

Autor: Aleksander Ślepowroński

Data: 13.06.2025

Przykłady obliczania IMO

Przykład 1.

Krzywa momentu obrotowego pewnego silnika spalinowego jest opisana funkcją

$$T(\omega) = -\frac{1}{5000}(2\omega - 2400)^2 + 300 \quad 1.1$$

dla $\omega \in \langle 600, 1500 \rangle$.

Krok 1. Wyznaczenie stałych

$$\omega_{min} = 600 \quad 1.2$$

$$\omega_{max} = 1500 \quad 1.3$$

$$T_{min} = T(600) = 12 \quad 1.4$$

$$T_{max} = T(1200) = 300 \quad 1.5$$

Krok 2. Przekształcenie funkcji

$$T_N(\omega) = \frac{T((\omega_{max} - \omega_{min})\omega + \omega_{min}) - T_{min}}{T_{max} - T_{min}} = \frac{-9\omega^2 + 12\omega}{4} \quad 1.6$$

Krok 3. Obliczenie całki oznaczonej

$$i_T = \int_0^1 T_N(\omega) d\omega = 0.75 \quad 1.7$$

Dla podanego przykładu $i_T = 0.75$.

Przykład 2.

Pewien rzeczywisty silnik spalinowy jest opisany listą punktów (ω_k, T_k) , gdzie T_k jest momentem obrotowym tego silnika przy ω_k obrotach

$$L = \{(800, 80), (900, 100), (1000, 110), (1100, 115), (1200, 120), (1300, 110), (1400, 95)\} \quad 2.1$$

Krok 1. Wyznaczenie stałych

$$\omega_{min} = 800 \quad 2.2$$

$$\omega_{max} = 1400 \quad 2.3$$

$$T_{min} = 80 \quad 2.4$$

$$T_{max} = 120 \quad 2.5$$

Krok 2. Przekształcenie punktów

$$L_{Nk} = \left(\frac{\omega_k - \omega_{min}}{\omega_{max} - \omega_{min}}, \frac{T_k - T_{min}}{T_{max} - T_{min}} \right) = (\omega_{Nk}, T_{Nk}) \quad 2.6$$

więc

$$L_N = \left\{ (0, 0), \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{2} \right), \left(\frac{1}{3}, \frac{3}{4} \right), \left(\frac{1}{2}, \frac{7}{8} \right), \left(\frac{2}{3}, 1 \right), \left(\frac{5}{6}, \frac{3}{4} \right), \left(1, \frac{3}{8} \right) \right\} \quad 2.7$$

Krok 3. Obliczenie IMO

Zakładając **liniowy** wzrost lub spadek między każdymi dwoma sąsiednimi punktami, możliwe jest skorzystanie z metody trapezów

$$i_T \approx \sum_{k=1}^{|L_N|-1} \frac{(T_{Nk} + T_{N(k+1)})(\omega_{N(k+1)} - \omega_k)}{2} = 0.677 \quad 2.8$$

Dla podanego przykładu $i_T \approx 0.677$.