TRƯỜNG ĐẠI HỌC THỦY LỢI

Khoa Công nghệ thông tin - Bộ môn Khoa học máy tính

LÝ THUYẾT TÍNH TOÁN

Tên giảng viên: Đinh Phú Hùng

Email: hungdp@tlu.edu.vn

Điện thoại: 0912509973

Nội dung bài giảng

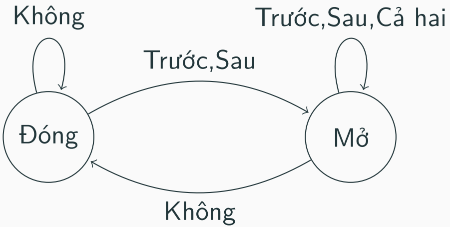
Ôtômat hữu hạn

Ôtômat hữu hạn

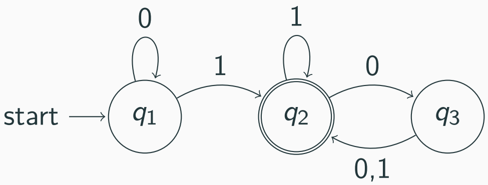
Ôtômat hữu hạn (Finite State Machine - **FSM** hay Finite Automation)

- Là mô hình tính toán đơn giản nhất
- Phù hợp với:
  - Các máy tính hoặc bộ điều khiển nhỏ
  - Có số trạng thái hữu hạn và khá nhỏ

Ví dụ: Bộ điều khiển cửa trượt tự động



Biểu diễn hình học của Ôtômat hữu hạn



- **Trạng thái bắt đầu:** Biểu thị bởi mũi tên chỉ vào nó
- **Trạng thái kết thúc:** Biểu thị bởi vòng tròn kép
- Mũi tên từ trạng thái này sang trạng thái khác được gọi là **chuyển dịch**
- Thông tin đầu ra hoặc là **chấp thuận** hoặc là **bác bỏ**

Ứng dụng của FSM

- Tạo ra các chuỗi tương ứng với mô hình của FSM
- Nhận diện các chuỗi có thỏa mãn mô hình FSM hay không

Ví dụ nhận diện các chuỗi sau:

- 11010101 $\rightarrow$ **Chấp thuận/bác bỏ?**
- 100 $\rightarrow$ **Chấp thuận/bác bỏ?**
- 110000 $\rightarrow$ **Chấp thuận/bác bỏ?**
- 0100 $\rightarrow$ **Chấp thuận/bác bỏ?**
- 101000 $\rightarrow$ **Chấp thuận/bác bỏ?**

$\rightarrow$ **Làm thế nào để biểu diễn các chuỗi chấp thuận bằng 1 ngôn ngữ?**

Định nghĩa hình thức

Định nghĩa hình thức

- Ôtômat hữu hạn $\equiv$ bộ 5 (hay 5 chiều)

$$\mathbf{M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)}$$

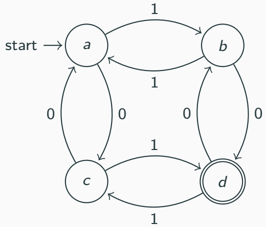
Trong đó:

- **Q:** Tập trạng thái (hữu hạn)
- **Σ:** Bộ chữ, tập hữu hạn các ký tự
- **δ:** Hàm dịch chuyển

$$\mathbf{\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q}$$

- $\mathbf{q_0}$: Trạng thái bắt đầu ($\mathbf{q_0} \in \mathbf{Q}$)
- **F:** Là tập các trạng thái kết thúc ($\mathbf{F} \subseteq \mathbf{Q}$)

Ví dụ Ôtômat hữu hạn



- **Q:** {a,b,c,d}
- **Σ:** {0,1}
- $\mathbf{q_0}$: a
- **F:** {d}

- **δ:**

		Σ	
		0	1
Trạng thái	a	c	b
	b	d	a
	c	a	d
	d	b	c

Ngôn ngữ của máy M

- Nếu A là tập tất cả các xâu mà máy M chấp nhận $\rightarrow$ A là ngôn ngữ của máy M

$$\mathbf{L(M) = A}$$

- Máy M đoán nhận (recognizes) A
- ~~Máy M chấp thuận (accepts) A~~
  Do một máy có thể chấp thuận vài xâu nhưng nó luôn đoán nhận chỉ một ngôn ngữ
- Nếu máy không chấp thuận một xâu nào thì nó vẫn đoán nhận một ngôn ngữ (**Ngôn ngữ rỗng** - ∅)

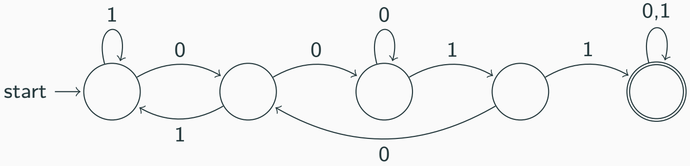
Thiết kế Ôtômat hữu hạn

Thiết kế Ôtômat hữu hạn

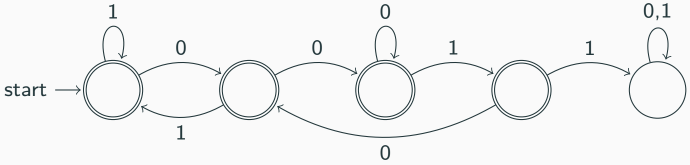
- Cho bộ chữ $\mathbf{\Sigma} = \{0,1\}$. Làm thế nào để đoán nhận tất cả các chuỗi **không** chứa chuỗi 0011?
- Trước tiên, ta thử với bài toán đơn giản hơn: Làm thế nào để đoán nhận tất cả các chuỗi có chứa chuỗi con 0011?

Thiết kế Ôtômat hữu hạn

M_1



M_2



Thiết kế Ôtômat hữu hạn

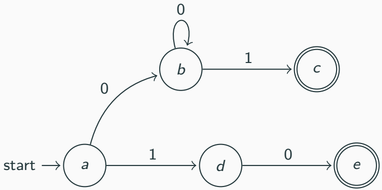
- Thuật ngữ:
  - Một máy trạng thái (FSM) chấp thuận 1 chuỗi nào đó
  - Một máy trạng thái (FSM) đoán nhận 1 ngôn ngữ
- Ký hiệu:

  $L(M_1)$ = Ngôn ngữ mà máy M_1 đoán nhận

  = Tập các chuỗi được xây dựng từ các ký tự $\{0,1\}^*$ mà trong đó có chứa chuỗi 0011 là chuỗi con

  $L(M_2)$ = Tập các chuỗi được xây dựng từ các ký tự $\{0,1\}^*$ mà trong đó không chứa chuỗi 0011 là chuỗi con
- Bản chất ngôn ngữ: **Tập** $\rightarrow L(M_1) = \overline{L(M_2)}$

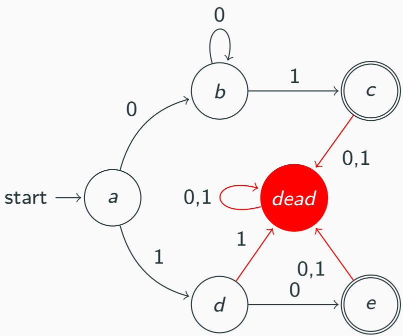
Ví dụ Ôtômat hữu hạn



- FSM trên đoán nhận các chuỗi: 10, 01, 001, 0001, . . . , $0^{+}1$
- L = {w| w là các chuỗi 01,10 hoặc các chuỗi có 1 số 1 liền ngay sau ít nhất 1 số 0}
- Các chuỗi sau điều gì sẽ xảy ra?
  - 111
  - 101010

Điểm chết (Dead states)

$$\mathbf{M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)}$$



- Để tránh điểm chết → δ cần phải được định nghĩa hết các trường hợp

Ngôn ngữ chính quy

Ngôn ngữ chính quy

- Cho Ôtômat hữu hạn: $\mathbf{M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)}$ và $w = w_1 w_2 \ldots w_n$ là một xâu trong đó $w_i \in \Sigma$
- M chấp thuận xâu w $\Leftrightarrow \exists$ dãy $r_0, r_2, \ldots, r_{n-1} \in Q$ thỏa mãn điều kiện:
  - $r_0 = \mathbf{q_0}$
  - $\delta(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$ $(0 \leq i \leq N)$
  - $r_n \in \mathbf{F}$

  $\rightarrow$ **Định nghĩa:** Một ngôn ngữ được gọi là ngôn ngữ chính quy nếu có một Ôtômat hữu hạn nào đó đoán nhận nó
- **Ngôn ngữ nào thì không được coi là ngôn ngữ chính quy?**

Toán tử chính quy

Toán tử chính quy

Giả sử A, B là các ngôn ngữ. Ta có các toán tử chính quy sau:

- Hợp (Union): $A \cup B = \{ x \mid x \in A$ hoặc $x \in B \}$
- Ghép tiếp (Concatenate): $A \circ B = \{ xy \mid x \in A$ và $y \in B \}$
- Sao (Closure): $A^* = \{x_1 x_2 \ldots x_k \mid k \geq 0$ và mỗi $x_i \in A \}$

Ví dụ:

Giả sử ta có bộ chữ $\boldsymbol{\Sigma} = \{a,b,c,\ldots,z\}$

$A = \{aa, b\}$, $B = \{x, yy\}$

$A \cup B = \{aa, b, x, yy\}$

$A \circ B = \{ aax, aayy, bx, byy\}$

$A^* = \{\varepsilon$, aa, b, aaaa, aab, baa, bb, aaaaaa, aaaab, aabaa, aabb,...$\}$

Tập đóng

- Tập hợp A + Toán tử ≡ Phần tử của tập A → A là tập đóng

Định lý 1

Lớp các ngôn ngữ chính quy là đóng đối với toán tử **hợp**
⇔ Nếu A_1 và A_2 là ngôn ngữ chính quy thì $A_1 \cup A_2$ cũng là ngôn ngữ chính quy

Chứng minh

Ý tưởng:

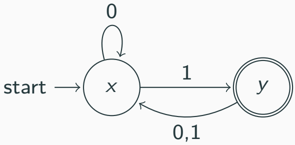
- Giả sử M_1 đoán nhận A_1, M_2 đoán nhận A_2
- Xây dựng M để đoán nhận $A_1 \cup A_2$ → **Chứng minh bằng việc xây dựng**

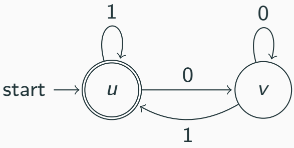
Tập đóng

Chứng minh ĐL 1 (chi tiết)

- $\mathbf{M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)}$ đoán nhận A_1
- $\mathbf{M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)}$ đoán nhận A_2
- Xây dựng $\mathbf{M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)}$ đoán nhận $A_1 \cup A_2$
  Trong đó:
  - $Q = \{(r_1, r_2) \mid r_1 \in Q_1$ và $r_2 \in Q_2\}$
  - $\delta((r_1, r_2), a) = (\delta_1(r_1, a), \delta_2(r_2, a))$ với mỗi $(r_1, r_2) \in Q$, $a \in \Sigma$
  - $q_0 = (q_1, q_2)$
  - $F = \{(r_1, r_2) \mid r_1 \in F_1$ hoặc $r_2 \in F_2\}$

Ví dụ tính đóng của toán tử



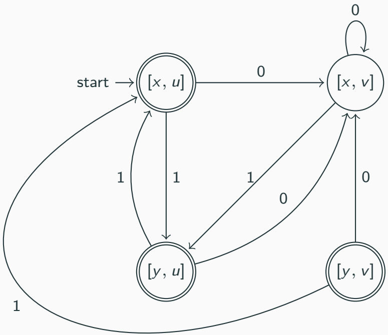


$M_1 = (\{x,y\},\{0,1\},\delta_1,x,\{y\})$

$M_2 = (\{u,v\},\{0,1\},\delta_2,\{u\},\{u\})$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 \cup \mathbf{M}_2 \text{ ??}$$

Ví dụ tính đóng của toán tử



$M = (Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$

$Q =$ **???**

$\Sigma =$ **???**

$\delta =$ **???**

$q_0 =$ **???**

$F =$ **???**

Tập đóng

Định lý 2

Lớp các ngôn ngữ chính quy là đóng đối với toán tử **ghép tiếp** $\Leftrightarrow$ Nếu A_1 và A_2 là ngôn ngữ chính quy thì $A_1 \circ A_2$ cũng là ngôn ngữ chính quy

Chứng minh

Ý tưởng:

- Giả sử M_1 đoán nhận A_1, M_2 đoán nhận A_2
- Xây dựng M để đoán nhận $A_1 \circ A_2$ $\rightarrow$ **Phần đầu đoán nhận A_1, phần sau đoán nhận A_2**
- Tuy nhiên, ta không biết xâu mà M đoán nhận bị cắt ở đâu $\rightarrow$ **Làm thế nào để biết được?**

Questions?