



TRƯỜNG ĐẠI HỌC THỦY LỢI
Khoa Công nghệ thông tin - Bộ môn Khoa học máy tính

LÝ THUYẾT TÍNH TOÁN

Tên giảng viên: Đinh Phú Hùng

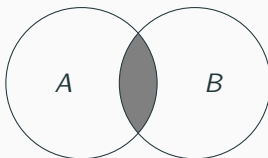
Email: hungdp@tlu.edu.vn

Điện thoại: 0912509973

1. Tập hợp
2. Đồ thị, cây
3. Chuỗi và ngôn ngữ
4. Boolean Logic
5. Định nghĩa, định lý và chứng minh

Tập hợp

- Tập hợp: Là tập các đối tượng không trùng lặp
VD: $N = \{1, 2, 3, \dots\}$, $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- Biểu diễn:
 - Liệt kê: $D = \{a, b, c, d\}$
 - Mô tả đặc tính $D = \{x \mid x \text{ là một ngày trong tháng 9}\}$
 - Biểu đồ Venn:

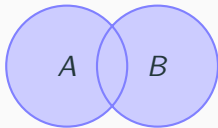


Một số tập đặc biệt

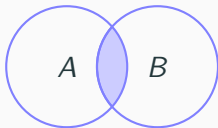
- Tập rỗng: $\emptyset = \{\}$
- Tập hợp con: $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$ (Ngược lại: $\mathbf{A} \not\subset \mathbf{B}$)
 $\{1, 2, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $\{2, 4, 6\} \not\subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- Tập bằng nhau: $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ (Ngược lại: $\mathbf{A} \neq \mathbf{B}$)
 $\{1, 2\} = \{2, 1\}$
 $\{1, 2, 3\} \neq \{2, 1\}$
- Tập lũy thừa: $\mathbf{P(A)}$ hoặc $2^{\mathbf{A}}$
 $A = \{1, 2, 3\}$ thì $2^{\mathbf{A}} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 1\}, \{1, 2, 3\}\}$

Các phép toán với tập hợp

- Phép hợp (Union): $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B \}$



- Phép giao (Intersection): $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ và } x \in B \}$



- Phần bù (Complement): $\bar{A} = \{x \mid x \notin A\}$
- Tích Đề các: $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \text{ và } b \in B\}$
- Phép trừ: $A \setminus B = \{ x \mid x \in A \text{ nhưng } x \notin B \}$

Hàm (Functions)

- Hàm: là một ánh xạ từ miền xác định sang miền giá trị

$$f: D \rightarrow R$$

VD: $f(x) = 2x + 5, \forall x \in R$

- Hàm một ngôi: $f: D \rightarrow R$
- Hàm hai ngôi: $f: A_1 \times A_2 \rightarrow R$
 - Trung tố: $a+b, a*b, a-b$
 - Tiền tố: $\text{add}(a,b), \text{multiply}(a,b), \text{sub}(a,b)$
- Hàm k-ngôi: $f: A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k \rightarrow R$
- Vị từ (thuộc tính): $P: D \rightarrow \{True, False\}$

VD: $\text{even}(4) = \text{true}, \text{even}(5) = \text{false}$

- Nếu **R** là một quan hệ hai ngôi $\Leftrightarrow \mathbf{aRb = True}$
- Tương tự, Nếu **R** là một quan hệ k ngôi $\Leftrightarrow \mathbf{R(a_1, a_2, \dots, a_k) = True}$

VD: cho $S = \{0, 1, 2, 3\}$

- Quan hệ "thứ tự nhỏ hơn"

$$\mathbf{L = \{ (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 3) \}}$$

- Quan hệ "bằng"

$$\mathbf{E = \{ (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3) \}}$$

- Quan hệ "chẵn hoặc lẻ"

$$\mathbf{P = \{ (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (0, 2), (2, 0), (1, 3), (3, 1) \}}$$

Các tính chất của quan hệ

Quan hệ tương đương phải thỏa mãn:

- Phản xạ (reflexive): nếu aRa là đúng với $\forall a \in S$
- Đối xứng (symmetric): nếu $aRb \Leftrightarrow bRa$
- bắc cầu (transitive): nếu aRb và bRc thì aRc

VD:

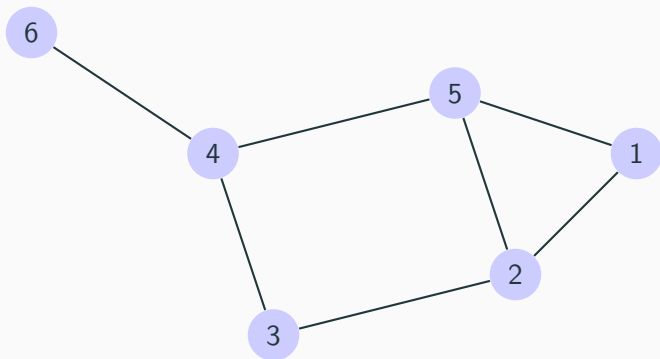
- L không là quan hệ ???
- E là quan hệ ???
- P là quan hệ ???

Đồ thị, cây

Đồ thị (Graphs)

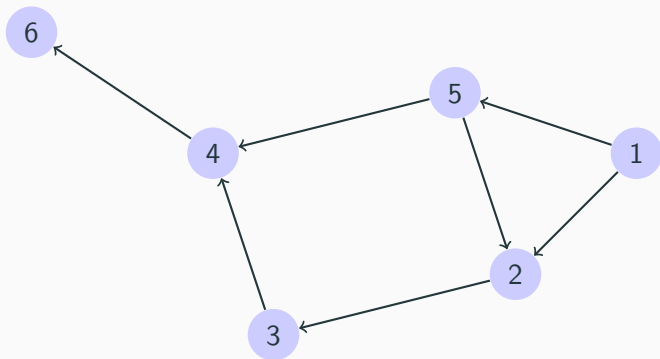
- Đồ thị (Ký hiệu $G = (V, E)$): là tập hợp các điểm cùng với các đường nối giữa các điểm đó

Đồ thị vô hướng:



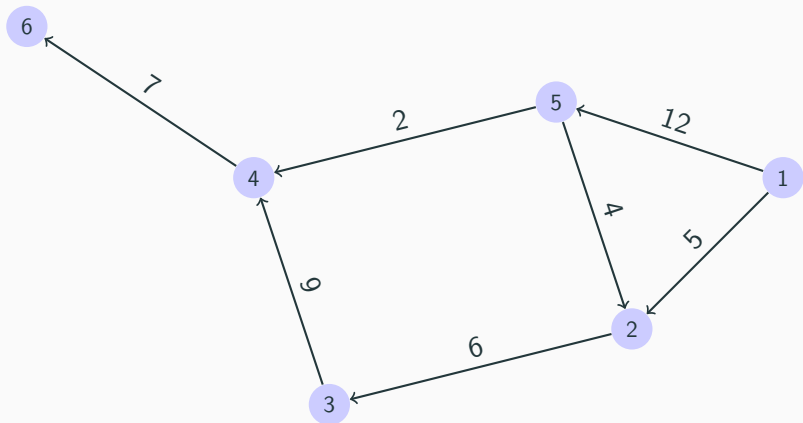
Đồ thị (Graphs)

Đồ thị có hướng:



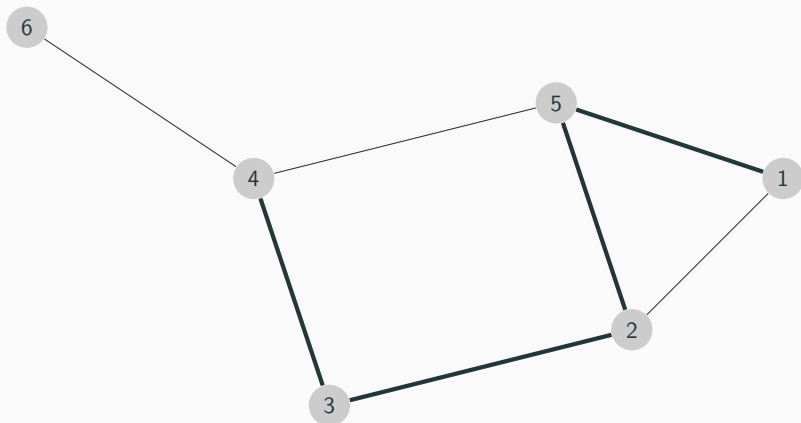
Đồ thị (Graphs)

Đồ thị có trọng số:



Đồ thị (Graphs)

Đồ thị con (Subgraphs):



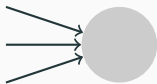
Đồ thị (Graphs)

- Đường đi (**path**): là dãy các đỉnh được nối với nhau bởi các cạnh
- Đường đi đơn: là **đường đi** mà nó không lặp lại bất cứ đỉnh nào
- Chu trình: là một đường đi mà **đỉnh bắt đầu** \equiv **đỉnh kết thúc**
- Đồ thị là liên thông (**connected components**): \exists đường đi giữa 2 đỉnh bất kỳ

Đồ thị (Graphs)

Xét đồ thị có hướng $G=(V,E)$

Bán bậc vào



Bán bậc ra



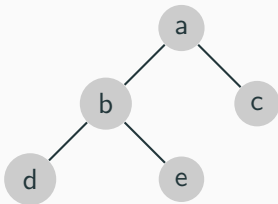
Quan hệ hai ngôi \equiv Đồ thị có hướng

$R(a,b) = \text{True}$
 aRb



Cây (Trees)

- Cây (Trees) là một **đồ thị**
 - Không có chu trình
 - Có một nút gốc



Chuỗi và ngôn ngữ

Chuỗi (Strings)

- **Bộ chữ:** là tập hợp hữu hạn không rỗng các ký hiệu

$$\Sigma_1 = \{0,1\}$$

$$\Sigma_2 = \{a,b,c,d\}$$

$$\Gamma = \{0,1,a,b,c,d,x,y,z\}$$

- **Chuỗi (xâu):** là một dãy hữu hạn các ký tự của bộ chữ, được viết liền và không bị ngăn cách bởi dấu phẩy

baccada là một xâu trên Σ_2

- **Độ dài xâu:** Tổng số các ký hiệu có trong xâu

$$\text{Xâu } w = \text{baccada} \rightarrow |w| = |\text{baccada}| = 7$$

- Xâu rỗng: là xâu có độ dài bằng 0 (Ký hiệu ϵ)
- Xâu nghịch đảo: là đảo ngược của xâu gốc (Ký hiệu w^R)

$$w^R = \text{adaccab}$$

- Ghép xâu: $x = \text{cab}, y = \text{abcad} \rightarrow xy = \text{cababcad}$

- **Ngôn ngữ:** là một tập các xâu

$$L_1 = \{ab, bc, ca, da\}$$

$$L_2 = \{\epsilon, ab, abb, cabb, ddaca\}$$

- Ngôn ngữ rỗng: $\{\} = \emptyset$
- Biểu diễn ngôn ngữ:
 - Liệt kê $\{ab, bc, ca, \dots\}$
 - Tập các ký hiệu: $\{x | x \text{ là các số chẵn}\}$
 - Biểu thức chính quy (Regular Expression): $c(ab)^*(d|c)$
 - Văn phạm phi ngữ cảnh (CFG)

Boolean Logic

Phép toán	Ký hiệu
And	\wedge
Or	\vee
Not	\neg
Xor	\oplus
Kéo theo	\rightarrow hoặc \Rightarrow
Tương đương	\Leftrightarrow, \equiv hoặc $=$

- Luật phân phối

$$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

$$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

Boolean Logic

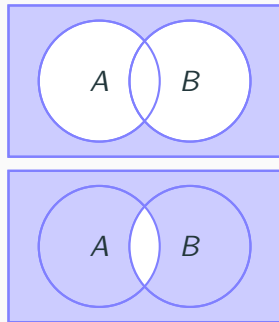
- Luật Demorgan

$$\neg(A \vee B) \equiv (\neg A) \wedge (\neg B)$$

$$\overline{A \cup B} \equiv \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\neg(A \wedge B) \equiv (\neg A) \vee (\neg B)$$

$$\overline{A \cap B} \equiv \bar{A} \cup \bar{B}$$



- Trên thực tế có thể biểu diễn tất cả các toán tử Boolean dưới dạng các toán tử **And** và **Not**

$$P \vee Q \Leftrightarrow \neg(\neg P \wedge \neg Q)$$

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$$

$$P \oplus Q \Leftrightarrow \neg(P \leftrightarrow Q)$$

Định nghĩa, định lý và chứng minh

Định nghĩa, định lý và chứng minh

- **Định nghĩa:** là một mô tả về các đối tượng và khái niệm mà chúng ta sử dụng
- **Mệnh đề toán học:** là một mệnh đề được biểu diễn bằng các đối tượng toán học
- **Chứng minh:** là sự lập luận logic có sức thuyết phục rằng mệnh đề là đúng
- **Định lý:** là mệnh đề toán học đã được chứng minh là đúng

- **Bổ đề:** là một mệnh đề đúng có thể suy ra từ một định lý nào đó
- **Hệ quả:** Được suy ra khi chứng minh một định lý nào đó
- **Phỏng đoán:** là một mệnh đề có khả năng là đúng nhưng chưa được chứng minh
- **Khi và chỉ khi:** là một mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$
 - Cần chứng minh chiều thuận: $P \Rightarrow Q$
 - Chứng minh chiều ngược: $Q \Rightarrow P$

1. Chứng minh bằng việc xây dựng

Định lý: $\exists x$ đặc biệt nào đó là nghiệm của bài toán

Chứng minh: Chỉ ra cách xây dựng x

2. Chứng minh bằng phản chứng

Định lý: “Mệnh đề P là đúng”

Chứng minh:

- Giả sử P là sai
- Thực hiện một số thao tác logic
- Dựa trên những tri thức đã có để kết luận giả thiết trên là phi lý

3. Chứng minh bằng quy nạp

Định lý: “Mệnh đề P là đúng $\forall i \geq 0$ ”

Chứng minh:

Bước cơ sở:

Chỉ ra $P(0)$ là đúng

Bước quy nạp:

Giả sử $P(i)$ là đúng \rightarrow Giả thiết quy nạp

Thực hiện biến đổi logic để chỉ ra $P(i+1)$ là đúng

Kết luận là P đúng $\forall i \geq 0$

1. Chứng minh bằng việc xây dựng

Định lý: Nếu a và b là 2 số nguyên liên tiếp thì $a+b$ là một số lẻ

Chứng minh:

- Vì a và b là 2 số nguyên liên tiếp $\rightarrow b = a + 1$
- $a + b = a + a + 1 = 2a + 1$
- Mà $2a$ là số chẵn $\rightarrow 2a + 1$ là số lẻ $\rightarrow a + b$ là số lẻ

2. Chứng minh bằng phản chứng

Định lý: Nếu a và b là 2 số nguyên liên tiếp thì $a+b$ là một số lẻ

Chứng minh:

- Giả sử $a + b$ không phải là số lẻ $\rightarrow \nexists k: a + b = 2k + 1$ (1)
- Vì a và b là 2 số nguyên liên tiếp $\rightarrow a + b = 2a + 1$ (2)
- Từ (1) và (2) \rightarrow Mâu thuẫn
- Vậy giả thiết trên là sai \rightarrow Định lý đã được chứng minh

Ví dụ về các cách chứng minh

3. Chứng minh bằng quy nạp

Định lý: Nếu a và b là 2 số nguyên liên tiếp thì $a+b$ là một số lẻ

Chứng minh:

Giả sử $P(x)$ đúng khi tổng của x và số nguyên liên tiếp sau x là số lẻ

Bước cơ sở:

Chỉ ra $P(1) = 1 + 2 = 3$ là số lẻ $\rightarrow P(x) = \text{true}$ khi $x = 1$

Bước quy nạp:

Giả sử $P(x)$ là đúng $\rightarrow P(x) = x + x + 1$ là số lẻ

Tăng x và $x + 1$ lên 1 đơn vị: $(x+1) + (x+2) = P(x+1)$

Do cộng thêm 2 đơn vị vào bất kỳ số nguyên nào cũng không làm thay đổi giá trị chẵn hoặc lẻ. Vì vậy $P(x)$ là số lẻ $\rightarrow P(x+1)$ là số lẻ

Kết luận là P đúng $\forall x \geq 1$

Questions?