.4 检查观测成果的质量

根据平面控制网的几何条件检查观测成果的质量, 即各种闭合、附合条件的检验。主要有: 方位角闭合 (附合) 差、坐标闭合 (附合) 差等闭合差检验

3.2.2 平差计算

平差计算步骤:

- (1) 读取观测数据与已知点坐标数据 (即经过概算后的观测数据, 本次设计给出的算例已经过概算);
- (2) 计算未知点近似坐标 (用 3.4.3 节中介绍的“导线点坐标增量法近似坐标”算法);
- (3) 计算角度观测值误差方程的系数和常数项;
- (4) 计算边长观测值误差方程的系数和常数项;
- (5) 列条件式;
- (6) 组成误差方程, 得到系数矩阵和常数项矩阵;
- (7) 定权, 得到权矩阵;
- (8) 组成方程;
- (9) 解算法方程, 求得 $dX = [dx_1 \quad dy_1 \quad dx_2 \quad dy_2 \quad \dots]$
- (10) 求得平差后的坐标值 $X = X + dX$ 。因为只有 dx 很小时误差方程式、条件方程式才是严密的, 因此当 dX 的值较大时应把 $X = X + dX$ 作为新的近似值重复 1-3 步, 直到 dx 中绝对值最大的一个小于给定的限值。

(11) 精度评定，计算误差椭圆参数等

3.2.2.1 误差方程式及条件方程式的列立

以未知点坐标为平差对象，一个观测值对应一个误差方程式，误差方程式包括两类：方向观测误差方程式和边长观测误差方程式

(1) 方向观测误差方程式

一般形式： $V_{ij} = -\delta Z_i + a_{ij}\delta X_i + b_{ij}\delta Y_i - a_{ij}\delta X_j - b_{ij}\delta Y_j + l_{ij}$

$$\text{其中： } a_{ij} = \frac{\rho'' \sin T_{ij}^0}{D_{ij}^0}, b_{ij} = -\frac{\rho'' \cos T_{ij}^0}{D_{ij}^0}$$

$l_{ij} = -Z_i^0 + T_{ij}^0 - L_{ij}$ ，一般取测站起始方向（零方向）的近似坐标方位角作为定向角近似值

$$-Z_i^0, \quad T_{ij}^0 = \arctg\left(\frac{Y_j^0 - Y_i^0}{X_j^0 - X_i^0}\right)$$

当测站点 i 为已知点时： $V_{ij} = -\delta Z_i - a_{ij}\delta X_j - b_{ij}\delta Y_j + l_{ij}$

当照准点 j 为已知点时： $V_{ij} = -\delta Z_i + a_{ij}\delta X_i + b_{ij}\delta Y_i + l_{ij}$

当测站点和照准点都为已知点时： $V_{ij} = -\delta Z_i + l_{ij}$

对各测站误差方程采用史赖伯一次约化消去定向角未知数，即消去上各式中 $-\delta Z_i$ ，而增加一个和方程式，则对于某 i 测站其方向观测误差方程式为：

$$V_{ij} = a_{ij}\delta X_i + b_{ij}\delta Y_i - a_{ij}\delta X_j - b_{ij}\delta Y_j + l_{ij}$$

$$V_{ik} = a_{ik}\delta X_i + b_{ik}\delta Y_i - a_{ik}\delta X_k - b_{ik}\delta Y_k + l_{ik} \quad \text{其权为 } 1$$

...

$$V_{in} = a_{in}\delta X_i + b_{in}\delta Y_i - a_{in}\delta X_n - b_{in}\delta Y_n + l_{in}$$

和方程式为：

$$[V]_i = [a]_i \delta X_i + [b]_i \delta Y_i - \sum_{j=1}^n (a_{ij}\delta X_j + b_{ij}\delta Y_j) + [l]_i \quad \text{其权为： } -1/n$$

消去定向角未知数的目的是为了减少组成和解算法方程的工作量，在手算条件下具有重要的意义，而在编程计算中的作用主要是为了降低法方程矩阵的大小，以提高矩阵运算（主要是矩阵求逆）的效率及节约数据存储的空间。

史赖伯一次约化实际是利用高斯消去法消去了定向角未知数，约化后的误差方程式已不是真实的观测量误差方程式，而是虚拟的误差方程式，而且和方程的权为负数，不具有观测精度的意义，只具有数学计算的意义。要计算观测值的改正数时，还必须利用原误差方程式，即根据法方程式解算得到的 δX 、 δY ，按下式计算定向角未知数 δZ_i ：

$$\delta Z_i = \frac{[a]_i}{n} \delta X_i + \frac{[b]_i}{n} \delta Y_i - \frac{\sum_{j=1}^n (a_{ij} \delta X_j + b_{ij} \delta Y_j)}{n} + \frac{[l]_i}{n}$$

用计算出的定向角未知数 δZ_i 及 δX 、 δY 一并代入原误差方程式中求出观测值的平差后改正数 \bar{v} 。

为了降低本次设计的难度，允许不采用史赖伯一次约化对误差方程进行约化，而直接对原误差方程进行最小二乘平差计算，但这样做一定要注意待估参数的个数为 $m+2n$ ，其中 m 为测站个数， n 为未知点个数。

(2) 边长观测误差方程式

$$V_{ij} = -\cos T_{ij}^0 \delta X_i - \sin T_{ij}^0 \delta Y_i + \cos T_{ij}^0 \delta X_j + \sin T_{ij}^0 \delta Y_j + l_{ij}$$

$$l_{ij} = S_{ij}^0 - S_{ij}, \quad S_{ij}^0 \text{ 为近似坐标计算而得, } S_{ij} \text{ 为实测边长}$$

$$\text{当测站点 } i \text{ 为已知点时: } V_{ij} = \cos T_{ij}^0 \delta X_j + \sin T_{ij}^0 \delta Y_j + l_{ij}$$

$$\text{当照准点 } j \text{ 为已知点时: } V_{ij} = -\cos T_{ij}^0 \delta X_i - \sin T_{ij}^0 \delta Y_i + l_{ij}$$

(3) 方位角条件方程式

$$a_{ij} \delta X_i + b_{ij} \delta Y_i - a_{ij} \delta X_j - b_{ij} \delta Y_j + w_{ij} = 0$$

$$a_{ij} \text{ 和 } b_{ij} \text{ 与方向观测误差方程中的意义一致, } w_{ij} = T_{ij}^0 - T_{ij}, \quad T_{ij}^0 \text{ 为计算值, } T_{ij} \text{ 为已知固定值。}$$

$$\text{当测站点 } i \text{ 为已知点时: } -a_{ij} \delta X_j - b_{ij} \delta Y_j + w_{ij} = 0$$

$$\text{当照准点 } j \text{ 为已知点时: } a_{ij} \delta X_i + b_{ij} \delta Y_i + w_{ij} = 0$$

(4) 边长条件方程式

$$-\cos T_{ij}^0 \delta X_i - \sin T_{ij}^0 \delta Y_i + \cos T_{ij}^0 \delta X_j + \sin T_{ij}^0 \delta Y_j + w_{ij} = 0$$

式中: $w_{ij} = S_{ij}^0 - S_{ij}$, S_{ij}^0 由近似坐标计算而得, S_{ij} 为已知的固定边

3.2.2.2. 定权

根据先验方向观测中误差和边长观测中误差来定权,

(1) 方向观测值的权

在等精度方向观测的控制网中, 可把方向观测值的权定为 1, 不同精度的观测网中, 则选择其中一种作为单位权中误差 u (单位: 秒), 其它方向观测值中误差为 m (单位: 秒), 则

$$p = \frac{\mu^2}{m^2}$$

(2) 边长观测值的权

$$p_s = \frac{\mu^2}{m_s^2}, \quad \text{其中边长中误差可由 } m_s = \pm(A + B \cdot S \cdot 0.1) \text{ 或 } m_s = \pm\sqrt{SB} \quad (\text{单位: 厘米}) \text{ 计算,}$$

A 为测距仪常数误差，B 为测距仪比例误差因子，S 为边长的长度（单位：公里）。在导线网中一般取方向观测值中误差为单位权中误差。例：观测方向中误差 $m_r = \pm 5''$ 。边长测量中误差 $m_{si} = \pm 0.5\sqrt{Si} \text{ cm}$ ，可假设单位权中误差则方向观测权 $\mu = \pm 5''$ ，则方向观测值的权为 1，观测边权为 $100 / Si$ 。

以上定权的方式还不是严密的，因为角度和边长是不同的观测量，可采用赫尔默特方差份量估计，迭代定权。

3.2.2.3.组成法方程

分两种情况：

- (1) 保留观测值方程组得系数阵和常数项，待所有的误差方程组成完毕后，再根据间接平差原理，利用矩阵运算公式，计算法方程的系数阵和常数项。
- 2) 不保留观测值方程组得系数阵和常数项，利用间接平差中法方程具有可加性的特点，由一个误差方程式即可组成与其相应的部分法方程系数和常数项，然后把这些部分法方程系数和常数项再累加起来就是由所有的误差方程得到的总体法方程式。

如果有条件式，按附有条件的间接平差法，把条件式逐个的排放在由误差方程式组成的法方程后续的对应该行和列中即可。

3.2.2.4.法方程式的解算

对法方程系数阵求逆，然后乘以法方程常数项即可求得未知数的改正数。

3.2.2.5.计算坐标值

求得平差后的坐标值 $X=X+dX$ 。因为只有 dx 很小时误差方程式、条件方程式才是严密的，因此当 dX 的值较大时应把 $X=X_0+dX$ 作为新的近似值重复 1-3 步，直到 dx 中绝对值最大的一个小于给定的限值。

3.2.2.6 精度评定

(1) 残差平方和 $V^T PV$ 与单位权中误差的计算

如果保存了误差方程的系数和常数项，则可以把解算法方程得到的未知数的改正数代入误差方程求得 V 然后，再直接求出 $V^T PV$ 。也可以利用约化的公式 $V^T PV = L^T PL + (B^T PL)^T X$ ，在组设法方程的时候就可以计算出 $L^T PL$ 与 $B^T PL$ ，待法方程解算出来后即可求得 $V^T PV$ 。

$$\text{中误差计算: } m_0 = \pm \sqrt{\frac{V^T PV}{n-t}}, \text{ n 为观测值个数, t 为未知数个数}$$

(2) 未知数的协因数阵

由于采用了坐标平差法，实际上法方程系数矩阵的逆就是未知数的协因数阵。它是进行精度评定的基本数据

$$Q_x = (B^T PB)^{-1}$$

(3) 平差后边长与坐标方位角的精度评定

平差后边长与坐标方位角可由坐标平差值反算而得。因此，待定边的坐标方位角的权函数式为：

$$F_T = a_{ij}\delta X_i + b_{ij}\delta Y - a_{ij}\delta X_j - b_{ij}\delta Y_j = f^T X$$

待定边的边长的权函数式为：

$$F_D = a'_{ij}\delta X_i + b'_{ij}\delta Y - a'_{ij}\delta X_j - b'_{ij}\delta Y_j = f^T X$$

按协因数传播律可得未知数函数的权倒数：

$$Q_F = f^T Q_X f$$

精度计算

$$m = m_0 \sqrt{Q_F}$$

(4) 待定点点位误差

$$m_x = \pm m_0 \sqrt{Q_{xx}}, m_y = \pm m_0 \sqrt{Q_{yy}}$$

$$m_k = \pm m_0 \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$$

(5) 误差椭圆元素计算

长半径方位角 $Q = \frac{1}{2} \arctg \frac{2Q_{xy}}{Q_{xx} - Q_{yy}}$

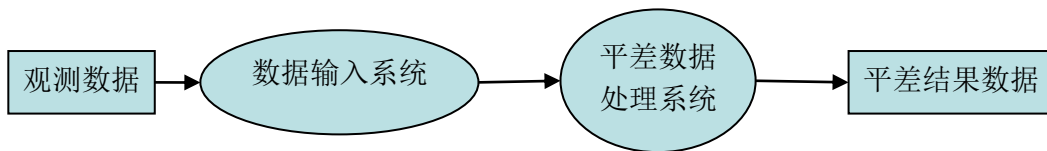
长半径、短半径 $E = m_0 \sqrt{Q_{xx} + Q_{xy} \tg Q},$
 $E = m_0 \sqrt{Q_{xx} + Q_{xy} \tg(Q + 90^0)}$

3.3 分层数据流图

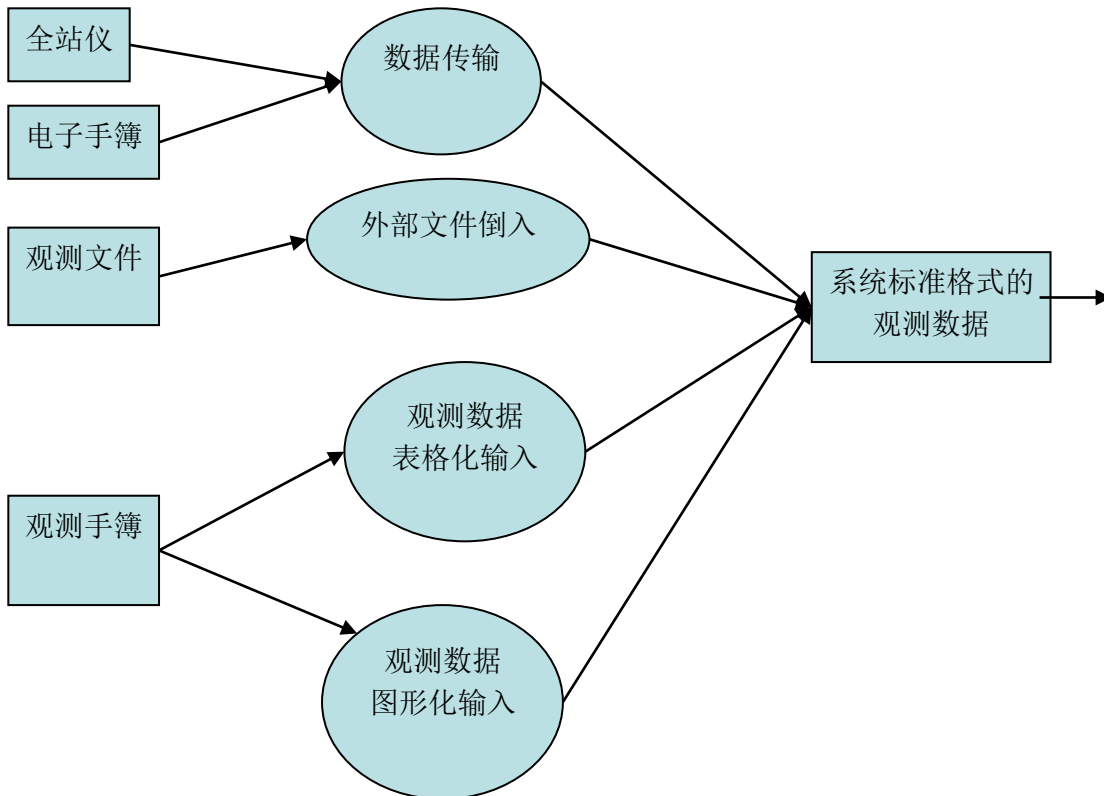
第0层



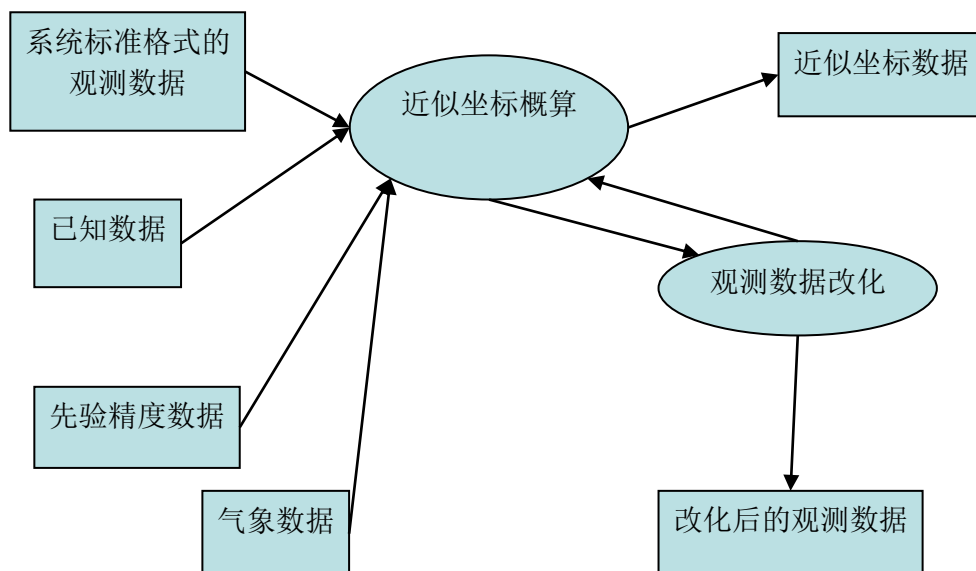
第1层



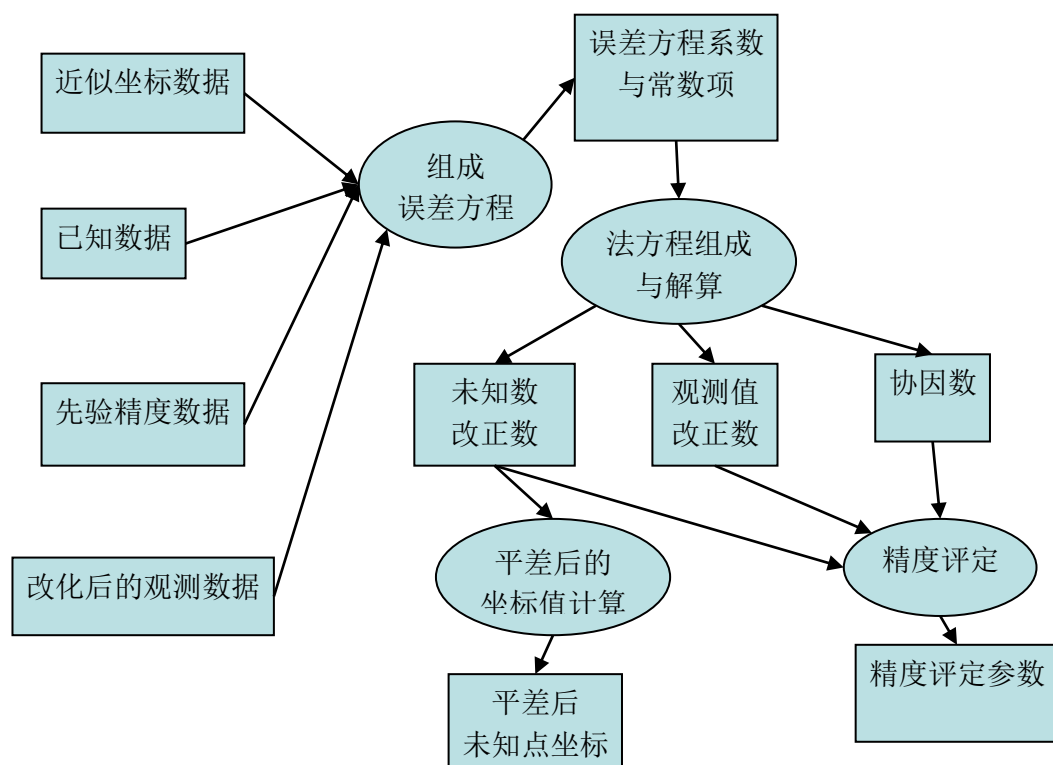
第2层：数据输入



第2层：概算

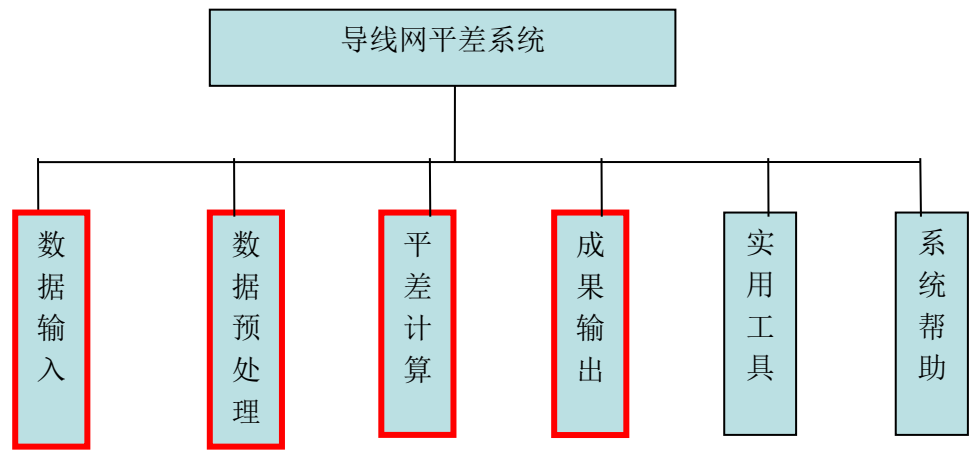


第2层：平差计算



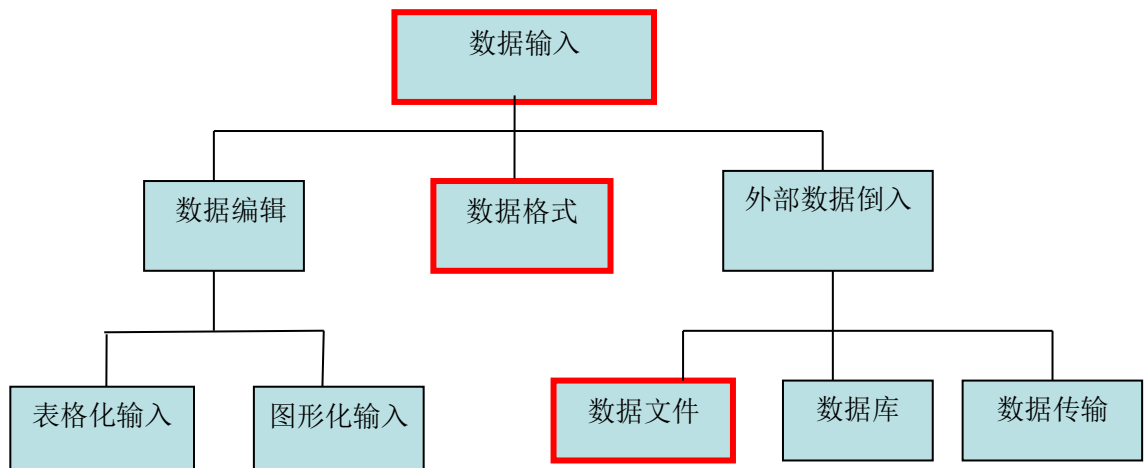
3.4 总体框架及模块功能划分

3.4.1 系统总体框架



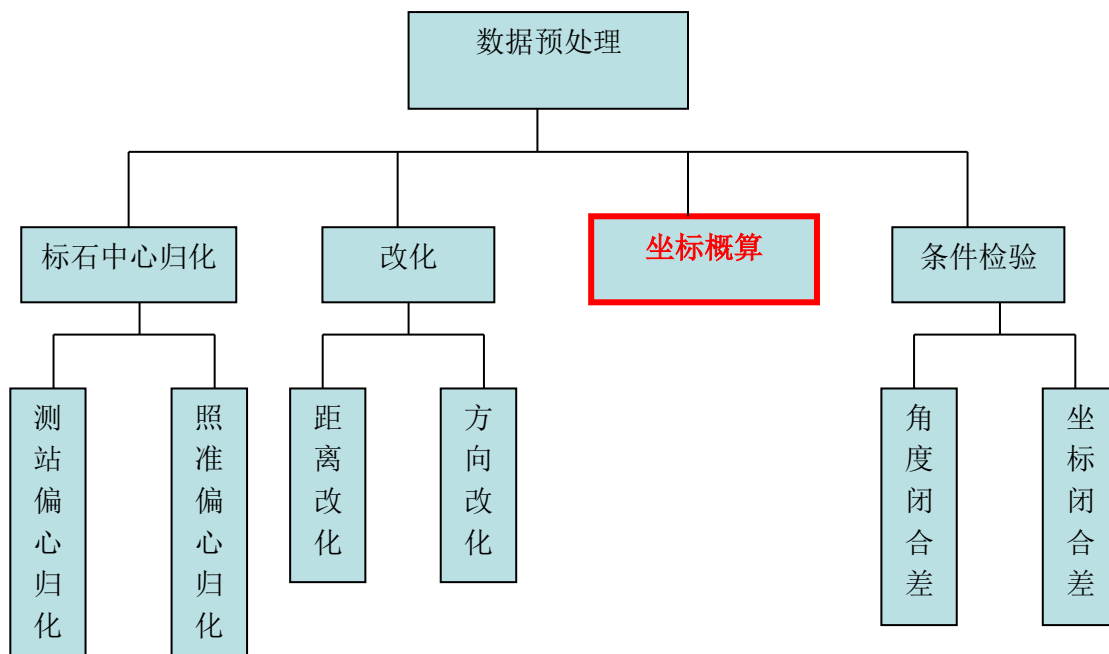
3.4.2 模块功能划分

(1) 数据输入模块

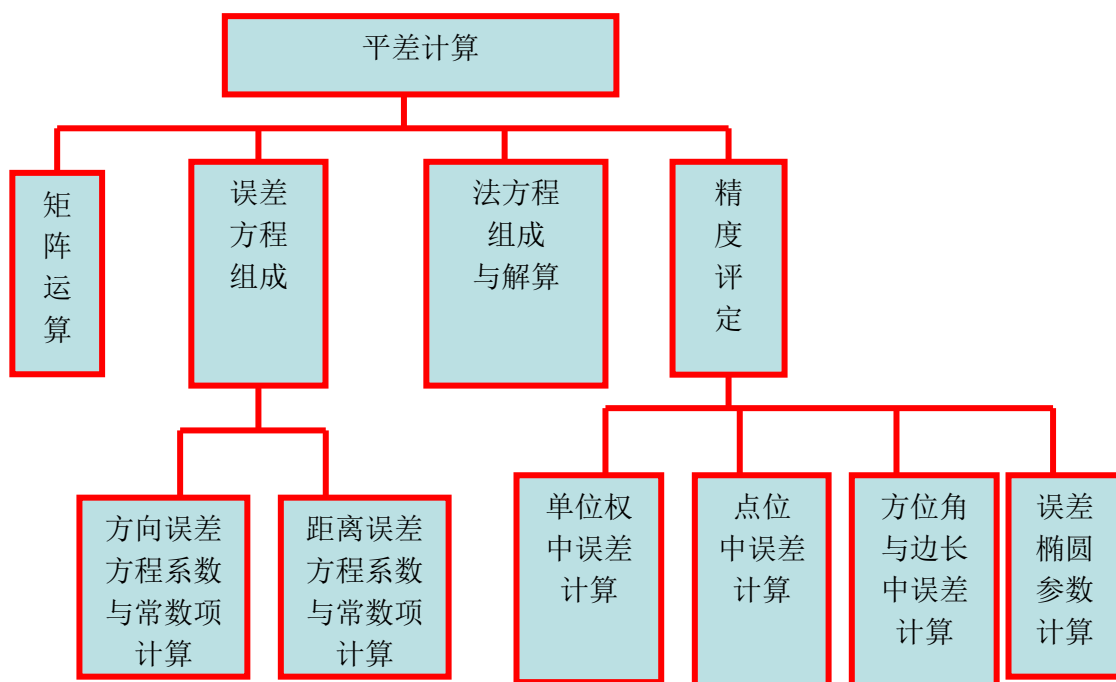


为了降低本次设计的难度，数据输入模块不需要做界面或用简单界面，数据直接从文本文件中读取即可。

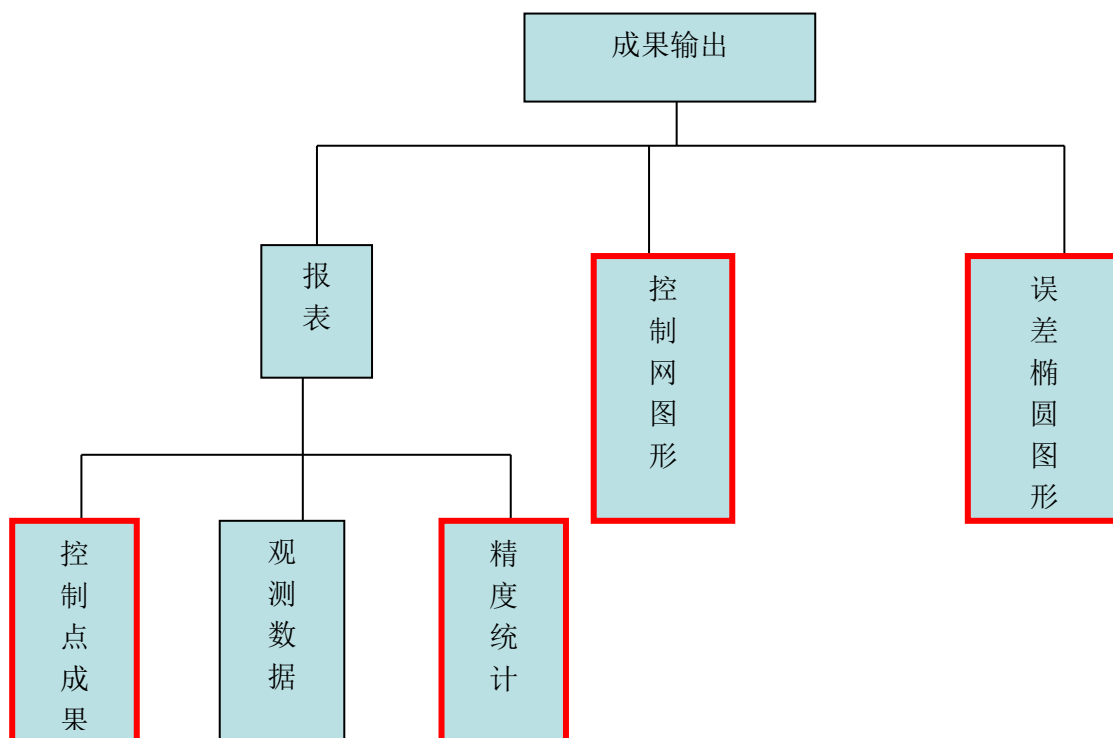
(2) 数据预处理模块



(3) 平差计算模块



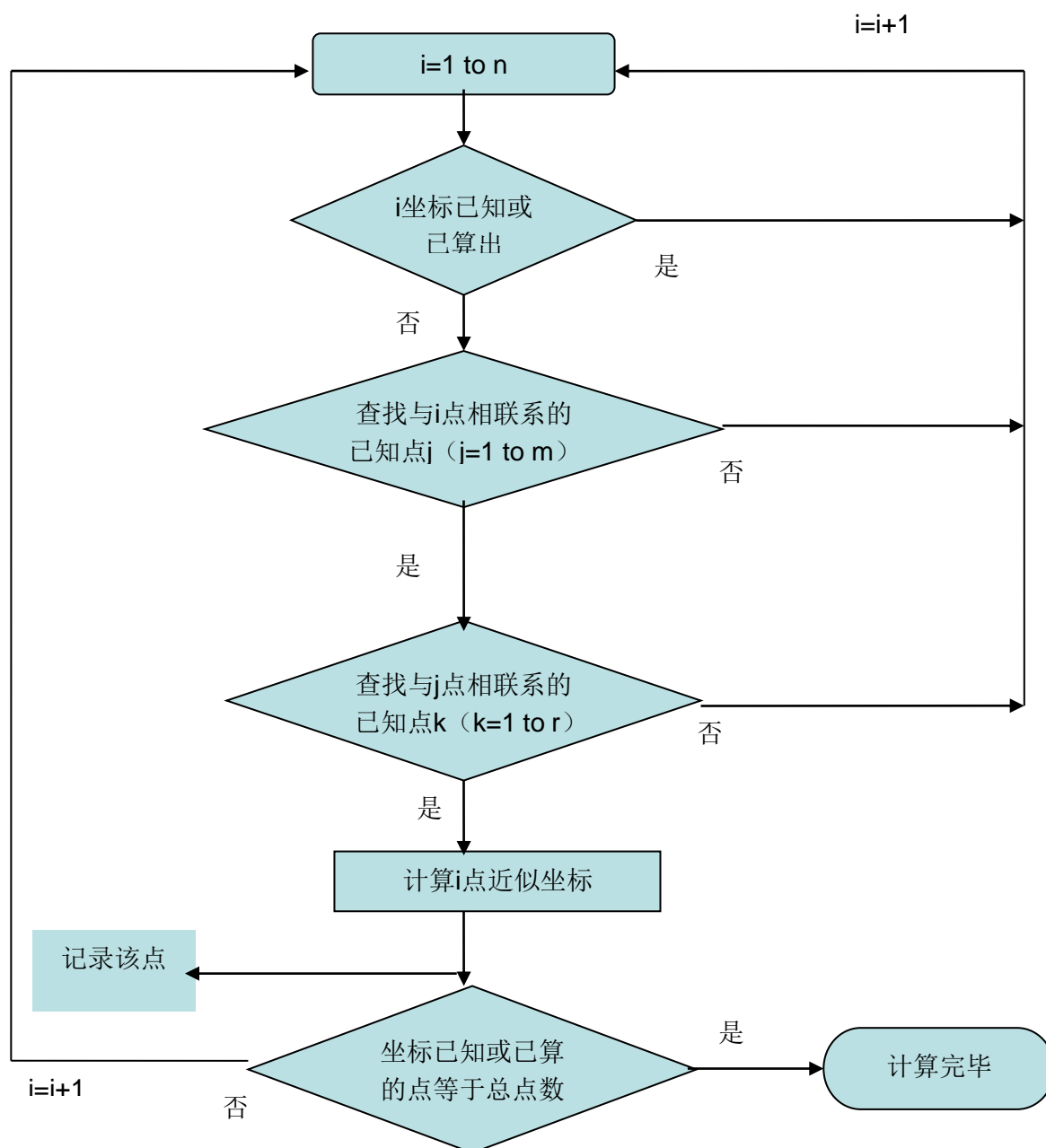
(4) 成果输出模块



用红色粗边框标出的模块是本次设计必须完成的。

3.4.3 算法设计

导线点坐标增量法近似坐标



3.5 观测数据文件格式设计

3.5.1 设计数据格式的基本原则

- (1) 方便数据的读写
- (2) 节约存储空间
- (3) 格式要简洁易懂

3.5.2 数据文件的组成

文件头：包括描述主体数据的数据（如：主体数据的类型、格式等）以及少量的非主体数据。

主体数据体：一般有格式固定的多条数据记录组成。

3.5.3 参考数据格式

(1) 参考数据格式 1: (适用于所有形式的平面控制网)

文件头: 测量员、记录员、观测日期、气象参数、角度边长观测先验精度、测站总数、文件头结束标志。

每一行记录一个数据, 行的起始记录数据类型, 如:

Surveyor, Name

Recorder, Name

Date, ##-##-##

Meteorology, Temperature, Pressure, Humidity

AngleAccuracy, No, #####

DistanceAccuracy, No, A, B

Station Count, #####

END Header

主数据体:

已知数据:

已知数据类型标识, 已知数据体

Coor, PointNo, X,Y,H

Dist, StartPointNo, EndPointNo, #####

Angle, StationPointNo, ObjPointNo, #####

观测数据:

观测数据起始标志

测站点号, 观测值个数

照准点号, 观测值类型 (D/A), 观测值, [观测值精度编号]

.....

观测数据结束标志

(2) 参考数据格式 2: (使用于等精度角度观测和等精度边长观测)

文件头: 测量员、记录员、观测日期、气象参数、角度边长观测先验精度、测站总数、已知数据、文件头结束标志。

每一行记录一个数据, 行的起始记录数据类型, 如:

Surveyor, Name

Recorder, Name

Date, ##-##-##

Meteorology, Temperature, Pressure, Humidity

AngleAccuracy, #####

DistanceAccuracy, A, B

Station Count, #####

Coor, PointNo, X,Y,H

Dist, StartPointNo, EndPointNo, #####

Angle, StationPointNo, ObjPointNo, #####

END Header

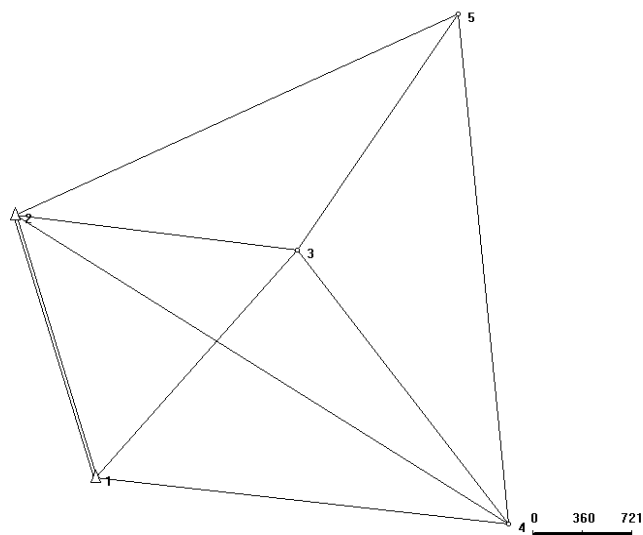
主数据体:

观测数据:

测站点号, 照准点号, [方向观测值], [边长观测值]

3.6 算例

3.6.1 控制网图形



3.6.2 已知数据

点名	X(m)	Y(m)
1	31250.2500	11500.4100
2	33256.5700	10900.8400

3.6.3 观测数据

[距离观测成果表]

测站	照准	距离(m)
1	3	2300.0600
1	4	3090.3530
2	5	3643.2340
2	3	2115.9190
2	4	4363.6110
3	5	2169.0730
3	4	2620.9090
4	5	3922.8600

[方向观测成果表]

测站	照准	方向值(dms)
1	2	0.000000
1	3	57.203210

1	4	113.140635
2	5	0.000000
2	3	32.122292
2	4	57.501530
2	1	98.261273
3	1	0.000000
3	2	56.253779
3	5	172.533944
3	4	282.295383
4	1	0.000000
4	2	26.095412
4	3	46.361798
4	5	77.594671
5	4	0.000000
5	3	39.001779
5	2	70.195151

3.6.4 控制网平差结果

[方向观测成果表]

测站	照准	方向值(dms)	改正数(s)	平差后值 (dms)	备注
1	2	0.000000			
1	3	57.203210	-0.09	57.203201	
1	4	113.140635	1.87	113.140822	
2	5	0.000000			
2	3	32.122292	-0.01	32.122291	
2	4	57.501530	-0.48	57.501482	
2	1	98.261273	0.66	98.261339	
3	1	0.000000			
3	2	56.253779	-0.28	56.253751	
3	5	172.533944	0.84	172.534028	
3	4	282.295383	-0.04	282.295379	
4	1	0.000000			
4	2	26.095412	-0.91	26.095321	
4	3	46.361798	-0.40	46.361758	
4	5	77.594671	0.07	77.594678	

5	4	0.000000			
5	3	39.001779	-0.50	39.001729	
5	2	70.195151	0.10	70.195161	

[距离观测成果表]

测站	照准	距离(m)	改正数(m)	平差后值(m)	方位角(dms)
1	3	2300.0600	0.0007	2300.0607	40.421419
1	4	3090.3530	0.0025	3090.3555	96.355039
2	5	3643.2340	-0.0089	3643.2251	64.552878
2	3	2115.9190	0.0038	2115.9228	97.075170
2	4	4363.6110	-0.0077	4363.6033	122.454360
3	5	2169.0730	0.0033	2169.0763	33.355447
3	4	2620.9090	0.0009	2620.9099	143.120798
4	5	3922.8600	-0.0019	3922.8581	354.353718

[平面点位误差表]

点名	长轴(m)	短轴(m)	长轴方位 dms	点位中误差 m	备注
3	0.0044	0.0026	162.281842	0.0051	
4	0.0078	0.0035	24.121369	0.0085	
5	0.0085	0.0038	140.002894	0.0093	

[控制点成果表]

点名	X(m)	Y(m)	H(m)	备注
1	31250.2500	11500.4100		已知点
2	33256.5700	10900.8400		已知点
3	32993.9018	13000.3958		
4	30895.1963	14570.3016		
5	34800.6037	14200.6959		

戴吾蛟 编