ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଓ ଶିକ୍ଷାଦାନ

(ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଶିକ୍ଷା ଡିପ୍ଲୋମା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ)

ଦ୍ୱିତୀୟ ବର୍ଷ

ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା

ବିଷୟଭିତ୍ତିକ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ
ତୃତୀୟ ପତ୍ର (PC - 3)

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଓ ଶିକ୍ଷାଦାନ

(ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଶିକ୍ଷାରେ ଡିପ୍ଲୋମା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ନିମନ୍ତେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ)

ଦ୍ୱିତୀୟ ବର୍ଷ

(Text Book Prescribed for students of Regular and Distance Education Programme for Diploma in Elementary Education)

ପ୍ରକାଶକ :
ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଓ ଶିକ୍ଷାଦାନ (PC-3)
(ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଶିକ୍ଷାରେ ଡିପ୍ଲୋମା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ନିମନ୍ତେ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକ)
Text book prescribed for 2nd year students of Regular and Distance Education Programme for Diploma in Elementary Education.
ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ ଦ୍ୱାରା ଅନୁମୋଦିତ ଓ ପ୍ରକାଶିତ ।
© ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ ଓଡ଼ିଶା, କଟକ ।

ଲେଖକମଣ୍ଡଳୀ :

ଡକ୍ଟର ମୋହିତ ମୋହନ ମହାନ୍ତି (ସମୀକ୍ଷକ)
ଶ୍ରୀ ମଦନ ମୋହନ ମହାନ୍ତି (ସମୀକ୍ଷକ)
ଶ୍ରୀ ସଚ୍ଚିଦାନନ୍ଦ ମିଶ୍ର
ଶ୍ରୀ ତାପସ କୁମାର ନାୟକ
ଡକ୍ଟର ବାମଦେବ ତ୍ରିପାଠୀ
ଶ୍ରୀ ନାରାୟଣ ସାହୁ
ଶ୍ରୀ ସୁଶାନ୍ତ କୁମାର ମହାପାତ୍ର

ସଂଯୋଜକ : ଶ୍ରୀ ନାରାୟଣ ସାହୁ

ପ୍ରଥମ ସଂସ୍କରଣ :- ୨୦୧୩ / ୩୦,୦୦୦

ଅକ୍ଷର ସଂଯୋଜନା : ଗ୍ରାଫ୍ ଏନ୍ ଗ୍ରାଫିକ୍ସ,
ଓଡ଼ିଆ ବଜାର, କଟକ

ମୁଦ୍ରଣ : ଦେବୀ ଗ୍ରାଫିକ୍ସ, କଟକ

ମୂଲ୍ୟ : ଟ. ୭୭.୦୦ (ସତସ୍ତରୀ ଟଙ୍କା) ମାତ୍ର

Reproduction of the book in whole or in part in any form is prohibited except with prior permission of the publisher.

ମୁଖବନ୍ଧ

ଗୁଣାତ୍ମକ ଶିକ୍ଷାର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲ ପାଇଁ ଉନ୍ନତମାନର ଶିକ୍ଷକ ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ । ଜଣେ ଭଲ ଶିକ୍ଷକ କହିଲେ ଆମେ ସାଧାରଣତଃ ଏପରି ଜଣେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କରିଥାଉ ଯାହାଙ୍କ ଠାରେ ଶିକ୍ଷାଶାସ୍ତ୍ର ଓ ଶିକ୍ଷାର ଭିତ୍ତିଭୂମି ସମ୍ପର୍କରେ ଦୃଢ଼ ଧାରଣା ଥିବ । ଏହା ସହିତ ବିଭିନ୍ନ ପାଠ୍ୟବିଷୟରେ ବିଷୟଗତ ଜ୍ଞାନ ଓ ତାହାର ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କୌଶଳ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବିଶେଷ ଧାରଣା ଥିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର - ୨୦୦୯ (NCFTE - 2009) ରେ ଏହା ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯିବା ସହିତ ଜଣେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରସ୍ତୁତି ଉପରେ ମତବ୍ୟକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ଏହାକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ଆମ ରାଜ୍ୟର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିମନ୍ତେ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ନବୀକରଣ କରାଯାଇଛି । ସେହି ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଅନୁଯାୟୀ ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକଟି ପ୍ରସ୍ତୁତ । ଆମ ରାଜ୍ୟର DIET / DRC / ST School ମାନଙ୍କରେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଶିକ୍ଷାରେ ଡିପ୍ଲୋମା ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରୁଥିବା ଗୁରୁଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ।

ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ମୁଖ୍ୟତଃ ସ୍ୱଶିକ୍ଷଣ ପୁସ୍ତିକା ଢଙ୍ଗରେ ପ୍ରସ୍ତୁତ । ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକକରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ବୋଧଗମ୍ୟ ହେବା ନିମନ୍ତେ ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ, ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ସନ୍ନିବେଶ କରାଯାଇଛି । ଏହା ବ୍ୟତୀତ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଧାରାବାହିକ ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ 'ତୁମ ପାଇଁ କାମ' ଦିଆଯାଇଛି । ସ୍ୱମୂଲ୍ୟାୟନ ନିମନ୍ତେ 'ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା'ରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଛି । ତତ୍‌ସହିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକକ ଶେଷରେ 'ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ' ଓ "ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ" ର ତାଲିକା ଦିଆଯାଇଛି ।

ଏହା ଏକ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ସଂସ୍କରଣ । ଏଥିରେ ମୁଦ୍ରଣଗତ ତଥା ତଥ୍ୟଭିତ୍ତିକ ଭୁଲ୍ ଥାଇପାରେ । ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ପଢ଼ାଉଥିବା ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରଶିକ୍ଷକମାନେ ତଥା ଏହାକୁ ପଢୁଥିବା ଗୁରୁ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ଏଥିରେ ଥିବା ତ୍ରୁଟି ବିଚ୍ୟୁତିକୁ ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ ଦୃଷ୍ଟିକୁ ଆଣିଲେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂସ୍କରଣଗୁଡ଼ିକରେ ଏଥିରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଅଣାଯାଇ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ସମୃଦ୍ଧ କରାଯାଇପାରିବ । ଏହି ପୁସ୍ତକ ପ୍ରସ୍ତୁତିରେ କଷ୍ଟ ସ୍ୱୀକାର କରିଥିବା ଲେଖକ ଓ ସମୀକ୍ଷକ ମଣ୍ଡଳୀକୁ ମୁଁ ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ ତରଫରୁ ସାଧୁବାଦ ଜଣାଯାଉଛି । ଆଶା କରୁଛି, ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଆମ ରାଜ୍ୟର ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମକୁ ଏକ ନୂତନ ଦିଗ ପ୍ରଦାନ କରିବ ।

ସଭାପତି

ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା

ସୂଚୀପତ୍ର

ଏକକ	ଏକକର ନାମ	ପୃଷ୍ଠା
	'କ' ବିଭାଗ	
୧.	ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ଏବଂ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା	୧
୨.	ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତି ଓ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଆକୃତି ଗତ ସମ୍ପର୍କ	୩୩
୩.	ବ୍ୟାବସାୟିକ ଗଣିତ	୬୮
୪.	ବୀଜଗଣିତ	୧୦୪
୫.	ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା ଓ ପ୍ରତିରୂପତା	୧୫୦
	'ଖ' ବିଭାଗ	
୬.	ଗଣିତ ଓ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା	୧୬୭
୭.	ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ	୧୮୬
୮.	ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା	୨୦୩
୯.	ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ	୨୩୦
୧୦.	ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଯୋଜନା	୨୬୦

====

ଏକକ : 1

ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ଏବଂ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଗଠନକ୍ରମ :

1.1 ଉପକ୍ରମ

1.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

1.3 ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା

1.4 ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା

- 1.4.1 ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା
- 1.4.2 ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା
- 1.4.3 ଗୁଣନଂ ପ୍ରକ୍ରିୟା
- 1.4.4 ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା

1.5 ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାରେ ବିଭାଜ୍ୟତା

1.6 ଗୁଣନୀୟକ ଓ ଗୁଣିତକ

1.7 ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ

- 1.7.1 ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ଜାଣିବା
- 1.7.2 ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ
- 1.7.3 ବର୍ଗ ମୂଳର ଚିହ୍ନ
- 1.7.4 ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନିରୂପଣ

1.8 ପୂର୍ଣ୍ଣଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଘନମୂଳ ନିରୂପଣ

1.9 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ

1.10 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

1.11 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

1.12 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ

1.1 ଉପକ୍ରମ :

ମନୁଷ୍ୟ ନିଜକୁ ଏକ ସାମାଜିକ ପ୍ରାଣୀରୂପେ ଗଢ଼ିବା ପାଇଁ ସମାଜ ବା ଗୋଷ୍ଠୀ ଗଠନର କଳ୍ପନା କରିଥିଲା । ଏହି କଳ୍ପନାରୁ ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ପରିବାର, ଗ୍ରାମ ଇତ୍ୟାଦି । ସେତେବେଳେ ସେ ଭବିଷ୍ୟତ ଲାଗି ସଞ୍ଚୟ କରିବା କଥା ଚିନ୍ତା କରିଥିଲା । ଖାଦ୍ୟଶସ୍ୟ, ବସ୍ତ୍ର ଓ ବାସଗୃହ ଏଗୁଡ଼ିକ ତା'ର ଥିଲା ମୌଳିକ ଆବଶ୍ୟକତା । ଆବଶ୍ୟକତା ପୂରଣ କରିବା ଲାଗି କେତେ ପରିମାଣର ଖାଦ୍ୟଶସ୍ୟ ସେ ସଂଗ୍ରହ କରିବ ବା ଉତ୍ପାଦନ କରିବ ସେ ଚିନ୍ତା କଲା । "ପରିମାଣ" ର ସୂଚକ ହେଉଛି ସଂଖ୍ୟା । ସଂଖ୍ୟାର କଳ୍ପନା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ସେ ଗୋଡ଼ି, କାଠି ଆଦି ବ୍ୟବହାର କରି ରଖିଥିବା ଗୃହପାଳିତ ପଶୁ, ଲଗାଇଥିବା ଗଛ, ଗଛରୁ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିବା ଫଳ ଆଦିର ହିସାବ ରଖିବା ଥିଲା ପରିମାଣ ପରିମାପର ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥା । ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ଯେତୋଟି କାଠି, ତା'ର ସେତିକିଟି ପଶୁ । ଆଉ ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ଯେତୋଟି କାଠି, ତା' ବାଡ଼ିରେ

ସେତିକିଟି ଗଛ । ଏହି ଥଳିଗୁଡ଼ିକ ତାକୁ ବିବ୍ରତକଲା । ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ତା'ର ପରିମାଣ ବ୍ୟବସ୍ଥା ସହଜ କରିବା ଲାଗି ସେ କଳ୍ପନା କରିଥିଲା ଏକ ଉନ୍ନତ ପରିମାପ ପଦ୍ଧତି । ଏହା ହେଲା ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତି ।

ପୃଥିବୀର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରାନ୍ତରେ ସଭ୍ୟତା ଗଢ଼ି ଉଠିଥିଲା । ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଭ୍ୟତାରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିଲା । ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନରେ ଥିବା ଆଞ୍ଚଳିକ ତାରତମ୍ୟକୁ ଦୂର କରାଯାଇ ସାରା ପୃଥିବୀରେ ଏକ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇଛି ।

ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ 1, 2, 3, 4, ... 9, 0 ହେଉଛି ଦଶଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ସଂକେତ । ସ୍ଥାନୀୟମାନର କୌଶଳ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏହି ଦଶଟି ଅଙ୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଯେ କୌଣସି ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କରିବା ସମ୍ଭବ ହୋଇ ପାରିଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାରତୀୟ ନିଜକୁ ଗର୍ବିତ ମନେକରିବା ସ୍ୱାଭାବିକ, କାରଣ ସଂଖ୍ୟା ଜଗତକୁ ଶୂନ ହେଉଛି ଭାରତୀୟଙ୍କର ଅନବଦ୍ୟ ଅବଦାନ । ତା' ସାଙ୍ଗକୁ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ବ୍ୟବସ୍ଥା ପ୍ରଥମେ ଭାରତୀୟମାନେ ହିଁ କଳ୍ପନା କରିଥିଲେ । ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଦଶଟି ଅଂକକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସ୍ଥାନୀୟମାନର ବ୍ୟବସ୍ଥା ମଧ୍ୟରେ ଗଠନ କରାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଦଶ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

1.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ଏହି ଏକକଟି ପଢ଼ିସାରିବା ପରେ ଆମେ

- ଦଶ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ ପଦ୍ଧତି ଜାଣିବା ।
- ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପଦ୍ଧତି ଜାଣିବା ।
- ସଂଖ୍ୟା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଜାଣିବା ।
- ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକିୟା ଓ ଏହାର ଧର୍ମ ଜାଣିବା ।

1.3 ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (COUNTING NUMBER) :

ପ୍ରଥମେ ମନୁଷ୍ୟ କିପରି ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର ଆରମ୍ଭ କରିଥିଲା, ତା'ର କୌଣସି ପ୍ରାମାଣିକ ତଥ୍ୟ ଇତିହାସ ପୃଷ୍ଠାରେ ନ ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଶିକ୍ଷାରୁ ବଞ୍ଚିତ ମଣିଷଟିଏ, ଅଥବା ଆନୁଷ୍ଠାନିକ ଭାବେ ଶିକ୍ଷା ପାଇବାର ପୂର୍ବାବସ୍ଥାରେ ପିଲାମାନଙ୍କର କାର୍ଯ୍ୟଧାରାରୁ ଏହା ଅନୁମାନ କରି ହୁଏ ଯେ ପ୍ରଥମେ ମନୁଷ୍ୟ କିଛି ବସ୍ତୁ ସମୂହର ହିସାବ ରଖିବାଲାଗି ଆଉ କିଛି ବସ୍ତୁ ସମୂହର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇଥିବ ।

ଆଦିମାନବ ତା'ର ସଞ୍ଚିତ ସାମଗ୍ରୀଗୁଡ଼ିକର ହିସାବ ରଖିବା ଲାଗି କିପରି କାଠି ବିଡ଼ା ବା ଗୋଡ଼ି ଥଳିର ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲା ତା'ର ସୂଚନା ଉପକ୍ରମରେ ରହିଛି ।

ପୃଥିବୀ ପୃଷ୍ଠରେ ଜୀବ-ଶ୍ରେଷ୍ଠ ହେଉଛି ମଣିଷ । ତା'ର ମାନସିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉଚ୍ଚମାନ ବିଶିଷ୍ଟ । ତା'ର ଉନ୍ନତ ମସ୍ତିଷ୍କ ଯୋଗୁ ସେ ସୃଷ୍ଟି କରିଥିବା ବିଭିନ୍ନ ସଂକେତ ତାକୁ ଛୋଟ, ବଡ଼ ଥଳି ଗୁଡ଼ିକର ବୋଝରୁ ମୁକ୍ତି ଦେଲା । ସଂକେତ ଗୁଡ଼ିକୁ ସେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ରୂପ ଦେଲା ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ କରଣ କଲା । ଏହି ସଂକେତ ଓ ତା'ର ନାମକରଣ ଏକତ୍ର ସୃଷ୍ଟିକଲା ସଂଖ୍ୟାଗୋଷ୍ଠୀ ବା ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ ।

ପ୍ରଥମେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଗଣନା ଲାଗି ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିଲା ସେ ସଂଖ୍ୟାଗୋଷ୍ଠୀ ହେଉଛି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । ସେହି ସଂଖ୍ୟାମାନେ ହେଲେ ଏକ, ଦୁଇ, ତିନି, ଚାରି ... ଇତ୍ୟାଦି । ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ଗଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବାରୁ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ବା (Counting number) କୁହାଯାଏ ।

1 ଠାରୁ ଛୋଟ କୌଣସି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି କି ? ନାଁ । ପୁନଶ୍ଚ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ଏଣୁ ଆହୁରି ମଧ୍ୟ 1 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା, ତା ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 1 ଅଧିକ । ବସ୍ତୁସମୂହ ଓ ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାର ସୂଚନା ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ।

ବସ୍ତୁ		ସଂଖ୍ୟା
|	..	1
| |	..	2
| | |		3
| | | |		4

.....

.....

1.4 ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ହୋଇ ସାରିବା ପରେ ବିଭିନ୍ନ ଜଟିଳ ପରିସ୍ଥିତିର ସମାଧାନ କରିବା ଲାଗି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କଳ୍ପନା କରାଗଲା ।

1.4.1 ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ଯୋଗର ସଂଜ୍ଞା :

ଯଦି n ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ -

(i) $n + 1 = n^+$

(ii) $n + m^+ = (n + m)^+$

ଏଠାରେ n^+ ହେଉଛି n ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ବା ଉତ୍ତରାଧିକାରୀର ସଙ୍କେତ ।

ଆସ ଏହି ସଂଜ୍ଞାକୁ ଭଲ କରି ବୁଝିବା ।

ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କଲା ବେଳେ ଆମେ କିପରି ଏହି ସଂଜ୍ଞାର ବିନିଯୋଗ କରୁ ତା'ର ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଛି ।

ସଂଜ୍ଞାର ପ୍ରଥମ ଅଂଶରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ -

1 ର ଉତ୍ତରାଧିକାରୀ = $1^+ = 1 + 1$ ଏହାକୁ 2 ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

2 ର ଉତ୍ତରାଧିକାରୀ = $2^+ = 2 + 1$ ଏହାକୁ 3 ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

3 ର ଉତ୍ତରାଧିକାରୀ = $3^+ = 3 + 1$ ଏହାକୁ 4 ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

--- --- --- --- ---

8 ର ଉତ୍ତରାଧିକାରୀ = $8^+ = 8 + 1$ ଏହାକୁ 9 ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଉତ୍ତରାଧିକାରୀ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନାରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଏପରି କୌଣସି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ଯାହାକି ବୃହତ୍ତମ, ଅର୍ଥାତ୍ ଯେତେ ବଡ଼ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଉ ପଛେ ତା' ଠାରୁ ବଡ଼ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ।

ସଂଜ୍ଞାର ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଂଶର ଉପଯୋଗ :

ସଂଜ୍ଞାର ଏହି ଅଂଶ ଅର୍ଥାତ୍ $n + m^+ = (n + m)^+$ ରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା n ସହ ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା m ର ଉତ୍ତରାଧିକାରୀ କୁ ଯୋଗ କରିବା ଲାଗି ଆମକୁ ଆଗେ, ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା (n) ସହ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା (m) ର ଯୋଗଫଳ (n + m) ଆବଶ୍ୟକ । ତା'ପରେ (n + m) ର ଉତ୍ତରାଧିକାରୀ ନିର୍ଣ୍ଣିତ ହୋଇ $n + m^+$ ର ଯୋଗଫଳ ପ୍ରାପ୍ତ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ : 3 ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ?

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ ଲାଗି ପ୍ରଥମେ 3 + 5 କୁ $n + m^+$ ଆକାରରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ହେବ ଓ ତତ୍‌ପରେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯିବ ।

$3+5=3+4^+ = (3 + 4)^+$ ... (1) [ଯୋଗର ସଂଜ୍ଞା (ii)] ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ 3 + 4 ଜାଣିବା ଦରକାର ।

$3+4 = 3+3^+ = (3 + 3)^+$ ... (2) [ଯୋଗର ସଂଜ୍ଞା (ii)] ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ 3 + 3 ଜାଣିବା ଦରକାର ।

$3 + 3 =3+2^+ = (3 + 2)^+$ ... (3) [ଯୋଗର ସଂଜ୍ଞା (ii)] ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ 3 + 2 ଜାଣିବା ଦରକାର ।

$3 + 2 = 3 + 1^+ = (3 + 1)^+$ ... (4) [ଯୋଗର ସଂଜ୍ଞା (ii)]

ମାତ୍ର 3 + 1 = 4 ଯାହା ଆମେ ସଂଜ୍ଞା (i) ରୁ ଜାଣିଛୁ ।

ପାଦ (4) ରେ 3 + 1 ର ପୂର୍ବ ପ୍ରାପ୍ତମାନ 4 ବସାଇଲେ, ପାଇବା -

$3 + 2 = (3 + 1)^+ = 4^+ = 4 + 1 = 5$

ପାଦ (3) ରେ 3 + 2 ର ମାନ 5 ବସାଇଲେ ପାଇବା

$3 + 3 = (3 + 2)^+ = 5^+ = 5 + 1 = 6$

ପାଦ (2)ରେ 3 + 3 ର ମାନ 6 ବସାଇଲେ, ପାଇବା -

$3 + 4 = (3 + 3)^+ = 6^+ = 6 + 1 = 7$

ପାଦ (1)ରେ 3 + 4 ର ମାନ ବସାଇଲେ, ପାଇବା -

$3 + 5 = (3 + 4)^+ = 7^+ = 7 + 1 = 8$

ଏହା ହିଁ ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତାତ୍ତ୍ୱିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା । ଏହି ତାତ୍ତ୍ୱିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଅନୁଶୀଳନରେ ହିଁ ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କ ଲାଗି ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଆଲୋଚନା କରାଯାଏ ।

ଏହି ତାତ୍ତ୍ୱିକ ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ଯୋଗ ଶିକ୍ଷାରେ ପ୍ରତିଫଳିତ ହୁଏ ଦେଖିବା ।

3 + 5 ଲାଗି ନିଆଯାଏ 3 + (4 + 1)

= 3 + (3 + 1 + 1) [4 = 3 + 1] ନିଆଗଲା ।

= 3 + (2 + 1 + 1 + 1) [3 = 2 + 1] ନିଆଗଲା ।

$= 3 + (1 + 1 + 1 + 1 + 1)$ [2 = 1 + 1] ନିଆଗଲା ।

$= (3 + 1) + (1 + 1 + 1 + 1)$ [ଗୋଟିଏ 1 କୁ 3 ସହ ନିଆଗଲା ।

$= (4 + 1) + (1 + 1 + 1)$ [ଗୋଟିଏ 1 କୁ 4 ସହ ନିଆଗଲା ।

$= (5 + 1) + (1 + 1)$ [ଗୋଟିଏ 1 କୁ 5 ସହ ନିଆଗଲା ।

$= (6 + 1) + 1 = 7 + 1 = 8$ [ଗୋଟିଏ 1 କୁ 6 ସହ ନିଆଗଲା ।

ଏହି ତତ୍ତ୍ୱରୁ ହିଁ ଆଙ୍ଗୁଠି ଗଣି ବା ଆଙ୍ଗୁଠିର ରେଖାଗଣି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଉଦ୍ଭବ ।

ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ :

ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଉଦାହରଣ	ଟିପ୍ପଣୀ
ଯୋଗ	2 + 5 = 7 ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା, ସେହିପରି 7 + 3 = 10 ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ପାଇଁ a + b ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା	ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାସେଟ୍‌ରେ ଯୋଗ କ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
	2 + 3 = 3 + 2 = 5 ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ପାଇଁ a + b = b + a	ଯୋଗ କ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
	(2+ 3) + 6 = 2 + (3 + 6) ସାଧାରଣ ଭାବରେ ଯେ କୌଣସି ତିନୋଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ (a + b) + c = a + (b + c)	ଯୋଗ କ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିମୟ ପାଳନ କରେ ।

1.4.2. ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ଯୋଗ କ୍ରିୟାର ବିପରୀତ ହେଉଛି ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ।

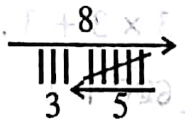
8ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ରୁ 5ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ନେଲେ କେତେ ରହିବ ? 7ଟି କଲମରୁ 12ଟି କଲମ କେତେ ଅଧିକ ?

ଗୋଟିଏ ଡବାରେ 16ଟି ବିସ୍କୁଟ ଧରେ । ସେ ଡବାରେ 9ଟି ବିସ୍କୁଟ ଅଛି । ଆଉ କେତୋଟି ବିସ୍କୁଟ ସେ ଡବାରେ ରହିପାରିବ ?

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ ଲାଗି ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ ।

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିରସ୍ଥିତିକୁ ବୁଝିବା ଆବଶ୍ୟକ । 'କେତେ ଅଧିକ', 'କେତେ ରହିଲା', 'କେତେ ଦରକାର' ପରିଭାଷା ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶିତ ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି ସହିତ ପିଲାଙ୍କୁ ପରିଚିତ କରାଇବା ଉଚିତ, ଏବଂ ଶିକ୍ଷକମାନେ ନିଜେ ମଧ୍ୟ ଉକ୍ତ ଭାଷାଗୁଡ଼ିକ ସହ ପରିଚିତ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

8 - 5 = ?



ଆଠଟି ଗାରଟାଣି ସେଥିରୁ ଗୋଟି ଗୋଟି କରି 5ଟି ଗାର ଗଣି ପଛକୁ ଫେରିବା ପରେ ବଳକା ଗାରଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା 3 । ଏଣୁ 8 - 5 = 3

ଉଦାହରଣ : $7 - 3 = ?$

$7 - 3 = 7 - 1 - 1 - 1 = (7 - 1) - 1 - 1$

$= 6 - 1 - 1$ [∵ 7 ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା 6]

$= (6 - 1) - 1$

$= 5 - 1$ [∵ 6 ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା 5]

$= 4$ [∵ 5 ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା 4, ଅର୍ଥାତ୍ 7 ରୁ 3 ଫେଡ଼ିବା ପାଇଁ ଆମେ 7ରୁ 3 ଗୋଟି 1 ଫେଡ଼ିଲେ]

ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ :

ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଉଦାହରଣ	ଟିପ୍ପଣୀ
ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା	$5 - 3 = 3$ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । କିନ୍ତୁ $3 - 5 = -2$ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।	ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ବିୟୋଗ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।
	$5 - 3 \neq 3 - 5$	ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।
	$5 - (7 - 2) \neq (5 - 7) - 2$	ବିୟୋଗ କ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।

1.4.3. ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ଗୁଣନର ସଂଜ୍ଞା :

ଯଦି n, m ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା, ତେବେ (i) $n \times 1 = n$ (ii) $n \times m^+ = n \times m + n$

ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ କିପରି ଏହି ସଂଜ୍ଞାର ବିନିଯୋଗ କରୁ ତାହା ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚିତ ।

ମନେକରାଯାଉ 3 ଓ 5 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା –

ପ୍ରଥମେ 3×5 କୁ $n + m^+$ ଆକାରରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଓ ତତ୍‌ପରେ ସଂଜ୍ଞା (ii) ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।

$3 \times 5 = 3 \times 4^+ = 3 \times 4 + 3$ ... (1) [ଗୁଣନର ସଂଜ୍ଞା (ii)

ବର୍ତ୍ତମାନ 3×4 କେତେ ଜାଣିବାକୁ ହେବ ।

$3 \times 4 = 3 \times 3^+ = 3 \times 3 + 3$ ... (2) [ଗୁଣନର ସଂଜ୍ଞା (ii)

ବର୍ତ୍ତମାନ 3×3 କେତେ ଜାଣିବାକୁ ହେବ ।

$3 \times 3 = 3 \times 2^+ = 3 \times 2 + 3$ ... (3) [ଗୁଣନର ସଂଜ୍ଞା (ii)

ବର୍ତ୍ତମାନ 3×2 କେତେ ଜାଣିବାକୁ ହେବ ।

$3 \times 2 = 3 \times 1^{+} = 3 \times 1 + 3$ ... (4) ।ଗୁଣନର ସଂଜ୍ଞା (ii)

କିନ୍ତୁ 3×1 କେତେ ତାହା ଆମେ ସଂଜ୍ଞା (i) ରେ ଜାଣିଛୁ ।

$3 \times 1 = 3$ ... (5) ।ଗୁଣନର ସଂଜ୍ଞା (i)

ପାଦ (5) ରେ ପ୍ରାପ୍ତ 3×1 ର ଫଳ 3 କୁ ପାଦ (4) ରେ ବସାଇଲେ ପାଇବା -

$3 \times 2 = 3 \times 1 + 3 = 3 + 3 = 6$ [ଯୋଗ କ୍ରିୟାରୁ ପାପ୍ତ]

ପାଦ (4) ରେ ପ୍ରାପ୍ତ 3×2 ର ଫଳ 6 କୁ ପାଦ (3) ରେ ବସାଇଲେ ପାଇବା

$3 \times 3 = 3 \times 2 + 3 = 6 + 3 = 9$

[ଯୋଗ କ୍ରିୟାରୁ ପାପ୍ତ ପାଦ (3) ରେ ପ୍ରାପ୍ତ 3×3 ର ଫଳ 9 କୁ ପାଦ (2) ରେ ବସାଇଲେ ପାଇବା

$3 \times 4 = 3 \times 3 + 3 = 9 + 3 = 12$ [ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରୁ ପ୍ରାପ୍ତ]

ପାଦ (2) ରେ ପ୍ରାପ୍ତ 3×4 ର ଫଳ 12 କୁ ପାଦ (1) ରେ ବସାଇଲେ ପାଇବା

$3 \times 5 = 3 \times 4 + 3 = 12 + 3 = 15$ [ଯୋଗ କ୍ରିୟାରୁ ପାପ୍ତ]

ଏହା ହିଁ ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତାତ୍ତ୍ୱିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଲାଗି ଉପରୋକ୍ତ ଯୋଗ ଓ ଗୁଣନର ତାତ୍ତ୍ୱିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବୋଧଗମ୍ୟ ନୁହେଁ ସତ, ମାତ୍ର ଏହି ତାତ୍ତ୍ୱିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣା ନଥିଲେ, ସେ ଦକ୍ଷତାର ସହ ଯୋଗ ଓ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଶିକ୍ଷାଦେବାରେ ସକ୍ଷମ ହେବେ ନାହିଁ ବା ଯନ୍ତ୍ରବତ୍ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରିବେ, ଯାହାକି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ମନକୁ ଛୁଇଁବ ନାହିଁ । ଏହି ତାତ୍ତ୍ୱିକ ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ଗୁଣନ ଶିକ୍ଷାରେ ପ୍ରତିଫଳିତ ହୁଏ, ଦେଖିବା ।

ଆମେ କହୁ 3ର 5 ଗୁଣ, 3 ର 4 ଗୁଣ ଠାରୁ 3 ଅଧିକ । ଏହା ହିଁ ଗୁଣନର ସଂଜ୍ଞା (ii)

ଆମେ ଅନ୍ୟ ଭାଷାରେ କହୁ : "3 ର 5 ଗୁଣ (ବା 3 ପଞ୍ଚା) ମନେ ନ ପଡ଼ିଲେ 3 ଚଉ ବା 3 ର 4 ଗୁଣ ମନେ ପକାଅ । ସେହି ଫଳରେ 3 ମିଶାଅ" ।

3×5 = $(3 \times 4) + 3$ ଅର୍ଥାତ୍ 3ର 4 ଗୁଣରେ ଗୋଟିଏ 3 ଯୋଗ ।

= $3 \times 3 + 3 + 3$ ଅର୍ଥାତ୍ 3 ର 3 ଗୁଣରେ ଦୁଇଗୋଟି 3 ଯୋଗ ।

= $(3 \times 2) + 3 + 3 + 3$ ଅର୍ଥାତ୍ 3 ର 2 ଗୁଣରେ ତିନିଗୋଟି 3 ଯୋଗ ।

= $(3 \times 1) + 3 + 3 + 3 + 3$ ଅର୍ଥାତ୍ 3 ର 1 ଗୁଣରେ ଚାରିଗୋଟି 3 ଯୋଗ ।

= $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ ଅର୍ଥାତ୍ 5ଗୋଟି 3 ର ଯୋଗ

ଗୁଣନ ଯେ ଏକ କ୍ରମିକ ଯୋଗ ତାହା ଗୁଣନର ଦତ୍ତ ସଂଜ୍ଞାରୁ ହିଁ ମିଳିଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମାନ୍ୱୟ ଯୋଗର ଅନ୍ୟରୂପ ହେଉଛି ଗୁଣନ ।

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 \times 3$

ଅଥବା $5 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$ ।

ସେହିପରି $5 \times 4 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$

ଗୁଣନର ଧର୍ମ

ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଉଦାହରଣ	ଟିପ୍ପଣୀ
ଗୁଣନ	$2 \times 3 = 6$ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା $6 \times 4 = 24$ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । ଯଦି a ଓ b ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ $a \times b$ ବା ab ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା	ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
	$5 \times 4 = 4 \times 5$, ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ପାଇଁ $a \times b = b \times a$	ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
	$2 \times (3 \times 5) = (2 \times 3) \times 5 = 30$ ଯେ କୌଣସି ତିନୋଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା a, b ଓ c ପାଇଁ $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$	ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ।
	$1 \times 5 = 5$, $3 \times 1 = 3$ ଯେ କୌଣସି ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା a ପାଇଁ $a \times 1 = 1 \times a = a$	ଯେ କୌଣସି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି ମିଳିବ । ଏଠାରେ 1 କୁ ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ କୁହାଯାଏ ।

1.4.4 ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ଯଦି a, b, c, d ଚାରୋଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ, $b > d$ ଓ $a = b \times c + d$ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ-

a କୁ b ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଫଳ c ଓ ଭାଗଶେଷ d ହୁଏ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ହିଁ ଆମେ ଭାଗକ୍ରିୟା କରିଥାଉ । ଏହା ହେଉଛି କ୍ରମାନ୍ୱୟ ବିୟୋଗର ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ରୂପ ।

ଯଥା : 37-5 =32, 32-5 =27, 27-5=22, 22-5=17, 17-5 = 12, 12- 5 = 7, 7-5 = 2

ଉପରିସ୍ଥ ପାଦମାନଙ୍କରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ 37 ରୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 7 ଗୋଟି 5 ବିୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରିଲା ଏବଂ ଶେଷରେ 2 ବଳକା ରହିଲା । ଅନ୍ୟ କଥାରେ 37 ରୁ ସର୍ବାଧିକ 7 ଗୋଟି 5 ଯାଇ ପାରିବ ଓ ଶେଷରେ 2 ବଳକା ରହିବ । ଏହାକୁ ଆମେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଲେଖୁ -

$37 \div 5 = 7$ ଭାଗଫଳ ଓ 2 ଭାଗଶେଷ

ଏଠାରେ $37 = 5 \times 7 + 2$

ଅର୍ଥାତ୍ ଭାଜ୍ୟ = (ଭାଜକ) × (ଭାଗଫଳ) + ଭାଗଶେଷ

ଏହି ପଦ୍ଧତିରୁ ଭାଗପ୍ରକ୍ରିୟା (division) ର ସୃଷ୍ଟି ।

ଏହାକୁ ହରଣର ଇୟୁକ୍ଲିଡୀୟ ନିୟମ କୁହାଯାଏ ।

ଯଦି $d = 0$ (ଅର୍ଥାତ୍ ଭାଗଶେଷ = 0) ତେବେ ଆମେ କହିଥାଉ a ସଂଖ୍ୟାଟି b ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଉଦାହରଣ : ଯଦି ମୋ ପାଖରେ 6ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଅଛି ଓ ଏହାକୁ 3 ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବାଣ୍ଟିବାକୁ ହେବ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାକୁ 2ଟି କରି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଦେଇ ହେବ । କାରଣ $3 \times 2 = 6$ । ମାତ୍ର ଯଦି ମୋ ପାଖରେ 14ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଅଛି, ତେବେ ଜଣକୁ ଚାରୋଟି କରି ଦେଇ ଦେଲା ପରେ ଆଉ ଦୁଇଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବଳକା ରହିବ । କାରଣ $14 = 3 \times 4 + 2$

ଅର୍ଥାତ୍ ଭାଜ୍ୟ = ଭାଜକ × ଭାଗଫଳ + ଭାଗଶେଷ

ହରଣର ଧର୍ମ :

ପ୍ରକ୍ରିୟା	ଉଦାହରଣ	ଟିପ୍ପଣୀ
ହରଣ କ୍ରିୟା	$8 \div 4 = 2$ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା କିନ୍ତୁ $4 \div 8 = \frac{1}{2}$ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।	ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।
	$15 \div 5 = 3$ ମାତ୍ର $5 \div 15 = \frac{1}{3}$ $\therefore 15 \div 5 \neq 5 \div 15$	ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ ।
	$(32 \div 8) \div 2 = 2$ $32 \div (8 \div 2) = 8$ $\therefore (32 \div 8) \div 2 \neq 32 \div (8 \div 2)$	ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ପାଳନ କରେ ନାହିଁ।

ଆସ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପାଇଁ ସଂବୃତ୍ତି, କ୍ରମ ବିନିମୟୀ, ସହଯୋଗୀ ଓ ଅଭେଦ ନିୟମ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପୂର୍ବରୁ ପାଇଥିବା ସିଦ୍ଧାନ୍ତକୁ ଏକ ସାରଣୀରେ ଲେଖିବା

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମ / ଧର୍ମ				
	ସଂବୃତ୍ତି	କ୍ରମବିନିମୟୀ	ସହଯୋଗୀ	ଅଭେଦ
ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା	ଅଛି	ଅଛି	ଅଛି	ନାହିଁ
ବିୟୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା	ନାହିଁ	ନାହିଁ	ନାହିଁ	ନାହିଁ
ଗୁଣନପ୍ରକ୍ରିୟା	ଅଛି	ଅଛି	ଅଛି	ଅଛି
ହରଣପ୍ରକ୍ରିୟା	ନାହିଁ	ନାହିଁ	ନାହିଁ	ଅଛି

1.5 ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାରେ ବିଭାଜ୍ୟତା :

ଗୋଟିଏ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ କୌଣସି ଭାଗଶେଷ ନ ରହିଲେ, ଭାଜ୍ୟଟି ଭାଜକ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

1.5.1. 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 2) :

ସଂଖ୍ୟାଟିଏ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲେ, ତାକୁ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ଆମେ ଜାଣୁ - 10, 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ (କାରଣ 10 କୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ 0)।

ଏଣୁ 10 ର ଯେ କୌଣସି ଗୁଣିତକ, ଅର୍ଥାତ୍ 10×2, 10×3 ... ଆଦି ମଧ୍ୟ ଦୁଇ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ସେହିପରି 100×2, 100×3, ... ଆଦି 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ

1000×2, 1000×3 ... ଆଦି 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ

ସେହିପରି 10,000, 100,000 ଆଦି ସଂଖ୍ୟାର ଯେ କୌଣସି ଗୁଣିତକ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ କି ?

ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ । ଦେଖିବ ଯେ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ମଧ୍ୟ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ନେବା । ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି ହେଉଛି $\boxed{a|b|c|d|e|f}$ ।

ଏଠାରେ a,b,c,d ଆଦି ହେଉଛନ୍ତି ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ।

ଏହାର ବିସ୍ତାରିତ ରୂପ ହେଉଛି :

$(100{,}000 \times a) + (10{,}000 \times b) + (1000 \times c) + (100 \times d) + (10 \times e) + f$

ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ବନ୍ଧନୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ପାଞ୍ଚଟି ଅଂଶ ପ୍ରତ୍ୟେକ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ (ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଆଲୋଚନା ଅନୁଯାୟୀ) । ଏଣୁ ସଂଖ୍ୟା ର ଏକକ f ଯଦି 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୁଏ, ତେବେ ସମଗ୍ର ସଂଖ୍ୟାଟି 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ 2, 4, 6, 8 ଓ 0 ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଏଣୁ ଏକକ ସ୍ଥାନରେ ଏହି ଅଙ୍କମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ଥିଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

1.5.2. 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 3) :

"3" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷଣ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କର ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଥାଏ । "3" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମଟିକୁ ମନେ ପକାଅ । ବିଭାଜ୍ୟ ନିୟମଟି ହେଲା -

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କ ସମଷ୍ଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୁଏ । ଅନ୍ୟଥା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ନାହିଁ ।

ଉକ୍ତ ବିଭାଜ୍ୟତା ସୂତ୍ରର ଅବତାରଣା କିପରି ହୋଇଛି ଆସ ତାହାକୁ ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି $\boxed{c|b|a}$

$\boxed{c|b|a}$ ସଂଖ୍ୟାର ବିସ୍ତାରିତ ରୂପ $= 100c + 10b + a = (99c + c) + (9b + b) + a$

$= 99c + 9b + (a+b+c) = 9(11c+b) + (a+b+c)$

ଏଠାରେ $\boxed{c}\boxed{b}\boxed{a}$ ସଂଖ୍ୟାର ବିସ୍ତାରିତ ରୂପର ରୂପାନ୍ତରଣର 9 (11c + b) ଭାଗଟି "3" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ କାରଣ "9", 3 ର ଏକ ଗୁଣିତକ । ଯଦି (a + b + c) ଅର୍ଥାତ୍ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ତ୍ରୟର ସମଷ୍ଟି 3 ଦ୍ୱାର ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ, ତେବେ $\boxed{c}\boxed{b}\boxed{a}$ ସଂଖ୍ୟାଟି "3" ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ । ଆସ ଏକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଉକ୍ତ ବିଭାଜ୍ୟତାକୁ ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : 3456 ସଂଖ୍ୟାର 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

ସମାଧାନ : $3456 = 3 \times 1000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 6$

$= 3(999 + 1) + 4(99 + 1) + 5(9 + 1) + 6$

$= 3 \times 999 + 4 \times 99 + 5 \times 9 + (3 + 4 + 5 + 6)$

$= 9(3 \times 111 + 4 \times 11 + 5 \times 1) + (3 + 4 + 5 + 6)$

$= 9(333 + 44 + 5) + 18$

ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ପ୍ରଥମ ଅଂଶଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଂଶଟି ମଧ୍ୟ 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଏଣୁ ସଂଖ୍ୟାଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

1.5.3 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 5)

'5' ର ଗୁଣିତକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, ... ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଦେଖିବା ଯେ ଏଗୁଡ଼ିକର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 0 କିମ୍ବା 5, 15 ଓ 0 ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଅଙ୍କ 5 ର ଗୁଣିତକ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କରେ ସ୍ଥାନ ପାଏ ନାହିଁ । ତେଣୁ 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମ ହେଲା-

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 0 କିମ୍ବା 5 ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି '5' ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମର ଯଥାର୍ଥତା କ'ଣ, ଆସ ବୁଝିବା ।

ପୂର୍ବପରି $\boxed{c}\boxed{b}\boxed{a}$ ଏକ ସଂଖ୍ୟା । ଯାହାର ବ୍ୟାପକ ରୂପଟି ହେଉଛି $100c + 10b + a$ । ଏଠାରେ 10b ଓ 100c ପ୍ରତ୍ୟେକ 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବେ । କାରଣ 5 ର ଗୁଣିତକ 10 ଓ 100 । ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଟି 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବାକୁ ହେଲେ a ମଧ୍ୟ 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବା ଦରକାର । 0 ଓ 5 ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଅଙ୍କ 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ । ତେଣୁ ଏକକ ଅଙ୍କ 0 କିମ୍ବା 5 ହେବା ଦରକାର ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ - **ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ 0 ବା 5, ତାହା 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।**

1.5.4 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 4) :

100, 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ଏଣୁ 100 ର ଯେ କୌଣସି ଗୁଣିତକ ମଧ୍ୟ 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

∴ 1000, 10000, 100000, 1000000 ଆଦି ସଂଖ୍ୟାମାନ 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଫଳରେ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯେ କୌଣସି ଗୁଣିତକ ମଧ୍ୟ 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଏଣୁ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଶତକ ତଥା ଉଚ୍ଚତର ସ୍ଥାନମାନଙ୍କରେ ଯେ କୌଣସି ଅଙ୍କ ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଉକ୍ତ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସର୍ବଦା 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ -

ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶକ ଓ ଏକକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟକୁ ନେଇ ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟା 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲେ, ସଂପୃକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୁଏ । ଅଥବା ସଂଖ୍ୟାଟିର ଦଶକ ଓ ଏକକ ଉଭୟ ସ୍ଥାନରେ 0 ଥିଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହୁଏ ।

ଯଥା : 35786 = 357 ଶହ + 86 = 35700 + 86

ପ୍ରଥମ ଅଂଶଟି 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ (∵ ଏହା 100 ର ଗୁଣିତକ)

∴ ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଂଶଟି 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ମାତ୍ର ଏଠାରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଂଶ 86 (ଦଶକ ଏକକ ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟକୁ ନେଇ ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟା), 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ । ଏଣୁ ଆଲୋଚ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ ।

1.5.5 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 6) :

6 = 3 × 2 । ଏଣୁ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା 2 ଓ 3 ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ, ତାହା 2 × 3 ବା 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ସେଥିପାଇଁ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା 2 ର ବିଭାଜ୍ୟତା ସର୍ତ୍ତ ତଥା 3 ର ବିଭାଜ୍ୟତା ସର୍ତ୍ତକୁ ସିଦ୍ଧ କରୁଥିବ, ତାହା 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଅର୍ଥାତ୍ -

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ 8, 6, 4, 2 ଅଥବା 0 ହୋଇଥିବ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାଟିର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 3 ର ଏକ ଗୁଣିତକ ହୋଇଥିବ, ତାହା 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ଯଥା : 204, 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ (∵ ଏକକ ଅଙ୍କ 4)

ଏବଂ 204, 3 ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ବିଭାଜ୍ୟ (∵ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ)

ଏଣୁ 204, 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

କିନ୍ତୁ 1431, 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ (କାରଣ ଏକକ ଅଙ୍କ 1)

ମାତ୍ର 1431, 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ (ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି = 9)

∴ 1431, 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ ।

ଏଣୁ ଆମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା -

ଏକ ସଂଖ୍ୟା 6 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଯଦି ତାହା 2 ଓ 3 ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

1.5.6. 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା (Divisibility by 8) :

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷ ତିନୋଟି ଅଙ୍କ ଶୂନ (0) ଅଥବା ସେ ଅଙ୍କ ତିନୋଟି ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟା 8 ର ଏକ ଗୁଣିତକ ହୋଇଥିବ ତାହା 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

ଉଦାହରଣ : 721000, 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ (∵ ଶେଷ ତିନୋଟି ଅଙ୍କ ଶୂନ)

1345144, 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ (∵ ଶେଷ ତିନୋଟି ଅଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟା 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ)

କିନ୍ତୁ 172433, 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ (କାହିଁକି ?)

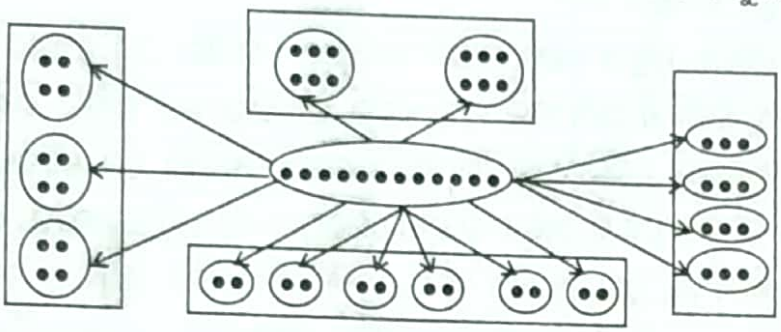
4 ର ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମକୁ ଯେପରି ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରାଯାଇଛି ।

ଏଠାରେ 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟତା ନିୟମକୁ ସେହିପରି ପ୍ରତିଷ୍ଠା କର ।

1.6 ଗୁଣନୀୟକ ଓ ଗୁଣିତକ :

ଶ୍ରେଣୀରେ ଥିବା ପିଲାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ଚକୋଲେଟ୍ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟି ଦେଲେ (ଯେପରି କିଛି ବଳକା ରହୁ ନଥାଏ) ପ୍ରତ୍ୟେକ କେତୋଟି ଚକୋଲେଟ୍ ପାଇବେ ତାହା ତୁମେ ସହଜରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପାରିବ । ଅବିକଳ ଏହି ଢାଞ୍ଚାରେ ପିଲା ନିଜେ ଘରେ ପିଠା, କୋଳି ବା ଫଳ ଭାଗ କରିବା କାମ ନିଜେ କରିଥାଏ, ଅଥବା ମା' ବା ଅନ୍ୟ କେହି ଏହି ଭାଗ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଦେଖିଥାଏ ।

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁକୁ କେତୋଟି ସମାନ ଭାଗ କରିବାରେ (ଯଦି କିଛି ବଳକା ନ ରହେ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରେ କେତେ ରହିବ ଜାଣି ପାରିଲେ, ଗୁଣିତକ ଓ ଗୁଣନୀୟକ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣା ପାଇ ହୁଏ । ଯେତୋଟି ବସ୍ତୁକୁ ବଣ୍ଟାଗଲା, ତାହା ହୁଏ ଭାଗ ସଂଖ୍ୟା ତଥା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରେ ଥିବା ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ଗୁଣିତକ ଏବଂ ଭାଗ ସଂଖ୍ୟା ବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରେ ଥିବା ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ମୋଟ ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟାର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗୁଣନୀୟକ ।



ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ 12ଟି ଫଳ ମଝିଘରେ ରହିଛି । ଗୋଟିଏ ଭାଗରେ 2ଟି, 3ଟି, 4ଟି, 6ଟି ଲେଖାଏଁ ନେଇ ଭାଗବଣ୍ଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ, 12ଟି ଫଳକୁ

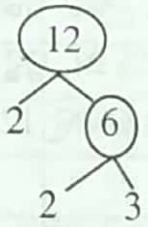
ପ୍ରତି ଭାଗରେ 2ଟି କରି 6 ଭାଗ କରିହେଲା; ପ୍ରତି ଭାଗରେ 3ଟି କରି 4 ଭାଗ କରିହେଲା;

ପ୍ରତିଭାଗରେ 4ଟି କରି 3 ଭାଗ କରିହେଲା ଏବଂ ପ୍ରତିଭାଗରେ 6ଟି କରି 2 ଭାଗ କରିହେଲା ।

ଏଣୁ 12 ର ଗୁଣନୀୟକ ମାନେ ହେଲେ : 2, 3, 4, 6

ପ୍ରତି ଭାଗରେ 1 ଗୋଟିଏ କରି ମଧ୍ୟ 12 ଭାଗ କରାଯାଇ ପାରିଥାନ୍ତା (ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇନାହିଁ) ।

ଏଣୁ 1 ଓ 12 ପ୍ରତ୍ୟେକ ମଧ୍ୟ 12 ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗୁଣନୀୟକ । ଏଣୁ 12 ର ଗୁଣନୀୟକ ମାନେ ହେଲେ: 1, 2, 3, 4, 6 ଓ 12



ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ଏଠାରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ

12 = 2 (ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା) × 6

6 = 2 (ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା) × 3 (ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା)

$\therefore$ 12 = 2 × 2 × 3

ଏ ଚିତ୍ରରେ 12 ର ଗୁଣନୀୟକ ନିରୂପଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ଏଠାରେ 12 କୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି ।

ଅନ୍ୟ କଥାରେ -

ଗୋଟିଏ ଭାଗକ୍ରିୟା ଭାଗଶେଷ ବିହୀନ ହେଲେ, ଭାଜକ ତଥା ଭାଗଫଳ ହେଉଛି ଭାଜ୍ୟର ଗୁଣନୀୟକ ଏବଂ ଭାଜ୍ୟ ହେଉଛି ଭାଜକ ତଥା ଭାଗଫଳର ଗୁଣିତକ ।

ସେହିପରି 36 ର ଗୁଣନୀୟକମାନ ହେଲେ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ଓ 36 ।

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ (ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶିତ)

କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ :

ଆମେ ପାଇଲେ : $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

1.6.1 ଗ.ସା.ଗୁ ଓ ଲ.ସା.ଗୁ :

ଆସ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ଦେଖିବା :

ଗୋଟିଏ ପକ୍କାଘରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ମାପିବା ଆବଶ୍ୟକ । ମାପିବା ପାଇଁ ପାଖରେ ମିଟର ବାଡ଼ି, ସ୍କେଲ ବା ମାପ ଫିତା ନାହିଁ । ଏଣୁ ଗୋଟିଏ ଅଣମାପକ ମାପ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରି ମାପିବା କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯିବ । ଧରି ନିଆଯାଉ ଖଣ୍ଡେ ବାଡ଼ିର ବ୍ୟବହାର କରିବା । ବାଡ଼ିଟି ଏପରି ହେବା ଦରକାର ଯେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ତଥା ଉଚ୍ଚତା ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ମାପିବା ବେଳେ କେବଳ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟକ ବାଡ଼ି ମାପ ହେଉଥିବା ଏହି ବାଡ଼ିଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ଘରଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ପ୍ରତ୍ୟେକର କି ସଂପର୍କ ଥିବ ?

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ କହିବ -

"ବାଡ଼ିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଘରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ପ୍ରତ୍ୟେକର ଏକ ଗୁଣନୀୟକ ହୋଇଥିବ । ଅର୍ଥାତ୍ ବାଡ଼ିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଘରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ସବୁଗୁଡ଼ିକର ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ହୋଇଥିବ ।"

ଯଦି ଆଉ ଗୋଟିଏ ସର୍ତ୍ତ ଦିଆଯାଏ ଯେ ସ୍ଥିର କରାଯାଇଥିବା ବାଡ଼ିଠାରୁ ବଡ଼ ହୋଇଥିବା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବାଡ଼ିରେ ଘରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାକୁ ମାପ କଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟକ ବାଡ଼ିରେ ମାପ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ତେବେ ବାଡ଼ିଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କ'ଣ କହିପାରିବା, ଭାବିଲ ଦେଖି !

ଆଉ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି ଦେଖିବା :

ଗେଣ୍ଡୁଫୁଲର ମାଳ କରାଯିବ । ମାଳାଗୁଡ଼ିକୁ ହୁଏତ 12 ଟା, 15 ଟା ବା 20 ଟା ଫୁଲ ନେଇ ଗୁନ୍ଥିବାର ସ୍ଥିର କରାଗଲା । ଅତି କମ୍‌ରେ କେତୋଟି ଗେଣ୍ଡୁଫୁଲ ତୋଳିଲେ ଉପରୋକ୍ତ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରକାର ମାଳ ଗୁନ୍ଥିବାରେ ଫୁଲ ନିଅଣ୍ଟ ହେବ ନାହିଁ କିମ୍ବା ମାଳ ଗୁନ୍ଥିବା ପରେ ଫୁଲ ବଳି ପଡ଼ିବ ନାହିଁ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏପରି ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ଆବଶ୍ୟକ ଯାହାଦ୍ୱାରା ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା (ଘରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା) ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ । ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏପରି ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଦରକାର ଯାହାକୁ 12, 15 ଓ 20 ଦ୍ୱାରା ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ଭାଗ କଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂଖ୍ୟାଟି ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରଟି ଗରିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ବା ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରଟି ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ବା ଲ.ସା.ଗୁ. ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧାରଣା ସହ ସଂପୃକ୍ତ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମ ଧାରଣାକୁ ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ଓ ପ୍ରାଞ୍ଜଳ କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରାଯାଇଛି ।

1.6.2 ମୌଳିକ ଓ ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା :

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣନୀୟକ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ଗୁଣନୀୟକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

	ସଂଖ୍ୟା	ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନୀୟକ	ଗୁଣନୀୟକ ସଂଖ୍ୟା
ଯେପରି	12	1, 2, 3, 4, 6, 12	ଛଅ ଗୋଟି
	10		
	9		
	8		
	7		
	5		
	4		
	3		
	2		
	1		

ଉପର ସାରଣୀ ଦେଖି କୁହ :

1. କେଉଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର କେବଳ ଦୁଇଟି ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି ?
2. କେଉଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର 2 ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି ?
3. କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର କେବଳ ଗୋଟିଏ ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି ?

- ଯେଉଁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର କେବଳ ଦୁଇଟି ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ, ସେପରି ସଂଖ୍ୟାକୁ **ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।
- ଯେଉଁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ, ତାକୁ **ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।
- ଯେଉଁ ସ୍ୱଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର କେବଳ ଗୋଟିଏ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ, ତାହା **ମୌଳିକ ନୁହେଁ କିମ୍ବା ଯୌଗିକ ନୁହେଁ** । ଯଥା : 1

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : 100 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛ ।

ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ବାଛିବା ଚାଲୁଣି

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	15	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
21	~~22~~	23	~~24~~	25	~~26~~	27	~~28~~	29	~~30~~
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

(i) 1 ମୌଳିକ ନୁହେଁ, ତାହା ଆମେ ଜାଣୁ, ତାକୁ ସାରଣୀରୁ କାଟି ଦିଆଯାଉ ।

(ii) 2 ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା, ଏହା ଆମେ ଜାଣୁ । 2 କୁ ଛାଡ଼ି ଏହାର ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକକୁ ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ କାଟି ଦିଆଯାଉ ।

କିଛି କଟା ଯାଇଛି । ଅବଶିଷ୍ଟ ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକୁ କାଟ ।

(iii) 3 ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା । ଏହା ଆମେ ଜାଣୁ । 3 କୁ ଛାଡ଼ି 3 ର ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକକୁ କାଟି ଦିଆଯାଉ ।

(iv) 5 ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା। 5 କୁ ଛାଡ଼ି ଏହାର ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକକୁ କାଟି ଦିଆଯାଉ ।

(v) ଏହିପରି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା 7 କୁ ଛାଡ଼ି ଏହାର ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକକୁ କାଟି ଦିଆଯାଉ ।

ସାରଣୀ ମଧ୍ୟରୁ କଟାଯାଇ ନଥିବା ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମୌଳିକ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର :

1 ରୁ 10 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଅର୍ଥାତ୍ 2, 3, 5, ଓ 7 କୁ ବ୍ୟବହାର କରି 1 ରୁ 100 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଆମେ ଚିହ୍ନଟ କରି ପାରିଲେ ।

ଜାଣିବା କଥା

(i) 2 ହେଉଛି କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ।

(ii) ଏକ ମାତ୍ର ଯୁଗ୍ମ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 2 ।

(iii) ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ପାର୍ଥକ୍ୟ 2, ସେ ଦୁଇଟିକୁ **ଯମଜ ମୌଳିକ** ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।
ଯଥା: 3 ଓ 5; 5 ଓ 7; 11 ଓ 13 ଇତ୍ୟାଦି ।

1.6.3 ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣିତକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ ଓ ଗୁଣିତକ ସଂଖ୍ୟା :

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛୁ ଯେ, ଦୁଇ ବା ଅଧିକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ ଯାହା ହୁଏ ତାହା ହିଁ ଗୁଣାଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ଗୁଣିତକ ଅଟେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ 4 ର ଗୁଣିତକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା -

$4 \times 1 = 4$, $4 \times 2 = 8$, $4 \times 3 = 12$, $4 \times 4 = 16$, $4 \times 5 = 20$, $4 \times 6 = 24$ । ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୁଣଫଳ 4, 8, 12, 16, 20, 24 ଆଦି ସଂଖ୍ୟା, 4 ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକ ।

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣିତକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ପାରେ । ଏଠାରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ପ୍ରଶ୍ନ ଆସେ "ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ସର୍ବାଧିକ କେତେ ସଂଖ୍ୟକ ଗୁଣିତକ ଥାଏ ?" 4 ର ଗୁଣିତକ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଦେଖିଛନ୍ତି ଯେ 4 କୁ 1, 2, 3, 4, 5 ... ଏହି କ୍ରମରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରି ଆମେ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା 4 ର ଗୁଣିତକ ମାନ ପାଇଛୁ । ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସବୁଠୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସବୁଠୁ ବଡ଼ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଅସମ୍ଭବ । ତେଣୁ 4 ର ବୃହତ୍ତମ ଗୁଣିତକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଅସମ୍ଭବ । ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ ଅସୀମ । ଏଣୁ ଗୁଣିତକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ ଅସୀମ ।

1.6.4 ଗୁଣନୀୟକ ଓ ଗୁଣିତକର ଧର୍ମ :

1. ଗୁଣନୀୟକ ଓ ଗୁଣିତକ ସମ୍ପର୍କ କେବଳ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସୀମିତ ।

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର 1 ହେଉଛି କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଗୁଣନୀୟକ ।

3. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ତାହାର ବୃହତ୍ତମ ଗୁଣନୀୟକ ।

4. କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଗୁଣିତକ ହେଉଛି ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି ନିଜେ ।

5. a, b, c ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ $a \times b = c$ ହେଲେ a ର ଗୁଣିତକ c ଏବଂ b ର ଏକ ଗୁଣିତକ ମଧ୍ୟ c ହେବ । ପୁନଶ୍ଚ a ଓ b ପ୍ରତ୍ୟେକ c ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗୁଣନୀୟକ ।

1.6.5 ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଓ ଗ.ସା.ଗୁ. :

ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ :

16ର ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1, 2, 4, 8, ଓ 16 ।

12 ର ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1, 2, 3, 4, 6, ଓ 12

12 ଓ 16 ର ଗୁଣନୀୟକ ଶ୍ରେଣୀ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଚିହ୍ନଟ କରିବା । ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1, 2 ଓ 4 ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ -

12 ଓ 16 ପ୍ରତ୍ୟେକର ଗୁଣନୀୟକ ସଂଖ୍ୟା ସସୀମ ।

12 ଓ 16 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ସଂଖ୍ୟା (ଯାହାକି 1, 2 ଓ 4) ମଧ୍ୟ ସସୀମ ।

12 ଓ 16 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ହେଉଛି ବୃହତ୍ତମ ?

ବୃହତ୍ତମ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ହେଉଛି 4 । 4 କୁ 12 ଓ 16 ର **ଗରିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ବା ଗ.ସା.ଗୁ.** କୁହାଯାଏ ।

ଦୁଇଟି ବା ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବୃହତ୍ତମ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକକୁ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କର ଗରିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ବା ଗ.ସା.ଗୁ. କୁହାଯାଏ ।

ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ 1 ହେଲେ, ଅର୍ଥାତ୍ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର 1 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ନ ଥିଲେ ସେ ଦୁଇଟିକୁ **ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା :

(i) 11 ଓ 17 ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୌଳିକ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ଗ.ସା.ଗୁ 1 । ଏଣୁ 11 ଓ 17 ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ।

ଟୀକା : ଦୁଇଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବଦା ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ।

(ii) 13 ଓ 18 ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ 13 ମୌଳିକ ଓ 18 ଯୌଗିକ ମାତ୍ର ସେମାନଙ୍କର ଗ.ସା.ଗୁ 1 । ଏଣୁ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ।

ଟୀକା : ଅବଶ୍ୟ ଗୋଟିଏ ମୌଳିକ ଓ ଗୋଟିଏ ଯୌଗିକ ସର୍ବଦା ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ନୁହନ୍ତି । ଯଥା 7 ଓ 21 ।

(iii) 22 ଓ 63 ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ଉଭୟ ଯୌଗିକ । ମାତ୍ର ସେମାନଙ୍କ ଗ.ସା.ଗୁ 1 । ଏଣୁ ସେ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ।

ଟୀକା : ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ନୁହନ୍ତି ଯଥା :- 15 ଓ 25 ।

1.6.6. କେତେକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗ.ସା.ଗୁ ନିରୂପଣ :

(i) ଦୁଇଟି ବା ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାଟି ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନୀୟକ ହୋଇଥିଲେ, ତାହାହିଁ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗ.ସା.ଗୁ. ।

ଉଦାହରଣ : 4, 8 ଓ 12 ମଧ୍ୟରେ 8 ର ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1, 2, 4, 8 ଏବଂ 12 ର ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1, 2, 3, 4, 6 ଓ 12 । ତେଣୁ ଏମାନଙ୍କର ଗରିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ବା ଗ.ସା.ଗୁ. 4 ଅଟେ ।

ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ

ଦୁଇଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ବୃହତ୍ତମଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଗ.ସା.ଗୁ. ମିଳିଥାଏ । ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ନିମିତ୍ତ ଚାରୋଟି ପ୍ରଣାଳୀ ଅଛି ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ (ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ସାହାଯ୍ୟରେ) :-

12 ଓ 18 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

12 ର ଗୁଣନୀୟକମାନ ହେଲେ, 1,2, 3, 4, 6 ଓ 12

18 ର ଗୁଣନୀୟକ ହେଲେ, 1,2,3,6,9 ଓ 18

12 ଓ 18 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ମାନ ହେଲେ 1, 3 ଓ 6 ।

ବୃହତ୍ତମ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ହେଉଛି 6 ।

∴ 12 ଓ 18 ର ଗ.ସା.ଗୁ. = 6 ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ : ଆସ 16 ଓ 24 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ଲେଖିଲେ ପାଇବା -

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ଉଭୟରେ ଥିବା ସାଧାରଣ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ତିନୋଟି 2 ।

ତେଣୁ ଗ.ସା.ଗୁ = 2 × 2 × 2 = 8

ତୃତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ : (ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ)

16 ଓ 24 ର ଗୁଣନୀୟକ ଅଲଗା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନକରି ଭାଗକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଯାଇପାରିବ- ଦେଖ ।

2	16, 24
2	8, 12
2	4, 6
	2, 3

∴ 16 ଓ 24 ର ଗ.ସା.ଗୁ. = 2 × 2 × 2 = 8

(2 ଓ 3 ର କୌଣସି ସାଧାରଣ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ନାହିଁ । ଏଣୁ ଭାଗ କ୍ରିୟା ଶେଷ ହେବ ।)

ଚତୁର୍ଥ ପ୍ରଣାଳୀ : (କ୍ରମିକ ଭାଗକ୍ରିୟା ପଦ୍ଧତି)

ମନେକରାଯାଉ 18 ଓ 48 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରକ୍ରିୟା ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ।

ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବିଭିନ୍ନ ପର୍ଯ୍ୟାୟ :

(i) ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ବଡ଼ଟିକୁ ସାନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା ଏବଂ ଭାଗଶେଷ ହେଲା 12 ।

(ii) ପୂର୍ବଭାଗଶେଷ 12କୁ ଭାଜକ ଏବଂ ପୂର୍ବ ଭାଜକ 18 କୁ ଭାଜ୍ୟ ରୂପେ ନେଇ ଭାଗ କରାଗଲା ଏବଂ ଭାଗଶେଷ ହେଲା 6 ।

(iii) ପୂର୍ବ ଭାଗଶେଷ 6କୁ ଭାଜକ ଓ ପୂର୍ବ ଭାଜକ 12କୁ ଭାଜ୍ୟ ରୂପେ ନେଇ ଭାଗ କରିବାରୁ ଭାଗଶେଷ ହେଲା 0 । ଏହିଠାରେ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଶେଷ ହେଲା ।

```
18) 48 ( 2
    36
    12) 18 ( 1
        12
         6 ) 12 ( 2
             12
              0
```

ଶେଷ ଭାଜକ 6 ହିଁ 18 ଓ 48 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ।

ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ମନେକରାଯାଉ 15, 25 ଓ 35 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟ : ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟ କାର୍ଯ୍ୟ : (15 ଓ 25 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ)

∴ 15 ଓ 25 ର ଗ.ସା.ଗୁ. = 5

```
15) 25 ( 1
    15
    10) 15 ( 1
        10
         5 ) 10 ( 2
             10
              0
```

ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ : ପୂର୍ବ ନିର୍ଣ୍ଣିତ ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟର କାର୍ଯ୍ୟ : (5 ଓ 35 ର ଗ.ସା.ଗୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ)

∴ 5 ଓ 35 ର ଗ.ସା.ଗୁ. = 5

ଏଣୁ 15, 25 ଓ 35 ର ଗ.ସା.ଗୁ. = 5

```
5) 35 ( 7
   35
    0
```

1.6.7. ଗ.ସା.ଗୁ. ର ପ୍ରୟୋଗ :

ମନେକର 84 ସେ.ମି. ଓ 120 ସେ.ମି. ଲମ୍ବର ଦୁଇଟି ଦଉଡ଼ି ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଉଡ଼ିରୁ ସର୍ବାଧିକ କେତେ ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ି କାଟିଲେ କୌଣସି ବଳକା ରହିବ ନାହିଁ ?

ଏଭଳି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରେ କରାଯାଇଛି । କଟାଯିବାକୁ ଥିବା ଦଉଡ଼ିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କିପରି ପାଇବା ? ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ କଟାଯିବାକୁ ଥିବା ଦଉଡ଼ିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦ୍ୱାରା 84 ସେ.ମି. ଓ 120 ସେ.ମି. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ କଟାଯିବାକୁ ଥିବା ଦଉଡ଼ିର ଲମ୍ବ, 84 ସେ.ମି. ଓ 120 ସେ.ମି. ଉଭୟର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ହେବ । ଯେହେତୁ ଦଉଡ଼ିଟି ସର୍ବାଧିକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ହେବା ଦରକାର, ତେଣୁ ଦଉଡ଼ିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଦତ୍ତ ମାପ ଦୁଇଟିର ଗରିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ହେବ । ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବ 84 ଓ 120 ର ଗ.ସା.ଗୁ. ।

ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା (E_1) :

1. (କ) 15 ର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ ଲେଖ ।

   (ଖ) 48 ର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନ ଲେଖ । ଏହାର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣରେ କେଉଁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ସର୍ବାଧିକ ଥର ରହିଥାଏ ?

   (ଗ) 72କୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

2. ଗୁଣନୀୟକ, ଗୁଣିତକ ସମ୍ପର୍କ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ଭବ ?

3. (i) କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା କିଏ ?

   (ii) କେତୋଟି ଯୁଗ୍ମ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ରହିଛି ?

4. ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. କେତେ ?

5. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

   (କ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ତା' ନିଜର ... ଗୁଣିତକ ।

   (ଖ) 72 ର ବୃହତ୍ତମ ଗୁଣନୀୟକ ସଙ୍ଗେ ତା'ର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ... ସମାନ ।

   (ଗ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ତା'ର ... ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ।

1.6.8. ଦୁଇଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. :

ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ :

2, 3 ଓ 4 ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ 12 ଟି ଗୁଣିତକ ନିମ୍ନରେ ଲିଖିତ ।

2 ର ଗୁଣିତକ : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

3 ର ଗୁଣିତକ : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36

4 ର ଗୁଣିତକ : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48

ଉପରିସ୍ଥ ଗୁଣିତକ ତାଲିକାରେ 2, 3 ଓ 4 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ହେଲେ 12 ଓ 24 ।

ପ୍ରକୃତରେ 2, 3 ଓ 4 ପ୍ରତ୍ୟେକର ଗୁଣିତକ ତାଲିକା ଅସୀମ, ଏଣୁ ସେମାନଙ୍କର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ତାଲିକା ମଧ୍ୟ ଅସୀମ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ - ଦୁଇଟି ବା ଅଧିକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଅସଂଖ୍ୟ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ଥାଏ ।

ଲ.ସା.ଗୁ. :

କହିଲ ଦେଖି 2, 3 ଓ 4 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ କେଉଁଟି ? ଏହା ହେଉଛି 12 ।

12 କୁ 2, 3 ଓ 4 ର ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ବା ଲ.ସା.ଗୁ. କୁହାଯାଏ ।

ଦୁଇଟି ବା ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକକୁ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ବା ଲ.ସା.ଗୁ. କୁହାଯାଏ ।-

ଦୁଇ ପ୍ରକାର ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

(i) ପ୍ରଥମ ପ୍ରଣାଳୀ : (ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ସାହାଯ୍ୟରେ -)

ଉଦାହରଣ : ଆମେ 60 ଓ 72 ର ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ରହିଛନ୍ତି 2, 3 ଓ 5 ।

→ 60 ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣରେ ଥିବା ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ 2 ର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଦୁଇ ।

→ 72 ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣରେ ଥିବା ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ 2 ର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ତିନି ।

→ 72 ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣରେ ଗୁଣନୀୟକ 2 ର ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବାଧିକ ଓ ଏହା ହେଉଛି ତିନି ।

ସେହିପରି ଦେଖିବା

→ 72 ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣରେ ଗୁଣନୀୟକ 3ର ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବାଧିକ ଓ ଏହା ହେଉଛି ଦୁଇ ।

→ 60 ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣରେ ଗୁଣନୀୟକ 5ର ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବାଧିକ ଓ ଏହା ହେଉଛି **ଏକ** ।

ଏଣୁ ଲ.ସା.ଗୁ. ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକର ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଗୁଣନ କରିବା ।

ଏଣୁ ଲ.ସା.ଗୁ = ତିନିଗୋଟି 2, ଦୁଇଗୋଟି 3 ଓ ଗୋଟିଏ 5 ର ଗୁଣଫଳ= $2\times2\times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$

ବିକଳ୍ପ ଧାରା :

ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା 60 ଓ 72 ର ସାଧାରଣ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକମାନ ହେଲେ 2, 2 ଓ 3 । ଅବଶିଷ୍ଟ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 2, 3 ଓ 5 । ଏଣୁ ଲ.ସା.ଗୁ. = ସାଧାରଣ ମୌଳିକଗୁଣନୀୟକ ଓ ଅବଶିଷ୍ଟ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ।

∴ ଲ.ସା.ଗୁ. = $(2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 3 \times 5) = 360$

(ii) ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ : (ଗୁଣୀୟକମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ ପ୍ରଣାଳୀ) -

ଉଦାହରଣ : 18, 24 ଓ 36 ର ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

2	18, 24, 36	- ଏଠାରେ 2 ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ବିଭାଜ୍ୟ ।
2	9, 12, 18	- ଏଠାରେ 2 ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ବିଭାଜ୍ୟ । (9କୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଭାଗ କ୍ରିୟାକୁ ନିଆଗଲା)
2	9, 6, 9	- ଏଠାରେ 2 ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ବିଭାଜ୍ୟ । (ଦୁଇଟି 9କୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଭାଗକ୍ରିୟାକୁ ନିଆଗଲା)
3	9, 3, 9	- ଏଠାରେ 3 ଦ୍ୱାରା ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବିଭାଜ୍ୟ ।
3	3, 1, 3	- ଏଠାରେ 3 ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ବିଭାଜ୍ୟ । (1 କୁ ତଳକୁ ନିଆଗଲା)
	1, 1, 1	

ଏଠାରେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଲ.ସା.ଗୁ. = ସମସ୍ତ ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ

∴ ଲ.ସା.ଗୁ = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$

ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପରିସ୍ଥିତି :

6, 8, 24 ର ଲ.ସା.ଗୁ. ଜାଣିବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ।

6 ର ଗୁଣିତକ : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60 ... ଇତ୍ୟାଦି ।

8 ର ଗୁଣିତକ : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80 ... ଇତ୍ୟାଦି ।

24 ର ଗୁଣିତକ : 24, 48, 72, 96, 120, ... ଇତ୍ୟାଦି ।

ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ, 24, 48, 72 ...

∴ 6, 8, ଓ 24 ର ଲ.ସା.ଗୁ. ହେଲା 24 ।

ଏଠାରେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରେ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟାଟି ହେଉଛି 24 । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ 24 ହେଉଛି 6 ର ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକ ଏବଂ 24 ହେଉଛି 8 ର ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଗୁଣିତକ ।

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ :

ଦୁଇଟି ବା ତତୋଽଧିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟାଟି ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାର ବା ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣିତକ ହେଲେ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟାଟି ତତ୍ତ୍ୱ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କର ଲ.ସା.ଗୁ. ହେବ ।

1.6.9. ଲ.ସା.ଗୁ. ର ପ୍ରୟୋଗ :

ବିଦ୍ୟାଳୟର ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ଦୁଇଟି ସେକ୍‌ସନ୍‌ରେ 40 ଓ 48 ଜଣ ପିଲା ପଢ଼ନ୍ତି । ଅତିକମ୍‌ରେ କେତେ ଖଣ୍ଡ ବହି ତାଙ୍କ ପାଠାଗାରକୁ ଦିଆଗଲେ, ଯେପରିକି ଯେ କୌଣସି ସେକ୍‌ସନ୍‌ର ପିଲାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟି ଦିଆଯାଇ ପାରିବ ?

ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ବହି ସଂଖ୍ୟା କିପରି ପାଇବା ?

ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଏପରି ହେବା ଦରକାର ଯାହା 40 ଓ 48 ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ । ଏଣୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ସଂଖ୍ୟାଟି 40 ଓ 48 ର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ । ମାତ୍ର ଏହା ଅତିକମ୍ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏଣୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ସଂଖ୍ୟାଟି 40 ଓ 48 ର ଲ.ସା.ଗୁ. ହେବ ।

ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. ର କେତେକ ଧର୍ମ :

- ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକର ଗ.ସା.ଗୁ. କେବେହେଲେ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ଠାରୁ ବଡ଼ ହେବ ନାହିଁ ।

ଏହା ସତ୍ତସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ବା ତା'ଠାରୁ ସାନ ।

- ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକର ଲ.ସା.ଗୁ. କେବେହେଲେ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ଠାରୁ ସାନ ହେବ ନାହିଁ ।

ଏହା ସତ୍ତସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବୃହତ୍ତମ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ବା ତା'ଠାରୁ ବଡ଼ ।

- ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗ.ସା.ଗୁ. 1 ଅଟେ । ତେଣୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ନୁହେଁ, ତାହା ସେମାନଙ୍କ ଗ.ସା.ଗୁ.ରୁ ଜାଣି ହୁଏ ।

- ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଲ.ସା.ଗୁ. ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ଅଟେ ।

- ଯଦି b ର ଗୋଟିଏ ଗୁଣନୀୟକ a ହୁଏ , ତେବେ a ଓ b ର ଗ.ସା.ଗୁ. a ହେବ ଏବଂ ଲ.ସା.ଗୁ. b ହେବ ।

(ଏଠାରେ a ଓ b ଉଭୟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା)

- ଦୁଇଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ସର୍ବଦା ସେମାନଙ୍କର ଲ.ସା.ଗୁ. ର ଏକ ଗୁଣନୀୟକ (4, 6 ଓ 8 ସଂଖ୍ୟା ବିଶୋଡ଼ି ଦେଇ ପରୀକ୍ଷା କରାଯାଉ) ।

1.6.10 ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ., ଲ.ସା.ଗୁ. ଓ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ :

ସଂଖ୍ୟା 8 ଓ 12 ର ଗ.ସା.ଗୁ. 4 ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. 24 ଅଟେ ।

ଗ.ସା.ଗୁ. × ଲ.ସା.ଗୁ = 4 × 24 = 96

ପୁନଶ୍ଚ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ = 8 × 12 = 96

∴ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଲ.ସା.ଗୁ × ଗ.ସା.ଗୁ = ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_2) :

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର -

(କ) 24 ର ବୃହତ୍ତମ ଗୁଣନୀୟକ ------ ଅଟେ ।

(ଖ) 24 ର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଗୁଣନୀୟକ ------ ଅଟେ ।

(ଗ) 24 ର ବୃହତ୍ତମ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ------ ଅଟେ ।

(ଘ) 24 ର ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ------ ।

(ଙ) 24 ର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ------ ।

2.(କ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ କେତେ ?

(ଖ) 10 ଠାରୁ 30 ମଧ୍ୟରେ କେବଳ ଦୁଇଟି ଗୁଣନୀୟକ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ।

(ଗ) ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ାର ଗ.ସା.ଗୁ. 11 ।

3. ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେପରି -

(କ) ଦୁଇଟି ଯାକ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୌଳିକ ହୋଇଥିବେ ।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ମୌଳିକ ଓ ଗୋଟିଏ ଯୌଗିକ ହୋଇଥିବେ ।

(ଗ) ଦୁଇଟିଯାକ ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିବେ ।

4. (କ) ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଲ.ସା.ଗୁ. କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ ?

(ଖ) 5, 15, 30 ର ଲ.ସା.ଗୁ. କାହିଁକି 30 ହେବ ?

(ଗ) 3, 6, 15 ର ଲ.ସା.ଗୁ. କେତେ ହେବ ?

(ଘ) 6, 12, 15, 36 ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ଲ.ସା.ଗୁ. ସେହି ସଂଖ୍ୟା ତ୍ରୟମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେବ ?

5. (କ) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. କେତେ ?

(ଖ) 64 ଓ 112 ର ଗ.ସା.ଗୁ. କ୍ରମିକ ଭାଗ ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

1.7 ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ

ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା

ଯେଉଁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା କୌଣସି ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ସହ ସମାନ, ତାହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ।

$0^2 = 0$

$(+1)^2 = 1, \qquad (-1)^2 = 1$

$(+2)^2 = 4, \qquad (-2)^2 = 4$

$(+3)^2 = 9, \qquad (-3)^2 = 9$

ଏହି ଭଳି ଦେଖିଲେ ଆମେ ପାଇବା

$0^2 = 0, (\pm 1)^2 = 1, (\pm 2)^2 = 4, (\pm 3)^2 = 9, (\pm 4)^2 = 16$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଏଣୁ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ - 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ...

ଗୁଣନ-ଖଦା ସାହାଯ୍ୟରେ ଆମେ ଛୋଟ ଛୋଟ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ଜାଣିବା କଥା :

- କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ପୂର୍ବ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା 0;
- ବୃହତ୍ତମ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ । ଯେତେ ବଡ଼ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ମଧ୍ୟ, ତା'ଠାରୁ ବଡ଼ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି, ଯେପରି $(n + 1)^2 > n^2$
- ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଅଣରଣାତ୍ମକ
- ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାର୍ଥକ୍ୟ କ୍ରମଶଃ ବଢ଼ି ବଢ଼ିଯାଏ ।

ଯେପରି $1 - 0 = 1$

$4 - 1 = 3$

$9 - 4 = 5$

$16 - 9 = 7$ ଇତ୍ୟାଦି ।

- ପାର୍ଥକ୍ୟଗୁଡ଼ିକ କ୍ରମଶଃ 2 ଅଧିକ ହୁଏ ।

1.7.1 ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ

ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା m ର ବର୍ଗ n ହେଲେ, m କୁ n ର ବର୍ଗମୂଳ କୁହାଯାଏ, ଅର୍ଥାତ୍ $m^2 = n \Rightarrow$ n ର ବର୍ଗମୂଳ m

ଯଥା $(+2)^2 = 4 \therefore$ 4 ର ବର୍ଗ ମୂଳ + 2

$(-2)^2 = 4 \therefore$ 4 ର ବର୍ଗମୂଳ - 2

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲୁ 4 ର ଦୁଇଟି ବର୍ଗମୂଳ ଅଛି ।

ଗୋଟିଏ ବର୍ଗମୂଳ +2 ଓ ଅନ୍ୟଟି –2 । ଆମେ କହୁ 4 ର ବର୍ଗମୂଳ = ± 2

ସେହିପରି – 1 ର ବର୍ଗମୂଳ = ± 1

9 ର ବର୍ଗମୂଳ = ± 3 ଇତ୍ୟାଦି ।

1.7.2 ବର୍ଗମୂଳ ର ଚିହ୍ନ

ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ହୋଇ ନଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ଭବ କି ?

3 ର ବର୍ଗମୂଳ କେତେ ?

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ଯାହାର ବର୍ଗ 3 ହେବ । ମାତ୍ର ବାସ୍ତବତା କ୍ଷେତ୍ରରେ 3 ର ବର୍ଗମୂଳର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ଯେପରି ଆମେ ଏକ ବର୍ଗଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର ଚାହୁଁ ଯାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 3 ବର୍ଗମିଟର । ତେଣୁ ଏପରି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅତୀତର ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ଅନୁଭବ କଲେ ।

ଏଣୁ ସୃଷ୍ଟିକଲେ $\sqrt{3}$

ଏଠାରେ √ ଚିହ୍ନଟି ହେଉଛି ଧନାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳର ଚିହ୍ନ । ଅର୍ଥାତ୍ $\sqrt{3}$ ହେଉଛି 3 ର ଧନାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳ । ତେବେ ଋଣାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳର ଚହ୍ନ କ'ଣ ?

ଏହା ହେଉଛି – √ (ଯେପରି ଋଣାତ୍ମକ 5 ର ସଙ୍କେତ ହେଉଛି –5)

ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଏହି ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

4 ର ଧନାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳ = $\sqrt{4} = 2$

4 ର ଋଣାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳ = $-\sqrt{4} = -2$

1.7.3 ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନିରୂପଣ

(a) ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ବର୍ଗମୂଳ ନିରୂପଣ :

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା –

(i) 9 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିରୂପଣ କରିବା : $9 = 3 \times 3$

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ, 3 ର ବର୍ଗ = 9

∴ 9 ର ବର୍ଗମୂଳ = ± 3

(ii) 36 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା :

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

ଏଣୁ $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

∴ (2×3) ର ବର୍ଗ ବା 6 ର ବର୍ଗ = 36, ଏଣୁ 36 ର ବର୍ଗମୂଳ = ± 6 ।

ଟୀକା : ଦତ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକଗୁଡ଼ିକ ଛୋଟ ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିଲେ, ଆମେ ପୂର୍ବରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ସହଜରେ ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକ ମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରି ପାରିବା । ମାତ୍ର ସଂଖ୍ୟାଟିର ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିଲେ, ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ଅତ୍ୟନ୍ତ ସମୟ ସାପେକ୍ଷ ଓ ବିରକ୍ତି କର । 1369ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ଲାଗି ଚେଷ୍ଟା କଲେ, କାର୍ଯ୍ୟଟି କେତେ ସମୟ ସାପେକ୍ଷ ତାହା ଜାଣି ହେବ ।

(b) ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ବର୍ଗମୂଳ ନିରୂପଣ

100 ର ବର୍ଗମୂଳ (ଧନାତ୍ମକ) = 10

ଅର୍ଥାତ୍ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା । ଏଣୁ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସର୍ବାଧିକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ।

10,000 ର ଧନାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳ = 100

ଅର୍ଥାତ୍ ପାଞ୍ଚଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏଣୁ ଚାରି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ।

ଏହି କାରଣରୁ ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ ଯେ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ବର୍ଗମୂଳର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ନିମ୍ନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି ।

ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା :	1	2	3	4	5	6	7	8
ବର୍ଗମୂଳର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା :	1	1	2	2	3	3	4	4

ଏହି କାରଣରୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନିରୂପଣ କଲାବେଳେ, ତା'ର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଏକକ ଅଙ୍କ ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଯୋଡ଼ା ଯୋଡ଼ା କରାଯାଏ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ାକୁ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । ବେଯୋଡ଼ ସଂଖ୍ୟକ ଅଙ୍କ ଥିଲେ, ବାମପାଖକୁ ଗୋଟିକିଆ ଅଙ୍କଟିଏ ରହିଯାଏ ଓ ତାକୁ ମଧ୍ୟ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଏ । ଯେପରି - $\overline{12}\ \overline{39}\ \overline{40}$, $\overline{1}\ \overline{82}\ \overline{79}\ \overline{04}$

ଏହିପରି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କଲାପରେ, ଚିହ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ହିଁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ବର୍ଗମୂଳର ଅଙ୍କସଂଖ୍ୟା ସୂଚାଇଥାଏ ।

ଭାଗକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ -

ବାମରୁ ପ୍ରଥମ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଚିହ୍ନିତ ସଂଖ୍ୟାରୁ ପ୍ରଥମ ଭାଜକ ଓ ବର୍ଗମୂଳର ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ ମିଳେ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ -

ପ୍ରଥମ ଭାଜକ ସହ ବର୍ଗମୂଳର ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ ଯୋଗକରି ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଜକର ପ୍ରଥମ ଅଂଶ ମିଳେ ।

ତା'ପରେ ଏପରି ଏକ ବୃହତ୍ତମ ଅଙ୍କ ସ୍ଥିର କରାଯାଏ, ଯାହାକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଜକର ଶେଷ ଅଙ୍କ ରୂପେ ତଥା ବର୍ଗମୂଳର ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଙ୍କ ରୂପେ ନେଇ ଏହି ଅଙ୍କକୁ ପ୍ରାପ୍ତ ଭାଜକ ସହ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଜ୍ୟ ସହ ସମାନ ବା ତା'ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ହେବ ।

ତୃତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ -

ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଜକ ସହ ବର୍ଗମୂଳର ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଙ୍କ ଯୋଗ କରି ତୃତୀୟ ଭାଜକର ପ୍ରଥମ ଅଂଶ ମିଳେ ।

ତା' ପରେ ଏପରି ଏକ ବୃହତ୍ତମ ଅଙ୍କ ସ୍ଥିର କରାଯାଏ, ଯାହାକୁ ତୃତୀୟ ଭାଜକର ଶେଷ ଅଙ୍କ ରୂପେ ତଥା ବର୍ଗମୂଳର ତୃତୀୟ ଅଙ୍କ ରୂପେ ନେଇ ଏହି ଅଙ୍କକୁ ପ୍ରାପ୍ତ ଭାଜକ ସହ ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ତୃତୀୟ ଭାଜ୍ୟ ସହ ସମାନ ବା ତା' ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ହେବ । ଯେଉଁ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଭାଜ୍ୟ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଶେଷ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟକୁ ନେଇ ଭାଗକ୍ରିୟା ଶେଷ ହେବ, ସେହି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଶେଷ ହେବ ।

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉଦାହରଣରେ ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

	1 3 5 2
1	$\bar{1}\,\overline{82}\,\overline{79}\,\overline{04}$
1	1
23	82
3	69
265	13 79
5	13 25
2702	54 04
	54 04
	0

∴ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ବର୍ଗମୂଳ = 1352

1.8 ପୂର୍ଣ୍ଣଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଘନମୂଳ ନିରୂପଣ :

(a) ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ଘନମୂଳ ନିରୂପଣ :

ଦତ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣଘନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା କ୍ରମିକ ଭାଗକ୍ରିୟା ପଦ୍ଧତିରେ ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉତ୍ପାଦକର ସଂଖ୍ୟା 3 ବା 3ର ଗୁଣିତକ ହେଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି ପୂର୍ଣ୍ଣଘନ ବୋଲି ଜଣାପଡ଼ିବ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ତିନୋଟି ସମାନ ଉତ୍ପାଦକ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ନେଇ ଗୁଣନ କଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ଗୁଣଫଳ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଘନମୂଳ ।

ଉଦାହରଣ : 1728 ର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା :

$\therefore 1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3)$

∴ 1728 ର ଘନମୂଳ $= 2 \times 2 \times 3 = 12$

(b) ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ :

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଲାଗି ପ୍ରଥମେ ଯେଉଁ ଧାରଣାର ଆବଶ୍ୟକ ତାହା ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚିତ ।

ଆବଶ୍ୟକ ଧାରଣା :

(i) ଏକ ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତା'ର ଘନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଚିନ୍ତା କଲାବେଳେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତା'ର ଘନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବାକୁ ହେବ । ପ୍ରଥମେ ଏକ ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଘନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ଏକ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଉ ।

ସାରଣୀ - 1

ଏକଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟା :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ସମ୍ପୃକ୍ତ ଘନ ସଂଖ୍ୟା :	0	1	8	27	64	125	216	343	512	729

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟମାନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଉ ।

(କ) ବୃହତ୍ତମ ଏକ ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(ଖ) ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କକୁ ନେଇ ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରାଯାଉ ।

ସାରଣୀ - 2

ଏକ ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟା	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ କେତେକ ଏକଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତା'ର ଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ ଅଭିନ୍ନ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ - 3

ମୂଳସଂଖ୍ୟା	0	1	4	5	6	9
ଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ	0	1	4	5	6	9

ପୁନଶ୍ଚ ସାରଣୀ - 2 ରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କର ଯୋଡ଼ି ପରସ୍ପର ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ । ସେଗୁଡ଼ିକ ସାରଣୀ - 4 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ - 4

ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା	2	8	3	7
ଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ	8	2	7	3

ସାରଣୀ - 4 ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ମୂଳ ଏକ ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତା'ର ଘନସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ 10 । ଏଣୁ ଏକ ଘନସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ n ର ମାନ 2, 3, 7 ବା 8 ହେଲେ, ମୂଳ ଏକ ଅଂଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟା = 10 - n ।

ପୁନଶ୍ଚ ସାରଣୀ - 1 ରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ ଏକ-ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ ଅନନ୍ୟ । ଅର୍ଥାତ୍ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଏକ ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟାର ଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ ସମାନ ନୁହନ୍ତି । (ଏଠାରେ ମନେ ପକାଇ ଦିଆଯାଇ

ପାରେ ଯେ ଏକାଧିକ ଏକ-ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ ସମାନ । ଯେପରି 4 ଓ 6 ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ 6) ।

(ଗ) ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଘନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଉ ।

ସାରଣୀ - 5 :

	ଦୁଇ-ଅଙ୍କୀ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ	ତିନି-ଅଙ୍କୀ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ	ଚାରି-ଅଙ୍କୀ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ
ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା :	10	100	1000
ଘନସଂଖ୍ୟା :	1000	1000 000	1000 000 000

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀ - 5ରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଦୁଇ ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟାର ଘନର ଅଙ୍କସଂଖ୍ୟା 4, 5 ବା 6 । (100 ର ଘନ 1000000 ଅର୍ଥାତ୍ ସାତଅଙ୍କୀ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ହେତୁ 100 ରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ସଂଖ୍ୟାର ଘନର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା 7 ରୁ କମ୍ ହେବ ।)

ସେହିପରି ତିନି ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟାର ଘନର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା, 7, 8 ବା 9

ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ ଠାରୁ ଗଣିଗଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ତିନୋଟି ଅଙ୍କ ଲାଗି ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାରେ, ଅର୍ଥାତ୍ ଏହାର ଘନମୂଳରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ଥାଏ । ଅବଶ୍ୟ ଘନ ସଂଖ୍ୟାର ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ଅଙ୍କ ଗଣିଲାବେଳେ ଶେଷକୁ ତିନୋଟି ବା ଦୁଇଟି ବା ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ରହିପାରେ ।

ଶେଷରେ ଥିବା ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ତିନି ବା ଦୁଇ ବା ଏକ ହେଲେ, ଘନ ମୂଳ ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ମିଳିବ ବୋଲି ଧରିବାକୁ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ

ଘନ ସଂଖ୍ୟା	ଘନମୂଳ ସଂଖ୍ୟା	ଘନମୂଳ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା
$\bar{1}\,\overline{331}$	11	2
$\bar{1}\,\overline{728}$	12	2
$\overline{46}\,\overline{656}$	36	2
$\overline{185}\,\overline{193}$	57	2

ଏହିପରି ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପୂର୍ଣ୍ଣଘନ ସଂଖ୍ୟାର ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତମାନ ଦେଇ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରାଯାଇପାରେ ।

ଉଦାହରଣ : ଘନ ସଂଖ୍ୟା 39304 ର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ସମାଧାନ :

ସୋପାନ - 1 : ଏକକ ଅଙ୍କଠାରୁ ଗଣି ତିନି ଅଙ୍କର ଗୋଷ୍ଠୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲେ ଆମେ ପାଇବା, $\overline{39}\,\overline{304}$ ।

ସୋପନ - 2 : ବାମ ପାଖ ଗୋଷ୍ଠୀରୁ ପ୍ରାପ୍ତ 39 ଯେଉଁ ଏକ-ଅଙ୍କୀ ସଂଖ୍ୟାର ଘନଠାରୁ ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର ତାହା ହେଉଛି 3 (କାରଣ 3ର ଘନ 27, ମାତ୍ର 4ର ଘନ 64 ଓ ଏହା 39 ଅପେକ୍ଷା ବୃହତ୍ତର) ।

ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଘନମୂଳର ଦଶକ ଅଙ୍କ ହେଉଛି 3;

ସୋପାନ - 3 : ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ଅଙ୍କ ହେଉଛି 4 ।

ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଘନମୂଳର ଏକକ ଅଙ୍କ ହେଉଛି 4 । ∴ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଘନମୂଳ = 34 ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_3) :

ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

(କ) $\sqrt{16}$ = ... (ଖ) $-\sqrt{25}$ = ...

(ଗ) 64 ର ବର୍ଗମୂଳ ..... ବା ..... (ଘ) 80 ଓ 90 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି.....

1.9. ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ :

1. ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ 1,2,3,....; କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 1 । କୌଣସି ବୃହତ୍ତମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ।

2. ଯେଉଁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର କେବଳ ଦୁଇଟି ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ ତାହା ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା । ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ 1 ମୌଳିକ ବା ଯୌଗିକ ନୁହେଁ । ଯେଉଁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ ତାହା ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା ।

3. ଗୋଟିଏ ଭାଗକ୍ରିୟା ଭାଗଶେଷ ବିହୀନ ହେଲେ, ଭାଜକ ତଥା ଭାଗଫଳ ହେଉଛି ଭାଜ୍ୟର ଗୁଣନୀୟକ ଏବଂ ଭାଜ୍ୟ ହେଉଛି ଭାଜକ ତଥା ଭାଗଫଳର ଗୁଣିତକ ।

4. a, b ଓ c ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $a \div b = c$ ହେଲେ b ଓ c ପ୍ରତ୍ୟେକ a ର ଗୋଟିଏ ଗୁଣନୀୟକ ଏବଂ a ହେଉଛି b ଓ c ପ୍ରତ୍ୟେକର ଏକ ଗୁଣିତକ ।

5. ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଟି ମାତ୍ର ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ ।

6. ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ପାର୍ଥକ୍ୟ 2, ସେ ଦୁଇଟିକୁ ଯମଜ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

7. ଦୁଇଟି ବା ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବୃହତ୍ତମ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକକୁ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗରିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ବା ଗ.ସା.ଗୁ. କୁହାଯାଏ ।

8. ଦୁଇଟି ବା ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରର ଗୁଣିତକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସାଧାରର ଗୁଣିତକକୁ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ବା ଲ.ସା.ଗୁ. କୁହାଯାଏ ।

9. ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ଲ.ସା.ଗୁ.ର ଗୁଣଫଳ ସଙ୍ଗେ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ସମାନ ।

10. ଗୁଣନୀୟକ ମାଧ୍ୟମରେ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ, ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

1.10. ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର :

(E_1) :

1. (କ) 1,3,5,15 (ଖ) 2, 3 ଓ 2 (ଗ) 2 x 2 x 2 x 3 x 3

2. ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ଭବ । 3. (i) 2, (ii) ଗୋଟିଏ ।

4. 1, 5. (କ) କ୍ଷୁଦ୍ରତମ (ଖ) ଗୁଣିତକ (ଗ) ଗୁଣନୀୟକ

(E_2): 1. (କ) 24, (ଖ) 1 (ଗ) 3 (ଘ) 1,2,3,4,6,8,12,24 (ଙ) 2 ଓ 3

2. (କ) 1 (ଖ) 11, 13, 17, 19, 23, 29 (ଗ) 22 ଓ 33, 44 ଓ 55 ଅନ୍ୟ ଯୋଡ଼ା ମଧ୍ୟ ସମ୍ଭବ ।

3. (କ) 3 ଓ 5 (ଖ) 5 ଓ 9 (ଗ) 15 ଓ 22

4. (କ) ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ନେଇ, (ଖ) କାରଣ 30 ସଂଖ୍ୟାଟି 5 ଓ 15 ପ୍ରତ୍ୟେକର ଗୁଣିତକ (ଗ) 30, (ଘ) 6,12,36,

5. (କ) 1, (ଖ) 16 ଉ

(E_3) : (କ) 4, (ଖ) –5, (ଗ) 8, –8, (ଘ) 81

1.11. ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ :

1. ନିମ୍ନ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକର ସଂଜ୍ଞା ଲେଖ ।
   ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା, ପରସ୍ପର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା
2. 1729 ର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକୁ ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।
3. କ୍ରମିକ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଗ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
   (କ) 216, 288 (ଖ) 130, 286, 416
4. କେଉଁ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା 56, 63 ଓ 84 କୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ଭାଗ କଲେ, କୌଣସି କ୍ଷେତ୍ରରେ କିଛି ଭାଗଶେଷ ରହିବ ନାହିଁ ?
5. କେଉଁ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା 49, 66 ଓ 75 କୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ ଯଥାକ୍ରମେ 1,2 ଓ 3 ରହିବ ?
6. 10 ଓ 30 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଯମଜ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ାମାନଙ୍କୁ ଲେଖ ।
7. ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. 3 ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. 60 ଅଟେ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 12 ହେଲେ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?
8. ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ 640 ଓ ଗ.ସା.ଗୁ. 8 ହେଲେ ସେମାନଙ୍କର ଲ.ସା.ଗୁ. କେତେ ?
9. ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. 14 ସେମାନଙ୍କର ଲ.ସ୍ରା.ଗୁ. 204 ହୋଇପାରିବ କି ? କାରଣ ସହ ଉତ୍ତର ଦିଅ ।
10. 1024 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (ଗୁଣନୀୟକ ବାହାର କରି)
11. ଗୁଣନୀୟକ ପଦ୍ଧତିରେ 2916 ର ବର୍ଗମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
12. ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଘନମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (କ) 15625 (ଖ) 46656

1.12. ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ :

- ଶ୍ରେଣୀ VI, VII ଓ VIII ର ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ, ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ, ଓଡ଼ିଶା ସରକାରଙ୍କର ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ ।
- ଶ୍ରେଣୀ VI, VII ଓ VIII ର NCERT ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ।
- Teaching of Maths. at Upper Primary Level, Vol - II, Published by DEP-SSA, IGNOU, New Delhi.

ଏକକ : 2
ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତି ଓ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଆକୃତି ଗତ ସମ୍ପର୍କ

ଗଠନକ୍ରମ :

2.1 ଉପକ୍ରମ

2.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

2.3. ଜ୍ୟାମିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ଧାରଣା

2.3.1 ଜ୍ୟାମିତିରେ ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ ପଦ ଓ ସଂଜ୍ଞାବଦ୍ଧ ପଦ

2.3.2 ଜ୍ୟାମିତି ଉପସ୍ଥାପନାର ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ

2.3.3. କେତେକ ସଂଜ୍ଞାବଦ୍ଧ ଶବ୍ଦ

2.3.4. ସମାନ୍ତର ଓ ଅସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା

2.3.5. ଏକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ

2.4 ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର

2.4.1 କୋଣ

2.4.2 ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ସର୍ବସମତା

2.4.3. ତ୍ରିଭୁଜ

2.5 ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବସମତା

2.5.1 ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟ

2.6 ଚତୁର୍ଭୁଜ

2.6.1 ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଗୋଟିଏ ତଥ୍ୟ

2.6.2 ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିଭାଗୀକରଣ

2.7 ବୃତ୍ତ

2.7.1 ବୃତ୍ତ ସମ୍ପର୍କିତ କେତେକ ଶବ୍ଦ ଓ ତା'ର ବ୍ୟାଖ୍ୟା

2.7.2 ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ

2.7.3. ବୃତ୍ତର କେତେକ ଧର୍ମ

2.8 ଜ୍ୟାମିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଆକୃତି

2.8.1 ସୁଷମ ଓ ବିଷମ ଘନବସ୍ତୁ

2.9 ରୁଲର କମ୍ପାସ୍ ଅଙ୍କନ

2.9.1 କେତେକ ମୌଳିକ ଅଙ୍କନ

2.9.2 ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ

2.9.3. ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ

2.9.4. ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ

2.10 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ

2.11 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

2.12 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

2.13 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ

2.1 ଉପକ୍ରମ :

ଆମ ପରିବେଶରେ ଆମେ ଯାହାକିଛି ଦେଖୁ ତାହାର କିଛି ନା କିଛି ଆକୃତି ଥାଏ । ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକୃତି ଥାଏ । ଯେପରି ଆମ୍ବର ଆକୃତି ସଜନା ଛୁଇଁର ଆକୃତି ଠାରୁ ଭିନ୍ନ । ନଡ଼ିଆ ପତ୍ରର ଆକୃତି ଲିମ୍ବ ପତ୍ରର ଆକୃତି ଠାରୁ ଭିନ୍ନ । ଆମେ ନିଜ ହାତରେ ଅନେକ ବସ୍ତୁ ତିଆରି କରୁ । ବ୍ୟବହାର ବେଳେ ଯେପରି ସୁବିଧା ହେବ ତାକୁ ଆଖି ଆଗରେ ରଖି ଆମେ ବସ୍ତୁଟିର ଆକୃତି ସ୍ଥିର କରୁ । ଯେପରି ଇଟାଟିର ଆକୃତି ଠାରୁ ଏକ ମୁଦ୍ରା (ଟଙ୍କା ବା ପଚାଶ ପଇସି ଆଦି ମୁଦ୍ରା) ର ଆକୃତି ଭିନ୍ନ ।

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଆକୃତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଭୂତ ହୁଏ । ଏହି ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟର ଆଲୋଚନା କରାଯାଏ ଜ୍ୟାମିତିରେ । ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ ସମୟରୁ ଏହି ବିଷୟର ଆଲୋଚନା ହୋଇ ଆସୁଛି । ସମୟର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଓ ଜ୍ଞାନର ପରିସରର ଅଭିବୃଦ୍ଧି ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ବିଷୟ ବସ୍ତୁର ଉପସ୍ଥାପନା ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ପରିମାର୍ଜିତ ତଥା ସୁସଙ୍ଗତ ହେବାରେ ଲାଗିଛି । ଜ୍ୟାମିତି ଉପସ୍ଥାପନାରେ ରହିଯାଇଥିବା କେତେକ ଅସଙ୍ଗତିକୁ ସେଟ୍ ଗଣିତ ସାହାଯ୍ୟରେ ଦୂର କରିବାର ଚେଷ୍ଟା ଅଳ୍ପ କେତେକ ବର୍ଷ ପୂର୍ବରୁ କରାଯାଇଛି ।

2.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ଏହି ଏକକଟି ପଢ଼ି ସାରିବା ପରେ ଆମେ

- କେଉଁ ଜ୍ୟାମିତିକ ପଦକୁ ସଂଜ୍ଞା ବିହୀନ ଭାବେ ଗ୍ରହଣ କରି ନିଆଯାଇଛି ତାହା ଜାଣିବା;
- କେତେକ ଜ୍ୟାମିତିକ ପଦର ସଂଜ୍ଞା ଜାଣିବା;
- ଜ୍ୟାମିତିର ସଂଯୋଜିତ ମୌଳିକ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣିବା;
- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସାମତଳିକ ଚିତ୍ରର ଆକୃତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବା;
- ତ୍ରିଭୁଜ ସଂଜ୍ଞା ଓ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା;
- ଚତୁର୍ଭୁଜର ସଂଜ୍ଞା ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା;
- ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ସର୍ବସମତା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବା;
- ବୃତ୍ତର ସଂଜ୍ଞା ଓ ବୃତ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା;
- ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଆକୃତି ଗତ ସମ୍ପର୍କ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା ।

2.3 ଜ୍ୟାମିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ଧାରଣା :

2.3.1 ଜ୍ୟାମିତିରେ ସଂଜ୍ଞା ବିହୀନ ପଦ ଓ ସଂଜ୍ଞାବଦ୍ଧ ପଦ :

ଗୋଟିଏ ଶବ୍ଦର ସଂଜ୍ଞା ସ୍ଥିର କଲା ବେଳେ ଯେଉଁ ଭାଷାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼େ, ସେଥିରେ କିଛି ଶବ୍ଦର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ସେହି ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେତେକ ସାଧାରଣ ଭାଷାଗତ ଶବ୍ଦ ଓ କେତେକ (ଏକ ବା ଏକାଧିକ) ବିଷୟବସ୍ତୁ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଶବ୍ଦ । ଧରିନିଆଯାଉ ଆମେ ଜ୍ୟାମିତିକ ପଦ 'ବିନ୍ଦୁ' ର ସଂଜ୍ଞା ପ୍ରକରଣ କରିବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ । ଏହା ହେଉଛି ଜ୍ୟାମିତି ଉପସ୍ଥାପନାରେ ବ୍ୟବହୃତ ପ୍ରଥମ ପଦ ଯାହାଲାଗି ସଂଜ୍ଞା ସ୍ଥିର କରିବାର ଚେଷ୍ଟା କରୁଛୁ । ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅନ୍ୟ

କୌଣସି ଜ୍ୟାମିତି – ସଂପୃକ୍ତ ପଦର ସଂଜ୍ଞା ସ୍ଥିର କରାଯାଇ ନାହିଁ । ଏଣୁ 'ବିନ୍ଦୁ' ଶବ୍ଦ ଲାଗି ସଂଜ୍ଞା ସ୍ଥିର କରିବା କଷ୍ଟକର । ଏହି କାରଣରୁ କେତେକ ମୌଳିକ ପଦର ସଂଜ୍ଞା ସ୍ଥିର କରାଯିବା ସମ୍ଭବ ହୁଏ ନାହିଁ ।

କେଉଁ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସଂଜ୍ଞା ବିହୀନ ଭାବେ ଗ୍ରହଣ କରିବା ? 'ବିନ୍ଦୁ', 'ସରଳରେଖା' ଓ 'ସମତଳ' ଏହି ପଦ ତିନୋଟିକୁ ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ ପଦ ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରି ନିଆଯାଏ (ଅବଶ୍ୟ ସମତଳୀୟ ଜ୍ୟାମିତିର ଆଲୋଚନା ଲାଗି) । କାଗଜର ଗୋଟିଏ ପାଖ, କଳାପଟାର ଉପରପାଖ, କାନ୍ଥର ଗୋଟିଏ ପାଖ ଆଦି ହେଉଛି ସମତଳର ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ । କାଗଜ ଉପରେ ସ୍କେଲଟିଏ ରଖି ତାର ଧାରକୁ ଲଗାଇ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ମୁନକୁ ଚଳାଇ ନେଲେ, କାଗଜ ଉପରେ ଯେଉଁ ଗାରଟି ପଡ଼େ, ତାହା ହେଉଛି ସରଳରେଖାର ନମୁନା । ପେନ୍‌ସିଲ୍ ମୁନ ବା କଲମମୁନକୁ କାଗଜଉପରେ ରଖି ଧୀରେ ଚାପିଦେଲେ, କାଗଜ ଉପରେ ଯେଉଁ ଦାଗଟି ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ, ତାହା ହେଉଛି ଜ୍ୟାମିତି ଆଲୋଚନା ଲାଗି ଗ୍ରହଣ ଯୋଗ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ । ଜ୍ୟାମିତି ଆଲୋଚନା ଲାଗି ଗ୍ରହଣ ଯୋଗ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଓ ଏକରେଖା ବା ସରଳରେଖା ର ନମୁନା ଚିତ୍ର ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ।

ବିନ୍ଦୁ ସରଳରେଖା (ଚିତ୍ର 2.1)

ସରଳ ରେଖା ଚିତ୍ରର ଦୁଇ ଆଡ଼କୁ ରହିଥିବା ତୀର ଚିହ୍ନ, ସରଳରେଖାର ବିସ୍ତୃତିର ଅସୀମତାକୁ ସୂଚାଏ ।

2.3.2 ଜ୍ୟାମିତି ଉପସ୍ଥାପନାରେ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ :

ଯେ କୌଣସି ଏକ କାର୍ଯ୍ୟର ସୁପରିଚାଳନା ଲାଗି, ପ୍ରଥମେ କିଛି ନିୟମ ପ୍ରଣୟନ କରାଯାଏ । ସମସ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟ ଏହି ନିୟମର ପରିସର ଭିତରେ ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଏ । ଏହା ଫଳରେ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ହୁଏ । କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ ନିୟମ ବହିର୍ଭୂତ ହେଲେ, ଫଳାଫଳ ତ୍ରୁଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ହୁଏ । ଯେପରି, ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟର କର୍ମକର୍ତ୍ତା ସ୍ଥିର କରନ୍ତି, ସକାଳ ଦଶଟା ବେଳେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଆରମ୍ଭ ହେବ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିରିୟଡ଼୍‌ର ଅବଧି 40 ମିନିଟ୍ ହେବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ସାତଗୋଟି ପିରିୟଡ଼ରେ ପାଠପଢ଼ା କାର୍ଯ୍ୟ ହେବ, ଇତ୍ୟାଦି । ନିୟମର ବ୍ୟତିକ୍ରମରେ ଭୁଲ ହେଲା ବୋଲି କୁହାଯିବ ।

ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ବିଷୟ ବସ୍ତୁର ଉପସ୍ଥାପନା (ବା ଆଲୋଚନା) ଲାଗି କେତେକ ନିୟମ ପ୍ରଣୟନ କରାଯାଏ । ଏହି ନିୟମର ପରିସର ମଧ୍ୟରେ ବିଷୟ ବସ୍ତୁ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉପସ୍ଥାପନା ବା ଆଲୋଚନା କରାଯାଏ । ଏହି ନିୟମକୁ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଜ୍ୟାମିତିର ଆଲୋଚନା କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ତାହାହିଁ କରାଯାଇଥାଏ । ବିଭିନ୍ନ ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନା ବେଳେ ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟମାନ ପ୍ରଣୟନ କରାଯାଇଥାଏ । ତଥ୍ୟ ସମ୍ପର୍କିତ ସମସ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟ, ପ୍ରଣୟନ କରାଯାଇଥିବା ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟର ପରିସର ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପାଦିତ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରଣୟନ କରିବା ବେଳେ ମଧ୍ୟ କିଛି ନୀତିର ଅନୁସରଣ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

(i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ସ୍ୱୟଂ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟର ପ୍ରୟୋଗ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ ହେବା ଅନୁଚିତ ।

(ii) ଏକାଧିକ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ପରସ୍ପର ବିରୋଧୀ ହେବା ଅନୁଚିତ୍ । ଅର୍ଥାତ୍ ଦୁଇଟି ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟର ପ୍ରୟୋଗରେ ପରସ୍ପର ବିରୋଧୀ ଫଳାଫଳ ନ ମିଳିବା ଉଚିତ୍ ।

(iii) ପ୍ରଣୟନ କରାଯାଇଥିବା ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟମାନ, ବିଷୟବସ୍ତୁ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ତ ସମସ୍ୟାକୁ ସମାଧାନ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ବିନ୍ଦୁ, ସରଳରେଖା ଓ ସମତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ :

ବିଷୟବସ୍ତୁ ଉପସ୍ଥାପନାରେ କେବଳ କେତେକ ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ ପଦ ଓ କେତେକ ସଂଜ୍ଞାବଦ୍ଧ ପଦ ନେଇ ଗଲେ ଯଥେଷ୍ଟ ନୁହେଁ । ସେଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ ବା ବ୍ୟବହାର ଲାଗି ଉପଯୁକ୍ତ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଆବଶ୍ୟକ । ଏଣୁ ବିନ୍ଦୁ, ସରଳରେଖା ଓ ସମତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଜାଣିଲେ ହିଁ ଉକ୍ତ ପଦଗୁଡ଼ିକର ସଫଳ ଉପଯୋଗ କରାଯାଇ ପାରିବ । ଏଭଳି କେତେକ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ।

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ :

(i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସରଳରେଖା ହେଉଛି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସମାହାର ବା ସେଟ୍ ।

(ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ଫାଙ୍କ ନଥାଏ ।)

(i) ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ ଗୋଟିଏ ଏବଂ କେବଳ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଅବସ୍ଥିତ ।

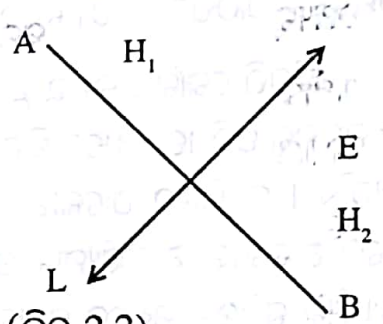
(iii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମତଳ ହେଉଛି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ।

(iv) ଏକ ସମତଳସ୍ଥ ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁକୁ ଧାରଣ କରୁଥିବା ସରରେଖା ଉକ୍ତ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

(v) ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ P ଓ Q (ଭିନ୍ନ ବା ଅଭିନ୍ନ) ସହ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଣରଣାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ । ଏହି ସଂଖ୍ୟାକୁ P ଓ Q ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା କୁହାଯାଏ ।

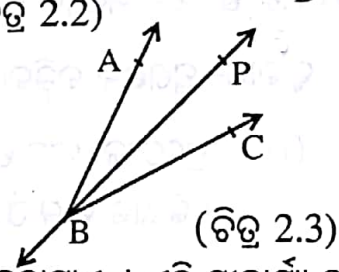
ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଅଭିନ୍ନ ହେଲେ, ସଂପୃକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବା ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା 0 (ଶୂନ) ହୁଏ; ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ଭିନ୍ନ ହେଲେ ସମ୍ପୃକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବା ଦୂରତା ଧନାତ୍ମକ ହୁଏ ।

(vi) ଏକ ସରଳରେଖାର ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ ସହ ଏକ-ଏକ ସମ୍ପର୍କ ଦ୍ୱାରା ଏପରି ସମ୍ପୃକ୍ତ କରାଯାଇପାରେ, ଯେପରିକି ଯେ କୌଣସି ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ ସହ ସଂପୃକ୍ତ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଅଣରଣାତ୍ମକ ଅନ୍ତର (ବା ଅନ୍ତରର ପରମମାନ) ସେ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ସହ ସମାନ ହେବ ।



(ଚିତ୍ର 2.2)

(vii) ଏକ ସମତଳ E ଉପରେ L ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କଲେ, L ଉପରେ ନ ଥିବା E ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ, ଦୁଇଟି ଅଣଛେଦୀ ଅଣଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍ (ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସମାହାର)ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବେ । ଏହି ଅଣଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍ ଦ୍ୱୟକୁ H_1 ଓ H_2 ଦ୍ୱାରା ନାମିତ କରାଯାଉ । H_1 ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ A ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଓ H_2 ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ B ଏକ ବିନ୍ଦୁ ନିଆଯାଉ । L ନିଶ୍ଚୟ $\overline{AB}$ କୁ ଛେଦ କରିବ (A ଓ B ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ) । ସମତଳ Eର ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ଭାଗକୁ ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧତଳ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । କଳାପଟାରେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ R ଓ S ଚିହ୍ନିତ କଲେ $\overleftrightarrow{RS}$ କଳାପଟାକୁ ଦୁଇଟି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିବ । ସେ ଦୁଇଟି ଭାଗକୁ H_1 ଓ H_2 ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଉ । H_1 ଓ H_2 ଅଂଶ ଦ୍ୱୟକୁ L ରେଖାର ଦୁଇପାଖ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଏହି ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଦ୍ୱାରା ଗଣିତରେ ବ୍ୟବହୃତ 'ପାଖ' ଶବ୍ଦର ଅର୍ଥ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୋଇଯାଏ । ଆମ ଗଣିତ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଭାଷାରେ 'ପାଖ' ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କଲାବେଳେ 'ପାଖ' ଶବ୍ଦର ଉପରୋକ୍ତ ଅର୍ଥ ପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏକ ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ ନିଆଯାଉ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.3 ରେ $\overrightarrow{BA}$ ଓ $\overrightarrow{BC}$ ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟ $\overleftrightarrow{BP}$ ରେଖାର ଦୁଇ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ କହିବା ଠିକ୍ ହେବ କି ?



(ଚିତ୍ର 2.3)

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟମାନଙ୍କର ଉପଯୋଗିତା

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ (i), (ii), (iii) ଯୋଗୁ ଆମେ ଆମର ଖାତା ଉପରେ ବା କଳାପଟା ଉପରେ ବିନ୍ଦୁମାନ ବସାଇ ପାରୁଛୁ ଓ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରୁଛୁ । ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ (iv) ଅନୁଯାୟୀ କଳାପଟା ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ଏକମାତ୍ର ସରଳରେଖାର କୌଣସି ଅଂଶ କଳାପଟାକୁ ଛାଡ଼ିବ ନାହିଁ । ଏହି ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ, ସରଳରେଖାର ସଳଖତ୍ୱ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରେ । ଅର୍ଥାତ୍ ଏକ ସରଳରେଖା ସର୍ବଦା ସଳଖ । ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ (v) ଓ (vi) ର ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ ଅନେକ । ଏହି ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଦ୍ୱାରା ଭାରତର ଏକ ବଡ଼ ମାନଚିତ୍ର (କାନ୍ଥଟଙ୍ଗା ମାନଚିତ୍ର) ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ସମ୍ଭବ ହେଉଛି ତ, ଅନ୍ୟ ଏକ ମାନଚିତ୍ର ବହି ପୃଷ୍ଠା ଉପରେ (ଛୋଟ ମାନଚିତ୍ରଟିଏ) ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ହେଉଛି ।

ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଦିଲ୍ଲୀ ଓ ଭୁବନେଶ୍ୱର ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ସହ ସଂଖ୍ୟା 100 (ସେ.ମି. ସଂଖ୍ୟା) କୁ ସମ୍ପୃକ୍ତ କରାଯାଇଛି ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂଖ୍ୟା 5 (ସେ.ମି. ସଂଖ୍ୟା)କୁ ଉକ୍ତ ସ୍ଥାନଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ଅନ୍ୟ କଥାରେ ଆମେ ନକ୍ସା ବା ମାନଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ବେଳେ ବିଭିନ୍ନ ମାନ (ସ୍କେଲ) ନେଇ ପାରୁଛୁ ।

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଏହି ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଗୁ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର କଳ୍ପନା କରି ପାରୁଛୁ ଏବଂ ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ଉପଯୋଗ ଦ୍ୱାରା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାରସ୍ପରିକ ସମ୍ବନ୍ଧ (ବା ଅବସ୍ଥିତି) ବିଷୟରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଚିତ୍ର ପାଇପାରିବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ବିଭିନ୍ନ ମୌଳିକ ଗଣିତ ମଧ୍ୟ କରି ପାରୁଛୁ ।

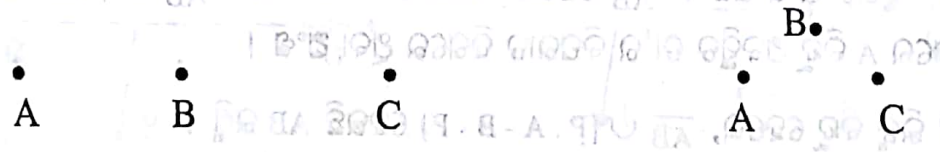
ଏହି ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟର ଅନ୍ୟ ଏକ ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ ହେଉଛି ଯେ ଏହି ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଗୁଁ ଏକ ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ସସୀମ ନୁହେଁ ବୋଲି ଆମେ କଳ୍ପନା କରିପାରୁଛୁ, କାରଣ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟକ ବୋଲି ଆମେ ଜାଣୁ । ପୁନଶ୍ଚ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା (ଯେତେ ପାଖାପାଖି ହୁଅନ୍ତୁ ପଛେ) ମଧ୍ୟରେ ଆହୁରି ଅସଂଖ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ରହିଥିବା ହେତୁ ଏକ ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଆହୁରି ଅନେକ ବିନ୍ଦୁ ଅବସ୍ଥିତ ଥିବା କଥା ମଧ୍ୟ ଆମେ କଳ୍ପନା କରି ପାରୁଛୁ । ଫଳରେ ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନ ନିରବଚ୍ଛିନ୍ନ ଭାବରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ (vii) ର ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ, ଉକ୍ତ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟର ଆଲୋଚନାରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ । ସେହି ଅଲୋଚନାର ଶେଷରେ ଥିବା ପ୍ରଶ୍ନଟିର ଉତ୍ତର ହେଉଛି 'ନାହିଁ' କାରଣ B ବିନ୍ଦୁଟି L ରେଖା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଏଣୁ $\overrightarrow{BA}$ ରଶ୍ମି L ରେଖାର ଗୋଟିଏ ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ ନୁହେଁ ଅଥବା $\overrightarrow{BC}$ ମଧ୍ୟ L ରେଖାର ଗୋଟିଏ ପାଖରେ ଅବସ୍ଥିତ ନୁହେଁ ।

ଜ୍ୟାମିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା ବେଳେ ତଥା ଜ୍ୟାମିତି-ସମ୍ପୃକ୍ତ ସମସ୍ୟା (ପ୍ରଶ୍ନ)ର ସମାଧାନ କଲାବେଳେ ପୂର୍ବ ବର୍ଣ୍ଣିତ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟମାନଙ୍କର ପରିସରରେ ହିଁ ଆମକୁ ସୀମାବଦ୍ଧ ରହିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

2.3.3 କେତେକ ସଂଜ୍ଞାବଦ୍ଧ ଶବ୍ଦ :

ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତିତା : ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ A, B, C କ୍ଷେତ୍ରରେ A ଓ B ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ଏବଂ B ଓ C ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତାର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ, A ଓ C ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ସମାନ ହେଲେ, B କୁ A ଓ C ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । "B ବିନ୍ଦୁ A ଓ C ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ," ଏହି ଉକ୍ତି କୁ A - B - C ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।



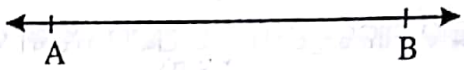
(କ) (ଚିତ୍ର 2.4) (ଖ)

ଚିତ୍ର 2.4 (କ)ରେ A ଓ B ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା, B ଓ C ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ଏବଂ A ଓ C ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ମାପ ଓ AB+BC=AC ହେଉଛି କି ନାହିଁ ଦେଖ । ତୁମେ ଦେଖିବ, A ଓ B ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା + B ଓ C ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା = A ଓ C ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା । ଏଣୁ B ବିନ୍ଦୁ, A ଓ C ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ।

ମାତ୍ର ଚିତ୍ର (ଖ)ରେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖାଯାଇ ପାରେ ଯେ,

A ଓ B ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା + B ଓ C ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ≠ A ଓ C ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା (ନିଜେ ମାପିଦେଖ) । ଏଣୁ ଚିତ୍ର (ଖ)ରେ B ବିନ୍ଦୁ, A ଓ C ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ନୁହେଁ ।

ରେଖାଖଣ୍ଡ :



(ଚିତ୍ର 2.5)

ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସରଳରେଖା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ A ଓ B ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁ । ସରଳରେଖାର A ଠାରୁ B ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଂଶକୁ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ସଂଜ୍ଞା : A ଓ B ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, A, B ଏବଂ A ଓ B ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ସେଟ୍ (ସମାହାର)କୁ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଥାଏ ଏବଂ ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସର୍ବଦା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ।

AB ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସଙ୍କେତରେ $\overline{AB}$ ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ ।

A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟକୁ $\overline{AB}$ ର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତାକୁ ଉକ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କୁହାଯାଏ । (ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଦୂରତା ହେଉଛି $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।)

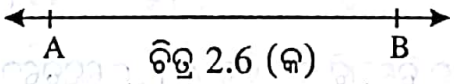
$\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ସଂକେତ AB ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

ମନେରଖ :

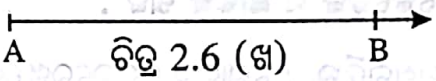
- $\overline{AB}$ ହେଉଛି ରେଖାଖଣ୍ଡ AB ର ସଂକେତ
- AB ହେଉଛି ରେଖାଖଣ୍ଡ AB ର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସଂକେତ ।

A - B - C କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯଦି AB = BC ହୁଏ ତେବେ B ବିନ୍ଦୁକୁ $\overline{AC}$ ର **ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ** କୁହାଯାଏ । ଅନ୍ୟ କଥାରେ, ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଉକ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଉଭୟ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ।

ରଶ୍ମି :



ଚିତ୍ର 2.6 (କ)



ଚିତ୍ର 2.6 (ଖ)

ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.6 (କ) ଦର୍ଶିତ ସରଳରେଖା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ A ଓ B ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ । A ବିନ୍ଦୁର ବାମକୁ ଥିବା ସରଳରେଖାର ଅଂଶକୁ ବାଦ ଦେଲେ (ଲିଭାଇ ଦେଲେ) ଯେଉଁ ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶ ରହିବ, ତାକୁ ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଏହାକୁ ଏକ ରଶ୍ମି କୁହାଯାଏ । ଏହି ଚିତ୍ରରେ ଦୁଇଟି ଅଂଶ ଅଛି । $\overline{AB}$ ହେଉଛି ଏହାର ଗୋଟିଏ ଅଂଶ । $\overline{AB}$ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଅଂଶଟି ହେଉଛି B ବିନ୍ଦୁର ଯେଉଁ ଦିଗରେ A ବିନ୍ଦୁ ଅବସ୍ଥିତ ତା'ର ବିପରୀତ ଦିଗରେ ଥିବା ଅଂଶ ।

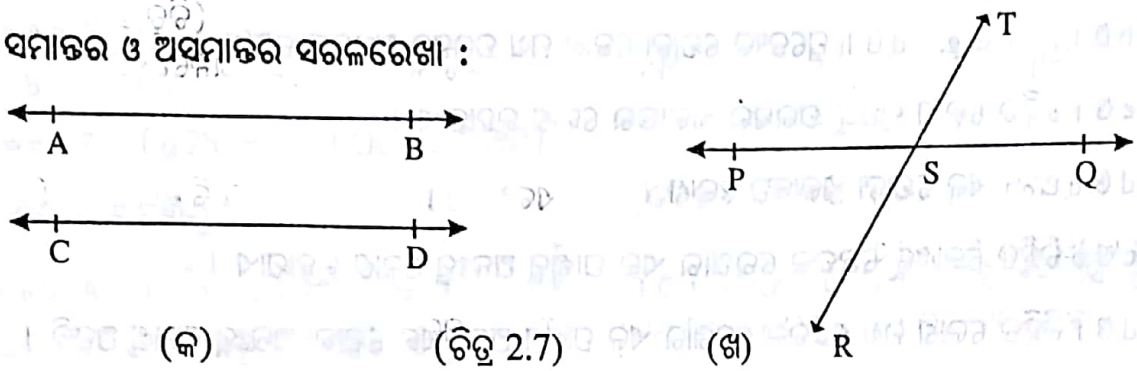
ସଂଜ୍ଞା : A ଓ B ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, $\overline{AB} \cup \{P : A - B - P\}$ ହେଉଛି AB ରଶ୍ମି ।

ଅନ୍ୟ କଥାରେ – A ଓ B ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, A ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁ B, ସେହିଭଳି ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଏବଂ $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସଂଯୋଗ ହେଉଛି AB ରଶ୍ମି ।

'AB ରଶ୍ମି'କୁ ସଙ୍କେତରେ $\overrightarrow{AB}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ । A ବିନ୍ଦୁକୁ $\overrightarrow{AB}$ ର ମୂଳବିନ୍ଦୁ ବା ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ବା ଆଦ୍ୟବିନ୍ଦୁ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । $\overrightarrow{AB}$ ର B ଦିଗରେ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ନଥିବାରୁ, B ଦିଗରେ $\overrightarrow{AB}$ ର ବିସ୍ତୃତି ଅସୀମ । ଏଣୁ ଏକ ରଶ୍ମିର କୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନାହିଁ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : AB ସରଳରେଖାର ଉଭୟ ଦିଗରେ ଅସୀମତା ଯୋଗୁ ଏହାକୁ ସଂକେତରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

2.3.4. ସମାନ୍ତର ଓ ଅସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା :



(କ) (ଚିତ୍ର 2.7) (ଖ)

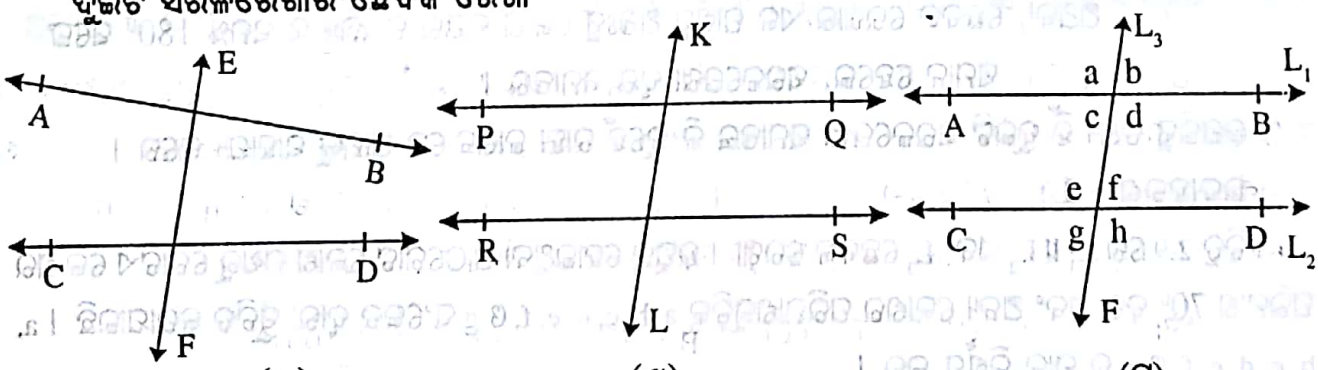
ଏକ ସମତଳରେ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କଲେ, ଆମେ ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତିର ସମ୍ମୁଖୀନ ହେବା । ହୁଏତ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ, ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.7 (କ) ରେ ଥିବା $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଭଳି ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ସେ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ କେଉଁଠି ହେଲେ ଛେଦ କରିବେ ନାହିଁ । ଯେପରି ରେଳରାସ୍ତାର ଦୁଇଟି ଧାରଣା କେଉଁଠି ହେଲେ ପରସ୍ପର ସହ ମିଶିନଥାନ୍ତି । ଏପରି ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାକୁ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା କୁହାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ ନ କରନ୍ତି, ସେ ଦୁଇଟିକୁ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଯେଉଁ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ନୁହନ୍ତି, ସେ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି । ରେଖାଦ୍ୱୟର ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ବା ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । ଯଥା, ଏପରି ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଚିତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{PQ}$ ଓ $\overleftrightarrow{RT}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ S । ଅବଶ୍ୟ ଛେଦବିନ୍ଦୁ ସର୍ବଦା ଆମର ଦୃଷ୍ଟି ସୀମା ମଧ୍ୟରେ ନ ଥାଇ ପାରେ ।

ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ତଥ୍ୟ :

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାର ଛେଦକ ରେଖା



(କ) (ଖ) (ଗ)

(ଚିତ୍ର 2.8)

ଚିତ୍ର 2.8 (କ) ରେ $\overleftrightarrow{AB}$ ଓ $\overleftrightarrow{CD}$ ଅସମାନ୍ତର ଏବଂ $\overleftrightarrow{EF}$ ସେମାନଙ୍କର ଛେଦକ । ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ $\overleftrightarrow{PQ}$ ଓ $\overleftrightarrow{RS}$ ସମାନ୍ତର ଏବଂ $\overleftrightarrow{KL}$ ସେମାନଙ୍କର ଛେଦକ ।

ଛେଦକ ରେଖା ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣ :

ଚିତ୍ର 2.8 (ଗ)ରେ L_3 ସରଳରେଖା L_1 ଓ L_2 ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟର ଛେଦକ । ଏହି ଛେଦକ ରେଖା L_1 ଓ L_2 କୁ ଛେଦକରି ଆଠଗୋଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ a, b, c, d, e, f, g ଓ h ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ।

a ଓ e ଚିହ୍ନିତ କୋଣକୁ **ପରସ୍ପର ଅନୁରୂପ** କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

b ଓ f , c ଓ g, d ଓ h ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା କୋଣ ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ଅନୁରୂପ କୋଣ ।

c ଓ f ଚିହ୍ନିତ କୋଣ ଦ୍ୱୟକୁ **ପରସ୍ପର ଏକାନ୍ତର** କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

d ଓ e ଅନ୍ୟ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣ ।

c ଓ e ଚିହ୍ନିତ କୋଣକୁ **ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ** କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

d ଓ f ଚିହ୍ନିତ କୋଣ ମଧ୍ୟ ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ୟ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଅଟନ୍ତି ।

ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ସହ ଛେଦକ ରେଖା ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :

(a) ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ -

(i) ଏକାନ୍ତର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ।

(ii) ଅନୁରୂପ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ।

(iii) ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ (କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0)

ବିପରୀତ କ୍ରମେ,

ଏକ ଛେଦକରେଖା ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ସରଳରେଖାକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଅବସ୍ଥାରେ,
ଏକାନ୍ତର କୋଣଦ୍ୱୟ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ,
ଅଥବା, ଅନୁରୂପ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସମାନ ହେଲେ,
ଅଥବା, ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ସଙ୍ଗେ ସମାନ ହେଲେ, ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ।

ଉପରିସ୍ଥ ତଥ୍ୟ ହିଁ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ସମାନ୍ତର କି ନୁହେଁ ତାହା ଜାଣିବାରେ ଆମକୁ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

ଉଦାହରଣ - 1 :

ଚିତ୍ର 2.9 ରେ $L_1 \parallel L_2$ ଏବଂ L_3 ଛେଦକ ରେଖା । ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା ଆଠଗୋଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 70^0 ଦତ୍ତ ଏବଂ ଅନ୍ୟ କୋଣର ପରିମାଣଗୁଡ଼ିକୁ a, b, c, d, e, f, ଓ g ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି । a, b, c, d, e, f, ଓ g ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $L_1 \parallel L_2$ ଓ L_3 ଏକ ଛେଦକ ।

$a = 70^0$ (ପ୍ରତୀପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ)

$a + b = 180^0$ (ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ ହେତୁ)

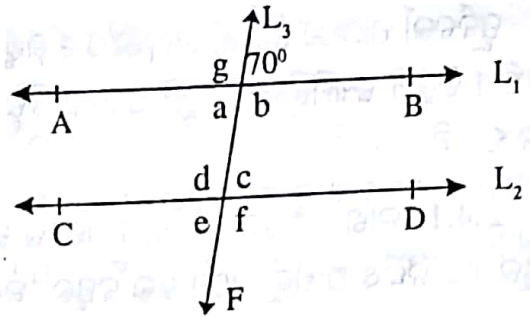
$\Rightarrow 70^0 + b = 180^0$

$\Rightarrow b = 180^0 - 70^0 = 110^0$

$c = 70^0$ (ଅନୁରୂପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ)

$g = b$ (ପ୍ରତୀପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ)

$= 110^0$



(ଚିତ୍ର 2.9)

$d = g = 110^0$ (ଅନୁରୂପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ)

$e = a = 70^0$ (ପୂର୍ବ କାରଣ)

$f = b = 110^0$ (ପୂର୍ବ କାରଣ)

$c = e = 70^0$ (ପ୍ରତୀପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ)

2.3.5 ଏକ ରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ :

B ବିନ୍ଦୁ A ଓ C ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ହୋଇଥିଲେ A, B ଓ C (ଅଥବା C, B ଓ A ଯେ କୌଣସି କ୍ରମରେ ନିଆଯାଇପାରେ) ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟକୁ ଏକ ରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ ।

A, B ଓ C ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁଟି, ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟିର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ହୋଇଥିଲେ, ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ରେଖୀ ହୁଅନ୍ତି ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ଯେ ସର୍ବଦା ଏକ ରେଖୀ, ଏହା ଆମେ ଜାଣିଛୁ ।

ଅଣରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ : A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ହୋଇନଥିଲେ, ସେ ତିନୋଟିକୁ ଅଣରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଅନ୍ୟ କଥାରେ, ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ନଥିବା ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଅଣରେଖୀ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_1) :

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପଦଗୁଡ଼ିକରୁ ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ ଓ ସଂଜ୍ଞାବଦ୍ଧ (ଯାହାର ସଂଜ୍ଞା ଅଛି) ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ, ସ୍ଥାନାଙ୍କ, ଦୂରତା, ସରଳରେଖା, ରଶ୍ମି, ରେଖାଖଣ୍ଡ, ସମତଳ, ବିନ୍ଦୁ ।

2. ଏକ ବିନ୍ଦୁ, ଏକରେଖା, ଏକରଶ୍ମି ଓ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ନମୁନାଚିତ୍ରମାନ ଦେଖାଅ ଏବଂ ବିନ୍ଦୁଲାଗି A , ମାତ୍ର ଅନ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଲାଗି A ଓ B ଅକ୍ଷର ବ୍ୟବହାର କରି ନାମକରଣ କର । ବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକର ସଂକେତ ଲେଖ ।

2.4 ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର :

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ପାଠରେ ରେଖା, ରେଖାଖଣ୍ଡ ଓ ରଶ୍ମି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଏଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର । ଜ୍ୟାମିତିରେ ଆହୁରି ଅନେକ ଚିତ୍ର ରହିଛି । ଅନ୍ୟ କେତେକ ଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା ଏଠାରେ ସ୍ଥାନ ପାଇଛି ।

2.4.1 କୋଣ : ଆମେ ଅନେକ ସମୟରେ ଘରର କଣ, ବହିପୃଷ୍ଠାର କଣ ଆଦି କହିଥାଉ । ଏହିଭଳି କେତେକ ବସ୍ତୁର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଂଶକୁ ଆମେ ଉକ୍ତ ବସ୍ତୁର 'କଣ' କହିଥାଉ । ଏହି 'କଣ' ର ଧାରଣାରୁ 'କୋଣ' ଶବ୍ଦର ସୃଷ୍ଟି ।

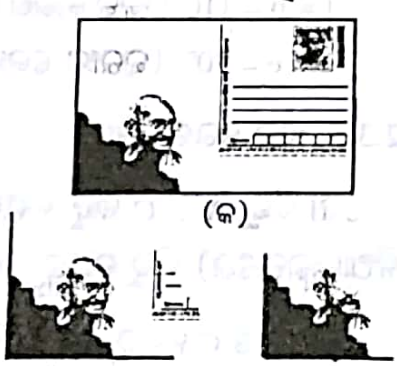
ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.10(କ) ରେ ଖଣ୍ଡେ ପୁରୁଣା ବ୍ୟବହୃତ ପୋଷ୍ଟକାର୍ଡ଼ ଚିଠି ଦେଖାଯାଉଛି ଏହାର ବାମ ପାଖର ତଳ କଣଟିରେ କାଳିପଡ଼ିଯାଇ କଳା ହୋଇଛି ।

ଚିତ୍ର (ଖ)ରେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ପୋଷ୍ଟକାର୍ଡ଼ର ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ଚିରି ଯାଇଛି । ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶରେ କାଳି ଲାଗିଥିବା କଣଟି ପୂର୍ବପରି ରହିଛି ।

ଚିତ୍ର (ଗ) ରେ ପୂର୍ବରୁ ଥିବା ପୋଷ୍ଟ କାର୍ଡ଼ ଅଗରୁ ଆଉ କିଛି ଚିରି ଯାଇଛି ।

ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶର କାଳି ଲାଗିଥିବା କଣଟି ତଥାପି ରହିଛି ।

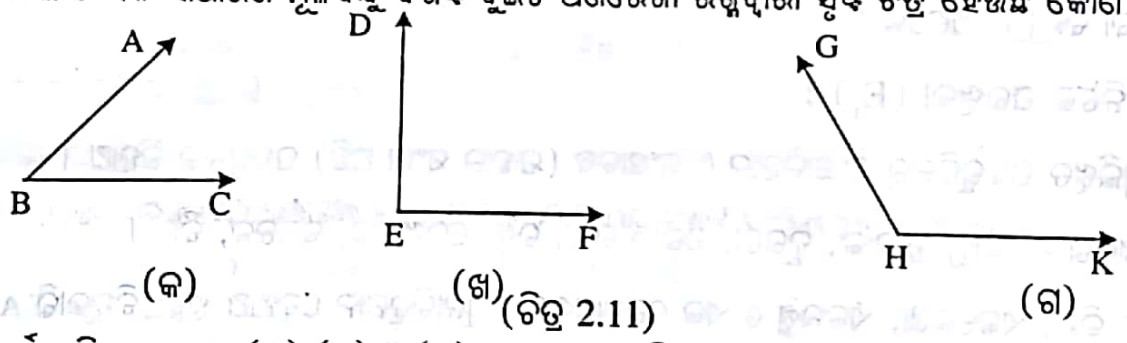
ଚିତ୍ର ତିନୋଟିରେ ଥିବା ପୋଷ୍ଟକାର୍ଡ଼ କାଳିଲଗା କଣର ଧାର ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (କ), (ଖ) ଓ (ଗ) ଚିତ୍ରରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ । ମାତ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରର କାଳିଲଗା ପ୍ରାନ୍ତଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରହିଥିବାରୁ କାଳି ଲଗା କଣଟି ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିଛି ।



(ଚିତ୍ର 2.10)

ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଗୋଟିଏ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହେବା ପାଇଁ ଦୁଇଟି ରଶ୍ମିର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ଏହି ଧାରଣା ନେଇ ଆମେ 'କୋଣ'ର ସଂଜ୍ଞା ପ୍ରକରଣ କରିବା ।

ସଂଜ୍ଞା : ଏକ ସାଧାରଣ ମୂଳବିନ୍ଦୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଅଣରେଖୀ ରଶ୍ମିଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟ ଚିତ୍ର ହେଉଛି କୋଣ ।



(ଚିତ୍ର 2.11)

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା (କ) (ଖ) ଓ (ଗ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କୋଣ ।

ଚିତ୍ର 2.11 (କ)ରେ $\overrightarrow{BA}$ ଓ $\overrightarrow{BC}$ ରଶ୍ମି ଦୁଇଟିର ସାଧାରଣ ମୂଳବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି B ଏବଂ $\overrightarrow{BA}$ ଓ $\overrightarrow{BC}$ ରଶ୍ମି ଦ୍ୱୟ ଅଣରେଖୀ । ସେହିପରି (ଖ) ଓ (ଗ) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଏକ ସାଧାରଣ ମୂଳବିନ୍ଦୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଅଣରେଖୀ ରଶ୍ମି ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କୋଣ ଗଠିତ । ରଶ୍ମି ଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ମୂଳବିନ୍ଦୁକୁ କୋଣର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ । କୋଣ ସୃଷ୍ଟିକାରୀ ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟକୁ କୋଣର ଦୁଇଟି ବାହୁ କୁହାଯାଏ । $\angle ABC$ ର ଗୋଟିଏ ବାହୁ $\overrightarrow{BA}$ ଓ ଅନ୍ୟବାହୁ $\overrightarrow{BC}$ ।

କୋଣ - ପରିମାଣ :

ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.11 (କ), (ଖ) ଓ (ଗ) ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଏକ ସାଧାରଣ ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ଅଣରେଖୀ ରଶ୍ମି ଦ୍ୱାରା କୋଣଟିଏ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି । ମାତ୍ର ସେ ତିନୋଟି କୋଣ ଏକା ପରି ଦେଖାଯାଉନାହାନ୍ତି । ଏହାର କାରଣ ସେମାନଙ୍କର ଆକୃତି ଏକାଭଳି ହେଲେ ମଧ୍ୟ ସେମାନଙ୍କର ଆକାର ଭିନ୍ନ । ଯେ କୌଣସି ବସ୍ତୁ (ବା ଚିତ୍ର)ର ଆକାର ଏହାର ପରିମାଣ ସହ ସଂପୃକ୍ତ । ଏଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର କିଛି ପରିମାଣ ଅଛି । ଫଳରେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଅନ୍ୟଟି ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ବୋଲି ଧାରଣା ହୁଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟଟିର ପରିମାଣ ଠାରୁ ଅଧିକ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାପ ଅଛି ।

କୋଣର ପରିମାପକ ଯନ୍ତ୍ର ହେଉଛି ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ଏବଂ ପରିମାପର ଏକକ ହେଉଛି ଡିଗ୍ରୀ । ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାପ x ସଂଖ୍ୟକ ଏକକ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ଏହାକୁ x^0 ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ । $\angle ABC$ ର ପରିମାପକୁ $m\angle ABC$ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ ଆମେ ଲେଖୁ । $m\angle ABC = x^0$

$m\angle ABC = x^0$ ହେଲେ, ସର୍ବଦା $x > 0$ ଏବଂ $x < 180$

କୋଣର ବିଭାଗୀକରଣ :

କୋଣର ପରିମାଣ ଅନୁଯାୟୀ କୋଣମାନଙ୍କୁ ତିନିଭାଗରେ ପରିଣତ କରାଯାଏ ।

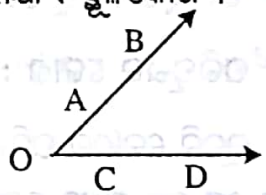
(i) ଯେଉଁ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ 90^0 ଠାରୁ କମ୍, ସେଗୁଡ଼ିକୁ କୁହାଯାଏ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ।

(ii) ଯେଉଁ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ 90^0, ସେଗୁଡ଼ିକୁ କୁହାଯାଏ ସମକୋଣ ।

(iii) ଯେଉଁ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ 90^0 ଠାରୁ ଅଧିକ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ କୁହାଯାଏ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ।

କୋଣର ନାମ କରଣ :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର (2.12) କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଉ ।



ଚିତ୍ର 2.12

ଏହି କୋଣର ନାମ କରଣ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରେ କରାଯାଇପାରେ ।

$\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle BOC$, $\angle BOD$ ଆଦି ନାମକରଣ ଦ୍ୱାରା ଚିତ୍ରରେ ଥିବା କୋଣକୁ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । କାରଣ $\overrightarrow{OA}$ ଓ $\overrightarrow{OB}$ ଅଭିନ୍ନ ରଶ୍ମି ଏବଂ $\overrightarrow{OC}$ ଓ $\overrightarrow{OD}$ ମଧ୍ୟ ଅଭିନ୍ନ ରଶ୍ମି । ଫଳରେ $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle BOC$, $\angle BOD$ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ଅଭିନ୍ନ ।

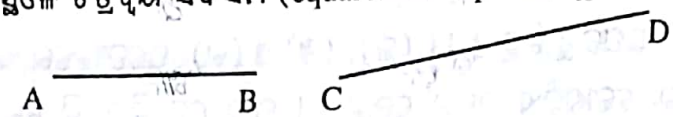
2.4.2 ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ସର୍ବସମତା :

(a) ସର୍ବସମତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧାରଣା :

ଦୁଇଟି ଏକ ପ୍ରକାର ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ଅବିକଳ ନକଲ (trace-copy) କୁ ନେଇ ଅନ୍ୟ ଚିତ୍ର ଉପରେ ପକାଇଲେ, ଯଦି ସେହି ଚିତ୍ର ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହିତ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ମିଳିଯାଆନ୍ତି, ତେବେ ଚିତ୍ରଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ

ପୂର୍ଣ୍ଣମେଳନ ସଂପର୍କ ଅଛି ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଏପରି ସ୍ଥଳେ ଚିତ୍ରଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ (equal in all respects) ହୁଅନ୍ତି । ଏହି ସଂପର୍କକୁ ≅ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟର ସର୍ବସମତା :



ଚିତ୍ର 2.13

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଯଦି $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ ହୁଏ ତେବେ ନିଶ୍ଚୟ $\overline{AB}$ ର ଅବିକଳ ନକଲ $\overline{CD}$ ସହ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ମିଳିଯିବ । ଏଣୁ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ସର୍ବସମ ହେବେ ।

ତେଣୁ ଆମେ କହୁ :

AB = CD ହେଲେ, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ହେବ । $(AB = CD \Rightarrow \overline{AB} \cong \overline{CD})$

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ହେଲେ, AB = CD ହେବ । $(\overline{AB} \cong \overline{CD} \Rightarrow AB = CD)$

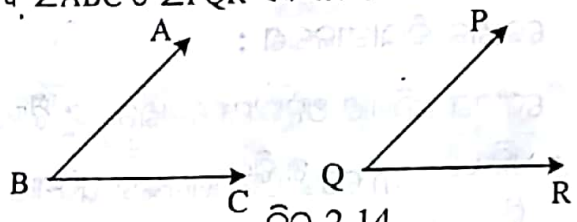
ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ମନେପକାଅ ଯେ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ AB ରୂପେ, $\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ CD ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

କୋଣ ଦ୍ୱୟର ସର୍ବସମତା :

ଯଦି $m\angle ABC$ ଓ $m\angle PQR$ ସମାନ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ $\angle ABC$ ଓ $\angle PQR$ ସର୍ବସମ ହେବେ ।

$\therefore m\angle ABC = m\angle PQR \Rightarrow \angle ABC \cong \angle PQR$

$\angle ABC \cong \angle PQR \Rightarrow m\angle ABC = m\angle PQR$



ଚିତ୍ର 2.14

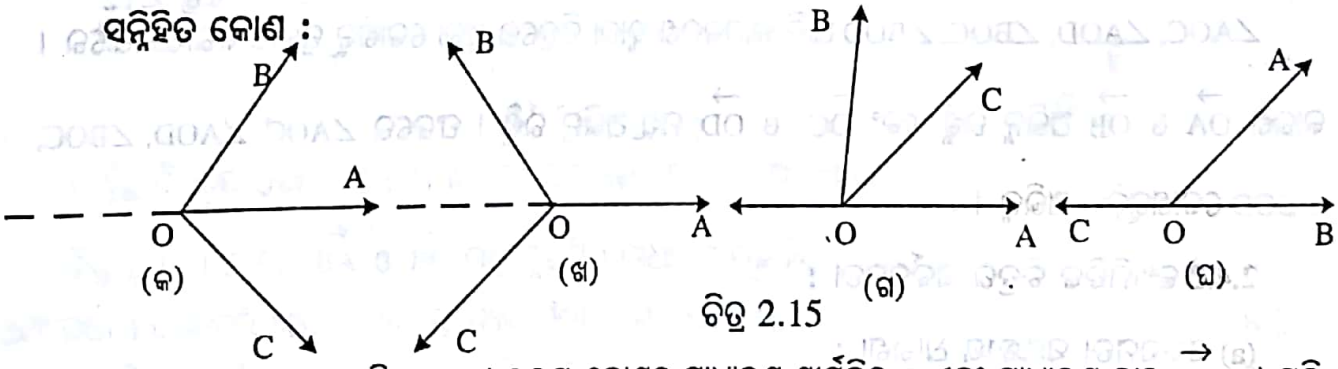
ଅନୁପୂରକ କୋଣ :

ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90° ହେଲେ, ଉକ୍ତ କୋଣଦ୍ୱୟକୁ **ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ** କୋଣ କୁହାଯାଏ; ଏବଂ ସେ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକୁ ଅନ୍ୟଟିର ଅନୁପୂରକ କୋଣ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ପରିପୂରକ କୋଣ :

ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° ହେଲେ, ଉକ୍ତ କୋଣଦ୍ୱୟକୁ **ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ** କୋଣ କୁହାଯାଏ; ଏବଂ ସେ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକୁ ଅନ୍ୟଟିର ପରିପୂରକ କୋଣ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ସନ୍ନିହିତ କୋଣ :



ଚିତ୍ର 2.15

$\angle BOA$ ଓ $\angle COA$ ଦୁଇଟି କୋଣ । ଉଭୟ କୋଣର ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ O ଏବଂ ସାଧାରଣ ବାହୁ $\overrightarrow{OA}$ । ଯଦି B ଏବଂ C ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ $\overleftrightarrow{OA}$ ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ରହନ୍ତି, ତେବେ $\angle BOA$ ଓ $\angle COA$ କୁ **ପରସ୍ପରର ସନ୍ନିହିତ** କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 2.15 (କ) ଓ (ଖ) ରେ $\angle BOA$ ଏବଂ $\angle COA$ ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ । ମାତ୍ର ଚିତ୍ର (ଗ) ରେ $\angle BOA$ ଏବଂ $\angle COA$ ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ନୁହଁନ୍ତି । କାରଣ ଏଠାରେ B ଓ C $\overleftrightarrow{OA}$ ର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ : ଚିତ୍ର 2.15 (ଘ)ରେ $\angle AOC$ ଓ $\angle AOB$ ର ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷ O, ସାଧାରଣ ବାହୁ $\overrightarrow{OA}$ ଏବଂ $\overleftrightarrow{AO}$ ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ B ଓ C ବିନ୍ଦୁ ଅବସ୍ଥିତ ($\overleftrightarrow{AO}$ ଥାଙ୍କନ କରି ଦେଖ) । ଏଣୁ $\angle AOC$ ଓ $\angle AOB$ ସନ୍ନିହିତ । କିନ୍ତୁ ଏଠାରେ ବହିଃସ୍ଥ ବାହୁ $\overrightarrow{OC}$ ଏବଂ $\overrightarrow{OB}$ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ହେତୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଏ ଦୁଇଟିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 । ଏପରି କୋଣକୁ ସରଳଯୋଡ଼ି ଅଥବା ଏକ ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ସନ୍ନିହିତ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

କେତେକ ଉଦାହରଣ

ଉଦାହରଣ 1 : ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ତା'ର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣର ଚାରିଗୁଣ ହେଲେ, କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ କେତେ ?

ସମାଧାନ : କୋଣ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ x^0 ହେଲେ ପ୍ରଥମଟିର ପରମାଣ $4x^0$ ।

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $x^0 + 4x^0 = 90^0$ (କୋଣ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ହେତୁ)

$$\Rightarrow 5x^0 = 90^0 \Rightarrow x^0 = \frac{90^0}{5} = 18^0$$

$\therefore$ ଦ୍ୱିତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ = 18^0

$\therefore$ ପ୍ରଥମ କୋଣର ପରିମାଣ = $4x^0 = 4 \times 18^0 = 72^0$

ଉଦାହରଣ - 2 : ଦୁଇଟି ପରିପୂରକ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟଟିର ପରିମାଣର ଦୁଇଗୁଣରୁ 18^0 ବେଶି ହେଲେ, କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ସାନ କୋଣର ପରିମାଣ x^0 ହେଉ । ତେବେ ଅନ୍ୟଟିର ପରିମାଣ $(2x + 18)^0$

$\therefore$ ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ : $2x^0 + 18 + x^0 = 180^0$ (କୋଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ହେତୁ)

$$\Rightarrow 3x^0 = 180^0 - 18^0 \Rightarrow 3x^0 = 162^0 \Rightarrow x = 54^0$$

$\therefore$ ସାନ କୋଣର ପରିମାଣ = 54^0 ।

ଅନ୍ୟ କୋଣର ପରିମାଣ = $(2x + 180^0) = (2 \times 54 + 18)^0 = 126^0$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_2):

1. $\angle ABC$ ଓ $\angle PBQ$ ଅଭିନ୍ନ ହୋଇଥିବା ଚିତ୍ର ଦର୍ଶାଅ ।

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ ଲେଖ । $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି., $\overline{BC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7 ସେ.ମି., $\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7 ସେ.ମି., ଏବଂ $\overline{DE}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି. ।

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ ଲେଖ ।

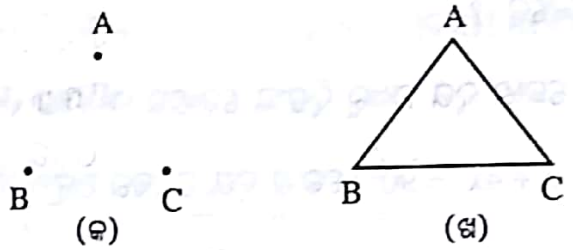
$m\angle ABC = 45^0$, $m\angle EFG = 37^0$, $m\angle GHK = 45^0$, $m\angle KLM = 49^0$, $m\angle RST = 37^0$

4. ନିମ୍ନସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ଅନୁପୂରକ କୋଣର ପରିମାଣ ଲେଖ ।

(i) $m\angle ABC = 47^0$ (ii) $m\angle PQR = 78^0$ (iii) $m\angle XYZ = 37^0$

2.4.3 ତ୍ରିଭୁଜ

ତୁମ ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟ :



ଚିତ୍ର 2.16

ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟ: ତିନୋଟି ଅଣରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଦିଅ A, B ଓ C (ଚିତ୍ର 2.16(କ) ଭଳି)

ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ : $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନ ଅଙ୍କନ କର । ଚିତ୍ର (ଖ) ଭଳି ଚିତ୍ରଟିଏ ପାଇବ । ଏହା ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଚିତ୍ର । ଏହି ତ୍ରିଭୁଜକୁ ABC ତ୍ରିଭୁଜ ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ । ତ୍ରିଭୁଜର ସଂକେତ ହେଉଛି Δ । ABC ତ୍ରିଭୁଜକୁ Δ ABC ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟକୁ ΔABC ର ତିନୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ତ୍ରୟକୁ ΔABC ର ବାହୁ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । $\angle ABC$, $\angle BCA$, $\angle BAC$ କୋଣ ତିନୋଟିକୁ ΔABC ର କୋଣ (ବା ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ) ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତୋଟି ତଥ୍ୟ :

(i) ବାହୁ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟ :

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଠାରୁ ଅଧିକ ।

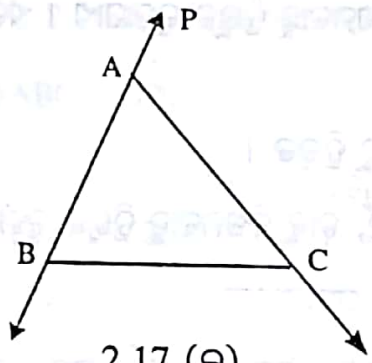
(ii) କୋଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟ :

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

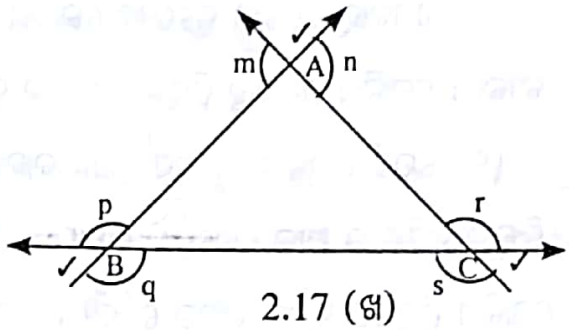
ଅନ୍ୟୂନ ତିନୋଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ତିନୋଟି ଅଣରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ (ସ୍କେଲ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନ ଅଙ୍କନ କରିବା ଦ୍ୱାରା) ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ତଥ୍ୟର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କରାଯାଇପାରେ ।

(iii) ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ :

ଚିତ୍ର 2.17 (କ)ରେ ΔABC ର ବାହୁ $\overline{AB}$ ଯେଉଁ ରେଖାର ଅଂଶ ଅଟେ, ସେ ରେଖା AB କୁ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । $\overrightarrow{AB}$ ରଶ୍ମିର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି $\overrightarrow{AP}$ ଓ $\overrightarrow{AC}$ ର ସଂଯୋଗରେ ଗଠିତ $\angle PAC$ କୁ ΔABC ର A ଶୀର୍ଷରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।



2.17 (କ)



2.17 (ଖ)

ପୂର୍ବଭଳି ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷରେ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ପାଇ ପାରିବା । ଚିତ୍ର 2.17 (ଖ)ରେ ΔABC ର ଶୀର୍ଷ A ଠାରେ ଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ 'm' ଓ 'n' ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଶୀର୍ଷ B ଠାରେ ଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଦ୍ୱୟକୁ p ଓ q ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ଓ ଶୀର୍ଷ 'C' ଠାରେ ଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଦ୍ୱୟକୁ r ଓ s ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

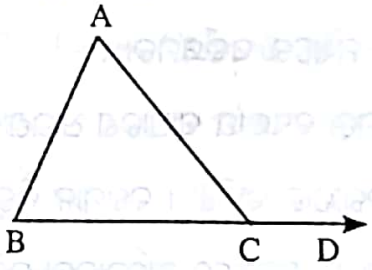
A, B ଓ C ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷରେ ଥିବା ଟିକ୍ (✓) ଚିହ୍ନିତ କୋଣ ତିନୋଟି ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ନୁହନ୍ତି ।

ସଂଜ୍ଞା : ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷରେ ଥିବା କୋଣର ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ କୋଣ ହେଉଛି ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ।

ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧର୍ମ :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.18 ରେ $\angle ACD$ ଏକ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ।

ΔABC ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ



ଚିତ୍ର 2.18

$\angle ACB$ ହେଉଛି ବହିଃସ୍ଥ $\angle ACD$ ର ସନ୍ନିହିତ ଏବଂ $\angle CAB$ ଓ $\angle ABC$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ହେଉଛି ବହିଃସ୍ଥ $\angle ACD$ ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ ।

ଧର୍ମ : ଏକ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ, ଏହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

ତ୍ରିଭୁଜମାନଙ୍କର ବିଭାଗୀ କରଣ :

(i) କୋଣ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ବିଭାଗୀ କରଣ :

(କ) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସ୍ଥୂଳକୋଣ, ତାକୁ ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

(ଖ) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମକୋଣ, ତାକୁ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

(ଗ) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟିଯାକ କୋଣ ସୂକ୍ଷ୍ମ କୋଣ, ତାକୁ ସୂକ୍ଷ୍ମ କୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ସମକୋଣୀ ତିଭୁଜ ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ରହିଥାଏ । କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜରେ ଏକାଧିକ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ବା ଏକାଧିକ ସମକୋଣ ରହିବା ଅସମ୍ଭବ ।

(ii) **ବାହୁ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ବିଭାଗୀ କରଣ :**

(କ) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାକୁ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

(ଖ) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟିଯାକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାକୁ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ।

ଟୀକା : ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।

(ଗ) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ନୁହେଁ, ତାକୁ ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଉ କେତେକ ତଥ୍ୟ :

(i) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ, ଏହି ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ।

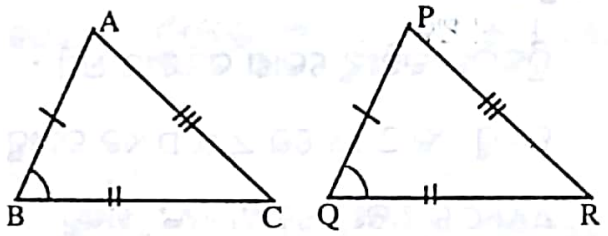
(ii) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲେ, ଏହି କୋଣ ଦ୍ୱୟର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

(iii) ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ (ସମକୋଣର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ)ର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗ, ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ । ଏହାକୁ "ପିଥାଗୋରାସଙ୍କ ଉପପାଦ୍ୟ" ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ ।

(iv) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି, ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

2.5 ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବସମତା :

ପୂର୍ବରୁ ସର୍ବସମତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସାଧାରଣ ଧାରଣାର ଆଲୋଚନା କରାଯାଇ ସାରିଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବସମତା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

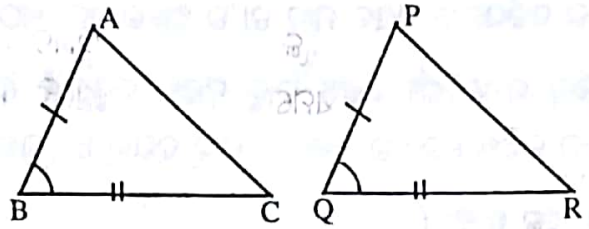


ଚିତ୍ର 2.19

(i) ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ΔABC ଓ ΔPQR ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିକର ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ଅନ୍ୟଟିର ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ । (ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିକର ଅବିକଳ ନକଲ ଚିତ୍ର ଅନ୍ୟଟି ସହ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ମିଳିଯିବ ।)

ଚିତ୍ର 2.19 ରେ ଥିବା ΔABC ଓ ΔPQR ମଧ୍ୟରେ, $AB = PQ, BC = QR, CA = RP$ ହେଲେ, $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ହେବ । ଏହାକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ "ବା-ବା-ବା ସର୍ବସମତା" କୁହାଯାଏ ।

(ii) ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ΔABC ଓ ΔPQR ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିକର ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ଅନ୍ୟଟିର ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ । (ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିକର ଅବିକଳ ନକଲ ଚିତ୍ର ଅନ୍ୟଟି ସହ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ମିଳିଯିବ ।)

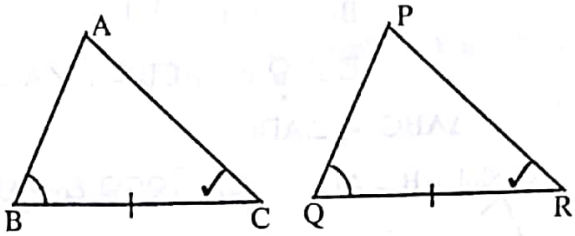


ଚିତ୍ର 2.20

ଚିତ୍ର 2.20ରେ ΔABC ଓ ΔPQR ମଧ୍ୟରେ $AB = PQ$, $BC = QR$, $m\angle ABC = m\angle PQR$ ହେଲେ, $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ହେବେ । ଏହାକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ବା-କୋ-ବା ସର୍ବସମତା କୁହାଯାଏ ।

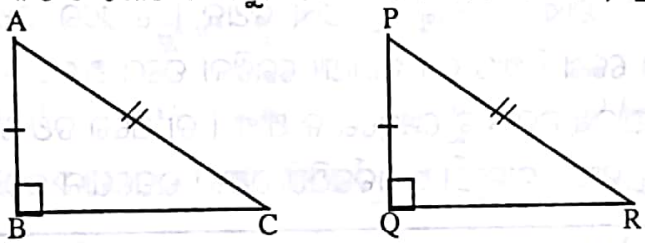
(iii) ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ΔABC ଓ ΔPQR ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିକର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଏହାର ସଲଗ୍ନ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ ଅନ୍ୟଟିର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ତାହା ସଲଗ୍ନ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସହ ସମାନ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ । ଏହାକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ କୋ-ବା-କୋ ସର୍ବସମତା କୁହାଯାଏ ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ΔABC ଓ ΔPQR ମଧ୍ୟରେ $BC = QR$, $m\angle ABC = m\angle PQR$ ଏବଂ $m\angle ACB = m\angle PRQ$ ହେଲେ, $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ହେବ ।



ଚିତ୍ର 2.21

(iv) ଦୁଇଟି ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ΔABC ଓ ΔPQR ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିକର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଅନ୍ୟ ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ ଅନ୍ୟଟିର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ ।



ଚିତ୍ର 2.22

ଚିତ୍ର 2.22ରେ ସମକୋଣୀ ΔABC ଓ ΔPQR ମଧ୍ୟରେ, $\angle B$ ଓ $\angle Q$ ସମକୋଣ

କର୍ଣ୍ଣ AC = କର୍ଣ୍ଣ PR ଏବଂ $AB = PQ$ ହେଲେ, $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ହେବ ।

ଏହାକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ "ସ-କ-ବା ସର୍ବସମତା" କୁହାଯାଏ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : (i) ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକର କୋଣ ଓ ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ଅଙ୍ଗ (ବାହୁ ଓ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ), ଅନ୍ୟଟିର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ଅଙ୍ଗ ସହ ସମମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ହୁଅନ୍ତି । ମାତ୍ର ଗୋଟିକର ତିନୋଟି କୋଣ, ଅନ୍ୟଟିର କୋଣତ୍ରୟ ସହ ସମମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେବେ କି ?

(ii) ଆଉ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସର୍ବସମତା ସମ୍ଭବ ମାତ୍ର ତା'ର ଆଲୋଚନା ଏଠାରେ ସ୍ଥାନ ପାଇ ନାହିଁ ।

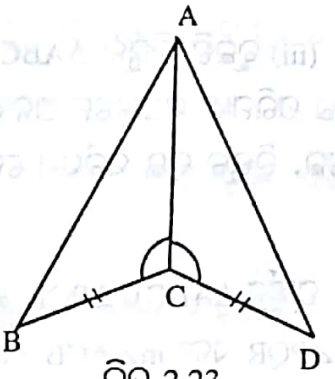
(iii) ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜର ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ ଦ୍ୱୟକୁ **ଅନୁରୂପ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଦୁଇଟି ସମାନ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ ଦ୍ୱୟକୁ **ଅନୁରୂପ ବାହୁ** କୁହାଯାଏ ।

2.5.1 ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଏକ ତଥ୍ୟ :

ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସର୍ବସମ ପ୍ରମାଣିତ ହେଲା ପରେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟର ଅନୁରୂପ ବାହୁମାନ ଓ ଅନୁରୂପ କୋଣମାନ ମଧ୍ୟ ସମମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଥାନ୍ତି । ଅନେକ ସମୟରେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.23 ରେ BC = CD ଏବଂ
$m\angle ACB = m\angle ACD$ ହେଲେ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ AB = AD ।



ଚିତ୍ର 2.23

ସମାଧାନ : ΔABC ଓ ΔADC ମଧ୍ୟରେ,

AC = AC (ସାଧାରଣ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)

BC = CD (ଦତ୍ତ) ।

ଅନ୍ତର୍ଗତ $m\angle ACB = m\angle ACD$ (ଦତ୍ତ)

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$

ଏଣୁ AB = AD (ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନୁରୂପ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେତୁ) (ପ୍ରମାଣିତ)

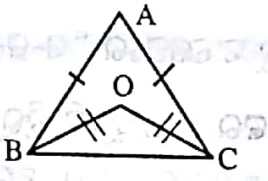
ଏକ ଉପାଦେୟ ସୂଚନା :

ଏଥି ପୂର୍ବରୁ କେତେକ ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟ ଦିଆଗଲାଣି, ଯଥା ତ୍ରିଭୁଜର ତିନି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 । ଏହି ତଥ୍ୟ ପ୍ରମାଣଯୋଗ୍ୟ । ଏକ ତଥ୍ୟକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଉପପାଦ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଏକ, ଉପପାଦ୍ୟକୁ ପ୍ରମାଣ କଲା ବେଳେ ପ୍ରଥମେ ତଥ୍ୟଟିକୁ ଲେଖାଯାଏ ଓ ଏହାକୁ କୁହାଯାଏ **କଥନ** । ତାପରେ କଥନରେ ଥିବା **ଦତ୍ତ** ଓ **ପ୍ରାମାଣ୍ୟକୁ** ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇ ଲେଖି ଦିଆଯାଏ । ପ୍ରାମାଣ୍ୟ ଲେଖିବା ପରେ ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ଚିତ୍ରରେ କିଛି ସହାୟକ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ । ଏହାର ଆବଶ୍ୟକତା ସବୁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ନ ଥାଏ । ତା'ପରେ ତଥ୍ୟଟିର ଯୁକ୍ତିଭିତ୍ତିକ ପ୍ରମାଣ କରାଯାଏ । ପ୍ରମାଣ କରିବାରେ ବିଭିନ୍ନ ସଂଜ୍ଞା, ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଓ ପୂର୍ବପଠିତ ତଥ୍ୟର ଉପଯୋଗ କରାଯାଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_3) :

1. ΔABC ରେ $m\angle A = 72^0$ ଏବଂ $m\angle B = 2m\angle C$ ହେଲେ କୋଣ ଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । କୋଣ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଏହା କି ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ ? ବାହୁ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଏହା କି ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ ?

2. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ AB = AC ଏବଂ BO = CO
ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\angle ABO \cong \angle ACO$ ।



ଚିତ୍ର 2.24

2.6 ଚତୁର୍ଭୁଜ :

ଏକ ସମତଳ ଉପରେ ଚାରୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B, C ଓ D ଅବସ୍ଥିତ, ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଅବସ୍ଥିତି ନିମ୍ନ ସର୍ତ୍ତମାନ ପାଳନ କରେ ।

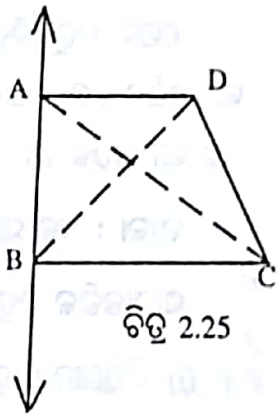
(i) ବିନ୍ଦୁ ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ତିନୋଟି ଗୋଟିଏ ରେଖାରେ ରହନ୍ତି ନାହିଁ ।

(ii) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରକୁ ତାଙ୍କର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟତ୍ର ଛେଦ କରନ୍ତି ନାହିଁ ।

(iii) A,B,C ଓ D ବିନ୍ଦୁ ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି କ୍ରମିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ (ଧରି ନିଆଯାଉ A ଓ B) କୁ ଧାରଣ କରୁଥିବା ରେଖାର ଗୋଟିଏ ପାଖରେ ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ (C ଓ D) ଅବସ୍ଥାନ କରନ୍ତି ।

ଏହି ସର୍ତ୍ତରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ଚିତ୍ର ABCDକୁ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହା ଏକ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ । କେବଳ (i) ଓ (ii) ସର୍ତ୍ତରେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ମିଳିବ । ମାତ୍ର ତାହା ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ହେବ ନାହିଁ ।

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ କୁ ଉକ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁ କୁହାଯାଏ। $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କୁ ଉକ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ କୁହାଯାଏ । $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$, $\angle DAB$ କୁ ଉକ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିଗୋଟି କୋଣ (ବା ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ) କୁହାଯାଏ । (ଆମର ଆଲୋଚନା କେବଳ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଲାଗି ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ) ।



ଚିତ୍ର 2.25

$\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା କ୍ରମିକ ବାହୁ ।

$\overline{BC}$ ଓ $\overline{CD}$; $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$; $\overline{DA}$ ଓ $\overline{AB}$ ଅନ୍ୟ ତିନିଯୋଡ଼ା କ୍ରମିକ ବାହୁ ।

$\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ବିପରୀତ (ବା ସମ୍ମୁଖୀନ) ବାହୁ ।

$\overline{BC}$ ଓ $\overline{DA}$ ଅନ୍ୟ ଏକ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ବାହୁ ।

$\angle A$ ଓ $\angle B$ ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା କ୍ରମିକ କୋଣ ।

$\angle B$ ଓ $\angle C$; $\angle C$ ଓ $\angle D$; $\angle D$ ଓ $\angle A$ ଅନ୍ୟ ତିନିଯୋଡ଼ା କ୍ରମିକ କୋଣ ।

$\angle A$ ଓ $\angle C$ ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ବିପରୀତ (ବା ସମ୍ମୁଖୀନ) କୋଣ ।

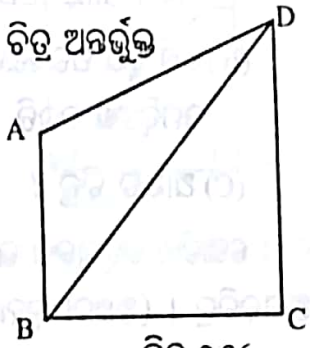
$\angle B$ ଓ $\angle D$ ଅନ୍ୟ ଏକ ଯୋଡ଼ା ପରସ୍ପର ବିପରୀତ କୋଣ ।

2.6.1 ଚତୁର୍ଭୁଜର କୋଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଗୋଟିଏ ତଥ୍ୟ :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.26ରେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ଚିତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ

ΔABD ରେ $m\angle A + m\angle ABD + m\angle ADB = 180^0$ .....(1)

ΔBCD ରେ $m\angle C + m\angle CBD + m\angle CDB = 180^0$ .....(2)



ଚିତ୍ର 2.26

(1) ଓ (2) ଉକ୍ତିକୁ ଯୋଗ କଲେ ପାଇବା -

$\Rightarrow m\angle A + m\angle ABD + m\angle ADB + m\angle C + m\angle CBD + m\angle CDB = 180^0 + 180^0$

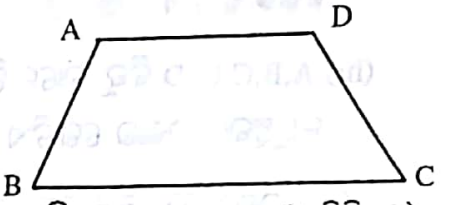
$\Rightarrow m\angle A + m\angle ABD + m\angle CBD + m\angle ADB + m\angle CDB + m\angle C = 360^0$

$\Rightarrow m\angle A + m\angle ABC + m\angle ADC + m\angle C = 360^0$

ଅର୍ଥାତ୍ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି = 360^0

ଏହି ତଥ୍ୟ ସମସ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଲାଗି ସତ ।

ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି = 360^0



ଚିତ୍ର 2.27 (ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍)

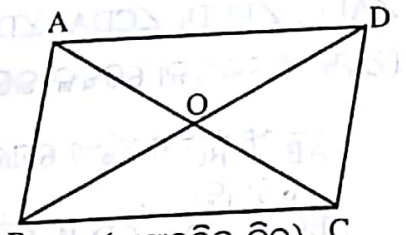
2.6.2 ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିଭାଗୀକରଣ :

(a) ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ :

ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର, ତାହା ଏକ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ । ଏଣୁ ଏହା ଏକ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ।

(b) ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର :

ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଉଭୟ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ତାହା ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ଏବଂ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ । ଏଣୁ ଏହା ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ।



(ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର)

ଚିତ୍ର 2.28

ଟୀକା : ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପ୍ରକାରର ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ।

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କେତେକ ଧର୍ମ :

(i) ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ । ଅର୍ଥାତ୍ ଉପରିସ୍ଥ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ABCD ରେ AB = CD ଏବଂ AD = BC ।

(ii) ବିପରୀତ କୋଣମାନ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ । ଉପରିସ୍ଥ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ABCD ରେ $m\angle A = m\angle C$ ଏବଂ $m\angle B = m\angle D$ ।

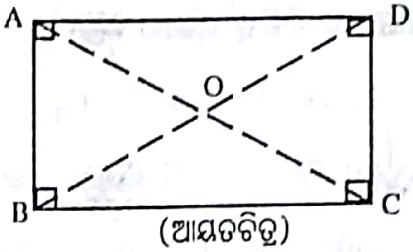
(iii) କ୍ରମିକ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣ ସମଷ୍ଟି 180^0 । ଉପରିସ୍ଥ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ $m\angle ABC + m\angle BCD = 180^0$, $m\angle BCD + m\angle CDA = 180^0$ ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ।

(iv) କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି । ଉପରିସ୍ଥ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ABCD ର କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି । ଅର୍ଥାତ୍ AO = OC ଏବଂ BO = OD ।

(C) ଆୟତ ଚିତ୍ର :

ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଉଭୟ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ଏବଂ କୋଣମାନ ସମକୋଣ ହେଲେ, ତାହା ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର । (ଅଥବା କୁହାଯାଇପାରେ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମକୋଣ ହେଲେ, ତାହା ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ର) ।

ଆୟତଚିତ୍ରର କେତେକ ଧର୍ମ :



(ଆୟତଚିତ୍ର)
ଚିତ୍ର 2.29

(i) ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ସମ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(ii) ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ ।

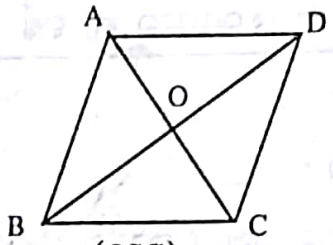
(iii) କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(ଉପରିସ୍ଥ ଆୟତଚିତ୍ର ABCD ରେ AC = BD, AO = CO ଏବଂ BO = DO)

(d) ରମ୍ବସ୍ :

ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ ବାହୁମାନ ସମାନ୍ତର ଏବଂ ବାହୁମାନ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ, ତାହା ଏକ ରମ୍ବସ୍ । (ଅଥବା କୁହାଯାଇପାରେ, ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା କ୍ରମିକ ବାହୁ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ଏହା ଏକ ରମ୍ବସ୍) ।

ରମ୍ବସ୍‌ର କେତେକ ଧର୍ମ :



(ରମ୍ବସ୍)
ଚିତ୍ର 2.30

(i) ସମସ୍ତ ବାହୁ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(ii) ବିପରୀତ କୋଣମାନ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(iii) କ୍ରମିକ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।

(iv) କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

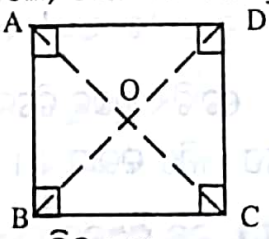
(ଉପରିସ୍ଥ ରମ୍ବସ୍ ABCD ରେ AO = OC, BO = OD ଏବଂ $m\angle AOD = m\angle DOC = m\angle COB = m\angle BOA = 90^0$)

(v) ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ କୋଣକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ । (ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣ $\angle BAD$ ଏବଂ $\angle BCD$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ଏବଂ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣ $\angle ABC$ ଓ $\angle CDA$ କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।

(C) ବର୍ଗଚିତ୍ର

ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ ବାହୁ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ, ତାହା ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର । (ଅଥବା କୁହାଯାଇପାରେ ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ରର ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା କ୍ରମିକ ବାହୁ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ତାହା ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ।

ବର୍ଗଚିତ୍ରର କେତେକ ଧର୍ମ :



ଚିତ୍ର 2.31

(i) ବାହୁମାନ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(ii) ସମସ୍ତ କୋଣ ସମକୋଣ ।

(iii) କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(ଉପରିସ୍ଥ ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ AC = BD, AO = OC, BO = OD, $m\angle AOB = m\angle BOC = m\angle COD = m\angle DOA = 90^0$)

(iv) ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣ ଏକ ଯୋଡ଼ା ବିପରୀତ କୋଣକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।

ଉପରୋକ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ପାରସ୍ପରିକ ସମ୍ପର୍କ ।

(i) ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ହେଉଛି ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍

(ii) ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ହେଉଛି ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର

(iii) ଏକ ରମ୍ବସ୍ ହେଉଛି ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର

(iv) ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେଉଛି ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ଆୟତଚିତ୍ର

ବର୍ଗଚିତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ରମ୍ବସ ।

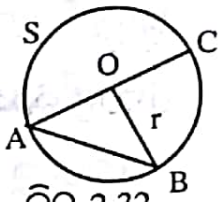
ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_4) :

1. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରରେ $m\angle A = 45^0$ ହେଲେ, ଏହାର ଅନ୍ୟ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. PQRS ରମ୍ବସ୍‌ରେ $\overline{PR}$ କର୍ଣ୍ଣ । $m\angle QPR = 20^0$ ହେଲେ $m\angle PQR$, $m\angle QRS$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2.7 ବୃତ୍ତ :

ସରଳରେଖା, ତ୍ରିଭୁଜ, ଆୟତଚିତ୍ର ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ର ପରି ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟ ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା କେତେ ଗୁଡ଼ିଏ ବିନ୍ଦୁର ସେଟ୍ ବା ସମାହାର ଅଟେ । ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ନିମ୍ନମତେ ସଂଜ୍ଞାକୃତ ।



ଚିତ୍ର 2.32

ସଂଜ୍ଞା : ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ କୌଣସି ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାରେ ଉକ୍ତ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ସେଟ୍‌କୁ ବୃତ୍ତ କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର 2.32ରେ, ବହି ପୃଷ୍ଠାର ସମତଳରେ O ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ । O ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ r ଏକକ ଦୂରତାରେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସମତଳରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ସେଟ୍ S କୁ ଆମେ ଏକ ବୃତ୍ତ କହିବା । S ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ O ଠାରୁ r ଦୂରତାରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଅର୍ଥାତ୍ $OA = OB = OC = r$ । ଏଠାରେ O କୁ ବୃତ୍ତ S ର କେନ୍ଦ୍ର ଏବଂ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତା r କୁ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୁହାଯାଏ । ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ O ବିନ୍ଦୁଠାରୁ A (ଅଥବା B ଅଥବା C) ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୂରତା ହେଉଛି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ । ମାତ୍ର $\overline{OA}$ ହେଉଛି ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ । ସେହିପରି $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, ଅର୍ଥାତ୍ -

ବୃତ୍ତର 'ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ' ଏକ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ 'ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ' ହେଉଛି ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ।

ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକୁ ତିନୋଟି ଅକ୍ଷର ସାହାଯ୍ୟରେ ନାମ କରଣ କରାଯାଏ । ଚିତ୍ର 2.32ରେ ଥିବା ବୃତ୍ତକୁ ବୃତ୍ତ ABC ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ ।

2.7.1. ବୃତ୍ତ ସମ୍ପର୍କିତ କେତେକକ ଶବ୍ଦ ଓ ତା'ର ବ୍ୟାଖ୍ୟା :

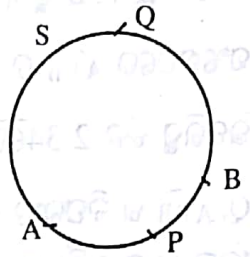
ଜ୍ୟା : ବୃତ୍ତର ଦୁଇଟି ପୃଥକ୍ ବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ବୃତ୍ତର ଏକ ଜ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 2.32 ରେ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ABC ବୃତ୍ତର ଗୋଟିଏ ଜ୍ୟା । A ଓ B ଉକ୍ତ ଜ୍ୟାର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ।

ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା : ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଯେଉଁ ଜ୍ୟାମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ସେମାନଙ୍କୁ ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ବ୍ୟାସ : ଯେଉଁ ଜ୍ୟା ରେ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ଅବସ୍ଥିତ, ସେହି ଜ୍ୟା କୁ ବୃତ୍ତର ଏକ ବ୍ୟାସ କୁହାଯାଏ । ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.32 ରେ $\overline{AC}$ ଜ୍ୟାଟି ବୃତ୍ତର ଏକ ବ୍ୟାସ ($\because$ A-O-C) । ଯେହେତୁ ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ, ଏଣୁ AO = OC । ଯଦି ABC ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r =2 ସେ.ମି. ହୁଏ ତେବେ AC = AO + OC = 4 ସେ.ମି. ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏକକ ହେଲେ ବ୍ୟାସ 2r ଏକକ ହେବ । ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଅଟେ ଏବଂ ବ୍ୟାସ ହେଉଛି ବୃତ୍ତର ଦୀର୍ଘତମ ଜ୍ୟା ।

ସର୍ବସମ ବୃତ୍ତ : ଏକାଧିକ ବୃତ୍ତରେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସମାନ ହେଲେ ସେମାନଙ୍କୁ ସର୍ବସମ ବୃତ୍ତ କୁହାଯାଏ ।

ଚାପ : ଚିତ୍ର 2.33 ରେ S ଏକ ବୃତ୍ତ ଏବଂ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ଉପରେ A ଓ B ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ ବୃତ୍ତଟି A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହୁଏ । A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ସମେତ ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗକୁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚାପ କହିବା । ଅର୍ଥାତ୍ A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ସହିତ 'A ଠାରୁ B ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ' ବୃତ୍ତର ଏକ ଅବିଚ୍ଛିନ୍ନ ଅଂଶ ହେଉଛି ଏକ ଚାପ ।



ଚିତ୍ର 2.33

ସଂଜ୍ଞା : ଏକ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ A ଓ B ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ସମେତ $\overline{AB}$ ଜ୍ୟାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌କୁ ଏକ ଚାପ କୁହାଯାଏ ।

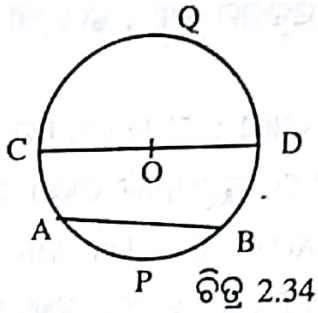
ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସେଟ୍ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ P ଏକ ବିନ୍ଦୁ (A ଓ B ଭିନ୍ନ) ହେଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ଚାପକୁ APB କିମ୍ବା BPA ଚାପ ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ ଏବଂ ଉକ୍ତ ଚାପକୁ $\overset{\frown}{APB}$ କିମ୍ବା $\overset{\frown}{BPA}$ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.33ରେ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ଚାପ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ହେଲା $\overset{\frown}{APB}$ ଅନ୍ୟଟି ହେଲା $\overset{\frown}{AQB}$ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚାପର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ A ଓ B । P ଏବଂ Q ଯଥାକ୍ରମେ $\overset{\frown}{APB}$ ଓ $\overset{\frown}{AQB}$ ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ । $\overset{\frown}{APB}$ ଓ $\overset{\frown}{AQB}$ କୁ **ପରସ୍ପର ବିପରୀତ** (ବା ପରସ୍ପର **ପରିପୂରକ**) ଚାପ କୁହାଯାଏ ।

ଟୀକା : $\overset{\frown}{APB}$ କୁ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ AB ଏବଂ $\overset{\frown}{AQB}$ କୁ ବୃହତ୍ ଚାପ AB ଭାବେ ମଧ୍ୟ ନାମିତ କରାଯାଏ । ମାତ୍ର ଚାପକୁ ତିନି ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା ନାମିତ କରିବା ଦ୍ୱାରା ସ୍ପଷ୍ଟତା ଅଧିକ ହୁଏ ।

କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ, ବୃହତ୍ ଚାପ ଏବଂ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ :

ଯଦି କୌଣସି ଚାପ $\overset{\frown}{APB}$ ର P ବିନ୍ଦୁ ଏବଂ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁ ସଂମ୍ପୃକ୍ତ ଜ୍ୟା $\overline{AB}$ ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ $\overset{\frown}{APB}$ କୁ ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ କୁହାଯାଏ । ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପର ବିପରୀତ ଚାପକୁ ବୃହତ୍ ଚାପ କୁହାଯାଏ ।

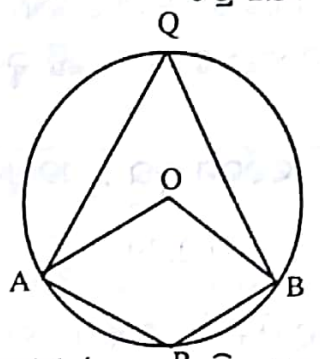
ଚିତ୍ର 2.34 ରେ $\widehat{APB}$ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ ଓ $\widehat{AQB}$ ବୃହତ୍‌ଚାପ ଅଟନ୍ତି ।



ଚିତ୍ର 2.34

ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ : ଏକ ବୃତ୍ତରେ କୌଣସି ଚାପର ସମ୍ପୃକ୍ତ ଜ୍ୟା ବୃତ୍ତର ଏକ ବ୍ୟାସ ହେଲେ, ଚାପଟିକୁ ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 2.33ରେ $\widehat{CQD}$ ଏବଂ $\widehat{CPD}$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ । ସଂଜ୍ଞାନୁସାରେ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ ବା ବୃହତ୍‌ଚାପ ନୁହେଁ । ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ବିପରୀତ ଚାପ ମଧ୍ୟ ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ।

ଚାପ ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ କୋଣ :



ଚିତ୍ର 2.35

ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ (ଚିତ୍ର 2.35) $\widehat{APB}$ ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ O ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ହେଲେ $\angle AOB$ କୁ $\widehat{APB}$ ଦ୍ୱାରା **କେନ୍ଦ୍ର ଠାରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣ** ବା ସଂକ୍ଷେପରେ $\widehat{APB}$ ର **କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

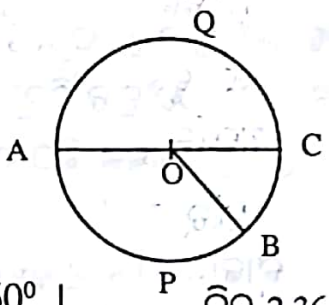
ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.34ରେ $\angle APB$ କୁ $\widehat{APB}$ ଚାପର ଏକ **ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

Q, $\widehat{APB}$ ର ବିପରୀତ ଚାପ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ $\angle AQB$ କୁ $\widehat{APB}$ ଚାପର **ବିପରୀତ ଚାପାନ୍ତର୍ଲିଖିତ** ବା **ପରିପୂରକ ଚାପାନ୍ତର୍ଲିଖିତ** କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ :

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ କେନ୍ଦ୍ରଠାରେ ଏକ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ । କୋଣମାପ ପାଇଁ ତିନି ପ୍ରକାର ପରିମାପ; ଯଥା ଡିଗ୍ରୀ, ରେଡ଼ିଆନ ଓ ଗ୍ରେଡ୍ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ତଦନୁଯାୟୀ ଚାପର ତିନି ପ୍ରକାରର ପରିମାପର ସଂଜ୍ଞା ଦିଆଯାଇପାରିବ । ନିମ୍ନରେ ଏକ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପର ସଂଜ୍ଞା ଦିଆଯାଇଛି ।

ସଂଜ୍ଞା : ଗୋଟିଏ ଚାପ $\widehat{APB}$ ର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 0 ଓ 360 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଏକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା $m\widehat{APB}$ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ ଏବଂ ନିମ୍ନମତେ ସ୍ଥିରୀକୃତ ହୁଏ । ଚିତ୍ର 2.36 ରେ O ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ।



ଚିତ୍ର 2.36

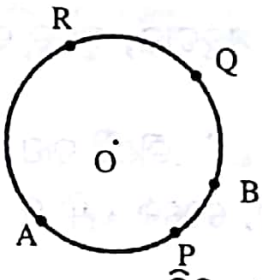
(i) $m\widehat{APB}$ କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ = $m\angle AOB$

(ii) $m\widehat{APC}$ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ = 180^0

(iii) $m\widehat{AQB}$ ବୃହତ୍‌ଚାପ = $360^0 - m\angle AOB$

ସଂଜ୍ଞାନୁସାରେ ଏକ ଚାପ ଓ ଏହାର ବିପରୀତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପର ସମଷ୍ଟି 360^0 ।

ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା : (E_5)



ଚିତ୍ର 2.37

1. (i) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.37 ରେ $\widehat{PBQ}$ ର ବିପରୀତ ଚାପର ନାମ କ'ଣ ?

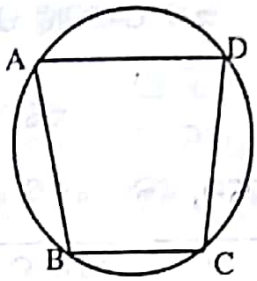
   (ii) ଯଦି P-O-R ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ନାମ ଲେଖ ।

2. $m\widehat{APB} = 125^0$ ହେଲେ $m\widehat{AQB}$ କେତେ ?

3. ଚିତ୍ରରେ ଥିବା କେଉଁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ବୃତ୍ତର ଏକ ବ୍ୟାସ ?

4. OB = 3 ସେ.ମି. ହେଲେ ABR ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ କେତେ ?

2.7.2 ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ :



ଚିତ୍ର 2.38

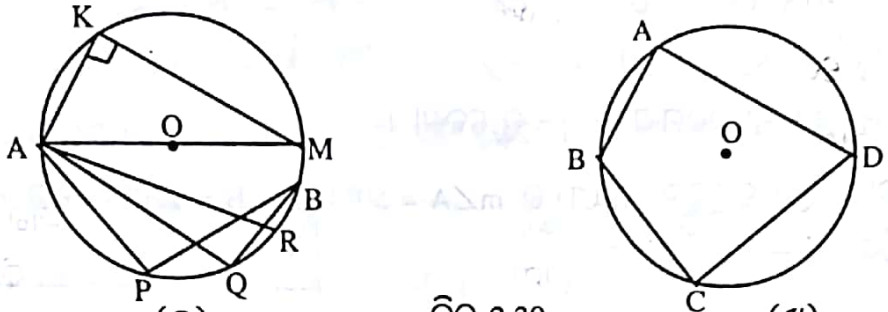
ଏକ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଥିବା ଚାରିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ A,B,C ଓ D ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ଗଠନ କରୁଥିଲେ, ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ କହିବା ।

ସଂଜ୍ଞା : ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଏକ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେଉଥିଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟିକୁ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ ।

2.7.3 ବୃତ୍ତର କେତେକ ଧର୍ମ :

(i) ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ଚାପର ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣ ଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ ।
ଚିତ୍ର 2.39 (କ)ରେ $m\angle APB = m\angle AQB = m\angle ARB$

(ii) ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣ ଏକ ସମକୋଣ ।
ଚିତ୍ର 2.39 (କ)ରେ $m\angle AKM = 90^0$ ($\because$ $\overline{AM}$ ଏକ ବ୍ୟାସ)



(କ) ଚିତ୍ର 2.39 (ଖ)

(iii) ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ କୋଣମାନ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । ଚିତ୍ର 2.39 (ଖ) ରେ ABCD ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ, $m\angle A + m\angle C = 180^0$, $m\angle B + m\angle D = 180^0$ ।

(iv) ଏକ ବୃତ୍ତରେ କୌଣସି ଚାପର ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣର ପରିମାଣ ଏହାର ବିପରୀତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ଚିତ୍ର 2.39 (ଖ)ରେ $m\angle BCD = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{BAD}$ ଏବଂ $m\angle BAD = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{BCD}$

(v) ଯେଉଁ ବକ୍ରରେଖା ଦ୍ୱାରା ବୃତ୍ତଟିଏ ଗଠିତ, ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତର ପରିଧି କୁହାଯାଏ । ଏହା ମାପିବା ପାଇଁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ଖଣ୍ଡେ ସୂତାର ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡକୁ ଧରିରଖି ସୂତାଟିକୁ ବୃତ୍ତର ସୀମା ଧାରରେ ଲଗାଇ ରଖିବା । ସୂତାଟି ଯେତେବେଳେ ତା'ର ପ୍ରଥମ ମୁଣ୍ଡ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚିବ ତାକୁ ସେଠାରେ କାଟିଦେବା । ବର୍ତ୍ତମାନ ସୂତାଖଣ୍ଡିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହିଁ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ସହ ସମାନ ହେବ । ଏହି ମାପ କେତେ ଶୁଦ୍ଧ ହେବ ତାହା ଆମ କାର୍ଯ୍ୟର ଶୁଦ୍ଧତା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।

ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖାଯାଇଛି ଯେ – $\frac{\text{ଏକବୃତ୍ତର ପରିଧି}}{\text{ଏହାର ବ୍ୟାସ}}$ = ଏକ ଧ୍ରୁବକ ଏବଂ ଉକ୍ତ ଧ୍ରୁବକ ହେଉଛି ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା । ଏହାକୁ π ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ (ପାଏ ବୋଲି ପଢାଯାଏ) ।

π ର ପାଖାପାଖି ପରିମେୟ ମାନ = $\frac{22}{7}$ ବା 3.141 ।

$\frac{\text{ପରିଧି}}{\text{ବ୍ୟାସ}}$ = π ହେତୁ, ପରିଧି = $\pi \times$ ବ୍ୟାସ = $\pi d = 2\pi r$

ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = πr^2 ବର୍ଗ ଏକକ

ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା (E_6) :

1. ଉକ୍ତିଟି ଠିକ୍ ଥିଲେ T ଏବଂ ଭୁଲ୍ ଥିଲେ F ଲେଖ ।

   (i) ଏକ ବୃତ୍ତର ଅସଂଖ୍ୟ ବ୍ୟାସ ରହିଛି ।

   (ii) ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ, ଦୁଇ ବା ତତୋଽଧିକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ହୋଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।

   (iii) ବୃତ୍ତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ, କୌଣସି ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଗୋଟିଏ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଅଟେ ।

   (iv) ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକୁ ସର୍ବଦା ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ ।

   (v) ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଜ୍ୟାର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଅଟେ ।

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

   (i) ଏକ ବୃହତ୍ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାଣ ----- ରୁ ବେଶୀ ।

   (ii) ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର $m\angle A = 50^0$ ଓ $m\angle B = 120^0$ ହେଲେ $m\angle C$ ଓ $m\angle D$ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ----- ।

   (iii) ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ----- ।

   (iv) $m\angle ABC = 90^0$ ହେଲେ ΔABC ର ପରିବୃତ୍ତ (A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟକୁ ଧାରଣ କରୁଥିବା ବୃତ୍ତ) ରେ $\overline{AC}$ ଏକ ----- ।

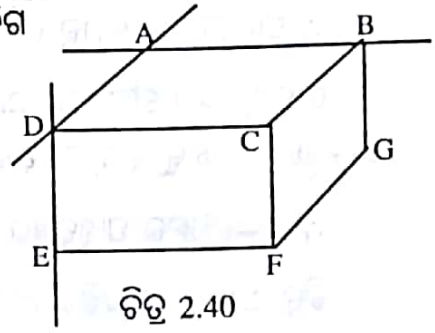
   (v) ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ଜ୍ୟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧସହ ସମାନ ହେଲେ ଉକ୍ତ ଜ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଛେଦିତ କ୍ଷୁଦ୍ର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ-----।

ଏକ ଉପାଦେୟ ସୂଚନା :

ଜ୍ୟାମିତିର ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟବସ୍ତୁ ସମ୍ପର୍କିତ ତଥ୍ୟ (ବା ଉକ୍ତି) ଗୁଡ଼ିକ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଆଲୋଚନାରେ ସ୍ଥାନ ପାଇଛି । ସମ୍ପୃକ୍ତ ତଥ୍ୟ (ବା ଉକ୍ତି)ର ପ୍ରମାଣକୁ ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକରୁ ଅଧ୍ୟୟନ କରି ନିଜ ଦକ୍ଷତାକୁ ବୃଦ୍ଧି କରିବା ବିଧେୟ ।

2.8 ଜ୍ୟାମିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଆକୃତି (ବା ଘନ ବସ୍ତୁ) :

ପ୍ରତିଦିନ ତୁମେ ବହି, ଇଟା, ପଥରଖଣ୍ଡ, ପେଣ୍ଡୁ, ଲୁହାନଳୀ, ରୁଲ୍‌ବାଡ଼ି ଓ ବାକ୍‌ସ ଆଦି ବସ୍ତୁମାନଙ୍କ ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସୁଛ । ଯେଉଁ ବସ୍ତୁକୁ ସମତଳ ଭୂମି ପୃଷ୍ଠରେ ଥୋଇଲେ ପଦାର୍ଥଟିର କିଛି ଅଂଶ ଭୂମିକୁ ଲାଗିରହେ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଭାଗଟି ଶୂନ୍ୟ (ବାୟୁ ବା ଜଳ) ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରି ରହେ ସେ ପ୍ରକାର ବସ୍ତୁକୁ ଘନବସ୍ତୁ କୁହାଯାଏ । ଏଗୁଡ଼ିକ ତିନି ଦିଗରେ ବିସ୍ତୃତ ହୋଇଥାଏ । ଏହିତିନି ଦିଗ ହେଲା ଚିତ୍ର 2.40ରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦିଗ $\overleftrightarrow{AB}$, ପ୍ରସ୍ଥ ଦିଗ $\overleftrightarrow{AD}$ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଦିଗ $\overleftrightarrow{DE}$ । ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଇଟା ଖଣ୍ଡିକ ଏହି ତିନି ଦିଗରେ ବିସ୍ତୃତ ।



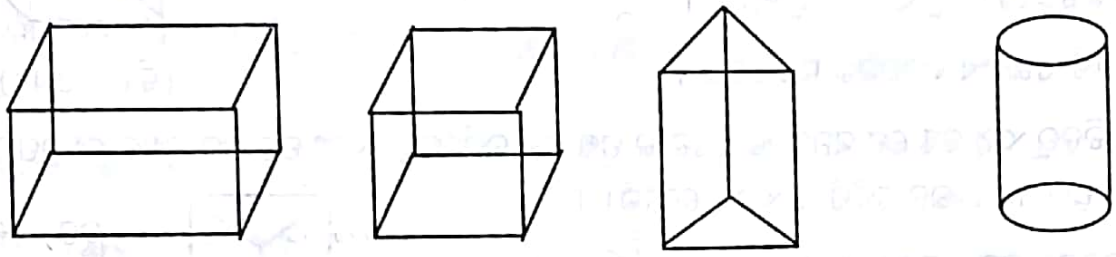
ଚିତ୍ର 2.40

ବସ୍ତୁଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାକୁ ଏହାର ତିନୋଟି ମାତ୍ରା କୁହାଯାଏ । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘନ ବସ୍ତୁ ତ୍ରି-ମାତ୍ରିକ ଅଟେ ।

2.8.1 ସୁଷମ ଓ ବିଷମ ଘନବସ୍ତୁ :

ସମସ୍ତ ଘନ ବସ୍ତୁକୁ ଦୁଇ ଶ୍ରେଣୀରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ । ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକୃତି ଗତ ସମ୍ପର୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘନ ବସ୍ତୁକୁ ସୁଷମ ଘନବସ୍ତୁ ଏବଂ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକୃତି ଗତ ସମ୍ପର୍କ ନଥିବା ଘନବସ୍ତୁକୁ ବିଷମ ଘନବସ୍ତୁ କୁହାଯାଏ ।

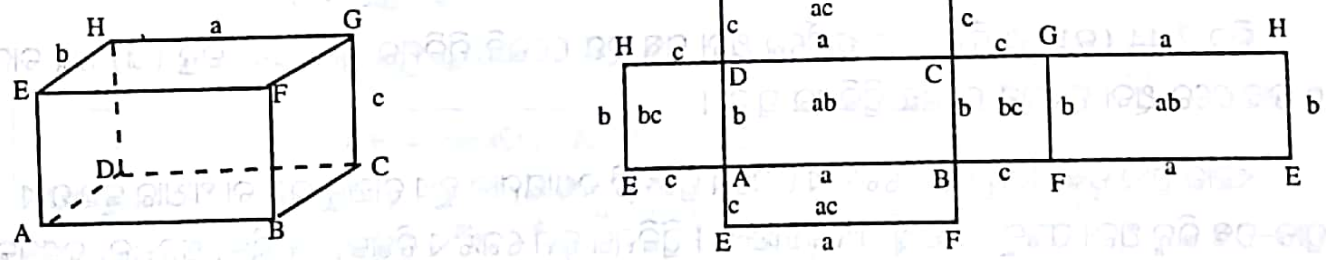
ଆସ କେତେକ ସୁଷମ ଘନବସ୍ତୁ ସମ୍ପର୍କରେ ଅବଗତ ହେବା । (ନିମ୍ନରେ କେତେକ ସୁଷମ ଘନବସ୍ତୁର ଚିତ୍ର ରହିଛି)



ଚିତ୍ର 2.41

(a) ଆୟତଘନ :

ଏକ ଆୟତଘନ ଛଅଗୋଟି ପୃଷ୍ଠ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘନ ବସ୍ତୁ ଯାହାର, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ ସମ୍ମୁଖୀନ ପୃଷ୍ଠଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଓ ସର୍ବସମ ଆୟତଚିତ୍ର ଅଟନ୍ତି । ଦିଆସିଲି ଖୋଳ, ବାକ୍ସ, ଖଣ୍ଡିଏ ଇଟା ଆଦି ଆୟତଘନର ଉଦାହରଣ ଅଟନ୍ତି । ଉପର ଓ ତଳ ପୃଷ୍ଠ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ପୃଷ୍ଠ ଚାରୋଟିକୁ ଆୟତଘନର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠ କୁହାଯାଏ । ନିମ୍ନ ପୃଷ୍ଠକୁ ଭୂମି କୁହାଯାଏ ।



ଚିତ୍ର 2.42

ଚିତ୍ର 2.42(କ) ରେ ପଟି କାଗଜ ତିଆରି ଆୟତଘନଟିଏ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଆୟତଘନର $\overline{EF}$, $\overline{EH}$, $\overline{GH}$, $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{BF}$ ଓ $\overline{CG}$ ଧାରରେ କାଟି ଯଦି କାଗଜ ବାକ୍ସକୁ ଖୋଲି କରି ସମତଳ ଉପରେ ରଖିବା, ତେବେ ଏହା ଯେପରି ଦେଖାଯିବ ତାହା ଚିତ୍ର 2.42 (ଖ)ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଚିତ୍ରରୁ ଏହା ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $(bc + ab + bc + ab + ac + ac)$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

∴ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\,(ab + bc + ca)$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

ଓ ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପାଇଁ ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରୁ ଭୂମି ଓ ଏହାର ବିପରୀତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅର୍ଥାତ୍ $(ab + ab) = 2ab$ କୁ ବାଦ୍ ଦେବାକୁ ହେବ ।

∴ ଆୟତଘନର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2ac + 2bc = 2\,(a + b)c$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

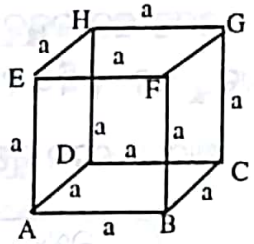
ଚିତ୍ର 2.42 (କ) ଦର୍ଶିତ ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = ଯେ କୌଣସି ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ସେହି ପୃଷ୍ଠ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବେ ଅବସ୍ଥିତ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।

∴ ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = (ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ × ଉଚ୍ଚତା) ଘନ ଏକକ ।

(b) ସମଘନ :

ଯେଉଁ ଆୟତଘନର ତିନିମାତ୍ରାର ମାପ ସମାନ, ଅର୍ଥାତ୍ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ପ୍ରସ୍ଥ = ଉଚ୍ଚତା (ବା $a = b = c$) ତାକୁ ସମଘନ କୁହାଯାଏ ।

ଲୁଡୁଗୋଟି ଗୋଟିଏ ସମଘନର ଉଦାହରଣ ।

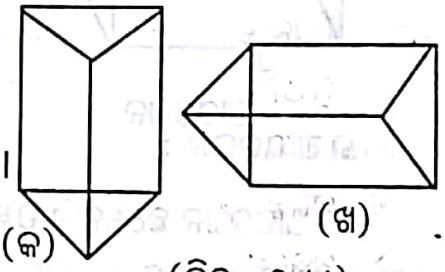


(ଚିତ୍ର – 2.43)

ପ୍ରଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = a^2 ବର୍ଗ ଏକକ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ହେଲେ) ।

∴ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $6a^2$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= $4a^2$ ବର୍ଗ ଏକକ ଏବଂ ଘନଫଳ=a^3 ଘନ ଏକକ ।


(କ) (ଖ)
(ଚିତ୍ର – 2.44)

(c) ପ୍ରିଜିମ୍

ପ୍ରିଜିମ୍ ଗୋଟିଏ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ପରିବେଷ୍ଟିତ ଏକ ଘନବସ୍ତୁ । ଏହାର ପ୍ରାନ୍ତପୃଷ୍ଠ ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଓ ସର୍ବସମ ସରଳ ରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ର ।

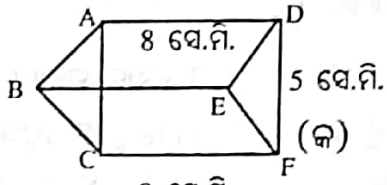
ଚିତ୍ର 2.44 (କ) ରେ ନିମ୍ନରେ ଓ ଶୀର୍ଷରେ ଥିବା ପୃଷ୍ଠ ଦ୍ୱୟ ହେଉଛି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପ୍ରାନ୍ତ ଏବଂ ଚିତ୍ର (ଖ) ରେ ବାମ ଓ ଡାହାଣରେ ଥିବା ପୃଷ୍ଠଦ୍ୱୟ ହେଉଛି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପ୍ରାନ୍ତ ।

ଏହାର ପ୍ରାନ୍ତ ପୃଷ୍ଠ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁ ଗୋଟିଏ ଉପରେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟି ଦଣ୍ଡାୟମାନ ହୁଏ ତାହାକୁ ଭୂମି ବା ଆଧାର କୁହାଯାଏ । ପ୍ରାନ୍ତ-ପୃଷ୍ଠ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକୁ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠ କୁହାଯାଏ । ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ, ଷଡ଼ଭୁଜ, ଦଶଭୁଜ ଆଦି ଯେ କୌଣସି ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ର ହୋଇପାରେ । ଭୂମିର ବିପରୀତ ପୃଷ୍ଠକୁ ଶୀର୍ଷପୃଷ୍ଠ କୁହାଯାଏ । ଭୂମିର ଆକୃତି

ଅନୁସାରେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ନାମକରଣ କରାଯାଏ । ଯଥା ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍, ଚତୁର୍ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍, ଷଡ଼ଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍ ଇତ୍ୟାଦି । ପ୍ରାନ୍ତୀୟ ପୃଷ୍ଠଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଲମ୍ବ ଦୂରତାକୁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା କୁହାଯାଏ ।

ଟୀକା: (i) ପ୍ରାନ୍ତ ପୃଷ୍ଠର ଧାର ସଂଖ୍ୟା ସହ ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ । ପ୍ରାନ୍ତର ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ସାଧାରଣତଃ ସର୍ବସମ ।

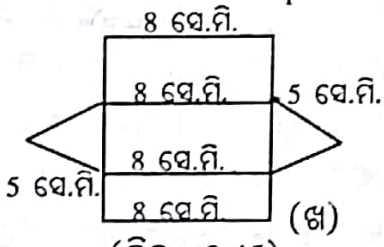
(ii) ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବସମ । ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାନ୍ତ ପୃଷ୍ଠ ପ୍ରତିଲମ୍ବ ହେଲେ, ପ୍ରିଜିମ୍‌କୁ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍ କୁହାଯାଏ । ଆମର ଆଲୋଚନା କେବଳ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍ ସମ୍ପର୍କିତ ।



ଏକ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠ ଗୋଟିଏ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର ।

କାଗଜ କାଟି ପ୍ରିଜିମ୍ ତିଆରି କରିବା :

(i) ଆଧାର ହେଉଛି ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର ଯାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 8 ସେ.ମି.। $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{DE}, \overline{DF}$ ଧାରରେ କାଟିବା ଓ ସମତଳ ଉପରେ ଖୋଲି ରଖିବା । ଆଉ କିପରି ଆକାରର କାଗଜ କାଟିଲେ ମଧ୍ୟ ପୂର୍ବମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍ ହୋଇ ପାରିବ ତାର ଚିତ୍ର କର ।



(ଚିତ୍ର - 2.45)

(ii) ଆଧାର ହେଉଛି ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 10 ସେ.ମି. ।

ଖଣ୍ଡେ କାଗଜକୁ ଆଉ କେଉଁ ଭିନ୍ନ ଆକୃତିରେ କାଟିଲେ ପୂର୍ବ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିଏ ମିଳିବ, ତାହା ଦର୍ଶାଅ । ପ୍ରଦତ୍ତ ଚିତ୍ର(ଖ)ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟି ଏକ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍, ଯାହାର ଭୂମି ଓ ଶୀର୍ଷ ପୃଷ୍ଠ ଦ୍ୱୟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର । ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠ ତ୍ରୟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର । ଏହି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଧାର $\overline{AD}, \overline{CF}, \overline{BE}$ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା ସୂଚିତ ହୁଏ ।

ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = AD = BE = CF = h ଏକକ

ଭୂମି Δ ABC ର ବାହୁ ତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ BC = a ଏକକ, AC = b ଏକକ ଏବଂ AB = c ଏକକ ।

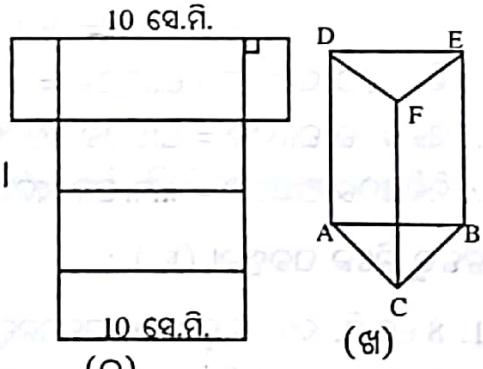
- BCFE ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = BC . CF = ah ବର୍ଗ ଏକକ ।
- ACFD ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = AC . AD = bh ବର୍ଗ ଏକକ ।

$\therefore$ ABED ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = AB . BE = ch ବର୍ଗ ଏକକ ।

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକର ମୋଟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (ah + bh + ch) ବର୍ଗ ଏକକ

= (a + b + c)h ବର୍ଗ ଏକକ



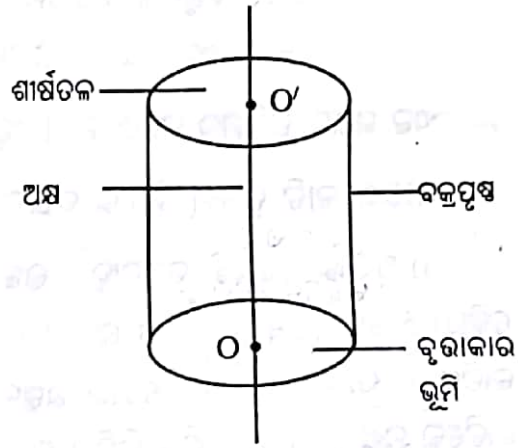
(ଚିତ୍ର - 2.46)

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଆଧାରର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା ।
ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।
ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଘନଫଳ = ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା ।

(d) ସିଲିଣ୍ଡର :

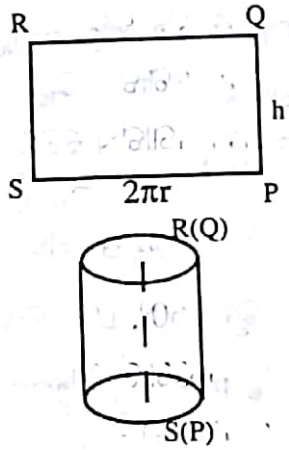
ରୁଲ୍‌ବାଡ଼ି, କଟା ହୋଇ ନଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଆଦି ଘନ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତିର ଉଦାହରଣ । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ପରୀକ୍ଷା କଲେ ଦେଖିବ ଯେ ଏ ପ୍ରକାର ଘନବସ୍ତୁର ତିନିଗୋଟି ପୃଷ୍ଠ ଅଛି । ତିନିଗୋଟି ପୃଷ୍ଠ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇ ଗୋଟି ସମତଳୀୟ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ବକ୍ରତଳୀୟ । ଏହି ସମତଳ ପୃଷ୍ଠଦ୍ୱୟ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ସର୍ବସମ କ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ।

ଏହି ତଳ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଯାହା ଉପରେ ସିଲିଣ୍ଡରଟି ଦଣ୍ଡାୟମାନ ଥାଏ ତାକୁ ଭୂମି ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିକୁ ଶୀର୍ଷପୃଷ୍ଠ କୁହାଯାଏ । ଦୁଇ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠର କେନ୍ଦ୍ର ଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ସରଳରେଖାକୁ ସିଲିଣ୍ଡରର ଅକ୍ଷ କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ସିଲିଣ୍ଡରର ଅକ୍ଷ ଏହାର ଭୂମି ପ୍ରତିଲମ୍ବ, ତାକୁ ସରଳ ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡର କୁହାଯାଏ । ଆମର ଆଲୋଚନା କେବଳ ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡର ମଧ୍ୟରେ ସୀମିତ । ଉଭୟ ବୃତ୍ତାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରାନ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ O, O′ ର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା କୁହାଯାଏ ।



(ଚିତ୍ର - 2.47)

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.48 ରେ PQRS ଏକ ମୋଟା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜ । ଏହାକୁ ଗୁଡ଼େଇ PQ ଓ SR ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଯୋଗ କଲେ ଏହା ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର ପରି ଏକ ସିଲିଣ୍ଡର ସୃଷ୍ଟି କରିବ ।



(ଚିତ୍ର - 2.48)

∴ ସିଲିଣ୍ଡରର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = PQRS ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = PS × PQ

= ସିଲିଣ୍ଡରର ଆଧାରର ପରିଧି × ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା

ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏକକ, ଉଚ୍ଚତା h ଏକକ ହେଲେ

ସିଲିଣ୍ଡରର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh$ ବର୍ଗ ଏକକ

ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବକ୍ରପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$ ବର୍ଗ ଏକକ

∴ ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi r(h + r)$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

∴ ସିଲିଣ୍ଡରର ଘନଫଳ = ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା = $\pi r^2 \times h = \pi r^2 h$

∴ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ = $\pi r^2 h$ ଘନ ଏକକ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_7) :

1. 8 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନକୁ କାଟି 4 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନରେ ପରିଣତ କଲେ, ମୋଟ କେତୋଟି ସମଘନ ମିଳିବ ? ନୂତନ ସମଘନ ଗୁଡ଼ିକର ମୋଟ ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ମୂଳ ସମଘନର ମୋଟ ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଭିନ୍ନ ନା ଅଭିନ୍ନ ?

2. ଏକ ଧାତବ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 18 ସେ.ମି., 12 ସେ.ମି. ଓ 8 ସେ.ମି. ।

(i) ଏହାକୁ କାଟି 3 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନରେ ପରିଣତ କଲେ କେତୋଟି ସମଘନ ମିଳିବ ?

(ii) ଏହାକୁ ତରଳାଇ ଓ ତରଳ ଧାତୁକୁ ଛାଞ୍ଚରେ ଢାଳି 3 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନରେ ପରିଣତ କଲେ, କେତୋଟି ସମଘନ ମିଳିବ ?

(iii) ଆୟତଘନର ମାପରେ କି ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିଥିଲେ ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ସମଘନ ମିଳିଥାନ୍ତା ?

3. ଗୋଟିଏ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଘନଫଳ 101376 ଘନ ଡ଼େ.ମି. ଏହାର ଭୂମିର ପ୍ରସ୍ଥ 48 ଡେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

4. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆଧାରର ପରିସୀମା 56 ମିଟର । ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1680 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଆୟତନ 2520 ଘନମିଟର ହେଲେ ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2.9. ରୁଲର୍ କମ୍ପାସ୍ ଅଙ୍କନ :

ରୁଲର୍ କହିଲେ ଅଂଶାଙ୍କନ (କୌଣସି ମାପ ଏକକର ଚିହ୍ନ) ନ ଥିବା ଏକ ସଳଖ ଧାର ଓ କମ୍ପାସ୍ ହେଉଛି ଏକ ବୃତ୍ତ (ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଥବା ଆଂଶିକ) ଅଙ୍କନ କରିବାର ଯନ୍ତ୍ର । ଏହି ଯନ୍ତ୍ର ଦୁଇଟି ସାହାଯ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନ କରିବା ହେଉଛି ଅଧ୍ୟୟନର ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଗ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଅଙ୍କନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

2.9.1 କେତେକ ମୌଳିକ ଅଙ୍କନ :

ନିମ୍ନ ମୌଳିକ ଅଙ୍କନଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷା ଦିଆଯାଏ ।

(i) ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

(ii) ଏକ ଦତ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରି ଏହାର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ।

(iii) ଗୋଟିଏ ରେଖାର ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ଉକ୍ତ ରେଖାପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

(iv) ଗୋଟିଏ ରେଖାର ବହିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ରେଖାପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

(v) ଗୋଟିଏ ଦତ୍ତ କୋଣକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରିବା ।

(vi) କୌଣସି ରଶ୍ମିର ଆଦ୍ୟ ବିନ୍ଦୁରେ ଉକ୍ତ ରଶ୍ମି ସହ ନିମ୍ନମାପ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରିବା ।
(60^0, 30^0, 15^0, 90^0, 45^0, 120^0, 135^0 ଆଦି ।)

(vii) ଗୋଟିଏ ରେଖାର ବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଉକ୍ତ ରେଖାସହ ସମାନ୍ତର ରେଖାଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

(viii) ଗୋଟିଏ ରେଖା ଠାରୁ ଦତ୍ତ ଦୂରତାରେ ଉକ୍ତ ରେଖାସହ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ।

(ix) ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରନେଇ ଦତ୍ତ ମାପର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ଉପରୋକ୍ତ ଅଙ୍କନଗୁଡ଼ିକୁ ଦକ୍ଷତାର ସହ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ଲାଗି ସେମାନଙ୍କୁ ଯଥେଷ୍ଟ ଅଭ୍ୟାସ କରାଇବା ଆବଶ୍ୟକ ।

2.9.2 ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ନିମିତ୍ତ ମୌଳିକ ତଥ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ -

(i) ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (ବା-ବା-ବା)

(ii) ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ମାପ (ବା-କୋ-ବା)

(iii) ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣର ମାପ (ବା-ବା-କୋ)

(iv) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ତତ୍ ସଂଲଗ୍ନ ଦୁଇଟି କୋଣର ମାପ (କୋ-ବା-କୋ)

(v) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଉକ୍ତ ବାହୁର ଗୋଟିଏ ସଂଲଗ୍ନ କୋଣର ମାପ ଓ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣର ମାପ ।

ଏହି ପାଞ୍ଚ ପ୍ରକାର ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଅଭ୍ୟସ୍ତ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ତିନୋଟି ପରସ୍ପର ନିରପେକ୍ଷ ତଥ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିବା ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି ହେବ ।

2.9.3 ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ :

ΔABC ର ପରିସୀମା 12 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$ ଏବଂ $m\angle A = 45^0$ । Δ ABC ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ପ୍ରଥମେ ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ମୁକ୍ତ ହସ୍ତରେ ଅଙ୍କନ କରି ଦତ୍ତ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ସେହି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇବା ।

$m\angle A$ ଓ $m\angle B$ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଇ ଦେବା । ତେବେ ପରିସୀମା କିପରି ଦର୍ଶାଇବା ?

Δ ABC ର ପରିସୀମା ହେଉଛି AB + BC + CA । ଏହା ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଆମେ $\overrightarrow{AB}$ ଓ $\overrightarrow{BA}$ ନେବା ଏବଂ $\overrightarrow{AB}$ ଉପରେ M ଓ $\overrightarrow{BA}$ ଉପରେ N ନେବା ଯେପରି BM = BC ଏବଂ AN = AC ।

ଫଳରେ ପରିସୀମା = AB + BC + CA = AB + BM + AN = MN ହେବ ।

$\overline{MC}$ ଓ $\overline{NC}$ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ମାତ୍ର ବହିଃସ୍ଥ ହେତୁ $m\angle ABC = m\angle BMC + m\angle BCM$

ବର୍ତ୍ତମାନ ΔBMC ରେ, BM = BC ହେତୁ $m\angle BMC$

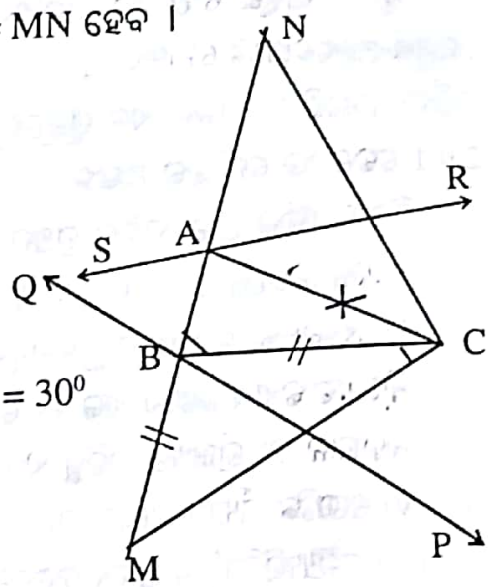
$$= m\angle BCM = \frac{m\angle ABC}{2} = \frac{45^0}{2}$$

ସେହିପରି ପାଇବା, $m\angle ANC = m\angle ACN = \frac{m\angle BAC}{2} = \frac{60^0}{2} = 30^0$

ΔMCN ରେ MN = ΔABC ର ପରିସୀମା = 12 ସେ.ମି.

$m\angle BMC = \frac{45^0}{2}$ ଏବଂ $m\angle ANC = 30^0$ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ΔMCN ଟି କୋ-ବା-କୋ ମୌଳିକ ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ ହେଲା ।



(ଚିତ୍ର – 2.49)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ପ୍ରଥମ କାର୍ଯ୍ୟ : MN = 12 ସେ.ମି., $m\angle M = \frac{45^0}{2}$ ଓ $m\angle N = 30^0$ ନେଇ ΔMCN ଅଙ୍କନ କର ।

ଦ୍ୱିତୀୟ କାର୍ଯ୍ୟ : $\overline{MC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ (ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଏ) $\overleftrightarrow{PQ}$ ଅଙ୍କନ କର । $\overleftrightarrow{PQ}$ ଓ $\overline{MN}$ ର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ହେବ B ।

ତୃତୀୟ କାର୍ଯ୍ୟ : $\overline{CN}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ $\overleftrightarrow{RS}$ ଅଙ୍କନ କର । $\overleftrightarrow{RS}$ ଓ $\overline{MN}$ ର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ହେବ A ।

ଚତୁର୍ଥ କାର୍ଯ୍ୟ : $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କଲେ ΔABC ମିଳିବ ।

ଟୀକା : ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ଏଭଳି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ମିଳିଲା ଯାହାର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେହି ବାହୁର ସଂଲଗ୍ନ କୌଣସି ଦୁଇଟିର ପରିମାଣ ଜଣାଅଛି । ସେ ତ୍ରିଭୁଜ ହେଲା MCN । ΔMCN ଅଙ୍କନ କଲାପରେ C ବିନ୍ଦୁ ମିଳିଲା । $\overline{MC}$ ଓ $\overline{NC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ ଦ୍ୱାରା A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ମିଳିଲା ।

2.9.4 ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ :

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = 6 ସେ.ମି., BC = 6.5 ସେ.ମି., CD = 7.4 ସେ.ମି, DA = 8 ସେ.ମି. ଓ $m\angle B = 60^0$ ଦତ୍ତ ।

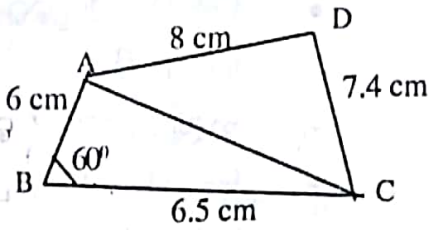
ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଟିଏ ଅଙ୍କନ କଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ ହୁଏ ।

ପ୍ରଥମ ମୁକ୍ତ ହସ୍ତରେ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ତା'ର ନାମ ଦିଅ ABCD ଏବଂ ଉକ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜରେ ଦତ୍ତ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ଶାଅ ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

$\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣ ଦର୍ଶାଇବା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ ହେଲା । ΔABC ରେ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ଜଣାଅଛି । ଏହା ବା-କୋ-ବା ଜାତୀୟ ମୌଳିକ ତ୍ରିଭୁଜ । ମାତ୍ର ΔADC ର କେବଳ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜଣାଥିବାରୁ ଏହା ମୌଳିକ ତ୍ରିଭୁଜ ନୁହେଁ ।



(ଚିତ୍ର - 2.50)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ପ୍ରଥମ କାର୍ଯ୍ୟ : AB = 6 ସେ.ମି., BC = 6,5 ସେ.ମି. ଓ $m\angle B = 60^0$ ନେଇ ΔABC ଅଙ୍କନ କର ।

(ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖ ଯେ ΔACD ର $\overline{AC}$ ବାହୁ ଆମେ ପାଇଛନ୍ତି । ଅନ୍ୟ ବାହୁ $\overline{AD}$ ଓ $\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିବାରୁ ΔACD ବା-ବା-ବା ଜାତୀୟ ମୌଳିକ ତ୍ରିଭୁଜ । ଏଣୁ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା)

ଦ୍ୱିତୀୟ କାର୍ଯ୍ୟ : $\overline{AD}$ ଓ $\overline{CD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ ΔACD ଅଙ୍କନ କର ।

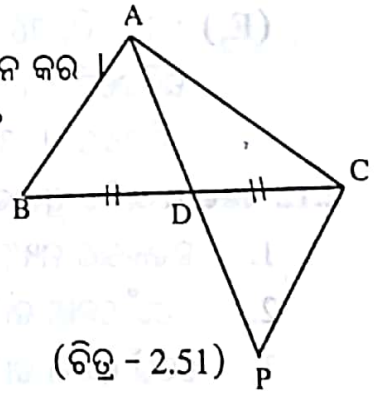
ବର୍ତ୍ତମାନ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ମିଳିଲା ।

କିଛି ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ :

ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ବିଶ୍ଳେଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ମୌଳିକ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

(1) ΔABC ର AB = 5 ସେ.ମି., AC = 8 ସେ.ମି., ମଧ୍ୟମା $\overline{AD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 5.3 ସେ.ମି. ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ ସୂଚନା : $\overrightarrow{AD}$ ଉପରେ P ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ଯେପରି AD =DP, $\overline{PC}$ ଅଙ୍କନ କର । ΔACP ର କେଉଁ ମାପ ସବୁ ପାଉଛ ? ଏ ଚିତ୍ରରେ ମୌଳିକ ତ୍ରିଭୁଜ କେଉଁଟି ?



(ଚିତ୍ର - 2.51)

(2) ΔABC ରେ AB –AC = 2 ସେ.ମି., BC = 7 ସେ.ମି., $m\angle B = 30^0$

ବିଶ୍ଳେଷଣ ସୂଚନା :

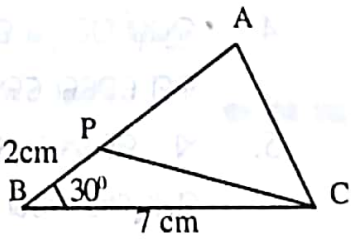
$\overline{AB}$ ଉପରେ P ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ଯେପରି AP = AC

AB –AC = 2 ସେ.ମି. (ଦତ୍ତ)

⇒ AB –AP = 2 ସେ.ମି. (∵ AP = AC ବିଶ୍ଳେଷଣ ସୂଚନା)

⇒ BP = 2 ସେ.ମି.

ବର୍ତ୍ତମାନ PBC ତ୍ରିଭୁଜରେ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ଜଣାଥିବାରୁ ଏହା ବା-କୋ-ବା ଜାତୀୟ ମୌଳିକ ତ୍ରିଭୁଜ ।



(ଚିତ୍ର - 2.52)

2.10 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ :

- ସମତଳ ଜ୍ୟାମିତିରେ 'ସମତଳ', 'ବିନ୍ଦୁ' ଓ 'ସରଳରେଖା' ଶବ୍ଦ ତିନୋଟିକୁ ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ ଶବ୍ଦ ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ ।
- ରେଖାଖଣ୍ଡ, ରଶ୍ମି, କୋଣ, ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତିତା ଆଦି ମୌଳିକ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକର ସଂଜ୍ଞା ପ୍ରକରଣ କରାଯାଇଛି ।
- ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ ପଦଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାରସ୍ପରିକ ସମ୍ପର୍କ ତଥା ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟର ଉପସ୍ଥାପନ ପୂର୍ବରୁ ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଥିବା ନିୟମମାନଙ୍କୁ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି ।
- ତ୍ରିଭୁଜର ସଂଜ୍ଞା ପ୍ରକରଣ କଲା ପରେ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ କୋଣର ପରିମାଣ ଭିତ୍ତିରେ ତ୍ରିଭୁଜର ବିଭାଗୀକରଣ କରାଯାଇଛି ।
- ଚତୁର୍ଭୁଜର ସଂଜ୍ଞା ପ୍ରକରଣ କଲା ପରେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିଭାଗୀକରଣ କରାଯାଇଛି ।
- ରୁଲାର କମ୍ପାସ୍‌ର ମୌଳିକ ଅଙ୍କନର ଆଲୋଚନା ପରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପଦ୍ଧତିମାନ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଛି ।

2.11 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର :

(E_1): 1.ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ, ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଦୂରତା, ରେଖାଖଣ୍ଡ, ରଶ୍ମି, ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ, ବିନ୍ଦୁ, ସରଳରେଖା, ସମତଳ ।

(E_2): 2. $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{CD}$;

3.$\angle ABC \cong \angle GHK$, $\angle EFG \cong \angle RST$; 4.(i) 43^0, (ii) 12^0, (iii) 53^0

(E_3) : 1. $m\angle B = 72^0$, $m\angle C = 36^0$, ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।

(E_4) : 1. $m\angle B = 135^0$, $m\angle C = 45^0$, $m\angle D = 135^0$

2. $m\angle PQR = 140^0$, $m\angle QRS = 40^0$

(E_5): 1. (i) $\overset{\frown}{PBQ}$ ର ବିପରୀତ ଚାପ $\overset{\frown}{PRQ}$ ବା $\overset{\frown}{PAQ}$ (ii) $\overset{\frown}{PAR}$ ଓ $\overset{\frown}{PBR}$ ବା $\overset{\frown}{PQR}$

2. $m\overset{\frown}{AQB} = 235^0$ 3. P ଏବଂ R ବ୍ୟାସ 4. ବ୍ୟାସ 6 ସେ.ମି.

(E_6): 1. (i) ଠିକ୍ (ii) ଭୁଲ୍ (iii) ଠିକ୍ (iv) ଭୁଲ୍ (v) ଭୁଲ୍; 2. (i) 180^0, (ii) 70^0, (iii) 180^0, (iv) ବ୍ୟାସ (v) 60^0

(E_7) : 1. 8 ଟି, 768 ବ.ସେ.ମି. ଓ 384 ବ.ସେ.ମି. ଭିନ୍ନ, 2. (i) 48 (ii) 64 (iii) ଉଚ୍ଚତା, 8 ସେ.ମି. ପରିବର୍ତ୍ତେ 3ର ଏକ ଗୁଣିତକ ସଂଖ୍ୟକ ସେ.ମି. ହୋଇଥିଲେ ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ସମଘନ ମିଳିଥାନ୍ତା । 3. 56 ଡେ.ମି. 4. 84 ବ.ମି. ।

2.12 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ :

1. ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ 'ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତିତା' ପଦଟିକୁ ବୁଝାଅ ।
2. ଯେଉଁ କୋଣ ତା'ର ଅନୁପୂରକ କୋଣ ସହ ସର୍ବସମ ତା'ର ପରିମାଣ କେତେ ?
3. ଯେଉଁ କୋଣ ତା'ର ପରିପୂରକ କୋଣ ସହ ସର୍ବସମ ତା'ର ପରିମାଣ କେତେ ?
4. ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟଟିର ପରିମାଣର ତିନିଗୁଣ ଠାରୁ 20^0 କମ୍ ହେଲେ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ କେତେ ?
5. ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ସର୍ବସମ ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁରୁ ଅନ୍ୟ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ଉକ୍ତ ବାହୁକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ । ପ୍ରମାଣ କର ।

6. ΔABC ର $AB = BC$, $m\angle B$ ହେଉଛି $m\angle A$ ର ଦୁଇଗୁଣଠାରୁ 20^0 କମ୍ । $m\angle B$ ଓ $m\angle C$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ପ୍ରମାଣ କର ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଏକ କର୍ଣ୍ଣ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରକୁ ଦୁଇଟସ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ କରେ ।

8. ABCD ଏକ ରମ୍ବସ୍ । $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ,
   (i) $\Delta AOB \cong \Delta BOC$
   (ii) $\Delta BOC \cong \Delta COD$
   (iii) $\Delta COD \cong \Delta DOA$

9. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $m\angle A$ ଓ $m\angle B$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ଏବଂ $\angle AOB$ ଏକ ସମକୋଣ । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ABCD ଏକ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ।

10. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 4 : 3 :2 । ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1300 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. ଯେଉଁ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1 ମି. ତା'ର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ରାସ୍ତାକୁ ସମତଳ କରିବା ପାଇଁ ଯେଉଁ ରୋଲର ଗଢ଼େ ତା'ର ଆକୃତି କି ପ୍ରକାର ? ଯେଉଁ ରୋଲ୍‌ରରେ ପ୍ରାନ୍ତର ବ୍ୟାସ 1 ମି. 12 ସେ.ମି. ଓ ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ମି. ତା'ର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

13. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି, 5 ସେ.ମି. ଓ 13 ସେ.ମି. । ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 10 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ΔABC ଅଙ୍କନ କର : (i) $AB = 7$ ସେ.ମି., $BC = 8$ ସେ.ମି., $m\angle B = 75^0$
    (ii) $AB = BC = CA = 6$ ସେ.ମି. ।

15. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $AB = 6$ ସେ.ମି., $BC = 7$ ସେ.ମି., $CD = 6$ ସେ.ମି., $DA = 6$ ସେ.ମି., $AC = 8$ ସେ.ମି. ।

16. ABCD ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $AC = 8$ ସେ.ମି. ଏବଂ $BC = 12$ ସେ.ମି. ।

17. ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ABCD ଅଙ୍କନ କର, $AB = 5$ ସେ.ମି., $BC = 7$ ସେ.ମି., $m\angle ADC = 60^0$ ।

2.13 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ :

1. ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ ଲାଗି ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗଣିତ ବହି ।
2. ସରଳ ଗଣିତ (ଜ୍ୟାମିତି) ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀ ।
3. ମାଧ୍ୟମିକ ଜ୍ୟାମିତି, ନବମ ଶ୍ରେଣୀ
4. ମାଧ୍ୟମିକ ଜ୍ୟାମିତି, ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ ।

ଏକକ : 3

ବ୍ୟାବସାୟିକ ଗଣିତ

ଗଠନକ୍ରମ :

3.1 ଉପକ୍ରମ

3.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

3.3 ଶତକଡ଼ାର ମୌଳିକ ଧାରଣା

3.3.1 ଶତକଡ଼ାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା

3.3.2 ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ତୁଳନାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ

3.4 ଶତକଡ଼ାର ବ୍ୟବହାର

3.4.1 ଲାଭ, କ୍ଷତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ଧାରଣା

3.4.2 ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ନିର୍ଣ୍ଣୟ

3.4.3 ସରଳ ସୁଧ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ଧାରଣା

3.4.4 ସରଳ ସୁଧ କଷାରେ ଶତକଡ଼ାର ବ୍ୟବହାର

3.4.5 ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ହିସାବ

3.4.6 ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ହିସାବରେ ଶତକଡ଼ାର ବ୍ୟବହାର

3.5 ଅନୁପାତ ଓ ସମାନୁପାତ

3.5.1 ଅନୁପାତ

3.5.2 ସମାନୁପାତ

3.6 ଚଳନ ଓ ଏହାର ପ୍ରୟୋଗ

3.6.1 ଚଳନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ଧାରଣା

3.6.2 ସଳଖ ଚଳନ

3.6.3 ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ

3.6.4 ଯୌଥ ଚଳନ

3.7 ଜୀବନ ଧାରଣର ମୂଲ୍ୟସୂଚୀ ଓ ବ୍ୟାଙ୍କ୍ ସେବା

3.7.1 ଜୀବନ ଧାରଣର ମୂଲ୍ୟସୂଚୀ

3.7.2 ଜୀବନ ଧାରଣ ମୂଲ୍ୟସୂଚୀର ବ୍ୟବହାର ଓ ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପଦ୍ଧତି

3.7.3 ବ୍ୟାଙ୍କ୍ ବ୍ୟବସାୟ

3.7.4 ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଜମା ବ୍ୟବସ୍ଥା

3.8 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ

3.9 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

3.10 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

3.11 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ

3. 1 ଉପକ୍ରମ :

ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଗାଣିତିକ ହିସାବ ଆମକୁ ବ୍ୟବସାୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶତକଡ଼ା ଲାଭ କ୍ଷତି, ବିକ୍ରୟରେ ରିହାତି, ଦରମା ପ୍ରସ୍ତୁତି, ଆକାଉଣ୍ଟ୍ ତନଖି ଆଦିରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ । ବ୍ୟବସାୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉପଯୋଗ କରାଯାଉଥିବା ଗଣିତକୁ ବ୍ୟାବସାୟିକ ଗଣିତ କୁହାଯାଏ । ବ୍ୟାବସାୟିକ ଗଣିତ ସାହାଯ୍ୟରେ ଆମେ ଆମର ଲାଭକୁ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସୀମାରେ ପହଞ୍ଚାଇ ପାରିବା ବା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣ ଅର୍ଥର ବିନିମୟରେ ଯଥାସମ୍ଭବ ଅଧିକ ସାମଗ୍ରୀ କ୍ରୟ କରିପାରିବା । ଏହା ସାହାଯ୍ୟରେ ଆମେ ଆମର କ୍ରୟ, ବିକ୍ରୟ ଓ ବ୍ୟବସାୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବାର କୌଶଳକୁ ବଢ଼ାଇପାରିବା । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ନିମ୍ନ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

- ଶତକଡ଼ା ଲାଭ, କ୍ଷତି ନିର୍ଣ୍ଣୟ
- ସରଳସୁଧ ଓ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ହିସାବ
- ଅନୁପାତ ଓ ସମାନୁପାତ
- ଚଳନ ଓ ଏହାର ପ୍ରୟୋଗ
- ଜୀବନଧାରଣର ମୂଲ୍ୟସୂଚୀ ଓ ବ୍ୟାଙ୍କ କାରବାର ।

3.2. ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ଏହି ଏକକଟି ପଢ଼ିସାରିବା ପରେ ଆମେ

- ଶତକଡ଼ା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ଧାରଣା ସମ୍ପର୍କରେ ଅବଗତ ହେବା;
- ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ଏବଂ ଶତକଡ଼ାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିପାରିବା ;
- ଲାଭ, କ୍ଷତି, ସରଳସୁଧ ଓ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ହିସାବରେ ଶତକଡ଼ାର ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବା;
- ଅନୁପାତ ଓ ସମାନୁପାତ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିପାରିବା;
- ସଳଖ ଚଳନ, ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ଓ ଯୌଥଚଳନ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ରାଶିଦ୍ୱୟ ବା ରାଶିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରି ପାରିବା;
- ଜୀବନ ଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚୀ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଧାରଣା କରିବା ;
- ବ୍ୟାଙ୍କ କାରବାର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜ୍ଞାନ ଅର୍ଜନ କରିବା ।

ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ :

- ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଚାରି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା;
- ଶତକଡ଼ା ହିସାବ;
- ବ୍ୟବସାୟରେ ଲାଭ-କ୍ଷତି ।

3.3 ଶତକଡ଼ାର ମୌଳିକ ଧାରଣା :-

ଶତକଡ଼ାର ଐତିହାସିକ ପୃଷ୍ଠଭୂମି :

ଶତକଡ଼ା (Percentage) ଲାଟିନ୍ ଶବ୍ଦ "Percentum" ରୁ ସୃଷ୍ଟି । ଏହା ପନ୍ଦରଶହ ଶତାବ୍ଦୀରୁ ଚଳି ଆସୁଅଛି । ସେ ସମୟରେ Percent କୁ "Per 100" ବା "P 100" ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଉଥିଲା । 1650 ମସିହା ବେଳକୁ " P ÷" ସଂକେତ ବ୍ୟବହୃତ ହେଲା । କାଳକ୍ରମେ P କୁ ବାଦ ଦେଇ "÷" ଚିହ୍ନ ଏବଂ ସମୟକ୍ରମେ ଏହା "%" ଚିହ୍ନରେ ପ୍ରକାଶ କରାଗଲା ।

ତୁମେମାନେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ପଢ଼ିଥିବ । ଯେପରି $\frac{2}{5}$ ଏକ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା, $\frac{3}{4}$ ମଧ୍ୟ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା । ତେବେ କହିଲ ଦେଖି, $\frac{2}{5}$ ଓ $\frac{3}{4}$ ମଧ୍ୟରେ କିଏ ବଡ଼ ?

ଆମେ ଜାଣୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ କରି ତୁଳନା କରାଯାଏ । ଏଥିଲାଗି ଉଭୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହର ଦ୍ୱୟର ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରକୁ ନିର୍ଣ୍ଣିତ ଲ.ସା.ଗୁ. ସହ ସମାନ କରାଯାଏ ।

ତେଣୁ $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ ଓ $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ ($\because$ 5 ଓ 4 ର ଲ.ସା.ଗୁ. = 20)

$\therefore \frac{15}{20} > \frac{8}{20}$

ଏଣୁ $\frac{3}{4} > \frac{2}{5}$ (କାରଣ $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ ଓ $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$)

'ଶତକଡ଼ା', ଏହି ଶବ୍ଦଟିର ଅର୍ଥ 'ଏକ ଶହରୁ', ଏହାକୁ % ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । "4 ରୁ 3" କୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା $\frac{3}{4}$ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । 100 ରୁ 19 କୁ "19 ଶତକଡ଼ା' ବା 19% ବୋଲି ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ତେଣୁ ଶତକଡ଼ା ହେଉଛି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ୟ ଏକ ରୂପ । ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରକୁ 100 ରେ ପରିଣତ କଲେ, ପ୍ରାପ୍ତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଶତକଡ଼ାରେ ପରିଣତ ହୁଏ ।

ଯଥା : 5 ସମାନ ଭାଗରୁ 2 ଭାଗ । ଏହାର ଅନ୍ୟରୂପ ହେଉଛି $\frac{2}{5}$ । ହରକୁ 100ରେ ପରିଣତ କଲେ, ପାଇବା

$\frac{2}{5} = \frac{40}{100}$, ଅର୍ଥାତ୍ 100 ସମାନ ଭାଗରୁ 40 ଭାଗ । ଏଣୁ ଆମେ $\frac{2}{5}$ କୁ କହୁ 40% ।

ସେହିପରି $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$ ।

ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, 75% > 40%, ଏଣୁ $\frac{3}{4} > \frac{2}{5}$ ।

ମନେରଖ : ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ବା ଗୋଷ୍ଠୀର ଏକ ଅଂଶକୁ ମୂଳବସ୍ତୁ ବା ମୂଳଗୋଷ୍ଠୀ ସହ ତୁଳନା କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଥାଏ । କେବଳ ଅଂଶର ପରିମାଣ ଆମ ପାଇଁ ଯଥେଷ୍ଟ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ନୁହେଁ । ଯେପରି ମାଛ ବ୍ୟବସାୟରେ ଲାଲୁ 300ଟଙ୍କା ଲାଭ ପାଇଲା କହିଲେ, ତା'ର ଲାଭ ପରିମାଣ ସନ୍ତୋଷଜନକ ବା ନୁହେଁ, ତାହା କହି ହେବ ନାହିଁ । ଯଦି କୁହାଯାଏ ମାଛ ବ୍ୟବସାୟରେ ₹.24000 ଖଟାଇ ସେ ₹. 2300 ଲାଭ ପାଇଛି, ତେବେ ତା'ର ଲାଭ ସନ୍ତୋଷଜନକ କି ନୁହେଁ ତାହା

ଆମେ ଜାଣି ପାରିବା । ବର୍ତ୍ତମାନ ତା'ର ଶତକଡ଼ା ଲାଭ କେତେ ହିସାବ କରିପାରିବା ।

ଶତକଡ଼ା ହିସାବ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କିଛି ଜାଣିବା କଥା :

- ଗୋଟିଏ ଗୋଷ୍ଠୀର ଏକ ଅଂଶର ପରିମାଣକୁ ଉକ୍ତ ଗୋଷ୍ଠୀର ପରିମାଣ ସହ ତୁଳନା କଲେ, ଏହା ସର୍ବଦା 100% ରୁ କମ୍ ହେବ ।
- ଗୋଟିଏ ଗୋଷ୍ଠୀର ପରିମାଣକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଗୋଷ୍ଠୀର ପରିମାଣ ସହ ତୁଳନା କଲେ, ଏହା 100 ବା 100 ରୁ କମ୍ ବା 100 ରୁ ଅଧିକ ଶତକଡ଼ା ହୋଇ ପାରିବ ।
- ଗୋଟିଏ ଗୋଷ୍ଠୀର ପରିମାଣକୁ ନିଜ ସହ ତୁଳନା କଲେ ବା ସମ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଗୋଷ୍ଠୀର ପରିମାଣ ସହ ତୁଳନା କଲେ ଏହା 100% ହେବ ।

ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟି ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା :

ଉଦାହରଣ - 1 : ତୁମେ ପରୀକ୍ଷାରେ 70% ନମ୍ବର ରଖିଛ । ଯଦି ପରୀକ୍ଷାର ମୋଟ ନମ୍ବର 800 ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ତୁମେ କେତେ ନମ୍ବର ରଖିଥିଲ ?

ସମାଧାନ : ପରୀକ୍ଷାର ମୋଟ ନମ୍ବର = 800

ତୁମେ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର 70% ବା 100 ରୁ 70

$\therefore$ ତୁମେ ରଖିଥିବା ନମ୍ବର $= \frac{70}{100} \times 800 = 560$ ।

ଉଦାହରଣ - 2 : ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପଢୁଥିବା ପିଲାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 60% ବାଳିକା । ତେବେ କେତେ ଶତକଡ଼ା ବାଳକ ସେଠାରେ ପଢ଼ନ୍ତି ?

ବିଦ୍ୟାଳୟର ପିଲାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଭାଗ ବାଳକ ଓ ଅନ୍ୟ ଭାଗ ବାଳିକା ।

ଏଣୁ ଶତକଡ଼ା ବାଳକ = 100% - 60% = 40% (ଉ)

ଅଥବା : '60% ବାଳିକା' ଅର୍ଥ ମୋଟ 100 ଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ବା 60 ଜଣ ବାଳିକା

$\therefore$ ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା 100 - 60 = 40 ଜଣ । ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା 100 ରୁ 40 ବା 40%

3.3.1 ଶତକଡ଼ାକୁ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା :

(a) ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଶତକଡ଼ା ରୂପ :

ଆମେ ଜାଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଅସଂଖ୍ୟ ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଥାଏ । $\frac{4}{5}$ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା । ଏହାର ସମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ, $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} \ldots\ldots = \frac{80}{100} = \frac{84}{105} \ldots\ldots$ ଇତ୍ୟାଦି ।

$\frac{4}{5}$ ର ଏକ ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା $\frac{80}{100}$ । ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{4}{5}$ ହେଉଛି 100 ସମାନ ଭାଗରୁ 80 ଭାଗ ।

ଏଣୁ $\frac{4}{5}$ ର ଶତକଡ଼ା ରୂପ ହେଉଛି 80 % ।

ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରକୁ 100 ରେ ପରିଣତ କଲେ, ପରିବର୍ତ୍ତିତ ଲବ ହେବ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଶତକଡ଼ା ରୂପ ।

ତେବେ $\frac{3}{7}$ କୁ କିପରି ଶତକଡ଼ାରେ ପରିଣତ କରିବା ?

ଏହାକୁ 100 ହର ବିଶିଷ୍ଟ କରି ହେବ ନାହିଁ, କାରଣ 7 ର କୌଣସି ଗୁଣିତକ 100 ନୁହେଁ ।

ଏଠାରେ ଆମେ କହିବା, $\frac{3}{7}$ ହେଉଛି 7 ସମାନ ଭାଗରୁ 3 ଭାଗ ।

ଏଣୁ 1 ଭାଗରୁ $\frac{3}{7}$ ଭାଗ ।

$\therefore$ 100 ଭାଗରୁ $\frac{3}{7} \times 100$ ଭାଗ ।

$\therefore \frac{3}{7}$ ର ଶତକଡ଼ା ରୂପ $= \frac{3}{7} \times 100 = \frac{300}{7} = 42\frac{6}{7}$ %

(b) ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଶତକଡ଼ା ରୂପ :

ପୂର୍ବପରି $\frac{15}{100}$ ର ଶତକଡ଼ା ରୂପ $= \frac{15}{100} \times 100 = 15\%$

ଅର୍ଥାତ୍ 0.15 ର ଶତକଡ଼ା ରୂପ $= \frac{15}{100}$ ର ଶତକଡ଼ା ରୂପ $= 0.15 \times 100 = 15\%$

ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ବା ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ା ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଏହାକୁ 100 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ ।

(c) ଶତକଡ଼ାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

(i) $12\% = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପ ।

(ii) $12\% = \frac{12}{100} = 0.12$ ଦଶମିକ-ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପ

(iii) $0.2\% = \frac{0.2}{100} = \frac{2}{1000} = \frac{1}{500}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପ ।

(iv) $0.2\% = \frac{0.2}{100} = 0.002$ ଦଶମିକ-ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପ

(v) $13\frac{1}{2}\% = \frac{27}{2}\% = \frac{27}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{27}{200}$ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ରୂପ

(vi) $13\frac{1}{2}\% = \frac{27}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{27}{200} = \frac{27 \times 5}{200 \times 5} = \frac{135}{1000} =$. 0.135 ଦଶମିକ-ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପ ।

ଶତକଡ଼ାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ବା ଦଶମିକ -ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଶତକଡ଼ା ସଂଖ୍ୟାକୁ 100 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯାଇଥାଏ ।

3.3.2. ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ତୁଳନାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ :

ଧରିନିଆଯାଉ 5 କୁ 8 ସହ ତୁଳନା କରିବା ଓ ସେହି ତୁଳନାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା 8 ହେଲେ, ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି 5

ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା 1 ହେଲେ, ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା $\frac{5}{8}$

ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା 100 ହେଲେ, ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା $\frac{5}{8} \times 100$

ଆମେ ଜାଣିଲେ -

ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା a ର ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା b ସହ ତୁଳନାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କଲାବେଳେ,

ଆମେ ପାଉ $= \frac{\text{ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା}} \times 100\%$

ଅର୍ଥାତ୍ a ର b ସହ ତୁଳନା ହେଉଛି $\frac{a}{b} \times 100\%$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_1) :

1. ନିମ୍ନ ଦଶମିକ-ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (i) 0.84 (ii) 0.308 (iii) 1.05 (iv) 0.041

2. ନିମ୍ନ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (i) $\frac{13}{20}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{1}{3}$ (iv) $6\frac{2}{3}$

3. ନିମ୍ନ ଶତକଡ଼ାଗୁଡ଼ିକୁ ଦଶମିକ- ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (i) 72% (ii) $13\frac{3}{5}$% (iii) 125% (iv) 0.045%

4. ଯଦି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର 40%, 256 ହୁଏ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟିର 25% କେତେ ହେବ ?

5. 0.1 ର କେତେ ଶତକଡ଼ା 0.01 ହେବ ?

3.4. ଶତକଡ଼ାର ବ୍ୟବହାର :

ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଶତକଡ଼ାର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ଶତକଡ଼ାର ବ୍ୟବହାର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଆଲୋଚନା ନିମ୍ନରେ କରାଯାଇଛି ।

3.4.1 ଲାଭକ୍ଷତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ଧାରଣା:

ଏବେ ଆସ ଦେଖିବା ବ୍ୟବସାୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶତକଡ଼ାର କିପରି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ତୁମେମାନେ ଜାଣିଛ, ବ୍ୟବସାୟ କହିଲେ ଆମେ କିଛି ସାମଗ୍ରୀର କିଣା ଓ ବିକାକୁ ବୁଝିଥାଉ । ବ୍ୟବସାୟରେ ସାମଗ୍ରୀର କିଣିବା ବା କ୍ରୟ କରିବା ଲାଗି ଯେଉଁ ଅର୍ଥ ବିନିଯୋଗ କରାଯାଇଥାଏ, ତାହାକୁ ସାମଗ୍ରୀଟିର "କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ" କୁହାଯାଏ । ପୁଣି କ୍ରୟ କରାଯାଇଥିବା ସାମଗ୍ରୀକୁ ବିକ୍ରିକରି ଯେଉଁ ଅର୍ଥ ମିଳିଥାଏ, ତାକୁ 'ବିକ୍ରୀ ମୂଲ୍ୟ' କୁହାଯାଏ ।

ବ୍ୟବସାୟରେ ଲାଭ ହୁଏ, ଯଦି ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ > କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ

ସୁତରାଂ ଲାଭର ପରିମାଣ = ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ - କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ

ବ୍ୟବସାୟରେ କ୍ଷତି ହୁଏ, ଯଦି ବିକ୍ରିମୂଲ୍ୟ < କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ

ତେଣୁ କ୍ଷତିର ପରିମାଣ = କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ - ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ

ଆସ କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ - 3 : ସିଦ୍ଧାର୍ଥ ବାବୁ ଏକ ପୁରୁଣା ସ୍କୁଟରକୁ ₹.7800ରେ କିଣି ତାହାର ମରାମତିରେ ₹.1850 ଖର୍ଚ୍ଚ କଲେ । ତେବେ ସେ ସ୍କୁଟରକୁ ₹.10,500 ରେ ବିକ୍ରି କରି କେତେ ଟଙ୍କା ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କରିବେ ?

ସମାଧାନ : ସ୍କୁଟରଟିର କିଣାଦାମ୍ = ₹.7800.00

ମରାମତିରେ ଖର୍ଚ୍ଚ = ₹.1850.00

∴ ତାଙ୍କର ମୋଟ କିଣା ଦାମ୍ =କିଣା ଦାମ୍ + ମରାମତି ଖର୍ଚ୍ଚ = ₹.7800 + ₹.1850.00 = ₹.9650.00

ସ୍କୁଟରଟିର ବିକ୍ରି ଦାମ୍ = ₹.10500

ଏଠାରେ ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ > ମୋଟ କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ

∴ ଲାଭର ପରିମାଣ = ବିକ୍ରୀ ମୂଲ୍ୟ – ମୋଟ କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ = ₹.10500 - ₹.9650 = ₹. 850.00 (ଉ)

ମନେରଖ : କିଣାଦାମ୍ ସହ ହୋଇଥିବା ଖର୍ଚ୍ଚ (ଯଥା : ରିକ୍ସା ଭଡ଼ା, ଟ୍ରଲିଭଡ଼ା, ମରାମତି ଇତ୍ୟାଦି) ଥିଲେ, ମୋଟ କିଣାଦାମ୍ = କିଣାଦାମ୍ + ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଖର୍ଚ୍ଚ ।

3.4.2 ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଲାଭ ବା କ୍ଷତିକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, ବିନିଯୁକ୍ତ ଅର୍ଥ ତୁଳନାରେ ଲାଭ ବା କ୍ଷତିର ପରିମାଣ ଆଶାଜନକ ବା ନୁହେଁ ତାହା ସହଜରେ ଜାଣି ହୋଇଥାଏ । ଏଣୁ ବ୍ୟବସାୟରେ ସର୍ବଦା ଲାଭ ବା କ୍ଷତିକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ - 4 : ଅମ୍ମାନ ₹.1200 ରେ କିଣିଥିବା ବିଜୁଳି ପଙ୍ଖାଟିକୁ ₹.1350 ରେ ବିକ୍ରିକରି ଶତକଡ଼ା କେତେ ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କଲା ?

ସମାଧାନ : ବିଜୁଳି ପଙ୍ଖାଟିର କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ = ₹. 1200, ବିକ୍ରୀ ମୂଲ୍ୟ = ₹. 1350

ଲାଭର ପରିମାଣ = ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ – କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ = ₹. 1350 - ₹. 1200 = ₹.150.00

ଅର୍ଥାତ୍ ₹.1200 କିଣା ଦାମ୍‌ରେ ଲାଭ ₹.150

₹.1 କିଣାଦାମ୍‌ରେ ଲାଭ = ₹. $\frac{150}{1200}$

₹. 100 କିଣାଦାମ୍‌ରେ ଲାଭ =₹. $\frac{150}{1200} \times 100$ = ₹.12.50

ସୁତରାଂ ପଙ୍ଖାଟିକୁ ବିକ୍ରି କରିବାରୁ 12.5% ଲାଭ ହେଲା । (ଉ)

ମନେରଖ : ଲାଭ ବା କ୍ଷତିକୁ ସବୁବେଳେ କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ ସହ ତୁଳନା କରି କ୍ରୟମୂଲ୍ୟର ଶତକଡ଼ା ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଏଣୁ ଆମେ ପାଇବା, ଶତକଡ଼ା ଲାଭ = $\frac{\text{ଲାଭ}}{\text{କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ}} \times 100\%$

ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି = $\frac{\text{କ୍ଷତି}}{\text{କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ}} \times 100\%$

ଆସ ବିକ୍ରିମୂଲ୍ୟ ଓ କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ, ଲାଭ, କ୍ଷତି, ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ଓ ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି ସମ୍ପର୍କିତ ସୂତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ।

ଶତକଡ଼ା ଲାଭ = $\frac{\text{ଲାଭ}}{\text{କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ}} \times 100 = \frac{\text{ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ - କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ}}{\text{କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ}} \times 100\%$.....(1)

ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି = $\frac{\text{କ୍ଷତି}}{\text{କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ}} \times 100 = \frac{\text{କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ - ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ}}{\text{କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ}} \times 100\%$.....(2)

$\frac{\text{ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ}}{100 + \text{ଶତକଡ଼ା ଲାଭ}} = \frac{\text{କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ}}{100}$ .....(3)

$\frac{\text{ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ}}{100 - \text{ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି}} = \frac{\text{କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ}}{100}$ .....(4)

ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର :

ସୂତ୍ର - 1 : କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ ଓ ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ସୂତ୍ର - 2 : କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ ଓ ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ସୂତ୍ର - 3 : (i) କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ ଓ ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

(ii) ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ ଓ ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ସୂତ୍ର - 4 : (i) କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ ଓ ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ବିକ୍ରୀ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

(ii) ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ ଓ ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି ଦତ୍ତ ଥିଲେ, କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ଓ କ୍ଷତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ - 5 : ₹. 1560 ରେ କିଣାଯାଇଥିବା ଏକ ହାତଘଣ୍ଟାକୁ 12% ଲାଭରେ ବିକିଲେ, ଗ୍ରାହକକୁ କେତେଟଙ୍କା ଦେବାକୁ ହେବ ?

ସମାଧାନ : ହାତଘଣ୍ଟାଟିର କିଣା ଦାମ୍ = ₹. 1560.00

ଶତକଡ଼ା ଲାଭ = 12% ଅର୍ଥାତ୍ କିଣାଦାମ୍‌ର 12%

$\therefore$ ଲାଭ ପରିମାଣ = $\frac{12}{100}$ × ₹.1560 = ₹. $\frac{12}{100}$ × 1560 = ₹. 187.20

$\therefore$ ବିକ୍ରୀଦାମ୍ = କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ + ଲାଭ = ₹.1560 + ₹. 187.20 = ₹.1747.20 (ଉ)

ଉଦାହରଣ - 6 : ଗୋଟିଏ ବିଛଣାକୁ ₹.72 ରେ ବିକିବାରୁ 4% କ୍ଷତି ହେଲା । କେତେ ଟଙ୍କାରେ ବିକିଥିଲେ 12% ଲାଭ ହୋଇଥାନ୍ତା ?

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମ କ୍ଷେତ୍ରରେ : ବିକ୍ରୀ ମୂଲ୍ୟ ₹. 72.00 ଓ ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି 4%

(କ) $\frac{\text{କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ}}{100} = \frac{\text{ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ ୪}}{100 - \text{ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି}}$ (ସୂତ୍ର - 4)

$\Rightarrow \frac{\text{କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ}}{100} = \frac{72}{100-4}$ ₹

$\Rightarrow$ କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ = ₹. $\frac{72 \times 100}{96}$ = ₹. 75.00

ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ : ଲାଭ ହେବ 12%

ଲାଭ = $\frac{12}{100}$ ×କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ = $\frac{12}{100}$ × ₹. 75 = ₹. 9.00

$\therefore$ ନୂତନ ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ = କ୍ରୟମୂଲ୍ୟ + ଲାଭ = ₹. 75 + ₹. 9 = ₹. 84.00

ସୁତରାଂ ବିଛଣାଟି ₹.84 ରେ ବିକ୍ରିକରିଥିଲେ 12% ଲାଭ ହୋଇଥାନ୍ତା ।

ବିକଳ୍ପ ପଦ୍ଧତି ଲାଗି ସୂଚନା :

କ୍ରୟମୂଲ୍ୟକୁ ₹.100 ନେଇ ପ୍ରଥମ ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାହେବ । ତା'ପରେ ଐକିକ ଧାରା ବ୍ୟବହାର କରି ଦତ୍ତ ଥିବା ପ୍ରଥମ ବିକ୍ରୀମୂଲ୍ୟରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ବିକ୍ରୀ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_2) :

1. ଜ୍ୟୋତିରାଦିତ୍ୟ ଗୋଟିଏ କମ୍ପ୍ୟୁଟରକୁ 20% ଲାଭରେ ବିକିଲା, ଯଦି ସେ ଆଉ ₹.1500 ଅଧିକ ଦାମ୍‌ରେ ବିକିଥାନ୍ତା ତେବେ 25% ଲାଭ କରିଥାନ୍ତା । ତେବେ କମ୍ପ୍ୟୁଟରଟିର କିଣା ଦାମ୍ କେତେ ?

2. ମୃତ୍ୟୁଞ୍ଜୟବାବୁ ତାଙ୍କ ତିଆରି ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟା ପ୍ରତି ₹.924.00 ଦରରେ ଦୁଇଟି ବିକ୍ରୀକରି ଗୋଟିକରେ 20% ଲାଭ ଓ ଅନ୍ୟଟିରେ 20% କ୍ଷତି ସହିଲେ । ତେବେ ତାଙ୍କର ମୋଟ ଉପରେ କେତେଟଙ୍କା ଲାଭ ବା କ୍ଷତି ହେଲା ?

3. ଗୋଟିଏ ମୋବାଇଲ୍ ଫୋନ୍‌କୁ ₹.2250ରେ ବିକିବାରୁ 7% କ୍ଷତି ହେଲା । ଫୋନ୍‌ଟିର କିଣାଦାମ୍ ସ୍ଥିର କର ।

3.4.3. ସରଳସୁଧ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ଧାରଣା :

ଆମେ ଯେତେବେଳେ କିଛି ଟଙ୍କା ବ୍ୟାଙ୍କ୍ ବା ପୋଷ୍ଟଅଫିସ୍‌ରେ ଜମାରଖୁ, ସେତେବେଳେ, ଆମେ ଜମାରଖିଥିବା ଟଙ୍କାକୁ ବ୍ୟାଙ୍କ୍ ବା ସରକାର ନିଜ ଇଚ୍ଛା ଅନୁସାରେ ବ୍ୟବହାର କରିଥା'ନ୍ତି । ସେହିପରି ଆମେ ବ୍ୟାଙ୍କରୁ ଯେଉଁ ଟଙ୍କା କରଜ କରୁ, ତାକୁ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଲଗାଉ । ସେଥିପାଇଁ କରଜ ନେଇଥିବା ବ୍ୟକ୍ତି କରଜଦାତାଙ୍କୁ କ୍ଷତିପୂରଣ ବାବଦକୁ କରଜଦାତାଙ୍କଠାରୁ ଋଣ କରିଥିବା ଟଙ୍କା ସହ କିଛି ଅଧିକ ଟଙ୍କା ଫେରାଇଥା'ନ୍ତି । ସେହି ଅଧିକ ଟଙ୍କାକୁ ଆମେ "ସୁଧ" ବୋଲି କହିଥାଉ ।

ଯେଉଁ ଟଙ୍କା ଉଧାର ବା କରଜ ଦିଆଯାଇଥାଏ, ତାହାକୁ ମୂଳଧନ (Principal) କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏଥିପାଇଁ P ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । କରଜ ସୁଝିବା ବେଳେ କରଜଦାତା ତାଙ୍କ କରଜ ଦେଇଥିବା ଟଙ୍କା ସହ ଯେଉଁ ଅଧିକା ଟଙ୍କା ପାଇଥାନ୍ତି, ତାହାକୁ ସୁଧ (Interest) କୁହାଯାଏ । ସୁଧକୁ I ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । କରଜଦାତା ସୁଧ ଲାଗି ଏକ ହାର ସ୍ଥିର କରିଥାନ୍ତି । ଅର୍ଥାତ୍ ₹.100 କରଜଧନ ଉପରେ କରଜ ଅବଧି 1 ବର୍ଷ ଲାଗି କେତେ ସୁଧ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ତାହା ସ୍ଥିର କରିଥା'ନ୍ତି । ଏହାକୁ **ଶତକଡ଼ା ବାର୍ଷିକ ସୁଧହାର** କୁହାଯାଏ ଓ ଏଥିଲାଗି ସଂକେତ r ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ମୂଳଧନ, ସୁଧହାର ଓ କରଜ ଅବଧି ଉପରେ ସୁଧ ପରିମାଣ ନିର୍ଭର କରେ ।

ଯଦି କରଜ ଅବଧି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଷଲାଗି ସମାନ ସୁଧ ହାରରେ ସୁଧ ନିଆଯାଉଥିବ ଏବଂ ପୈଠ ହୋଇନଥିବା ସୁଧ ଉପରେ କେବେ ସୁଧ ଆଦାୟ କରାଯାଉ ନଥିବ, ତେବେ ଏହି ପ୍ରକାର ସୁଧହିସାବକୁ **ସରଳସୁଧ** (Simple Interest) ହିସାବ ବୋଲି କହାଯାଏ । ମୂଳଧନ ଓ ସୁଧର ସମଷ୍ଟିକୁ **ସମୂଳ ସୁଧ** (Amount) କୁହାଯାଏ । ମୂଳଧନ ଓ ସମୂଳ ସୁଧକୁ ଯଥାକ୍ରମେ P ଓ A ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

3.4.4 ସରଳ ସୁଧକଷାରେ ଶତକଡ଼ାର ବ୍ୟବହାର :

ସରଳ ସୁଧ ହିସାବ କ୍ଷେତ୍ରରେ କରଜ ଉପରେ ସ୍ଥିରୀକୃତ ବାର୍ଷିକ ସୁଧହାରକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଥାଏ । ସରଳସୁଧ ଏବଂ ଏଥିସହ ସଂପୃକ୍ତ ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନରେ କିପରି ଶତକଡ଼ାର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ, ଆସ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ - 7 : ପୁଷ୍ପାଞ୍ଜଳି ଏକ ଅର୍ଥଲଗାଣକାରୀ ସଂସ୍ଥାରେ ₹.5500 ଜମା ରଖିଲା । ଯେଉଁଥିପାଇଁ ସଂସ୍ଥା ତାଙ୍କୁ ବାର୍ଷିକ 14% ହାରରେ ସୁଧ ଦିଅନ୍ତି । ସେ 3 ବର୍ଷ ପରେ ସମସ୍ତ ଟଙ୍କା ଆଣିବା ପାଇଁ ଚାହିଁଲେ, ସଂସ୍ଥା ତାଙ୍କୁ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବ ?

ସମାଧାନ : ସୁଧ ହାର ହେଉଛି ବାର୍ଷିକ 14%

ତେଣୁ ₹.100ର ବର୍ଷକୁ ସୁଧ ₹.14

₹.1 ର ବର୍ଷକୁ ସୁଧ ₹. $\frac{14}{100}$

₹.5500 ର ବର୍ଷକୁ ସୁଧ ₹. $5500 \times \frac{14}{100}$

₹. 5500 ର 3 ବର୍ଷକୁ ସୁଧ = ₹. $(5500 \times \frac{14}{100} \times 3)$ .....(A)

= ₹.2310.00

∴ ସମୂଳ ସୁଧ = ମୂଳଧନ + ସୁଧ = ₹.5500 + ₹.2310 = ₹. 7810.00

ଅର୍ଥାତ୍ ପୁଷ୍ପାଞ୍ଜଳି 3 ବର୍ଷପରେ ଅର୍ଥଲଗାଣକାରୀ ସଂସ୍ଥାଟି ଠାରୁ ₹.7810.00 ପାଇବ । (ଉ)

ଟୀକା : (i) 'ସୁଧହାର 5%' ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ₹.100 ମୂଳଧନ ଉପରେ 1 ବର୍ଷର ସୁଧ ₹.5 ।

(ii) (A) ଚିହ୍ନିତ ପାଦରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ, ସୁଧ = ₹.$5500 \times \frac{14}{100} \times 3$

ଏଠାରେ ମୂଳଧନ (P) = ₹.5500, ସୁଧହାର (r) = 14% ଏବଂ ସମୟ (t) = 3 ବର୍ଷ

ଏଣୁ ସୁଧ (I) = ₹. $(P \times \frac{r}{100} \times t) = \frac{P \times r \times t}{100}$ ₹

ସୁତରାଂ ଆମେ ଜାଣିଲେ, $\boxed{\text{ସରଳ ସୁଧ (Simple Interest) "I"} = \frac{P \times r \times t}{100}}$

ଏହି ସୂତ୍ରଟିରେ I, P, t, r ସଂକେତମାନ ରହିଛି । ଏଣୁ I, P, t ଓ r ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ଦତ୍ତଥିଲେ, ଏହି ସୂତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ଚତୁର୍ଥଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ । ଏହି ସୂତ୍ରକୁ ଆମେ I-P-t-r ସୂତ୍ରଭାବେ ନାମିତ କରିବା ।

ସମୂଳ ସୁଧ (Amount, 'A') = ମୂଳଧନ + ସରଳସୁଧ = $P + I = P + \frac{Prt}{100}$

$$\boxed{A = P\left(1 + \frac{rt}{100}\right)}$$

ଏହାକୁ A-P-t-r ସୂତ୍ରରୂପେ ନାମିତ କରିବା । ଏଥିରେ ଥିବା A, P, t ଓ r ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ତିନୋଟି ଦତ୍ତଥିଲେ ଏହି ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ଅନ୍ୟଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ - 8 : ମୁଁ କିଛି ଟଙ୍କା କରଜ କଲି । ବାର୍ଷିକ 8% ହାରରେ 3 ବର୍ଷ 3 ମାସ ପରେ ₹.208.00 ସୁଧ ଦେଲି । ତେବେ ମୁଁ କେତେ ଟଙ୍କା କରଜ କରିଥିଲି ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ I = ₹.208.00 , r = 8% , t = 3 ବର୍ଷ 3 ମାସ = $3\frac{1}{4}$ ବର୍ଷ

P ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା, ଏଣୁ I-P-t-r ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।

$$I = \frac{Prt}{100} \Rightarrow 208 = \frac{P \times 8 \times 3\frac{1}{4}}{100} \Rightarrow 208 \times 100 = p \times 8 \times \frac{13}{4}$$

$\Rightarrow \frac{208 \times 100 \times 4}{8 \times 13} = P$ ବା $P = ₹.\ 800.00$

ଅର୍ଥାତ୍ ମୁଁ ₹.800.00 କରିଥିଲି । (ଉ)

ଉଦାହରଣ - 9 : କୌଣସି ମୂଳଧନ 5 ବର୍ଷରେ ₹.1100ରେ ପରିଣତ ହୁଏ । ସୁଧ ଯଦି ମୂଳଧନର ତିନିଅଷ୍ଟମାଂଶ ହୋଇଥାଏ, ମୂଳଧନ ଓ ସୁଧହାର ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ଦତ୍ତ ଅଛି ଯେ, $A = ₹.\ 1100.00$, $I = \frac{3P}{8}$, $t = 5$ ବର୍ଷ, P ଓ r ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା

ଆମେ ଜାଣୁ $A = P + I \Rightarrow 1100 = P + \frac{3P}{8} \Rightarrow 1100 = \frac{8P + 3P}{8}$

$$\Rightarrow 1100 = \frac{11P}{8} \Rightarrow P = ₹.\ 800.00$$

ବର୍ତ୍ତମାନ A-P-t-r ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।

$$A = P\left(1 + \frac{rt}{100}\right) \Rightarrow 1100 = 800\left(1 + \frac{5r}{100}\right) \Rightarrow 1100 = 800 + 800 \times \frac{5r}{100}$$

$$\Rightarrow 1100 - 800 = 40r \Rightarrow 300 = 40r \Rightarrow r = \frac{300}{40} = 7.5$$

$\therefore$ ଶତକଡ଼ା ସୁଧହାର = 7.5% ଏଣୁ ମୂଳଧନ ₹.800 ଓ ସୁଧହାର 7.5% (ଉ)

ଉଦାହରଣ - 10 : ବାର୍ଷିକ 8% ସୁଧହାରରେ କୌଣସି ଏକ ମୂଳଧନର 5 ବର୍ଷର ସୁଧ, ସେହି ମୂଳଧନ ଉପରେ 12.5% ସୁଧହାରରେ 3 ବର୍ଷର ସୁଧ ଅପେକ୍ଷା ₹.250 ଅଧିକ । ମୂଳଧନ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ମୂଳଧନକୁ 'P' ଟଙ୍କା ନିଆଯାଉ ।

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସୁଧ $= \frac{Ptr}{100} = \frac{P \times 8 \times 5}{100} = \frac{2P}{5}$

ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସୁଧ $= \frac{Ptr}{100} = \frac{P \times 12.5 \times 3}{100} = \frac{P \times \frac{1}{8} \times 3}{100} = \frac{3P}{8}$ $\left[\because \frac{12.5}{100} = \frac{1}{8}\right]$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $\frac{2P}{5} - \frac{3P}{8} = 250 \Rightarrow \frac{16P - 15P}{40} = 250 \Rightarrow \frac{P}{40} = 250 \Rightarrow P = 10{,}000$

$\therefore$ ମୂଳଧନ ₹.10,000.00 (ଉ)

ନିଜକୁ ନିଜ ପରଖିବା (E_3)

1. ଶତକଡ଼ା କେତେ ସରଳସୁଧ ହାରରେ ₹.350, 6 ବର୍ଷପରେ ₹.455 ହେବ ?
2. କୌଣସି ମୂଳଧନ 20 ବର୍ଷ ପରେ ଦ୍ୱିଗୁଣିତ ହେଉଥିଲେ, ସୁଧହାର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. କୌଣସି ମୂଳଧନର ବାର୍ଷିକ 5% ହାରରେ 3 ବର୍ଷର ସରଳସୁଧ ଓ 4 ବର୍ଷର ସରଳ ସୁଧ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ₹.42, ମୂଳଧନ ସ୍ଥିର କର ।

3.4.5 ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ହିସାବ :

ପୂର୍ବପାଠରୁ ଆମେ ସରଳସୁଧ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଧାରଣା ପାଇଲେ । କିନ୍ତୁ ତୁମେମାନେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ, ବ୍ୟାଙ୍କ, ପୋଷ୍ଟଅଫିସ୍, ଜୀବନବୀମା ସଂସ୍ଥା ଆଦି ସୁଧ ହିସାବ ପାଇଁ ଅଲଗା ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରିଥାନ୍ତି । ଏହି ସଂସ୍ଥାଗୁଡ଼ିକ କିଛି ସମୟ (ଯଥା: 1 ବର୍ଷ, 6 ମାସ ବା ତିନିମାସ) ବ୍ୟବଧାନରେ ମୂଳଜମା ଉପରେ ସୁଧ ହିସାବ କରନ୍ତି ଏବଂ ଏହି ସୁଧକୁ ମୂଳଜମା ସହ ମିଶାଇ ପାଇଥିବା ସମୂଳ ସୁଧକୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟ ପାଇଁ ନୂତନ ମୂଳଧନ ଭାବରେ ନେଇ ସୁଧ ହିସାବ କରିଥା'ନ୍ତି । ଏହି ପଦ୍ଧତି ଟଙ୍କା ଜମା ଥିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଚାଲୁ ରହିଥାଏ । ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟଯେ ଗୋଟିଏ ଅବଧିରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ସୁଧ, ପୂର୍ବମୂଳ ସହ ମିଶି ନୂତନ ମୂଳରେ ପରିଣତ ହୁଏ । ଶେଷରେ ମିଳୁଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କା (ବା ସମୂଳ ସୁଧ) ଓ ପ୍ରଥମେ ରଖିଥିବା ମୂଳଧନର ବ୍ୟବଧାନକୁ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ (Compound Interest ବା C.I) ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

3.4.6 ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ହିସାବରେ ଶତକଡ଼ାର ବ୍ୟବହାର :

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 11 : ଆଦିତ୍ୟ ବାବୁ ₹.10,000 ଦୁଇ ବର୍ଷ ପାଇଁ ଏକ ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଜମା ରଖିଲେ । ବ୍ୟାଙ୍କ ବାର୍ଷିକ 5% ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧହାରରେ ଦୁଇବର୍ଷ ପରେ ତାଙ୍କୁ କେତେଟଙ୍କା ଫେରାଇବ ?

ସମାଧାନ : ମୂଳଧନ = ₹.10,000, ବ୍ୟାଙ୍କ ଦେଉଥିବା ସୁଧ ହାର = 5%

ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ : ମୂଳଧନ P_1 = ₹. 10,000 , ସମୟ = 1 ବର୍ଷ, ସୁଧହାର r = 5%

$$\text{ସୁଧ} = I_1 = \frac{Prt}{100} = \frac{10,000 \times 5 \times 1}{100} = ₹.500$$

$$\text{ସମୂଳସୁଧ } A_1 = P_1 + I_1 = ₹.10,000 + ₹.500 = ₹.10,500$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ବର୍ଷ : $P_2 = A_1$ = ₹. 10,500, t = 1 ବର୍ଷ, r = 5%

$$I_2 = \frac{Prt}{100} = \frac{10,500 \times 5 \times 1}{100} = ₹.525$$

$$A_2 = P_2 + I_2 = ₹.\ 10,500 + ₹.\ 525 = ₹.\ 11,025.00$$

ସେ ପାଇଥିବା ସୁଧ ପରିମାଣ ₹.11,025 - ₹.10,000 = ₹. 1025.00

ଅର୍ଥାତ୍ ତାଙ୍କର ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ (C.I) = ₹.1025.00। (ଉ)

ମନ୍ତବ୍ୟ : ଯଦି ସେ ସରଳ ସୁଧ ହିସାବରେ ଟଙ୍କା ଜମା ରଖିଥା'ନ୍ତେ, ତେବେ

$$\text{ସୁଧ} = \frac{Prt}{100} = \frac{10,000 \times 5 \times 2}{100} = ₹.\ 1,000.00 \text{ ପାଇଥାନ୍ତେ ।}$$

ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ, ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ, ସରଳ ସୁଧ ଅପେକ୍ଷା ଅଧିକ ।

ମନେରଖ : (i) ସମୟ ଗୋଟିଏ ବର୍ଷ ହେଲେ, ସରଳ ସୁଧ ଓ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନ ଥାଏ ।
ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି କ୍ଷେତ୍ରରେ ବର୍ଷକୁ ବର୍ଷ ମୂଳ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବା ସହ ସୁଧ ମଧ୍ୟ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ ।

(ii) 2 ବର୍ଷର ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ - 2 ବର୍ଷର ସରଳସୁଧ = $\frac{Ir}{100}$

[ଯେଉଁଠି I ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ବର୍ଷର ସରଳ ସୁଧ ଓ r ହେଉଛି ସୁଧହାର]

ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧହିସାବ : ମନେକର ଆମକୁ ₹. P ମୂଳଧନର, ବାର୍ଷିକ r % ହାରରେ, n ବର୍ଷର ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ : $P_1 = ₹\ P$, $t = 1$ ବର୍ଷ, ସୁଧହାର = r %

$$I_1 = \frac{Prt}{100} = \frac{P \times r \times 1}{100} = \frac{Pr}{100}$$

$$A_1 = P_1 + I_1 = P + \frac{Pr}{100} = P\left(1+\frac{r}{100}\right)$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ବର୍ଷ : $P_2 = A_1 = P\left(1+\frac{r}{100}\right)$, $t = 1$ ବର୍ଷ, ସୁଧ ହାର = r %

$$I_2 = \frac{Prt}{100} = P\left(1+\frac{r}{100}\right) \times 1 \times \frac{r}{100} = P\left(1+\frac{r}{100}\right) \times \frac{r}{100}$$

$$A_2 = P_2 + I_2 = P\left(1+\frac{r}{100}\right) + P\left(1+\frac{r}{100}\right) \times \frac{r}{100}$$

$$= P\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right) = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2$$

ତୃତୀୟ ବର୍ଷ : $P_3 = A_2 = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2$, $t = 1$ ବର୍ଷ, ସୁଧହାର = r %

$$I_3 = \frac{Prt}{100} = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 \times \frac{r}{100} \times 1 = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 \times \left(\frac{r}{100}\right)$$

$$A_3 = P_3 + I_3 = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 + P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 \times \frac{r}{100}$$

$$= P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2\left(1+\frac{r}{100}\right) = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^3$$

ଏଠାରେ A_3 ହେଉଛି ତୃତୀୟ ବର୍ଷ ପରେ ହୋଇଥିବା ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସମୂଳ ସୁଧ ।

ଏହିପରି n ସଂଖ୍ୟକ ବର୍ଷ ଲାଗି ପାଇବା, $A_n = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ = ଶେଷବର୍ଷର ସମୂଳସୁଧ - ପ୍ରଥମ ବର୍ଷର ମୂଳଧନ

$$= P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n - P = P\left\{\left(1+\frac{r}{100}\right)^n - 1\right\}$$

ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ହିସାବର ବିକଳ୍ପ ସୂତ୍ର

'n' ସଂଖ୍ୟକ ବର୍ଷର ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ = $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + \ldots\ldots + I_n$

ଉଦାହରଣ 12 : ₹.62,500 ର ବାର୍ଷିକ 4% ହାରରେ 2 ବର୍ଷର ସମୂଳ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି କେତେ ହେବ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ P = ₹. 62,500, r = 4, n = 2

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n = 62500\left(1+\frac{4}{100}\right)^2 = 62500\left(1+\frac{1}{25}\right)^2 = 62500\left(\frac{26}{25}\right)^2 = ₹.67600$$

∴ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସମୂଳସୁଧ = ₹.67600 (ଉ)

ଉଦାହରଣ -13 : ₹. 33,280 ର ବାର୍ଷିକ $12\frac{1}{2}$ % ହାର ସୁଧରେ 3 ବର୍ଷର ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ P = ₹.33280 ; $r = 12\frac{1}{2}\%$, n = 3

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n = 33280\left(1+\frac{25}{200}\right)^3 = 33280\left(1+\frac{1}{8}\right)^3 = 47385.00$$

∴ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ = A – P = ₹. 47385 - ₹.33280 = ₹.14,105.00 (ଉ)

ଟୀକା : ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ ପ୍ରତି ବର୍ଷ ଶେଷରେ ସୁଧ ହିସାବ କରି ପ୍ରାପ୍ତ ସୁଧକୁ ମୂଳଧନ ସହ ମିଶାଇ ସମୂଳସୁଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁଥିଲୁ ଏବଂ ଉକ୍ତ ସମୂଳସୁଧକୁ ପରବର୍ଷର ମୂଳରୂପେ ନେଉଥିଲୁ । ଏହାକୁ "ବାର୍ଷିକ ଦେୟ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି" ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ପ୍ରତି ମୋସରେ ସୁଧ ହିସାବ କରି ତାକୁ ମୂଳଧନ ସହ ଏକତ୍ର ନେଇ ପ୍ରାପ୍ତ ସମୂଳସୁଧକୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ 6 ମାସ ଲାଗି ମୂଳଧନ ରୂପେ ନେଇ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସୁଧ ହିସାବ କରିପାରୁ । ଏହାକୁ "ଷଡ଼ମାସିକ ଦେୟ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି" କୁହାଯାଏ । "ତ୍ରୟମାସିକ ଦେୟ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି" କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରତି 3 ମାସରେ ହିସାବ କରାଯାଉଥିବା ସୁଧକୁ ମୂଳଧନ ସହ ମିଶାଯାଇ ନୂତନ ମୂଳଧନ ସ୍ଥିର କରାଯାଏ ଏବଂ ସେହି ମୂଳଧନ ଉପରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ତିନିମାସର ସୁଧ ହିସାବ କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ 14 : ଷଡ଼ମାସିକ ଦେୟ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି କ୍ଷେତ୍ରରେ ₹.2000 ର ବାର୍ଷିକ $12\frac{1}{2}$% ସୁଧହାରରେ, 1 ବର୍ଷ 6 ମାସର ସମୂଳ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ବାର୍ଷିକ ସୁଧହାର = $12\frac{1}{2}$ %

∴ ଅର୍ଦ୍ଧବାର୍ଷିକ / ଷଡ଼ମାସିକ ଦେୟ ସୁଧ ହାର = $\frac{12\frac{1}{2}}{2} = 6\frac{1}{4}$ % ହେବ ।

ମୂଳଧନ P = ₹.2000

ସମୟ ଅବଧି 1 ବର୍ଷ 6 ମାସ = 3ଟି ଷଡ଼ମାସିକ ଅବଧି, ଅର୍ଥାତ୍ ଏଠାରେ n = 3

∴ ସମୂଳ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n = 2000\left(1+\frac{6\frac{1}{4}}{100}\right)^3 = 2000\left(1+\frac{25}{400}\right)^3$

$= 2000 \times \frac{4913}{4096} =$ ₹. $\frac{9826000}{4096} =$ ₹. 2398.90 (ଉ)

ଟୀକା : ପ୍ରଶ୍ନରେ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧହାର ଦିଆଯାଇଥିଲେ ଆମେ ତାକୁ 'ବାର୍ଷିକ ଦେୟ' ବୋଲି ବୁଝିବା । 'ଷଡ଼ମାସିକ' ବା 'ତ୍ରୈମାସିକ ଦେୟ' କୁହାଯାଇଥିଲେ ହିଁ ସେହି ଅନୁଯାୟୀ ହିସାବ କରାଯିବ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_4) :

1. ₹.15000ର 8% ସୁଧ ହାରରେ ଦୁଇବର୍ଷର ସମୂଳ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସ୍ଥିର କର ।
2. ₹.11,200ର 10% ସୁଧ ହାରରେ ଦୁଇବର୍ଷର ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ସ୍ଥିର କର ।
3. ତ୍ରୈମାସିକ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧଦେୟରେ ₹.24,000ର 10% ସୁଧ ହାରରେ 9ମାସର ସମୂଳ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3.5. ଅନୁପାତ ଓ ସମାନୁପାତ :

ଦୁଇଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ପରିମାଣ (ସମ ଏକକ ବିଶିଷ୍ଟ)ର ତୁଳନା କଲାବେଳେ ଅନୁପାତର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଏ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଶଦ ଆଲୋଚନା ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ।

3.5.1 ଅନୁପାତ : ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ଅନେକ ସମୟରେ ତୁଳନା କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ । ଯେପରିକି :

(କ) ମୋ ବାପାଙ୍କର ବୟସ ମୋ' ସାନ ଭାଇ ବୟସର 3 ଗୁଣ ।

(ଖ) ମୋ ଶ୍ରେଣୀକକ୍ଷର ପ୍ରସ୍ଥ ହେଉଛି ଲମ୍ବର ଆଧା ।

(ଗ) ଗୀତା, ଅଞ୍ଜଳୀ ଠାରୁ ଗଣିତରେ 25 ନମ୍ବର ଅଧିକ ରଖିଛି ।

(ଘ) ବିଭୁ, ସୋନୁ ଠାରୁ 5 ବର୍ଷ ସାନ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ (କ) ଓ (ଖ) କ୍ଷେତ୍ରରେ ତୁଳନା କରିବା ପାଇଁ ତୁମେ କ'ଣ କଲ ? (ହରଣ)

ମାତ୍ର (ଗ) ଓ (ଘ) କ୍ଷେତ୍ରରେ ତୁଳନା କରିବା ପାଇଁ କ'ଣ କଲ ? (ବିୟୋଗ)

(କ) ଓ (ଖ) କ୍ଷେତ୍ରରେ 'କେତେଗୁଣ ବା କେତେଭାଗରୁ କେତେ ଭାଗ' କହି ତୁଳନା କରାଯାଇଛି ।

(ଗ) ଓ (ଘ) କ୍ଷେତ୍ରରେ 'କେତେ ବଡ ବା କେତେ ସାନ' କୁହାଯାଇ ତୁଳନା କରାଯାଇଛି ।

(କ) ଓ (ଖ) କ୍ଷେତ୍ରରେ ତୁଳନାକୁ ଅନୁପାତ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ ।

ଉକ୍ତି (କ)କୁ ଆମେ କହୁ, 'ସାନ ଭାଇର ବୟସ 1 ଗୁଣ ହେଲେ ବାପାଙ୍କ ବୟସ 3 ଗୁଣ' ।

ଆମେ କହିପାରିବା, 'ବାପା ଓ ଭାଇଙ୍କ ବୟସର ଅନୁପାତ 3:1' ।

ଏହାକୁ ଆମେ ପଢୁ "3 ଅନୁପାତ 1" ।

ଅନୁପାତର ଚିହ୍ନ ହେଉଛି ':' । ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟକୁ ଅନୁପାତର ପଦ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

3 କୁ କୁହାଯାଏ ପୂର୍ବପଦ ଓ 1କୁ କୁହାଯାଏ ପରପଦ ।

ମନେରଖ :

→ a:b ରେ a ଓ b ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧନାତ୍ମକ ହେବା ବିଧେୟ ।

→ a:b ହେଉଛି $\frac{a}{b}$ ର ଅନ୍ୟ ଏକ ରୂପ

→ ଅନୁପାତକୁ ସର୍ବଦା ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

→ ଅନୁପାତର କୌଣସି ଏକକ ନ ଥାଏ । (* ପରେ ଥିବା ଦେଖ)

→ ଗୋଟିଏ ଅନୁପାତର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ କୌଣସି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ ବା ହରଣ କଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁପାତ, ମୂଳ ଅନୁପାତ ସହ ସମାନ ହେବ ।

→ ଗୋଟିଏ ଅନୁପାତର ପଦଦ୍ୱୟର କ୍ରମ ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ, ଏହାର ବ୍ୟସ୍ତ ଅନୁପାତ ମିଳେ ।

→ ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ଅନୁପାତ ମଧ୍ୟ ସମ୍ଭବ ।

→ ଦୁଇଟି ପରିମାପର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଉଭୟକୁ ଗୋଟିଏ ଏକକରେ ନେଇ ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ । ଯଥା : 3ମି. ଓ 75 ସେ.ମି.ର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ଆମେ 300 ସେ.ମି ଓ 75 ସେ.ମି.ର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଏହା ହେବ 4:1

ଟୀକା : ବେଗ = $\frac{\text{ଦୂରତା}}{\text{ସମୟ}}$ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ଅନୁପାତ । ଏହାର ଏକକ ହେଉଛି ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି କି.ମି. ବା ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି ମି.

ଉଦାହରଣ - 15 : $4\frac{1}{2}$ ଓ $2\frac{3}{5}$ ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $4\frac{1}{2}$ ଓ $2\frac{3}{5}$ ମଧ୍ୟରେ ଅନୁପାତ = $\frac{9}{2} : \frac{13}{5}$

$= \frac{9}{2} \times 10 : \frac{13}{5} \times 10$ (ଉଭୟ ପଦକୁ 10 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଗଲା)

$= 9 \times 5 : 13 \times 2 = 45:26$ (ଉ)

ଉଦାହରଣ - 16 : ଗୋଟିଏ ଟେବୁଲ ଓ ଗୋଟିଏ ଚଉକିର ଦାମ୍‌ର ଅନୁପାତ 8 : 3 । ଗୋଟିଏ ଚଉକିର ଦାମ୍ ₹.150 ହେଲେ, ଗୋଟିଏ ଟେବୁଲ୍‌ର ଦାମ୍ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଟେବୁଲ୍‌ର ଦାମ୍ : ଚଉକିର ଦାମ = 8 : 3 (ଦତ୍ତ)

$\frac{\text{ଗୋଟିଏ ଟେବୁଲର ଦାମ୍}}{\text{ଗୋଟିଏ ଚଉକିର ଦାମ୍}} = \frac{8}{3}$ [∵ଅନୁପାତର ଅନ୍ୟରୂପ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା]

$\Rightarrow \frac{\text{ଗୋଟିଏ ଟେବୁଲର ଦାମ୍}}{150} = \frac{8}{3}$

∴ ଗୋଟିଏ ଟେବୁଲ୍‌ର ଦାମ୍ = $\frac{8}{3} \times 150$ ₹ = ₹.400

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_5) :

1. ₹.84 କୁ 5:7 ରେ ଭାଗ କର ।
2. 11 : 21 ଓ 19 : 28 ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ଅନୁପାତଟି ବଡ଼ ?
3. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ଅନୁପାତ 2:5:8 । ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

3.5.2 ସମାନୁପାତ :

ଦୁଇଟି ଅନୁପାତର ସମାନତାକୁ ସମାନୁପାତ କୁହାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀରେ ମୋଟ ପିଲା ସଂଖ୍ୟା 60 ଓ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବାଳିକା 28 ଜଣ ଏବଂ ଅବଶିଷ୍ଟ ବାଳକ । ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀରେ ମୋଟ ପିଲା ସଂଖ୍ୟା 45 ଓ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବାଳକ 24 ଜଣ ଓ ଅବଶିଷ୍ଟ ବାଳିକା ।

ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀରେ ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା 28 ଓ ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା = 60 – 28 = 32

∴ ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା : ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା = 32 : 28 = 8 : 7

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀରେ ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା = 45 – 24 = 21

∴ ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା : ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା = 24:21 = 8 : 7

ଆମେ ଦେଖିଲେ ଅଷ୍ଟମ ଓ ସପ୍ତମ ଉଭୟ ଶ୍ରେଣୀର ବଳକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ ସମାନ ।

ଆମେ କହୁ ଉଭୟ ଶ୍ରେଣୀରେ ବାଳକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା ସମାନୁପାତ ବିଶିଷ୍ଟ ।

a, b, c ଓ d ଚାରୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ a:b = c:d ହେଲେ ଆମେ କହୁ a, b, c ଓ d ସମାନୁପାତ ବିଶିଷ୍ଟ ।

ଅନୁପାତର ସମାନତା ବା ସମାନୁପାତର ଚିହ୍ନ ହେଉଛି : : ।

ସଂକେତରେ ଆମେ ଲେଖୁ a:b::c:d

a:b::c:d ସମାନୁପାତରେ a କୁ ପ୍ରଥମପଦ, b କୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ, c କୁ ତୃତୀୟ ଓ d କୁ ଚତୁର୍ଥ ପଦ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଥମ ଓ ଚତୁର୍ଥ ପଦକୁ "ପ୍ରାନ୍ତପଦ" ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ପଦକୁ "ମଧ୍ୟ ପଦ" ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଚତୁର୍ଥପଦକୁ "ଚତୁର୍ଥ ସମାନୁପାତୀ" ବୋଲି କୁହାଯାଇଥାଏ ।

ସମାନୁପାତର ବିଭିନ୍ନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ

a, b, c ଓ d ସମାନୁପାତୀ (ଉକ୍ତି-ରୂପ)

a:b::c:d (ସାଙ୍କେତିକ ରୂପ)

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$ (ସମୀକରଣ ରୂପ)

ଶେଷରେ ଦେଖିଲେ -

ପ୍ରାନ୍ତପଦ ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ = ମଧ୍ୟପଦ ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ
ଅର୍ଥାତ୍ a:b::c:d କ୍ଷେତ୍ରରେ a x d = b x c

ଉଦାହରଣ 17 : 8, 12, a ଓ 27 ସମାନୁପାତୀ ହେଲେ a ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : 8, 12, a ଓ 27 ସମାନୁପାତୀ ଅର୍ଥାତ୍ 8:12 = a:27

$\Rightarrow 8 \times 27 = 12 \times a$ (ପ୍ରାନ୍ତ ପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ = ମଧ୍ୟପଦ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ)

$\Rightarrow a = \frac{8 \times 27}{12} = 18$ (ଉ)

ଉଦାହରଣ -18 : 42, 36 ଓ 35 ର ଚତୁର୍ଥ ସମାନୁପାତୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର 42, 36, 35 ର ଚତୁର୍ଥ ସମାନୁପାତୀ x ।

$\therefore 42 : 36 = 35 : x \Rightarrow 42 \times x = 36 \times 35$

$\Rightarrow x = \frac{36 \times 35}{42} = 30$ (ଉ)

ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କ୍ରମିକ ସମାନୁପାତ ସମ୍ପର୍କ :

ଯଦି a:b = b:c ହୁଏ, ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ a, b ଓ c କ୍ରମିକ ସମାନୁପାତୀ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଏଠାରେ b କୁ ମଧ୍ୟପଦ ବା ମଧ୍ୟସମାନୁପାତୀ ଓ c କୁ ତୃତୀୟ ସମାନୁପାତୀ କୁହାଯାଏ ।

$a:b::b:c \Rightarrow a \times c = b \times b$ ହେବ

$\Rightarrow ac = b^2$ ବା $b = \sqrt{ac}$

ପ୍ରାନ୍ତପଦଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ = ମଧ୍ୟପଦର ବର୍ଗ

ଯଥା : 3, 9, 27 କ୍ରମିକ ସମାନୁପାତୀ ହେବେ, କାରଣ $3 \times 27 = 9^2 = 81$

ଉଦାହରଣ - 19 : 12 ଓ 48 ର ମଧ୍ୟସମାନୁପାତୀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର 12 ଓ 48 ର ମଧ୍ୟସମାନୁପାତୀ x

$\therefore$ 12, x ଓ 48 କ୍ରମିକ ସମାନୁପାତୀ, ଏଣୁ $\frac{12}{x} = \frac{x}{48}$

$\Rightarrow x^2 = 12 \times 48 \Rightarrow x = \sqrt{12 \times 48} = 24$ (ଉ)

ଉଦାହରଣ - 20 : 11, 26 ଓ 86 ପ୍ରତ୍ୟେକରୁ କେତେ ବିୟୋଗକଲେ, ବିୟୋଗଫଳ ଗୁଡ଼ିକ କ୍ରମିକ ସମାନୁପାତୀ ହେବେ ?

ସମାଧାନ : ମନେକର 11, 26 ଓ 86 ପ୍ରତ୍ୟେକରୁ x ବିୟୋଗକଲେ, ବିୟୋଗଫଳ ଗୁଡ଼ିକ କ୍ରମିକ ସମାନୁପାତୀ ହେବେ ।

$\therefore 11 - x, 26 - x$ ଓ $86 - x$ କ୍ରମିକ ସମାନୁପାତୀ

ଅର୍ଥାତ୍ $(11 - x) : (26 - x) = (26 - x) : (86 - x) \Rightarrow (26 - x)^2 = (11 - x)(86 - x)$

$\Rightarrow 676 - 52x + x^2 = 946 - 11x - 86x + x^2$

$\Rightarrow 97x - 52x = 946 - 676 \Rightarrow 45x = 270 \Rightarrow x = 6$

$\therefore$ 11, 26 ଓ 86 ପ୍ରତ୍ୟେକରୁ 6 ବିୟୋଗ କଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା 5, 20 ଓ 80 କ୍ରମିକ ସମାନୁପାତୀ ହେବେ ।(ଉ)

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_6) :

1. 80, 64, x ଓ 24 ସମାନୁପାତୀ ହେଲେ, x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
2. 80 ଓ 20 ର ତୃତୀୟ ସମାନୁପାତୀ କେତେ ?
3. 20, 18 ଓ 40 ର ଚତୁର୍ଥ ସମାନୁପାତୀ ସ୍ଥିର କର ।

3.6 - ଚଳନ ଓ ଏହାର ପ୍ରୟୋଗ

3.6.1 ଚଳନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ଧାରଣା :-

'ଚଳନ' ଶବ୍ଦ ଏଠାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନକୁ ସୂଚାଏ । ଅନେକ ସମୟରେ ଗୋଟିଏ ରାଶିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଅନ୍ୟ ଏକ ରାଶିକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରେ ନାହିଁ । ଯଥା, ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିର ଉଚ୍ଚତା ଓ ତା'ର ଆୟ । ମାତ୍ର ଅନ୍ୟ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ରାଶିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିଲେ, ତାହା ଅନ୍ୟ ଏକ ରାଶିକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରେ । ଯଥା, ବିକ୍ରି କରାଯାଉଥିବା ବସ୍ତୁର ପରିମାଣ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲେ, ତା'ର ଦାମ ବୃଦ୍ଧିପାଏ । ଯେଉଁ ରାଶି ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ, ତାକୁ **ଚଳରାଶି** କୁହାଯାଏ ଏବଂ ପରିବର୍ତ୍ତନ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଚଳନ କୁହାଯାଏ ।

3.6.2 ସଳଖ ଚଳନ :

ବସ୍ତୁର ପରିମାଣ ଏବଂ ଏହାର ଦାମ, ଉଭୟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି । ବସ୍ତୁର ପରିମାଣ ଯେତିକି ଗୁଣ ହୁଏ, ଦାମ ମଧ୍ୟ ସେତିକି ଗୁଣ ହୁଏ (ଏହା ଏକ ସାଧାରଣ ଅଭିଜ୍ଞତା) । ଏ ପ୍ରକାର ଚଳନକୁ ସଳଖ ଚଳନ କୁହାଯାଏ ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\frac{\text{ବସ୍ତୁର ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମାଣ}}{\text{ବସ୍ତୁର ପ୍ରଥମ ପରିମାଣ}} = \frac{\text{ଦ୍ୱିତୀୟ ଦାମ୍}}{\text{ପ୍ରଥମ ଦାମ୍}}$

ବସ୍ତୁର ପରିମାଣକୁ x ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଗଲେ, ପ୍ରଥମ ପରିମାଣ ଲାଗି ନେବା x_1 କିଲୋ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମାଣ ଲାଗି ନେବା x_2 କିଲୋ । ଦାମକୁ y ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଇଲେ, ପ୍ରଥମ ଦାମ ଲାଗି ନେବା y_1 ଟଙ୍କା ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଲାଗି ନେବା y_2 ଟଙ୍କା। ତେବେ ଆମେ ପାଇବା $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}$ ।

(ବସ୍ତୁର ପରିମାଣ ଯେତେଗୁଣ, ଦାମ ମଧ୍ୟ ସେତେ ଗୁଣ)

> ଆମେ ଜାଣିଲେ,
> ଚଳରାଶି x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ରହିଲେ, ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ହୁଏ, $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}$ ..... (A)
> (x ଯେତେଗୁଣ ହୁଏ, y ମଧ୍ୟ ସେତେଗୁଣ ହୁଏ ।)

ସଳଖ ଚଳନର ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଗୋଟିଏ ଚକୋଲେଟ୍‌ର ଦାମ୍ ₹.5 ବୋଲି ଧରିନିଆଯାଉ । ତଳେ ଥିବା ସାରଣୀରେ ଚକୋଲେଟର ସଂଖ୍ୟା (x) ଓ ଦାମ (y) ଲେଖାଯାଇଛି । ପରେ ଚକୋଲେଟ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା ଓ ତା'ର ଦାମର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି ।

ସାରଣୀଟିକୁ ଦେଖ ।

ଚକୋଲେଟ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା (x)	9	12	24	45	66
ଚକୋଲେଟ୍‌ର ଦାମ୍(y)(₹.ରେ)	45	60	120	225	330
$\frac{x}{y}$ ର ମାନ	$\frac{9}{45} = \frac{1}{5}$	$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$	$\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$	$\frac{45}{225} = \frac{1}{5}$	$\frac{66}{330} = \frac{1}{5}$

(ଟୀକା : ଗୋଟିଏ ଚକୋଲେଟ୍‌ର ଦାମ୍‌କୁ ନେଇ ଐକିକ ଧାରାରେ ଚକୋଲେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକର ଦାମ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି ।)

ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଯେ, ଚକୋଲେଟ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା ଓ ତା'ର ଦାମର ଅନୁପାତ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି । ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{x}{y}$ ର ମାନ ସର୍ବଦା ସ୍ଥିର । ଏପରି ସ୍ଥିର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଧ୍ରୁବକ (Constant) ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ k ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

ମନେରଖ : x ଓ y ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥିଲେ,

ଆମେ ଲେଖୁ $x \propto y$ (x varies as y ବୋଲି ପଢୁ)

ଏବଂ ଆମେ ଜାଣିଲେ $x = ky$.....(B) ଯେଉଁଠି k ଏକ ଧ୍ରୁବକ ।

ଉଦାହରଣ -21 : ଗୋଟିଏ ବସ୍‌ରେ 45କି.ମି. ଯିବା ଲାଗି ₹.28.80 ଭଡ଼ା ଲାଗେ । ସେହି ବସ୍‌ରେ 27କି.ମି. ଯିବା ଲାଗି କେତେ ଭଡ଼ା ଲାଗିବ ?

ସମାଧାନ : ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଦୂରତା ଯେତେଗୁଣ ହେବ, ଭଡ଼ା ମଧ୍ୟ ସେତେଗୁଣ ହେବ । ଏଣୁ ଦୂରତା (x) ଓ ଭଡ଼ା (y) ମଧ୍ୟରେ ସଳଖଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି । ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

	ଦୂରତା (x) (କି.ମି.ରେ)	ଭଡ଼ା (y) (₹.ରେ)
ପ୍ରଥମ ଥର	$x_1 = 45$	$y = 28.80$
ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର	$x_2 = 27$	$y_2 = ?$

ସୂତ୍ର (A) ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା ପାଇବା, $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}$ (x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ସଳଖଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥିବା ହେତୁ)

$\Rightarrow \frac{27}{45} = \frac{y_2}{28.80}$ (x_1, x_2 ଓ y_1 ର ମାନ ବସାଇଲେ)

$\Rightarrow y_2 = \frac{27 \times 28.80}{45} =$ ₹.17.28

∴ 27 କି.ମି. ବାଟଯିବା ଲାଗି ₹.17.28 ଭଡ଼ା ଲାଗିବ । (ଉ)

ସୂତ୍ର (B) ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରିବ । ନିଜେ କର ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_7) :

1. x ଓ y ରାଶିଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ଥିଲେ, ସାରଣୀରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

x	28	60	
y	7		18

2. ଆଶୁତୋଷ 6 ମିନିଟ୍‌ରେ 540ଟି ଶବ୍ଦ ଟାଇପ୍ କରିପାରେ । ତେବେ ସେ 5 ମିନିଟ୍‌ରେ କେତୋଟି ଶବ୍ଦ ଟାଇପ୍ କରିପାରିବ ?

3. 11 ଜଣ ଶ୍ରମିକ $6\frac{3}{4}$ ମିଟର ଲମ୍ବର ଏକ ସୁଡ଼ଙ୍ଗ ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ଖୋଳି ପାରନ୍ତି । ସେହିପରି 27ମିଟର ଅନ୍ୟ ଏକ ସୁଡ଼ଙ୍ଗକୁ ଏକ ଦିନରେ ଖୋଳିବା ପାଇଁ କେତେ ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଆବଶ୍ୟକ ହେବେ ?

3.6.3 ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ :

ଯଦି ଦୁଇଟି ଚଳରାଶି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ମାନ ଯେତେଗୁଣ ହୁଏ, ଅନ୍ୟଟିର ମାନ ସେତିକି ଭାଗରୁ ଏକ ଭାଗ ହୁଏ, ତେବେ ରାଶିଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ **ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ** ସମ୍ପର୍କ ଥିବାର କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ଉଦାହରଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କଲାବେଳେ, ଆମେ ନିୟୋଜିତ ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଗୁଣ କଲେ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଶେଷ ହେବାର ସମୟ ଅଧା ହେବ, ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ ନିୟୋଜିତ ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ଏକ-ତୃତୀୟାଂଶ ହେଲେ, କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷ ହେବା ସମୟ ତିନିଗୁଣ ହେବ । ତେଣୁ ଆମେ କହିବା ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ କାର୍ଯ୍ୟଶେଷ ହେବାର ସମୟ ଅବଧି ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥାଏ ।

ଗୋଟିଏ ଗାଡ଼ିର ବେଗ ଓ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ବନ୍ଧ ଥାଏ ।

ଯଦି ବେଗ (x) ର ପ୍ରଥମ ମାନ x_1 ,. ବେଳେ ସମୟ (y) ର ମାନ y_1 ହୁଏ ଏବଂ x ର ପରିବର୍ତ୍ତିତ ମାନ x_2 ହେଲେ, y ର ପରିବର୍ତ୍ତିତ ମାନ y_2 ହୁଏ, ତେବେ x_2, x_1 ର ଯେତେ ଗୁଣ, y_2, y_1 ର ସେତିକି ଭାଗରୁ 1 ଭାଗ ହେବ ।

ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_1}{y_2}$

ଆମେ ଜାଣିଲେ,

ପରସ୍ପର ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଦୁଇଟି ଚଳରାଶି ମଧ୍ୟରୁ ଯଦି ଗୋଟିଏ ରାଶି ଯେତେଗୁଣ ହୁଏ, ଅନ୍ୟଟି ସେତିକି ଭାଗରୁ ଏକ ଭାଗ ହୁଏ, ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ରାଶି ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲେ, ଅନ୍ୟଟି ସେହି ଅନୁପାତରେ ହ୍ରାସ ପାଏ, ସେପରି ଚଳରାଶି ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥିବାର କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହି ସମ୍ପର୍କକୁ ସଙ୍କେତରେ $y \propto \frac{1}{x}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ । (ଏହାକୁ y varies as $\frac{1}{x}$ ବା y varies inversely as x ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।)

ନିମ୍ନସାରଣୀରେ ଥିବା ଶ୍ରମିକମାନଙ୍କର ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା (x) ଓ ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା (y) ଦିଆଯାଇଛି । ପୁନଶ୍ଚ x ଓ y ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ମାନ ଲାଗି x x y ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି ।

ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା (x)	20	40	16	10	8
କାର୍ଯ୍ୟସମ୍ପାଦନର ସମୟ (y) (ଦିନରେ)	8	4	10	16	20
$x \times y$	160	160	160	160	160

ଟୀକା : ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସାରଣୀର ପ୍ରଥମ ତଥ୍ୟ 20 ଜଣ ଶ୍ରମିକଙ୍କୁ 8 ଦିନ ସମୟ ଲାଗିଲେ, 40 ଜଣ, 16 ଜଣ, 10 ଜଣ ଓ 8 ଜଣ ଶ୍ରମିକଙ୍କୁ କେତେଦିନ ଲାଗିବ ତାହା ଆମେ ଜାଣିଥିବା ଐକିକ ଧାରାରୁ ନିର୍ଣ୍ଣିତ ହୋଇଛି ।

ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ x ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ହେଲେ, y ର ମାନ ହ୍ରାସ ପାଉଛି ବା x ର ମାନ ହ୍ରାସ ପାଇଲେ y ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ହେଉଛି । ମାତ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତିରେ $x \times y$ ର ମାନ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ବା ଧ୍ରୁବକ (160) ହେଉଛି ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ : x ଓ y ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥିଲେ $x \times y = k$ (ଧ୍ରୁବକ) ଲେଖାଯାଏ ।

ଅଥବା $y \propto \frac{1}{x}$ ଲେଖାଯାଏ ।

ଆମେ ଲେଖୁ $y \times x = k$ ..... (C) ବା $x_1 y_1 = x_2 y_2$ ..... (D)

ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନରେ ସମ୍ବନ୍ଧିତ କେତୋଟି ଚଳରାଶିର ଉଦାହରଣ ଦେଖ ।

(i) ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିବାରେ ନିୟୋଜିତ ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନର ସମୟ ଅବଧି ।

(ii) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣ ଟଙ୍କା ଦେଇ କିଣାଯାଉଥିବା ବସ୍ତୁ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପ୍ରତି ବସ୍ତୁର ମୂଲ୍ୟ ।

(iii) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଥିବା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ।

(iv) ଏକ ମଟରଗାଡ଼ିର ବେଗ ଓ ସେହି ବେଗରେ ଗତିକରି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାକୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟ ଅବଧି ।

ଉଦାହରଣ - 22: 36 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଗୋଟିଏ କାମକୁ 25 ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି । 15 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ସେହି କାମଟିକୁ କେତେଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ ? (ଅବଶ୍ୟ ଆମେ ଧରି ନେଉଛୁ ଯେ ସମସ୍ତ ଶ୍ରମିକଙ୍କର କାର୍ଯ୍ୟ ଦକ୍ଷତା ସମାନ)

ସମାଧାନ:

ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା (x)	$x_1 = 36$	$x_2 = 15$
ସମୟ ଅବଧି ଦିନ ସଂଖ୍ୟାରେ (y)	$y_1 = 25$	$y_2 = ?$

ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା (x) ଓ ସମୟ ଅବଧି (y) ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ହେତୁ,

$x_1 y_1 = x_2 y_2$ (ସୂତ୍ର - D)

$\Rightarrow 36 \times 25 = 15 \times y_2$

$\Rightarrow y_2 = \frac{36 \times 25}{15} = 60$

∴ 15 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ସେହି କାମଟିକୁ 60 ଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ । (ଉ)

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_8):

1. ଗୋଟିଏ ପାଣିଟାଙ୍କିରେ 12ଟି ପାଇପ ଲାଗିଛି । 8ଟି ପାଇପ ଖୋଲାଥିଲେ ଟାଙ୍କିଟି 6 ଘଣ୍ଟାରେ ଜଳପୂର୍ଣ୍ଣ ହୁଏ, ତେବେ ସମସ୍ତ ପାଇପ ଖୋଲିଦେଲେ ଏହା କେତେ ସମୟରେ ଜଳପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ ? (ଧରି ନିଆଯାଉ ଯେ ପାଇପ୍‌ଗୁଡ଼ିକର ଗୋଲେଇ ସମାନ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକରେ ସମାନ ବେଗରେ ପାଣି ପ୍ରବାହିତ ହୁଏ ।)

2. ଗୋଟିଏ ଦିଆସିଲି ଡବାରେ 48 ଟି କାଠି ରଖିଲେ ସମୁଦାୟ କାଠି ରଖିବା ପାଇଁ 56ଟି ଡବା ଦରକାର । ସବୁତକ କାଠିକୁ 64 ଟି ଡବାରେ ରଖିଲେ, ପ୍ରତି ଡବାରେ କେତୋଟି କାଠି ରହିବ ?

3.6.4 ଯୌଥ ଚଳନ :

ତୁମମାନଙ୍କର ନିଉଟନ୍‌ଙ୍କ ଗତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମଟି ମନେ ଥିବ । କୌଣସି ବସ୍ତୁ ଉପରେ ବଳ ପ୍ରୟୋଗକଲେ ଯେଉଁ ତ୍ୱରଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ, ତାହା ପ୍ରଯୁକ୍ତ ବଳ ସହ ସମାନୁପାତୀ ଓ ବଳ ସ୍ଥିର ଥିଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ତ୍ୱରଣ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସହିତ ପ୍ରତିଲୋମାନୁପାତୀ ।

ଉକ୍ତିର ପ୍ରଥମ ଭାଗ : ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସ୍ଥିର ଥିଲେ, ତ୍ୱରଣ ଓ ବଳ ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥାଏ, ଏହାକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କଲେ ଆମେ ଦେଖିବା, ଯଦି ବସ୍ତୁଟିର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m , ସେଥିରେ ପ୍ରଯୁକ୍ତ ହେଉଥିବା ବଳର ପରିମାଣ F ଓ ଉତ୍ପନ୍ନ ତ୍ୱରଣ a ହୁଏ, ତେବ ନିୟମ ଅନୁସାରେ

$a \propto F$ ଯେତେବେଳେ m ର ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥିର ଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ F ବୃଦ୍ଧି ହେଲେ, a ର ମୂଲ୍ୟ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ, ଯଦି m ସ୍ଥିର ଥିବ ।

ଉକ୍ତିର 2ୟ ଭାଗ : ମାତ୍ର F ସ୍ଥିର ଥିବାବେଳେ, ତ୍ୱରଣ ଓ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ସମ୍ପର୍କ ଚଳନ ଥାଏ । ଏଥିରୁ ଜାଣିଲେ, F ସ୍ଥିର ଥିଲେ, $a \propto \frac{1}{m}$

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଏକ ଉଦାହରଣ : 30 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 40ମି ଦୀର୍ଘ ରାସ୍ତାକୁ 32 ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି ।

ଏଥିରେ ଥିବା ତିନୋଟି ତଥ୍ୟ, ଯଥା : ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା, ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ଦତ୍ତଥିଲେ, ଆମେ ତୃତୀୟଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଥାଉ । ସେହି ସମାଧାନ ପ୍ରଣାଳୀରୁ ଆମେ ଜାଣୁ -

ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା (n) ସ୍ଥିର ଥିବା ବେଳେ, ସମୟ ପରିମାଣ (t) ଅଧିକ ହେଲେ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l) ସମାନୁପାତିକ ଭାବେ ଅଧିକ ହୁଏ ।

ଅନ୍ୟ କଥାରେ, n ସ୍ଥିର ଥିଲେ, $l \propto t$

ପୁନଶ୍ଚ ସମୟ ପରିମାଣ (t) ସ୍ଥିର ଥିଲେ, ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା (n) ଅଧିକ ହେଲେ, ନିର୍ମିତ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନୁପାତିକ ଭାବରେ ଅଧିକ ହୁଏ ।

ଅନ୍ୟ କଥାରେ t ସ୍ଥିର ଥିଲେ, $l \propto n$

ଏହି ପରିସ୍ଥିତି ଦ୍ୱୟରେ, ଚଳନ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ **ଯୌଥ ଚଳନ** କୁହାଯାଏ ।

ଯୌଥ ଚଳନର ନିୟମ :

(i) ମନେକରାଯାଉ a, b ଓ c ତିନୋଟି ଅଣଶୂନ୍ୟ ଚଳରାଶି ।

c ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ଥିଲେ, $a \propto b$ ଏବଂ b ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ଥିଲେ, $a \propto c$

ତେବେ ଉଭୟ b ଓ c ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଲେ, $a \propto bc$

ଅର୍ଥାତ୍ $a = k \times bc$, ଯେଉଁଠି k ଏକ ଧ୍ରୁବକ ।

ଏହାର ଅନ୍ୟ ରୂପ ହେଉଛି, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1 \times c_1}{b_2 \times c_2}$

(ii) ମନେକରାଯାଉ a,b ଓ c ତିନୋଟି ଅଣଶୂନ୍ୟ ଚଳରାଶି ।

c ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ଥିଲେ, $a \propto b$ ଏବଂ b ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ଥିଲେ, $a \propto \frac{1}{c}$

ତେବେ, ଉଭୟ b ଓ c ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଲେ, $a \propto \frac{b}{c}$ ଅର୍ଥାତ୍ $a = k \times \frac{b}{c}$, ଯେଉଁଠି k ଏକ ଧ୍ରୁବକ ।

ଏହାର ଅନ୍ୟ ରୂପ ହେଉଛି, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1 \times c_2}{b_2 \times c_1}$

ଉଦାହରଣ 23 : 15 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 150 ମିଟର ଲମ୍ବର ଏକ ରେଳଲାଇନ୍ ମରାମତି ପାଇଁ 45 ଦିନ ସମୟ ନିଅନ୍ତି । ତେବେ 39 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 260 ମିଟର ଲମ୍ବର ରେଳ ଲାଇନ୍ ମରାମତି ପାଇଁ କେତେ ଦିନ ସମୟ ନେବେ ?

ସମାଧାନ:

ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା (x)	ମିଟର ଏକକରେ ରେଳଲାଇନ୍‌ର ଲମ୍ବ (y)	ଦିନସଂଖ୍ୟା z
$x_1 = 15$	$y_1 = 150$	$z_1 = 45$
$x_2 = 39$	$y_2 = 260$	$z_2 = ?$

ଏଠାରେ x (ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା) ଅଧିକ ହେଲେ, z (ମରାମତି କାମ ଲାଗି ଆବଶ୍ୟକ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା) ଆନୁପାତିକ ଭାବେ ହ୍ରାସ ପାଇବ, ଯଦି y (ରେଳ ଲାଇନ୍‌ର ଲମ୍ବ) ସ୍ଥିର ରହେ, ଅର୍ଥାତ୍ z ଓ x ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହେ, $z \propto \frac{1}{x}$ (y ସ୍ଥିର) ।

ମାତ୍ର x (ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା) ସ୍ଥିର ରହି, y (ରେଳ ଲାଇନ୍‌ର ଲମ୍ବ) ଅଧକ ହେଲେ, z (କାମ ଶେଷ କରିବା ପାଇଁ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା) ଅଧିକ ଲାଗିବ ।

ଅର୍ଥାତ୍ y ଓ z ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ରହେ । $z \propto y$ (x ସ୍ଥିର)

ଯୌଥ ଚଳନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ, ଆମେ ପାଇବା $z \propto \frac{y}{x}$ (ଯେତେବେଳେ x ଓ y ଉଭୟେ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ)

∴ ସୂତ୍ରାନୁସାରେ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{y_1 \times x_2}{y_2 \times x_1} \Rightarrow \frac{45}{z_2} = \frac{150 \times 39}{260 \times 15} \Rightarrow z_2 = \frac{45 \times 260 \times 15}{150 \times 39} = 30$

∴ ରେଳ ଲାଇନ୍‌ଟିର ମରାମତି କାର୍ଯ୍ୟ 30 ଦିନରେ ଶେଷ ହେବ । (ଉ)

ଉଦାହରଣ 24 : 6ଟି ପମ୍ପ 10 ଘଣ୍ଟାରେ 3ଟି ପାଣିଟାଙ୍କି ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିଥାନ୍ତି । ତେବେ 11ଟି ପମ୍ପ କେତେ ସମୟରେ ସେହି ଆକାରର 22ଟି ଟାଙ୍କି ପାଣିପୂର୍ଣ୍ଣ କରିପାରିବେ ?

ସମାଧାନ:

ପମ୍ପ ସଂଖ୍ୟା (x)	ସମୟଅବଧି (y) ଘଣ୍ଟାରେ	ପାଣିଟାଙ୍କି ସଂଖ୍ୟା (z)
$x_1 = 6$ $x_2 = 11$	$y_1 = 10$ $y_2 = ?$	$z_1 = 3$ $z_2 = 22$

ଆମ ଅଭିଜ୍ଞତାରୁ ଆମେ ଜାଣୁ । x (ପମ୍ପ ସଂଖ୍ୟା) ସ୍ଥିର ରହିଲେ, y (ପାଣି ଟାଙ୍କିକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବାର ସମୟ ଅବଧି) ଓ z (ପାଣିଟାଙ୍କି ସଂଖ୍ୟା) ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥାଏ ।

ଅର୍ଥାତ୍ $y \propto z$ (ଯଦି x ସ୍ଥିର ରହେ)

ସେହିପରି, z (ପାଣିଟାଙ୍କିର ସଂଖ୍ୟା) ସ୍ଥିର ରହିଲେ, x (ପମ୍ପ ସଂଖ୍ୟା) ଓ y (ସମୟ ଅବଧି) ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥାଏ ।

ଅର୍ଥାତ୍ $y \propto \frac{1}{x}$ (ଯଦି z ସ୍ଥିର ରୁହେ)

ଯୌଥ ଚଳନ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ $y \propto \frac{z}{x}$ (x ଓ z ଉଭୟ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଲେ)

ସୂତ୍ର ଅନୁସାରେ, $\frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1 \times x_2}{z_2 \times x_1} \Rightarrow \frac{10}{y_2} = \frac{3 \times 11}{22 \times 6} \Rightarrow y_2 = \frac{10 \times 22 \times 6}{3 \times 11} = 40.$

∴ 22 ଟି ଟାଙ୍କି 11ଟି ପମ୍ପ ସାହାଯ୍ୟରେ 40 ଘଣ୍ଟାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ । (ଉ)

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_4) :

1. 8 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 12 ଦିନରେ ₹.3600 ରୋଜଗାର କରନ୍ତି । ତେବେ କେତେଜଣ ଶ୍ରମିକ 15 ଦିନରେ ₹.4500 ରୋଜଗାର କରିବେ ?

2. 6 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ 40 ଘଣ୍ଟାରେ 750 ଖାତା ମୂଲ୍ୟାୟନ କରନ୍ତି । ତେବେ 4 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ କେତେ ସମୟରେ 800 ଖାତା ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବେ ?

3.7 ଜୀବନ ଧାରଣ ଉପରେ ଦରବୃଦ୍ଧିର ପ୍ରଭାବ :

ଜିନିଷ ପତ୍ରର ଦରଦାମ୍ ସହିତ ଆମେ ସମସ୍ତେ ସମ୍ପୃକ୍ତ । ଜିନିଷପତ୍ରର ମୂଲ୍ୟବୃଦ୍ଧି ହେତୁ ଆମ ଜୀବନଧାରଣର ବ୍ୟୟଭାର ମଧ୍ୟ ବଢୁଛି । ଏଣୁ ଏକ ସମୟରୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟକୁ ବିଭିନ୍ନ ନିତ୍ୟବ୍ୟବହାର୍ଯ୍ୟ ଦ୍ରବ୍ୟର ଦରବୃଦ୍ଧିକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଜୀବନଧାରଣର ବ୍ୟୟଭାର କେତେ ବୃଦ୍ଧି ପାଉଛି, ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ ।

ସୂଚକାଙ୍କ : ସୂଚକାଙ୍କ ଜରିଆରେ ସାଧାରଣତଃ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ନିତ୍ୟ ବ୍ୟବହୃତ ସମାଗ୍ରୀ, କୃଷିଜାତ ପଦାର୍ଥ, ଶିଳ୍ପଜାତ ପଦାର୍ଥ ଆଦିର ମୂଲ୍ୟରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟର ମୂଲ୍ୟର ତୁଳନାରେ, ହ୍ରାସ ବା ବୃଦ୍ଧିର ହାରକୁ ସୂଚାଯାଇଥାଏ ।

ଅର୍ଥନୀତିଜ୍ଞମାନେ ଅର୍ଥନୈତିକ ଚାପର ପରିମାଣାତ୍ମକ ପରିପ୍ରକାଶ ନିମିତ୍ତ ସୂଚକାଙ୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରିଥାନ୍ତି । ଏହି ଭାଗରେ ଆମେ ଜୀବନଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

3.7.1 ଜୀବନ ଧାରଣର ମୂଲ୍ୟସୂଚୀ :

ଗୋଟିଏ ରାଷ୍ଟ୍ରର ନାଗରିକମାନଙ୍କର ଗୋଟିଏ ସମୟରେ ଜୀବନ ଧାରଣ ଜନିତ ବ୍ୟୟ ଭାରର ହ୍ରାସ ବା ବୃଦ୍ଧିକୁ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ଥିବା ଜୀବନ ଧାରଣ ଜନିତ ବ୍ୟୟର ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାପ୍ତ ହୁଏ ତାକୁ **ଜୀବନ ଧାରଣ ମୂଲ୍ୟସୂଚୀର ନିର୍ଦ୍ଦେଶୀ ସଂଖ୍ୟା** (ବା ଜୀବନ ଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ) କୁହାଯାଏ ।

ଆମେ ଯେଉଁ ସମୟର ଦରଦାମ୍ ସହିତ ଉପସ୍ଥିତ ଦରଦାମ୍‌କୁ ତୁଳନା କରିବା, ସେହି ସମୟକୁ ମୂଳବର୍ଷ (base year) କୁହାଯାଏ । ମନେକର ମୂଳବର୍ଷ 2005ରେ ଏକ ପରିବାରର ଏକ ଦିନର ଖର୍ଚ୍ଚ ପରିମାଣ ₹.100.00 ଏବଂ ଚଳିତ ବର୍ଷ (current year)ସେହି ପରିବାରର ଏକ ଦିନର ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ ₹.172.00। ଏଥିରୁ ଆମେ ବୁଝିଲେ ଯେ 2005 ମୂଳବର୍ଷରେ ଗୋଟିଏ ଦିନ ଲାଗି ନିତ୍ୟ ବ୍ୟବହୃତ ସାମଗ୍ରୀ ପାଇଁ ₹. 100 ଖର୍ଚ୍ଚ କରୁଥିବା ଗୋଟିଏ ପରିବାରକୁ 2013 ବର୍ଷରେ ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ₹.172 ଖର୍ଚ୍ଚ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ, ତେଣୁ 2005କୁ ମୂଳବର୍ଷ ରୂପେ ନେଇ 2013 ବର୍ଷରେ

$$\text{ଜୀବନଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ} = \frac{\text{2013ରେ ସମୁଦାୟ ଦୈନିକ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରମାଣ}}{\text{2005 ରେ ସମୁଦାୟ ଦୈନିକ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ}} \times 100$$

ଟୀକା : ଗୋଟିଏ ମାସ ବା ବର୍ଷର ଖର୍ଚ୍ଚକୁ ନେଇ ମଧ୍ୟ ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ପାରେ ।

$$\boxed{\text{ଅର୍ଥାତ୍ ଜୀବନ ଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ} = \frac{\text{ଚଳିତ ବର୍ଷର ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ}}{\text{ମୂଳବର୍ଷର ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ}} \times 100}$$

3.7.2 ଜୀବନ ଧାରଣ ମୂଲ୍ୟ ସୂଚୀର ବ୍ୟବହାର ଓ ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପଦ୍ଧତି :

ଜୀବନଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚନାଙ୍କରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣିପାରୁ

ଜୀବନଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ ମୁଖ୍ୟତଃ

→ ମୂଳବର୍ଷ ତୁଳନାରେ ଚଳିତବର୍ଷ ସାମଗ୍ରୀଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ବଢୁଛି ବା କମୁଛି ତାହା ଜାଣିବାର ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

→ ମୂଳବର୍ଷ ତୁଳନାରେ ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ବା ଗୋଟିଏ ପରିବାରର ଖର୍ଚ୍ଚ ଭାର ବଢୁଛି ବା କମୁଛି ତାହା ଜାଣିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

ଜୀବନଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କର ଉପଯୋଗ :

→ ସରକାରଙ୍କୁ ଶ୍ରମିକମାନଙ୍କର ଦୈନିକ ମଜୁରି, ବସ୍ତୁର ବିକ୍ରିଦର ଉପରେ ଧାର୍ଯ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର କର (tax) ଆଦି ସ୍ଥିର କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

→ ସରକାରଙ୍କୁ କର୍ମଚାରୀଙ୍କ ପାଇଁ ମହଙ୍ଗା ଭତ୍ତା (Dearness Allowances), ବାର୍ଷିକ ବୋନସ୍ ଆଦି ସ୍ଥିର କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

ଜୀବନଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ = $\frac{\Sigma QP_1}{\Sigma QP_0} \times 100$

ଯେଉଁଠି ΣQP_1 ହେଉଛି ଚଳିତବର୍ଷର ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚ ପରିମାଣ ଏବଂ ΣQP_0 ହେଉଛି ମୂଳବର୍ଷରେ ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚ ପରିମାଣ ।

ଉଦାହରଣ 25 : ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ତଥ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଜୀବନଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସାମାଗ୍ରୀ	ଆବଶ୍ୟକତା ପରିମାଣ (କିଗ୍ରାରେ)(Q)	କି.ଗ୍ରା. ପିଛା ଦର (ଟଙ୍କାରେ)	
		2005ରେ (P_0)	2013ରେ (P_1)
ଚିନି	12	25.00	40.00
ଚାଉଳ	25	12.00	26.00
ଗହମ	30	8.00	12.00
ଡାଲି	10	45.00	52.00
ସୁଜି	8	8.00	13.00

ସମାଧାନ :

ସାମଗ୍ରୀ	ପରିମାଣ (Q) କି.ଗ୍ରା.ରେ	2005ରେ ଦର (P_0)	2005ରେ ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚ (QP_0)	2013 ରେ ଦର (P_1)	2013ରେ ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚ(QP_1)
ଚିନି	12	25.00	₹.300.00	40.00	₹.480.00
ଚାଉଳ	25	12.00	₹.300.00	26.00	₹.650.00
ଗହମ	30	8.00	₹.240.00	12.00	₹.360.00
ଡାଲି	10	45.00	₹.450.00	52.00	₹.520.00
ସୁଜି	8	8.00	₹.64.00	13.00	₹.104.00

ମୋଟ :- ΣQP_0 = ₹.1354.00 ΣQP_1 = ₹.2114.00

2005 କୁ ମୂଳବର୍ଷ ରୂପେ ନେଇ 2013 ରେ ଜୀବନଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ

$$= \frac{\Sigma QP_1}{\Sigma QP_0} \times 100 = \frac{2114}{1354} \times 100 = 156.13 \text{ (ପ୍ରାୟ) (ଉ)}$$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{10})

1. ଏକ ସାଧାରଣ ପରିବାରର କେତେକ ବ୍ୟବହାର୍ଯ୍ୟ ବସ୍ତୁର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣ ଉପରେ 2003 ରେ ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ ଥିଲା ₹.22000 । 2003କୁ ମୂଳବର୍ଷ ନେଇ 2012 ରେ ଯଦି ଜୀବନ ଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ 162 ହୋଇଥାଏ, ତେବେ 2012ରେ ସେହି ପରିମାଣର ବ୍ୟବହାର୍ଯ୍ୟ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ କେତେ ଥିଲା ?

2. ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ତଥ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବର୍ତ୍ତମାନ ସମୟର ଜୀବନଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ ସ୍ଥିର କର ।

ସାମଗ୍ରୀ	ସାମଗ୍ରୀର ପରିମାଣ(Q)	ମୂଳବର୍ଷରେ ଦାମ୍ (P_0)	ଚଳିତ ବର୍ଷରେ ଦାମ୍ (P_1)
ଆଳୁ	40 କି.ଗ୍ରା.	₹.4.50	₹.8.00
ଘିଅ	8 କି.ଗ୍ରା.	₹.140.00	₹.205.00
ତେଲ	15ଲିଟର	₹.90.00	₹.125.00
ଲୁଣ	5କି.ଗ୍ରା.	₹.8.00	₹.14.00

3.7.3 ବ୍ୟାଙ୍କ ବ୍ୟବସାୟ :

ବ୍ୟାଙ୍କ ସେବା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ ପୂର୍ବରୁ ସମାଜରେ ଥିବା ଧନୀବ୍ୟକ୍ତିମାନେ ଅଭାବଗ୍ରସ୍ତ ଲୋକଙ୍କୁ ତାଙ୍କର ଆବଶ୍ୟକତା ପୂରଣ କରିବା ପାଇଁ ଟଙ୍କା କରଜ ଦେଉଥିଲେ । ଅବଶ୍ୟ କେତେକ କରଜ ଦେବା ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କର ମନୋଭବ ଥିଲା ଅଭାବୀକୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା, ମାତ୍ର ଅନ୍ୟ କେତେକଙ୍କର ମନୋଭାବ ଥିଲା ବ୍ୟବସାୟ କରିବା । ବ୍ୟବସାୟ ମନୋଭାବାପନ୍ନ କରଜଦାତାମାନେ ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଚଢ଼ା ସୁଧହାରରେ କରଜ ଦେଉଥିଲେ ଓ ତା'ଫଳରେ ବିଚରା କରଜ ନେବା ବ୍ୟକ୍ତିଟି କରଜଭାରରେ ବହୁ ଅସୁବିଧାର ସମ୍ମୁଖୀନ ହେଉଥିଲା । ଜନସମାଜରୁ ଏହି ଅସୁବିଧାକୁ ଦୂର କରିବା ପାଇଁ ବ୍ୟାଙ୍କ ସେବାର ପ୍ରଚଳନ କରାଗଲା । ଭାରତର ସର୍ବପୁରାତନ ବ୍ୟାଙ୍କ ହେଉଛି Imperial Bank ଯାହାକି ବର୍ତ୍ତମାନ State Bank of India ନାମରେ ପରିଚିତ । 1935 ମସିହା ଏପ୍ରିଲ୍ 1 ତାରିଖରେ ଇଂରେଜ ସରକାର ଭାରତୀୟ ରିଜର୍ଭବ୍ୟାଙ୍କର ସ୍ଥାପନା କରିଥିଲେ । ମହାରାଷ୍ଟ୍ରର ମୁମ୍ବାଇ ଠାରେ ଏହାର ମୁଖ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟାଳୟ ଅବସ୍ଥିତ ଯାହାକି ଭାରତରେ ସମସ୍ତବ୍ୟାଙ୍କକୁ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରିଥାଏ ।

ବ୍ୟାଙ୍କର କାର୍ଯ୍ୟ :

ବର୍ତ୍ତମାନ ସମୟରେ ଗ୍ରାହକମାନଙ୍କ ସୁବିଧାନିମନ୍ତେ ବ୍ୟାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସେବା ପ୍ରଦାନ କରୁଛନ୍ତି । ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ମୁଖ୍ୟ ସେବାଗୁଡ଼ିକ ହେଲା

– ନିରାପତ୍ତା ତଥା ବୃଦ୍ଧି ଦୃଷ୍ଟିରୁ ନାଗରିକମାନଙ୍କର ଟଙ୍କାକୁ ନିଜେ ଜମା ରଖିବା ।

- ଜମା ଟଙ୍କା ଉପରେ ଗ୍ରାହକ (ଜମା ରଖିଥିବା ବ୍ୟକ୍ତି)ଙ୍କୁ ସୁଧ ପ୍ରଦାନ କରିବା ।
- ଆବଶ୍ୟକ ବେଳେ ଜମାକାରୀଙ୍କୁ ନିଜ ଜମାରୁ ଟଙ୍କା ଉଠାଇବାର ସୁଯୋଗ ଦେବା (ଆଜିକାଲି ଏଥିପାଇଁ ଏ.ଟି.ଏମ୍.ର ବ୍ୟବହାର ହେଉଛି) ।
- ସୁରକ୍ଷା ବଣ୍ଡ ଗୁଡ଼ିକର କିଣାବିକା କରିବା ।
- ନାଗରିକମାନଙ୍କୁ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ (ବ୍ୟବସାୟ, ଗୃହନିର୍ମାଣ, ଶିକ୍ଷା ଗ୍ରହଣ) ଲାଗି ଅଳ୍ପ ସୁଧ ହାରରେ ଋଣ ପ୍ରଦାନ କରିବା ।
- ବଡ଼ ବଡ଼ ସହରମାନଙ୍କରେ ପିଲାମାନଙ୍କର ସ୍କୁଲ ଦରମା, ପାଣି, ବିଦ୍ୟୁତ୍ ଓ ଟେଲିଫୋନ୍ ବିଲ୍, ଭଡ଼ା ଓ ସରକାରୀ ଋଣର କିସ୍ତି, ଘରର ଟିକସ, ଆୟକର ଆଦି ବ୍ୟାଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ପୈଠ କରିବା ।
- ପାଠ ପଢ଼ିବା ଲାଗି ଛାତ୍ର-ଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ କରଜ ଦେବା ।
- ବ୍ୟାଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ସରକାରୀ କର୍ମଚାରୀ ଓ ପେନ୍‌ସନ୍ ଭୋଗୀଙ୍କ ପ୍ରାପ୍ୟ ତାଙ୍କ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚାଇବା

3.8.2 ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଜମା ବ୍ୟବସ୍ଥା :

ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଟଙ୍କା ଜମା ରଖିବା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଆକାଉଣ୍ଟ (ଜମା ରଖିବା ବ୍ୟବସ୍ଥା) ଉପଲବ୍ଧ ଥାଏ । ସାଧାରଣ ନାଗରିକ ଲାଗି ଉପଯୋଗୀ କେତେକ ଆକାଉଣ୍ଟ ହେଲା -

(a) ଚଳନ୍ତି ଆକାଉଣ୍ଟ (Current Account)
(b) ସଞ୍ଚୟ ବ୍ୟାଙ୍କ ଆକାଉଣ୍ଟ (Savings Bank Account)
(c) ମିଆଦୀ ଜମା ଆକାଉଣ୍ଟ (Term Deposit Account)
(d) ପୌନଃପୁନିକ ଜମା ଆକାଉଣ୍ଟ (Recurring Deposit Account)
(e) ନାବାଳକ ବା ନାବାଳିକାଙ୍କ ପାଇଁ ଆକାଉଣ୍ଟ (Account for Minors)

ଉପରୋକ୍ତ ଆକାଉଣ୍ଟ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ କେବଳ ସଞ୍ଚୟ ବ୍ୟାଙ୍କ ଆକାଉଣ୍ଟ ଓ ଏଥିରେ ଜମା ରଖୁଥିବା ଟଙ୍କାର ସୁଧ ହିସାବ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା

3.8.3 ସଞ୍ଚୟ ବ୍ୟାଙ୍କ ଆକାଉଣ୍ଟ ଓ ଏଥିରେ ସୁଧ ହିସାବ

ସଞ୍ଚୟ ବ୍ୟାଙ୍କ୍ ଆକାଉଣ୍ଟ (Savings Bank Account) ହେଉଛି ବ୍ୟାଙ୍କର ସବୁଠାରୁ ଲୋକପ୍ରିୟ ଆକାଉଣ୍ଟ । ଯେକୌଣସି ବ୍ୟକ୍ତି ନିଜର ଫଟୋ, ବାସସ୍ଥାନର ପ୍ରମାଣପତ୍ର ଓ ପରିଚୟ ପତ୍ରର ନକଲ ପ୍ରଦାନ କରି ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଏକ ସଞ୍ଚୟ ବ୍ୟାଙ୍କ ଆକାଉଣ୍ଟ ଖୋଲିପାରିବେ । ରିଜର୍ଭ ବ୍ୟାଙ୍କ ଅଫ୍ ଇଣ୍ଡିଆଙ୍କ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାନୁସାରେ ଜମାକରୀଙ୍କୁ ବ୍ୟାଙ୍କ କେଉଁ ହାର (₹.100 ମୂଳଧନରେ ଏକ ବର୍ଷ ପାଇଁ)ରେ ସୁଧ ଦେବେ ତାହା ସ୍ଥିର କରିଥାଏ । ଜମାକାରୀଙ୍କୁ ବ୍ୟାଙ୍କ ଗୋଟିଏ ବହି ଦିଏ । ତା'ର ନାମ **ପାସ୍ ବୁକ୍** । ଏଥିରେ ଜାମାକରୀଙ୍କ ଜମା, ଉଠାଣ ଓ ବ୍ୟାଙ୍କ ଦେଉଥିବା ସୁଧର ବିବରଣୀ ଲିପିବଦ୍ଧ ଥାଏ ।

ଜମା ଟଙ୍କା ଉପରେ ସୁଧ ହିସାବ : ପ୍ରତି ମାସର 10 ତାରିଖରୁ ସେହି ମାସର ଶେଷ ତାରିଖ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆକାଉଣ୍ଟରେ ଥିବା ସର୍ବନିମ୍ନ ଅବଶେଷକୁ 10ର ନିକଟତମ ଗୁଣିତକ ଭାବରେ ନିଆଯାଏ ଓ ଏହି ପରିମାଣକୁ ଉକ୍ତ ମାସର ସୁଧ ହିସାବ ଲାଗି ମୂଳଧନ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯଦି 10 ତାରିଖରୁ ମାସ ଶେଷ ମଧ୍ୟରେ ଆକାଉଣ୍ଟରେ ସର୍ବନିମ୍ନ ଅବଶେଷ ₹.125 ବା ₹.125ରୁ ଅଧିକ ଓ ₹.130ରୁ କମ୍ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ତାକୁ ₹.130 ହିସାବରେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ । ₹.120 ଠାରୁ ₹.125 ମଧ୍ୟରେ ହୋଇଥିଲେ ତାକୁ ₹.120 ନିଆଯାଏ ।

ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

ଉଦାହରଣ 26 : ସିଦ୍ଧିର ପାସ୍‌ବୁକ୍‌ର ଏକ ଅଂଶ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା । ବାର୍ଷିକ $4\frac{1}{2}$% ସୁଧ ହାରରେ ସେପ୍ଟେମ୍ବର 30 ତାରିଖରେ ସିଦ୍ଧି କେତେ ଟଙ୍କା ସୁଧ ପାଇବ ?

ତାରିଖ	ବିବରଣୀ	ଉଠାଣ (₹.ରେ)	ଜମା (₹.ରେ)	ଅବଶେଷ (₹.ରେ)	ମନ୍ତବ୍ୟ
ଜୁନ 28	ଚେକ୍‌ନଂ 3705 ପାଇଁ		775	775	
ଜୁଲାଇ 3	ଟଙ୍କା ଆକାରରେ		245	1020	
ଜୁଲାଇ 11	ଦରମା ଆକାରରେ		2585	3605	
ଜୁଲାଇ 18	ନିଜ ପାଇଁ	2600		1005	
ଜୁଲାଇ 31	ଚେକ୍‌ନଂ 3706 ପାଇଁ	317		688	
ଅଗଷ୍ଟ 6	ଦରମା ଆକାରରେ		2585	3273	
ଅଗଷ୍ଟ 12	ନିଜ ପାଇଁ	2550		723	
ସେପ୍ଟେମ୍ବର4	ଦରମା ଆକାରରେ		2585	3308	
ସେପ୍ଟେମ୍ବର14	ଚେକ୍ ନଂ 3707 ପାଇଁ	2702		606	
ସେପ୍ଟେମ୍ବର 16	ଟଙ୍କା ଆକାରରେ		200	806	

ସମାଧାନ : ସିଦ୍ଧିର ପାସ୍‌ବୁକ୍‌ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ଭିତ୍ତି କରି ଆମେ ସୁଧ ହିସାବ କାର୍ଯ୍ୟ ନିମ୍ନମତେ କରିବା

ସର୍ବନିମ୍ନ ଅବଶେଷ ସାରଣୀ

ମାସ	10 ତାରିଖରୁ ମାସ ଶେଷ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସର୍ବନିମ୍ନ ଜମା	ସୁଧ ହିସାବ ପାଇଁ ନିଆଯିବା ମୂଳଧନ ₹.10ର ନିକଟତମ ଗୁଣିତକ
ଜୁନ୍		₹. 0
ଜୁଲାଇ	688	690
ଅଗଷ୍ଟ	723	720
ସେପ୍ଟେମ୍ବର	606	610
	ମୋଟ୍	₹. 2020

1 ମାସ ବା $\frac{1}{12}$ ବର୍ଷ ପାଇଁ ମୂଳଧନ (P) = ₹. 2020 ସୁଧହାର $4\frac{1}{2}$ %

ସୁତରାଂ ସରଳସୁଧ = $\frac{Prt}{100}$ = ₹. $(2020 \times \frac{9}{200} \times \frac{1}{12})$ = ₹.7.58

ସିଦ୍ଧି ₹. 7.60 ସୁଧ ପାଇବ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{11}) :

1. ଗୁଣ୍ଟୁଲ୍ ବାବୁଙ୍କ ସଞ୍ଚୟ ବ୍ୟାଙ୍କ ଆକାଉଣ୍ଟର ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟକୁ ଭିତ୍ତି କରି ଏପ୍ରିଲ 2013ରେ ବାର୍ଷିକ 4% ସୁଧ ହାରରେ, ସେ କେତେ ଟଙ୍କା ସୁଧ ପାଇବେ ସ୍ଥିର କର ।

ତାରିଖ	ବିବରଣୀ	ଟଙ୍କା ଉଠାଣ	ଟଙ୍କା ଜମା	ଅବଶେଷ (ଟଙ୍କାରେ)
17.2.2013	ଟଙ୍କା ଆକାରରେ		₹.500	500
25.2.2013	ଟଙ୍କା ଆକାରରେ		₹.3000	3500
02.03.2013	ଦରମା ଆକାରରେ		₹.4000	7500
10.3.2013	ଚେକ୍‌ନଂ 0985 ପାଇଁ	₹.2500		5000
25.3.2013	ଚେକ୍ ନଂ 0986 ପାଇଁ	₹.1800		3200
02.4.2013	ଦରମା ଆକାରରେ		₹.4000	7200

3.8 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ :

→ ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ବା ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଶତକଡ଼ା ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଏହାକୁ 100 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ ।

→ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ତୁଳନାକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ବେଳେ ଆମେ ପାଉ

$$\frac{\text{ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା}} \times 100\%$$

→ ଶତକଡ଼ା ଲାଭ = $\frac{\text{ଲାଭ}}{\text{କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ}} \times 100$

→ ଶତକଡ଼ା କ୍ଷତି = $\frac{\text{କ୍ଷତି}}{\text{କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ}} \times 100$

→ ସରଳ ସୁଧ (I) = ମୂଳଧନ (P) × ସୁଧହାର (r%) × ସମୟ ଅବଧି (t) ବା $\frac{Prt}{100}$

→ ସରଳ ସମୂଳ ସୁଧ (A) = $P\left(1+\frac{rt}{100}\right)$

→ ମୂଳଧନ P, ସୁଧହାର r%, n ସଂଖ୍ୟକ ବର୍ଷ ପାଇଁ (ସମୂଳ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି) $A_n = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

→ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ (Compound Interest) = $P\left\{\left(1+\frac{r}{100}\right)^n - 1\right\}$

→ ଦୁଇଟି ଅନୁପାତର ସମାନତା ପ୍ରକାଶ କରୁଥିବା ଉକ୍ତିକୁ ସମାନୁପାତ କୁହାଯାଏ ।

→ ଗୋଟିଏ ସମାନୁପାତରୁ ପାଉ, ପ୍ରାନ୍ତ ପଦଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ = ମଧ୍ୟପଦଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ

→ a,b,c କ୍ରମିକ ସମାନୁପାତୀ ହେଲେ $ac = b^2$

→ ଯେଉଁ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିଥାଏ ବା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା ଥାଏ, ସେପରି ରାଶିକୁ ଚଳରାଶି କୁହାଯାଏ ।

→ $y \propto x$ ହେଲେ (x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥିଲେ) $y = k . x$ ବା $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}$ ହୁଏ ।

→ $y \propto \frac{1}{x}$ ହେଲେ (x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ପର୍କ ଥିଲେ) $xy = k$ ବା $x_1y_1 = x_2y_2$ ହୁଏ ।

→ ଜୀବନ ଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ = $\frac{\Sigma QP_1}{\Sigma QP_0} \times 100$

3.9 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

E_1.1.(i)84%, (ii) 30.8%, (iii) 105% (iv) 4.10%

2.(i) 65%, (ii) 87.5%, (iii) 140%, (iv) 666.666%

3. (i) 0.72, $\frac{18}{25}$, (ii) 0.136, $\frac{17}{125}$ (iii) 1.25, $\frac{5}{4}$ (iv) 0.00045, $\frac{9}{20000}$

4. 160, 5. 10%, 6. 90%

E_2. 1. ₹. 30,000, 2. 4% କ୍ଷତି, 3. ₹. 2419.35

E_3.1. 5%, 2. 5%, 3. ₹. 840

E_4.1. ₹.17496, 2. ₹. 4263, 3. ₹. 25845.40 (ପ୍ରାୟ)

E_5.1. ₹. 35, ₹. 49, 2. 19:28, 3. 24^0, 60^0, 96^0

E_6.1. 5, 2. 36, 3. 30

E_7.1. 15,72 2. 450, 3. 44

E_8.1. 4 ଘଣ୍ଟା, 2. 42

E_9.1. 8, 2. 64 ଘଣ୍ଟା

E_{10}. 1. ₹. 35640, 2. 145.17

E_{11}. 1. ₹. 12.30

3.10. ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ :

1. (i) 36 ମିନିଟ୍ ଓ 2 ଘଣ୍ଟା ସମୟ ଅବଧି ମଧ୍ୟରେ ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) ₹.1250 କୁ ତାପସ ଓ କାହ୍ନୁ ମଧ୍ୟରେ 2:3 ରେ ବାଣ୍ଟି ଦେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କେତେ ଟଙ୍କା ପାଇବେ ?

(iii) 7:6 ଓ 4:9 ମଧ୍ୟରେ କିଏ ବଡ଼ ?

(iv) ଗୋଟିଏ ଅନୁପାତର ପ୍ରଥମ, ତୃତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ ପଦ ଯଥାକ୍ରମେ 12, 8 ଓ 14 ହେଲେ, ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. (i) 115% ଓ 25.5% କୁ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(ii) 1 ଦିନର କେତେ ଶତକଡ଼ା 36 ମିନିଟ୍ ଅଟେ ?

(iii) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର $12\frac{1}{2}$ %, 64 ହେବ ?

(iv) 11:125 କୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(v) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 8% କମିଗଲେ 69 ହୁଏ । ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

3. ନିକି ଡଜନ ₹.3.75 ହିସାବରେ 1200 ଚକୋଲେଟ୍ କିଣିଲା । ସେ 2ଟିକୁ ₹.1 ହିସାବରେ 900ଟି ଓ ବାକିଗୁଡ଼ିକୁ ₹.2ରେ 5ଟି କରି ବିକିଦେଲା । ତେବେ ନିକିର ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କେତେ ହେଲା ?

4. ପ୍ରଶଂସା ₹.200 ମୂଲ୍ୟର ଏକ ବହିକୁ 20% ଲାଭରେ ସଙ୍ଗୀତାକୁ ବିକିଲା, ସଙ୍ଗୀତା ତାହାକୁ 10% କ୍ଷତିରେ ଶୁଭଶ୍ରୀକୁ ବିକିଦେଲା । ଶୁଭଶ୍ରୀ କେତେ ଟଙ୍କାରେ ସେ ବହିଟି କିଣିଥିଲା ?

5. 11ଟି ଏକ ପ୍ରକାର ବହିର କିଣାଦାମରେ ସେହି ପ୍ରକାର 10ଟି ବହିକୁ ବିକ୍ରି କଲେ ଶତକଡ଼ା ଲାଭ ବା କ୍ଷତି କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. ଦିବ୍ୟାଂଶୁ ଏକ ସ୍କୁଟର ₹.7500 ରେ କିଣି ଏହାର ମରାମତିରେ ₹.500 ଖର୍ଚ୍ଚ କଲା । ଏହାକୁ 12% କ୍ଷତିରେ ଶ୍ରୀକାନ୍ତକୁ ବିକ୍ରିକରି ସେ ଟଙ୍କା କ୍ଷତି ସହିବ ?

7. y ର x% + x ର y% = କେତେ ?

8. ବାର୍ଷିକ କେତେ ସୁଧହାରରେ ଏକ ମୂଳଧନ 16 ବର୍ଷରେ ଦ୍ୱିଗୁଣିତ ହେବ ?

9. ବାର୍ଷିକ 4% ସୁଧହାରରେ କୌଣସି ଏକ ମୂଳଧନ 3 ବର୍ଷର ସରଳସୁଧ । ₹.1200 ହୁଏ । ସେହି ମୂଳଧନ ବାର୍ଷିକ 10% ସୁଧହାରରେ 3 ବର୍ଷର ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ କେତେ ହେବ ?

10. ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ବାର୍ଷିକ 10% ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧହାରରେ କିଛି ଟଙ୍କା 2 ବର୍ଷ ପାଇଁ କରଜ ଆଣିଲେ । ଯଦି ବାର୍ଷିକ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ବଦଳରେ 10% ଷଡମାସିକ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ହାରରେ ସୁଧ ଦେବାକୁ ପଡ଼େ ତେବେ ସେ ₹.881 ଅଧିକ ସୁଧ ଦେବେ । ସେ କେତେ ଟଙ୍କା କରଜ ଆଣିଥିଲେ ?

11. ବ୍ରଜବାବୁ ₹.2100କୁ ଦୁଇଭାଗ କରି କରଜ ଦେଲେ । ଯଦି ପ୍ରଥମ ଭାଗର 9% ସୁଧହାରରେ 5 ବର୍ଷର ସୁଧ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଗର $6\frac{1}{4}$ % ସୁଧହାରରେ 4 ବର୍ଷର ସୁଧ ସହ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ପ୍ରଥମ ଭାଗରେ ସେ କେତେ ଟଙ୍କା କରଜ ଦେଇଥିଲେ ?

12. ପପଲ ବାବୁ ବାର୍ଷିକ 10.5% ସୁଧ ହାରରେ ₹.1200 ତିନିବର୍ଷ ପାଇଁ କରଜ କରିଥିଲେ । ସୁକାନ୍ତବାବୁ ବାର୍ଷିକ 10% ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧହାରରେ ସେହି ସମୟ ପାଇଁ ସେତିକି ଟଙ୍କା କରଜ କରିଥିଲେ । ସୁଧ ବାବଦକୁ କିଏ କେତେଟଙ୍କା ଅଧିକ ପୈଠ କରିବ ?

13. ଯଦି 2A = 3B = 4C ହୁଏ, A:B:C ?

14. A:B = 2:3 ଏବଂ B:C=4:5 ହେଲେ C:A ସ୍ଥିର କର ।

15. ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ 5:6 । ପ୍ରଥମରୁ 3 ବିୟୋଗ କଲେ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟଟିରେ 2 ଯୋଗ କଲେ, ନୂତନ ଅନୁପାତଟି 3:5 ହୁଏ । ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ସ୍ଥିର କର ।

16. 60 ଲିଟର ମିଶ୍ରଣରେ କ୍ଷୀର ଓ ଜଳର ଅନୁପାତ 2:1 । ସେଥିରେ ଆଉ କେତେ ଲିଟର ଜଳ ମିଶାଇଲେ ନୂତନ ଅନୁପାତ 8:5 ହେବ ?

17. 45 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲରେ ଏକ କାର 405 କି.ମି. ବାଟ ଯାଏ । (ଚଳନ ଧାରା ପ୍ରୟୋଗ କରି) 25 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲରେ ସେହି କାର କେତେ ବାଟ ଯିବ ? ସେହି କାର ଯୋଗେ 540 କି.ମି. ବାଟ ଯିବା ପାଇଁ କେତେ ପେଟ୍ରୋଲ ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ?

18. ଥରକେ 8 ଘନମିଟର ଲେଖାଏଁ ବାଲି ବୋହି ପାରୁଥିବା ଏକ ଟ୍ରକ୍ କିଛି ପରିମାଣର ବାଲିକୁ 36 ଟ୍ରିପ୍‌ରେ ବୋହିପାରେ । ଯେଉଁ ଟ୍ରକ୍ ଥରକେ 6 ଘନମିଟର ଲେଖାଏଁ ବାଲି ବୋହିପାରେ, ସେ ଟ୍ରକ୍ ଦ୍ୱାରା ବାଲିତକ କେତେ ଟ୍ରିପ୍‌ରେ ବୁହାଯାଇ ପାରିବ ?

19. 3ଟି ପାଣିପମ୍ପ 8 ଘଣ୍ଟାରେ 6ଟି କୁଣ୍ଡର ପାଣି ଟାଣିପାରନ୍ତି । ତେବେ 5ଟି ପାଣିପମ୍ପ କେତେ ଘଣ୍ଟାରେ ସେହି ଆକାରର 20ଟି କୁଣ୍ଡର ପାଣି ଟାଣିପାରିବ ? (ସବୁଗୁଡ଼ିକ ପମ୍ପର ପାଣି ଟାଣିବାର କ୍ଷମତା ସମାନ ବୋଲି ଧରାଯାଉ) ।

20. ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟକୁ 21ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଦୈନିକ 5 ଘଣ୍ଟା ପରିଶ୍ରମ କରି 24 ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି । ସେହି କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ 14 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଦୈନିକ 10 ଘଣ୍ଟା ପରିଶ୍ରମ କରି କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ ?

21. ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ତଥ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବର୍ତ୍ତମାନ ସମୟରେ ଜୀବନ ଧାରଣର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ ସ୍ଥିର କର ।

ସାମଗ୍ରୀ	ପରିମାଣ (Q)	ମୂଳବର୍ଷରେ ଦର (P_0)	ବର୍ତ୍ତମାନର ଦର (P_1)
ଚାଉଳ	30କି.ଗ୍ରା	₹.18.00	₹.26.00
ଡାଲି	8କି.ଗ୍ରା	₹.42.00	₹.61.00
ଚିନି	5କି.ଗ୍ରା	₹.28.00	₹.38.00
କ୍ଷୀର	45ଲିଟର	₹.20.00	₹.28.00
ମାଂସ	5କି.ଗ୍ରା	₹.180.00	₹.290.00
ମସଲା	1କି.ଗ୍ରା	₹.80.00	₹.115.00
ଜାଳେଣି	9ଏକକ	₹.315.00	₹.420.00

22. ଅମ୍ଳାନ ବାବୁଙ୍କର ସଞ୍ଚୟ ବ୍ୟାଙ୍କ ପାସ୍‌ବୁକ୍‌ର ତଥ୍ୟ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା । ବାର୍ଷିକ 6% ସୁଧହାରରେ ଅକ୍ଟୋବର 20 ତାରିଖରେ ଯଦି ସେ ନିଜର ଆକାଉଣ୍ଟକୁ ବନ୍ଦ କରିବା ପାଇଁ ଦରଖାସ୍ତ ଦିଅନ୍ତି, ତେବେ ବ୍ୟାଙ୍କରୁ ସେ କେତେଟଙ୍କା ପାଇବେ ?

ତାରିଖ	ବିବରଣୀ	ଟଙ୍କା ଉଠାଣ	ଟଙ୍କା ଜମା
ମାର୍ଚ୍ଚ, 12	ଟଙ୍କା ଆକାରରେ	×	₹.2000
ମାର୍ଚ୍ଚ, 20	ନିଜ ପାଇଁ	₹.500	×
ମାର୍ଚ୍ଚ 26	ଚେକ୍‌ନଂ 7214 ପାଇଁ	₹.700	×
ଏପ୍ରିଲ୍, 5	ଦରମା ଆକାରରେ	×	₹.2500
ମଇ, 15	ଚେକ୍ ନଂ 7215 ପାଇଁ	₹.350	×
ଜୁଲାଇ,8	ଟଙ୍କା ଆକାରରେ	×	₹.150
ଅଗଷ୍ଟ,12	ଟଙ୍କା ଆକାରରେ	×	₹.500

ଉତ୍ତର

1. (i) 3:10 (ii) ₹. 500, ₹. 750 (iii) $\frac{7}{6} > \frac{4}{5}$ (iv) 21
2. (i) $1\frac{3}{20}, \frac{51}{200}$ (ii) 2.5% (iii) 512 (iv) 8.8% (v) 75
3. ଲାଭ 46% 4. ₹.216 5. ଲାଭ 10% 6. ₹.960 7. 2% of xy
8. $6\frac{1}{4}$ % 9. ₹.3310 10. ₹.1,60,000 11. ₹.750
12. ସୁକାନ୍ତ ବାବୁ, ₹. 192 13. 6:4:3 14. 8 : 15 15. 15, 18
16. 5 ଲିଟର 17. 225 କି.ମି., 60 ଲିଟର 18. 48 ଟ୍ରିପ୍ 19. 16
20. 18 21. 140.69 22. ₹. 3675

3.11 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ :

1. ଗଣିତ, - ଷଷ୍ଠ, ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ, ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ, ଓଡ଼ିଶା ସରକାର
2. ମାଧ୍ୟମିକ ଗଣିତ - ଅଷ୍ଟମ, ନବମ ଶ୍ରେଣୀ - ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା
3. Mathematics for class VI, VII, VIII, IX, X - NCERT, New Delhi

ଏକକ : 4
ବୀଜଗଣିତ

ଗଠନକ୍ରମ :

4.1 ଉପକ୍ରମ

4.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

4.3 ବୀଜଗଣିତ ହେଉଛି ପାଟୀଗଣିତର ବ୍ୟାପକୀକରଣ, ଚଳରାଶି ଓ ଧ୍ରୁବକ ।

- 4.3.1 ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ
- 4.3.2 ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦ
- 4.3.3 ଗୁଣନୀୟକ ଓ ସହଗ
- 4.3.4 ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ

4.4 ବୀଜଗଣିତରେ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା

- 4.4.1 ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା
- 4.4.2 ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା
- 4.4.3 ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା
- 4.4.4 ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

4.5 ପଲିନୋମିଆଲ

- 4.5.1 ପଲିନୋମିଆଲର ସଂଜ୍ଞା ଓ ଘାତ
- 4.5.2 ପଲିନୋମିଆଲ ପଦ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ସହଗ
- 4.5.3 ସଦୃଶ ମନୋମିଆଲ୍
- 4.5.4 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଯୋଗ
- 4.5.5 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ବିୟୋଗ
- 4.5.6 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଗୁଣନ
- 4.5.7 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଭାଗକ୍ରିୟା

4.6 ବୀଜଗାଣିତିକ ସରଳ ସମୀକରଣ ଓ ଏହାର ସମାଧାନ

- 4.6.1 ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ
- 4.6.2 ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ
- 4.6.3 ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପ୍ରଣାଳୀର ପ୍ରୟୋଗ

4.7 ସେଟ୍

- 4.7.1 ସେଟ୍ ଓ ଏହାର ଉପାଦାନ
- 4.7.2 ସେଟ୍‌ର ଲିଖନ
- 4.7.3 ସେଟ୍‌ର ଚିତ୍ରଗତ ପରିପ୍ରକାଶ
- 4.7.4 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସେଟ୍
- 4.7.5 ସେଟ୍ ପ୍ରକ୍ରିୟା (ସଂଯୋଗ, ଛେଦ, ଅନ୍ତର, ପରିପୂରକ)

4.8 କାର୍ଟେଜୀୟ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ପଦ୍ଧତି

- 4.8.1 ସମତଳରେ ବିନ୍ଦୁ ସଂସ୍ଥାପନ
- 4.8.2 ଲେଖ ଚିତ୍ରର ପ୍ରୟୋଗ
- 4.8.3 ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ଲେଖ ଚିତ୍ର

4.9 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ

4.10 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

4.11 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

4.12 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ

4.1 ଉପକ୍ରମ :

ପାଟୀଗଣିତ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ କୁ ନେଇ ସମୃଦ୍ଧ । ସଂଖ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କରିବାରେ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରମୁଖ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଥାଆନ୍ତି । ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିମାଣର ସୂଚକ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଅନେକ ସମୟରେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ଅଧିକ ବ୍ୟାପକ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ । ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଉଦାହରଣଟି ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ : ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର

(i) ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ମିଟର ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 3 ମିଟର ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (5×3) ବର୍ଗ ମିଟର = 15 ବର୍ଗ ମିଟର

(ii) ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ମି. ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 2 ମି. ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (8×2) ବର୍ଗ ମି. = 16 ବର୍ଗ ମି.

ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଜଣାଥିଲେ ଆମେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରୁଛୁ । ଏହି ଦୁଇଟି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦେଖିଲେ । କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ ଜାଣି ନ ଥିବା ପିଲାଟିଏ ଅନ୍ୟ ଯେକୌଣସି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାରେ ସକ୍ଷମ ହେବ ନାହିଁ । ଏଣୁ ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ କହିବା ଆବଶ୍ୟକ । ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ଆଲୋଚନାକୁ ଦେଖ ।

ଆମେ ଯଦି କହୁ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ l ଏକକ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ b ଏକକ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $l \times b$ ବର୍ଗ ଏକକ, ତେବେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଉକ୍ତି ପ୍ରକାଶ ପାଇଲା । ଏହାକୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ । ଏଠାରେ ଆମେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସୂଚକ ସଖ୍ୟା ଲାଗି l ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି b ବ୍ୟବହାର କଲେ ।

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (A) , ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l) ଓ ପ୍ରସ୍ଥ (b) ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କର ବ୍ୟାପକୀକରଣ ହେଲା –

$$A = l \times b$$

ଏହିଭଳି, a,b,c.... x, y, z ଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ସଙ୍କେତ ହିସାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା । ଏହା ଦ୍ୱାରା ଆମେ ପାଟୀଗଣିତ ପରିସର ବାହାରକୁ ଚାଲିଯାଇ ଏହାକୁ ଅଧିକ ବ୍ୟାପକୀକୃତି (generalised) କରିପାରୁଛୁ । ଫଳରେ ଗଣିତର ପାଟୀଗଣିତ ବିଭାଗଟି, ଆଉ ଏକ ବିଭାଗ ବୀଜଗଣିତକୁ ରୂପାନ୍ତରିତ ହୁଏ । ଯେଉଁଥିରେ ପାଟୀଗଣିତର ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ନିୟମଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟାପକୀକରଣ କରାଯାଇଥାଏ । ଫଳରେ ବୀଜଗଣିତ ଆନନ୍ଦଦାୟକ ଓ ପ୍ରୟୋଜନୀୟ ହୋଇଥାଏ ।

4.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ଏହି ଏକକଟି ପାଠ କରି ସାରିଲା ପରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ :

- ବୀଜଗାଣିତିକ ପଦ ପରିପ୍ରକାଶ ବୁଝାଇବେ ଏବଂ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ବିଭାଗୀ କରଣ କରିବେ ।
- ଚଳରାଶି ଓ ଧ୍ରୁବକ ଏବଂ ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦର୍ଶାଇବେ ।
- ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଉପରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କରିବେ ।

- ପଲିନୋମିଆଲର ସଂଜ୍ଞା, ଘାତ, ପଦ ଓ ସହଗ କହିବେ ।
- ପଲିନୋମିଆଲମାନଙ୍କର ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କରିବେ ।
- ଏକଘାତୀ ଓ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କରିବେ ।
- ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପଦ୍ଧତିର ପ୍ରୟୋଗ କରିବେ ।
- ସେଟ୍, ଏହାର ଉପାଦାନ ଓ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସେଟ୍‌ର ସଂଜ୍ଞା କହିବେ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଭେନ୍‌ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବେ ।
- ସେଟ୍‌କୁ ତାଲିକା ପ୍ରଣାଳୀ ଓ ସୂତ୍ର ପ୍ରଣାଳୀରେ ପ୍ରକାଶ କରିବେ ।
- ବିଭିନ୍ନ ସେଟ୍ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯଥା – ସଂଯୋଗ, ଛେଦ, ଅନ୍ତର ଓ ପରିପୂରଣର ସଂଜ୍ଞା ଓ ଧର୍ମ କହିବେ ଓ ତତ୍ ସମ୍ପର୍କିତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବେ ।
- ସମତଳରେ ଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବେ, ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଦତ୍ତ ଥିଲେ R^2 ସମତଳରେ ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥାପନ କରିବେ ଏବଂ ସରଳ ରେଖାର ସମୀକରଣ କହିବେ ।

4.3 ବୀଜ ଗଣିତ ହେଉଛି ପାଟୀଗଣିତର ବ୍ୟାପକୀକରଣ, ଚଳରାଶି ଓ ଧ୍ରୁବକ :

ବୀଜଗଣିତର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ହେଉଛି ସାଧାରଣ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସଂଖ୍ୟା, ପରିମାଣ ଓ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କକୁ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର । ଅକ୍ଷର ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଦ୍ୱାରା ଆମେ ନିୟମ ଓ ସୂତ୍ରକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବରେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରି ପାରୁଛୁ । ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ପପୁଲ୍‌ର 4ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଓ ତା ଭଉଣୀ ଏସ୍‌ମାର 3ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଅଛି । ତାଙ୍କ ଦୁଇଜଣଙ୍କର ମୋଟ $4 + 3 = 7$ ଟି ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଅଛି ।

ଏହି ଉଦାହରଣରେ ପରିମାଣକୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ସଂପୃକ୍ତ ହିସାବରେ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ।

ମନେକରାଯାଉ ଆମେ ପପୁଲ୍‌ର ତଥା ଏସ୍‌ମାର ଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣି ନାହୁଁ । ମାତ୍ର ଆମେ ସେ ଦୁହିଁଙ୍କର ମୋଟ୍ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା କିପରି ଜାଣିବା ତାହା କହିବାକୁ ଚାହୁଁ ।

ତେବେ ଆମେ ପପୁଲ୍‌ର ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟାକୁ x ଓ ଏସ୍‌ମାର ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟାକୁ y ନେଇ, କହିବା ଉଭୟଙ୍କର ମୋଟ୍ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ସଂଖ୍ୟା $= x + y$ ।

ଅବଶ୍ୟ ପାଟୀଗଣିତରେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟିରୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ ମାତ୍ର x ଓ y ର ସମଷ୍ଟିରୁ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଭିନ୍ନ ସଙ୍କେତ ମିଳେ ନାହିଁ ।

ବ୍ୟାପକୀକରଣର ଉଦାହରଣ –

ଉଦାହରଣ-1 : (i) PQRS ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7 ସେ.ମି ।

ଏହାର ପରିସୀମା କେତେ ?

∴ ଏହାର ପରିସୀମା = PQ+QR+RS+SP = (7+7+7+7) ସେ.ମି.

= 7×4 ସେ.ମି. = 4×7 ସେ.ମି.

(ii) ABCD ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ସେ.ମି.

ABCD ର ପରିସୀମା = AB+BC+CD+DA = (3 + 3 + 3 + 3)ସେ.ମି.

= 3 × 4 ସେ.ମି. = 4 × 3 ସେ.ମି.

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ କହୁ :

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = 4 × ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

ଯଦି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 'a' ଓ ପରିସୀମାକୁ 'P' ବୋଲି ଧରାଯାଏ, ତେବେ ଏଠାରେ ଆମେ

ଏକ ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ର / ନିୟମ ସାଧାରଣ ଭାବେ ପାଇଲେ, $\boxed{P = 4 \times a}$

p = 4a ସୂତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଯେ କୌଣସି ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ତା'ର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

ବାହୁ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a = 3 ଏକକ ହେଲେ, ପରିସୀମା P = 12 ଏକକ ହୁଏ

ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a = 5 ଏକକ ହେଲେ ପରିସୀମା P = 20 ଏକକ ହୁଏ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ 'a' ଅଥବା 'P' କୌଣସିଟି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚାନ୍ତି ନାହିଁ । 'a' ପାଇଁ ଯେ କୌଣସି ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ନିଆଯାଇପାରେ ଓ 'P' ପାଇଁ ତଦନୁଯାୟୀ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ମିଳେ । ଏଣୁ a ତଥା P କୁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି (variable) କୁହାଯାଏ । P = 4a ସୂତ୍ରରେ a ଓ P ର ମୂଲ୍ୟ ବଦଳିପାରେ ମାତ୍ର '4' ର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ । '4' କୁ ବଦଳାଇ ଦେଲେ ଉକ୍ତିଟି ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପରିସୀମା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବ ନାହିଁ । ଏଣୁ ଏହି ସୂତ୍ରରେ '4' କୁ ଏକ ଧ୍ରୁବକ ବା ଧ୍ରୁବାଙ୍କ (constant) କୁହାଯାଏ ।

ସାଧାରଣତଃ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଧ୍ରୁବକ ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ । ଅନେକ ସମୟରେ ବୀଜଗାଣିତୀୟ ସଙ୍କେତ ଯଥା - a,b,c ଆଦିକୁ ମଧ୍ୟ ଧ୍ରୁବକ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ସାଧାରଣତଃ x, y, z କୁ ଚଳରାଶି ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ତେବେ ଆମେ ମଧ୍ୟ ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବୀଜଗାଣିତୀୟ ସଙ୍କେତମାନଙ୍କୁ ଚଳରାଶି ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ତଳେ ଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ : ଗୋଟିଏ କଲମର ଦାମ୍ x ଟଙ୍କା ହେଲେ a ସଂଖ୍ୟକ କଲମର ଦାମ୍ କେତେ ?

ଏହିପରି ଭାବେ ଆମେ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର a, b, c..... x,y,z ଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ସଙ୍କେତ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରି ବିଭିନ୍ନ ସାଧାରଣ ସତ୍ୟ ଅର୍ଥାତ୍ ନିୟମ ଓ ସୂତ୍ର ପାଇ ପାରିବା । ଯେହେତୁ ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଛନ୍ତି, ତେଣୁ ଚାରି ଗାଣିତିକ ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ଏମାନେ ମାନନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ ଏମାନଙ୍କ ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

4.3.1 ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ (Algebraic Expression)

ପାଟୀଗଣିତରେ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଚାରିମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଅନେକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯଥା - (25 ÷ 5) + (7 + 11) - 16 ର ସମ୍ମୁଖୀନ ହୋଇଛେ । ସେହିପରି ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ମଧ୍ୟ ଏହିପ୍ରକାର ପରିପ୍ରକାଶ ତିଆରି କରିପାରିବା । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 2 : ଆୟେଶା ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼େ । ତାଙ୍କ ଶ୍ରେଣୀରେ p ଜଣ ଛାତ୍ରୀ ପଢ଼ନ୍ତି । ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା ଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ଠାରୁ 11 ଅଧିକ । ଶ୍ରେଣୀର ମୋଟ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା = p

ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା = p + 11

ମୋଟ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା = p + (p+11) = 2p + 11

ଏଠାରେ p+p କୁ 2p ରୂପେ ଲେଖାଯାଉଛି । ଯେପରି 5 + 5 = 5 × 2 ବା 2 × 5 ହୁଏ । ଏହି 2p+11 ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯାହା ଚଳରାଶି p ଏବଂ ଧ୍ରୁବକ 2 ଓ 11 କୁ ନେଇ ଗଠିତ । ଏଥିରେ ଯୋଗ ଓ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ।

ଉଦାହରଣ - 3 : ଅରଭିନ୍‌ର ମା'ଙ୍କ ବୟସ ତା ବୟସର 2 ଗୁଣରୁ 5 ବର୍ଷ ଅଧିକ । ଅରଭିନ୍‌ର ବୟସ x ବର୍ଷ ହେଲେ, ତା ମା'ଙ୍କ ବୟସ କେତେ ?

ଟୀକା : ତା' ମାଙ୍କ ବୟସ = x × 2 + 5 = (2x + 5) ବର୍ଷ

7 ×2 = 14 ହୁଏ, 9 × 2 = 18 ହୁଏ । ମାତ୍ର x × 2 କୁ କେବଳ 2x ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଏଠାରେ (2x + 5) ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯାହା ଚଳରାଶି x ଏବଂ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ 2 ଓ 5 କୁ ନେଇ ଗଠିତ ଏବଂ ଏଥିରେ ଯୋଗ ଓ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ।

ଉପର ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶ (ଉଦାହରଣ-2 ରେ 2p+11 ଏବଂ ଉଦାହରଣ - 3 ରେ 2x+5)କୁ ଆମେ ମଧ୍ୟ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ କହିବା ଯେହେତୁ ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠନରେ ଉଭୟ ଚଳରାଶି ଓ ଧ୍ରୁବାଙ୍କର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଛି ।

ତେଣୁ ଚଳରାଶି ଓ ଧ୍ରୁବାଙ୍କ ଚାରିମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟରୁ ସମସ୍ତ ବା କେତେକ ଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ ହୋଇଥିଲେ, ତାହାକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ କହିବା ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $x, 3yz-1, \frac{m}{3}+1, p+q-2$ ଗୁଡ଼ିକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଅଟନ୍ତି ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ :

* (3 × 5) + 2 ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସ୍ୱାଧୀନ ଭାବେ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିହେବ
* (2x - 5) ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ସ୍ୱାଧୀନ ଭାବେ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରି ହେବ ନାହିଁ ।
* ଯଦି 'x' ର କୌଣସି ମାନ ଦିଆଯାଏ, ତେବେ ଏହାକୁ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରି ହେବ ।
* ଏକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ପଦ ରହିପାରେ ।

- ପରିପ୍ରକାଶଟି କିପରି ଗଠିତ ଜଣାଥିଲେ ଆମେ ଏହାକୁ ଗଠନ କରିପାରିବା ।
- ପୁନଶ୍ଚ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଦତ୍ତଥିଲେ ଏହା କିପରି ଗଠିତ ତାହା ମଧ୍ୟ ଆମେ କହିପାରିବା ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ଉଦାହରଣ ଦେଖି ସାରଣୀର ଖାଲିଘର ପୂରଣ କର ।

(i)

ସୂଚନା / ନିର୍ଦ୍ଦେଶ	ପରିପ୍ରକାଶ
x ରୁ 7 ବିୟୋଗ	x – 7
y ରେ 5 ଯୋଗ	---
m କୁ –3 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା	----
a, 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ	----
p ର 3 ଗୁଣରୁ 1 ଅଧିକ	----
z ର ଅଧାରୁ 9 କମ୍	----

(ii)

ପରିପ୍ରକାଶ	କିପରି ଗଠିତ ହୋଇଛି
k +2	k ସହ 2 ଯୋଗ
l - 11	----
25x	----
$\frac{2a}{3}$	----
5p - 3	----
(x+y) × 2 - 5	----

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : (i) ରୁନୁ ଓ ଝୁନୁ ଦୁଇ ଭଉଣୀ । ରୁନୁ, ଝୁନୁ ଠାରୁ 5 ବର୍ଷ ବଡ଼ । ତଳ ସାରଣୀ ପଢ଼ି ଖାଲିଘର ପୂରଣ କର ।

ଝୁନୁର ବୟସ, ବର୍ଷରେ	ରୁନୁର ବୟସ, ବର୍ଷରେ
6	6 + 5 = 11
11	----
x	----
x + 2	----

(ii) ଚଳରାଶି x ଓ y, ଧ୍ରୁବାଙ୍କ 2, 3 ଓ 5 ଏବଂ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ ଓ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବ୍ୟବହାର କରି ତିନୋଟି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_1) :

* ନିମ୍ନ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଥିବା ଚଳରାଶି, ଧ୍ରୁବାଙ୍କ ଓ ସମ୍ପୃକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ।

(i) p+3 (ii) 3y -1 (iii) $\frac{k}{2}$ (iv) 2p- 5q

4.3.2 ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦ :

ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିଛେ ଯେ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ଏକ ବା ଏକାଧିକ ପଦ ରହିପାରେ । ଆସ ତଳ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ 3x - 7 କୁ କିପରି ଗଠନ କରାଯାଇଛି ଦେଖ ।

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ଆମେ ନିମ୍ନପ୍ରକାରରେ ଗଠନ କଲେ ।

(i) ପ୍ରଥମେ x ଓ 3ର ଗୁଣଫଳ କୁ ନେଇ 3x ଗଠନ କଲେ

(ii) ତା ପରେ (-7) କୁ 3x ସହ ଯୋଗ କଲେ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_2) :

$3x - 5k + 2$ ପରିପ୍ରକାଶଟି କିପରି ଗଠିତ ହୋଇଛି ?

ଗୋଟିଏ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଯେଉଁ ଅଂଶ ଗୁଡ଼ିକ ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ପରସ୍ପର ସହ ସଂଯୁକ୍ତ ହୋଇଥାଆନ୍ତି, ସେ ଅଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦ କୁହାଯାଏ । ତଳେ ଥିବା ଆଲୋଚନାକୁ ଦେଖ :

ତୁମେ ଜାଣ 5 - 3 କୁ 5 + (-3) ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ । ସେହିପରି 3x - 4 କୁ 3x + (-4) ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଏଣୁ ଏକ ବିୟୋଗ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଯୋଗ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକଶ କରିପାରିବା । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଦେଖ :

$3x - 4y - 7z + 9 = 3x + (-4y) + (-7z) + 9$

ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ଯେଉଁ ଅଂଶଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ଠାରୁ '+' ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ପୃଥକ ହୋଇ ଥାଆନ୍ତି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦ (term) କୁହାଯାଏ । ପଦ ଏକ ଚଳରାଶି ବା ଏକ ଧ୍ରୁବକ ହୋଇପାରେ ।

ଉଦାହରଣ : $3x - 2y + 5 = 3x + (-2y) + 5$

ଏଠାରେ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 3x, -2y ଓ 5 ।

3x ଓ 5 ପଦ ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ଓ (-2y) ପଦଟି ଋଣାତ୍ମକ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ - 3 :

ଉଦାହରଣ ପଢ଼ି ସାରଣୀର ଖାଲିଘର ପୂରଣ କର ।

ପରିପ୍ରକାଶ	ଅଂଶଗୁଡ଼ିକ ଯୋଗ ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ପୃଥକ	ପଦଗୁଡ଼ିକର ନାମ	ପଦସଂଖ୍ୟା
3xy - 8	3xy + (-8)	3xy ଓ -8	2
$\frac{p}{2}+3$			
$\frac{-kln}{3}$			
5P - 3pq - 9			
$25 - b + 3a^2$			

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_3) :

3x+4y-7 ର ପଦ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ? ସେଥିମଧ୍ୟରୁ କେତୋଟି ପଦ ଚଳରାଶି ଓ କେତୋଟି ପଦ ଧ୍ରୁବକ ?

4.3.3 ଗୁଣନୀୟକ ଓ ସହଗ :

ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଗୁଣନ : $3 \times 5 = 15$

ଉପର ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଗୁଣଫଳକୁ ଦେଖ । ଏଠାରେ ଗୁଣଫଳ 15 ଏବଂ 15ର ଗୁଣନୀୟକ 3 ଓ 5 ।

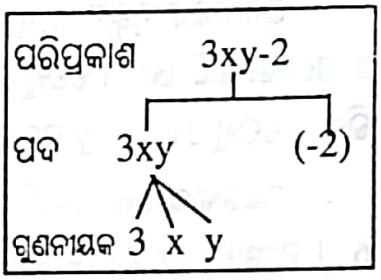
ଚଳରାଶି ସହ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ : ତୁମେ ଜାଣିଲଣି $x + x + x = 3 \times x = 3x$

$5 \times x$ ବା 5x ଅର୍ଥ 5 ଗୋଟି x ର ଯୋଗ । ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟା 5 ଓ ଚଳ x ର ଗୁଣଫଳ 5x ।

ଦୁଇଟି ଚଳରାଶିର ଗୁଣନ : y ଓ z ର ଗୁଣଫଳ = $y \times z = yz$ ରୂପେ ଲେଖିବା ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ଏକ ବା ଏକାଧିକ ପଦ ଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 3xy-2 ପରିପ୍ରକାଶର 3xy ଓ (–2) ଦୁଇଟି ପଦ । ଏଠାରେ ୧ମ ପଦ 3xy ଯାହାକି 3, x ଓ y ର ଗୁଣଫଳ ଆମେ କହିବା 3, x ଓ y ହେଉଛନ୍ତି 3xy ପଦର ଗୁଣନୀୟକ ।

ଏହିପରି ୧ମ ପଦ ହେଉଛି ତିନୋଟି ଗୁଣନୀୟକର ଗୁଣଫଳ ଓ ଏହା ଧନାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ବିଶିଷ୍ଟ । ମାତ୍ର ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦର ଚିହ୍ନ ଋଣାତ୍ମକ ଓ ଏକ ଗୁଣନୀୟକ ବିଶିଷ୍ଟ ।



ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ, ଏହାର ପଦ ଓ ପଦମାନଙ୍କର ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ବୃକ୍ଷଚିତ୍ର tree diagram ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_4) :

ପରିପ୍ରକାଶର ବୃକ୍ଷ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । (i) 2pq – 3p (ii) 5ab – 2b + 3

ପଦର ସହଗ :

ଆମେ ପଦକୁ କିପରି ଗୁଣନୀୟକ ମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ଲେଖିବା ତାହା ଶିଖିଲେ । ପରିପ୍ରକାଶର ଏକ ପଦରେ ସେହି ପଦର ଚିହ୍ନ ସହିତ କୌଣସି ଏକ ଗୁଣନୀୟକକୁ ପଦର ଅନ୍ୟ ଗୁଣନୀୟକ ମାନଙ୍କର ସହଗ ବୋଲି କହିବା । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ଉଦାହରଣ : $-7xy = (-7) \times xy$ ଏଠାରେ (–7) ହେଉଛି xy ର ସହଗ ଏବଂ xy, (–7) ର ସହଗ ।

$= (-x) \times 7y \rightarrow$ ଏଠାରେ (–x) ହେଉଛି 7y ର ସହଗ ଏବଂ 7y ହେଉଛି (–x) ର ସହଗ ।

$= (-7x) \times y \rightarrow$ ଏଠାରେ (–7x)ହେଉଛି y ର ସହଗ ଏବଂ y ହେଉଛି (–7x)ର ସହଗ ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସହଗମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ (-7) ହେଉଛି **ସାଂଖ୍ୟିକ ସହଗ** । ସାଧାରଣତଃ ସହଗ କହିଲେ ଆମେ ସାଂଖ୍ୟିକ ସହଗକୁ ବୁଝିଥାଉ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_3)

ନିମ୍ନ ପଦମାନଙ୍କର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସହଗ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(i) $\frac{pq}{2}$ (ii) $-5ma$

4.3.4 ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ (Like and Unlike term)

ଆସ 3ab, 7ab, $\frac{ab}{3}$ ଓ –ab ରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କୁ ପରୀକ୍ଷା କରିବା । ପ୍ରଥମ ରାଶିର ସାଂଖ୍ୟିକ ଗୁଣନୀୟକ 3, ସାଙ୍କେତିକ ବା ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣନୀୟକ a ଓ b ବା ab । ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ତିନୋଟି ପଦର ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣନୀୟକ ମଧ୍ୟ a ଓ b ବା ab (ଅବଶ୍ୟ ସେମାନଙ୍କର ସାଂଖ୍ୟିକ ଗୁଣନୀୟକ ମାନ ଭିନ୍ନ) ।

ଆମେ ଜାଣିବା :

(i) ଯେଉଁ ପଦମାନଙ୍କର ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣନୀୟକ ଅଭିନ୍ନ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ **ସଦୃଶପଦ** (like term) କୁହାଯାଏ ।

(ii) ଯେଉଁ ପଦମାନଙ୍କର ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣନୀୟକ ଭିନ୍ନ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ **ଅସଦୃଶ ପଦ** (unlike term) କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ପରିପ୍ରକାଶ $2x + 3xy - 5x + y$ ରେ 2x, –5x ପଦଦ୍ୱୟର ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣନୀୟକ ଅଭିନ୍ନ ଓ ଏହା ହେଉଛି 'x' । ତେଣୁ 2x, –5x ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି । କିନ୍ତୁ 2x ଓ 3xy ପଦଦ୍ୱୟର ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣନୀୟକ ଭିନ୍ନ । ତେଣୁ 2x ଓ 3xy ପଦଦୁଇଟି ଅସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି । ସେହିପରି –5x ଓ y ଦୁଇଟି ଅସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି ।

ମନେରଖ : 6x ଗୋଟିଏ ରାଶି (ବା ପରିପ୍ରକାଶ) । ଏହାର ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣନୀୟକ x ଓ ସାଂଖ୍ୟିକ ଗୁଣନୀୟକ 6 । ସାଂଖ୍ୟିକ ଗୁଣନୀୟକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ 6 ର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ 2 ଓ 3 ବୋଲି କହିବା ନାହିଁ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : ଉଦାହରଣ ପଢ଼ି ସାରଣୀର ଖାଲିଘର ପୂରଣ କର ।

ପଦ	ଗୁଣନୀୟକ	ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣନୀୟକ ସମାନ କିମ୍ବା ଭିନ୍ନ	ସଦୃଶ / ଅସଦୃଶ ପଦ
9p ଓ 12q	9, p 12, q	ଭିନ୍ନ	ଅସଦୃଶ
8y ଓ 13			
8y ଓ 13y			
10 mr ଓ 5m			
–6ay ଓ 8a			

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_6) :

(i) ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କୁ ଟିକ୍ ଚିହ୍ନ (✓) ଦେଇ ଚିହ୍ନଟ କର; 9y, 9, –5y, 5z, y, –z, 12z

(ii) ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶରେ ପଦ, ପଦର ଚିହ୍ନ ଓ ପଦର ଗୁଣନୀୟକ ଦର୍ଶାଅ ।

(a) $3mn - 7n$ (b) $pq - 3q + 5p$

4.4 ବୀଜ ଗଣିତରେ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ସଂଖ୍ୟାରେ ଆମେ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯଥା : ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ଭାଗକ୍ରିୟା ସହ ପରିଚିତ । ଏବେ ଆମେ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା । ଯେହେତୁ ସାଙ୍କେତିକ ସଂଖ୍ୟା (ବା ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା) ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ବା ସୂଚାଏ, ତେଣୁ ସାଙ୍କେତିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଚାରିମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ନିୟମ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

ଆମେ ନିମ୍ନ ଦୁଇଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କରିବା ।

(i) ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟା (ଅକ୍ଷର ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସଂଖ୍ୟା) ଉପରେ ପ୍ରକ୍ରିୟା

(ii) ପରିପ୍ରକାଶ ଉପରେ ପ୍ରକ୍ରିୟା

4.4.1 ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ଅନେକ ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ଆମେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ବ୍ୟବହାର କରୁ ଏବଂ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସେମାନଙ୍କ ଉପରେ ପ୍ରୟୋଗ କରୁ ।

(a) ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗ :

ଆମେ ଜାଣିଛେ $5 + 5 + 5 = 5 \times 3 = 3 \times 5$

ସେହିପରି ଆମେ ପାଇବା, $x + x + x = x \times 3 = 3 \times x = 3x$

ଏବଂ $x + x + x + x + x = x \times 5 = 5 \times x = 5x$

ବର୍ତ୍ତମାନ $3x$ ଓ $5x$ ର ଯୋଗଫଳ $= 3x + 5x$

$= (x + x + x) + (x + x + x + x + x)$

$= x + x + x + x + x + x + x + x = 8x$

ପୁନଶ୍ଚ $3x + 5x = 3 \times x + 5 \times x = x \times (3 + 5)$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$= x \times 8 = 8 \times x$ (କ୍ରମବିନିମୟ ନିୟମ)

$= 8x$

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟି ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ : $5m$, m ଓ $9m$ ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି $= 5m + m + 9m$

$= (5 \times m) + (1 \times m) + (9 \times m)$

$= m \times (5 + 1 + 9) = m \times 15 = 15 \times m = 15m$

$\therefore 5m + m + 9m = 15m$ (ଉ)

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_7) :

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $7abc$ ଓ $16\,abc$ (ii) $4y$, $6y$ ଓ $11y$

ଅସଦୃଶ ପଦର ଯୋଗ :

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦୁଇଟି ଅସଦୃଶ ପଦର ଯୋଗଫଳ କଥା ଚିନ୍ତା କରିବା ।

ଆସ 6ଟି ସେଓ ଏବଂ 4ଟି କମଳାର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଆମେ କହିପାରିବା ନାହିଁ ଯୋଗଫଳ 10ଟି ସେଓ ବା 10ଟି କମଳା

ସେହିପରି 6x ଓ 4y ର ଯୋଗଫଳ ଗୋଟିଏ ପଦ ହେବ ନାହିଁ ।

ଆମେ ଯୋଗଫଳ 6x + 4y ବୋଲି ଲେଖିବା ଯେଉଁ ଠାରେ ଉଭୟ ପଦ ସେହିପରି ରହିବ । ଅବଶ୍ୟ ସମ୍ଭବ ହେଲେ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।

ଏଠାରେ $6x + 4y = 2 \times 3x + 2 \times 2y = 2(3x + 2y)$ [ବଣ୍ଟନ ନିୟମ]

ତୁମେ କୁହ 3yz ଓ 5z ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

ଦୁଇଟି ବା ତତୋଧିକ ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ମୂଳ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସହ ସଦୃଶ ପଦ ହେବ ଏବଂ ଏହାର ସଂଖ୍ୟା-ସହଗ ସମସ୍ତ ମୂଳପଦର ସଂଖ୍ୟା ସହଗ ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

(b) ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶମାନଙ୍କର ଯୋଗ ।

ଆସ ତଳ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : 3x + 5 ଓ 2x -3 ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ପରିପ୍ରକାଶ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି $= (3x + 5) + (2x - 3) = (3x + 2x) + (5 - 3)$ [ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କର ଏକତ୍ରୀକରଣ]

$= 5x + 2$

ଉଦାହରଣ : 2p + q, 6 + 3p ଓ 5q - 7 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

ଏଠାରେ ସମଷ୍ଟି $= 2p + q + 6 + 3p + 5q - 7$

$= (2p + 3p) + (q + 5q) + (6 - 7)$ [ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କୁ ଏକାଠି କରାଗଲା ।]

$= 5p + 6q - 1$

ଏଠାରେ ଆମେ ନିମ୍ନ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ।

୧ମ ପର୍ଯ୍ୟାୟ - ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ '+' ଚିହ୍ନଦେଇ ଧାଡ଼ିରେ ଲେଖିବା;

୨ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ : ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କୁ ସଜାଇ ଏକାଠି ଲେଖିବା;

୩ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ : ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟାର ସଂବୃତ୍ତି, କ୍ରମବିନିମୟୀ, ସହଯୋଗୀ, ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ଏବଂ ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଧର୍ମ ପାଳନ କରନ୍ତି । ଅବଶ୍ୟ ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦମାନେ ମଧ୍ୟ ଯୋଗ-ନିୟମ ପାଳନ କରନ୍ତି, ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ପରି ।

ସ୍ତମ୍ଭରେ ଲେଖି (ତଳକୁ ତଳ ଲେଖି) ଯୋଗ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ :

ଉଦାହରଣ : $2x + 3y - 7$ ଓ $3x - y + 2$ ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ପ୍ରଥମ ପରିପ୍ରକାଶ ତଳକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଏପରି ଲେଖିବା ଯେପରି ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକ ତଳକୁ ତଳ ରହିବ ।

$$\begin{array}{rr} & 2x + 3y - 7 \\ (+) & \underline{3x - y + 2} \\ & 5x + 2y - 5 \end{array}$$

ଯୋଗକଲାବେଳେ ଆମେ ଯାହା କଲେ :

- $2x$ ଓ $3x$ ର ଯୋଗଫଳକୁ ଉକ୍ତ ପଦଦ୍ୱୟର ତଳକୁ ଲେଖାଗଲା ।
- $3y$ ଓ $-y$ ର ଯୋଗେଫଳ $2y + y - y = 2y + 0 = 2y$ ଉକ୍ତ ପଦଦ୍ୱୟ ତଳକୁ ଲେଖା ଗଲା ।
- $-7 + 2 = -5-2 + 2 = -5$ ($\because -2+2 = 0$) ଉକ୍ତ ପଦଦ୍ୱୟର ତଳେ ଲେଖାଗଲା ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_8) :

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $2b+3$ ଓ $5b - 7$ (ii) $2m+5n - 7$, $5 - m$ ଓ $4n + 9$

4.4.2. ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାରେ ଆମେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କରିଛୁ । ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ସେହି ନିୟମ ଓ ପ୍ରଣାଳୀ ପାଳନ କରିବ ।

(a) ଏକପଦୀ ରାଶିରୁ ଏକପଦୀ ରାଶିର ବିୟୋଗ :

ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯେପରି $5-5= 0$, ଚଳରାଶି (ବା ଅକ୍ଷର-ସଙ୍କେତ) କ୍ଷେତ୍ରରେ ସେହିପରି $x - x = 0$

ଆସ $6x$ ରୁ $4x$ ବିୟୋଗ କରିବା ।

ବିୟୋଗ ଫଳ $= 6x - 4x = (x + x + x + x + x + x) - (x + x + x + x)$

$= \{x + (-x)\} + \{x + (-x)\} + \{x + (-x)\} + \{(x + (-x)\} + x + x$ (ସଜାଇଲେ)

$= 0 + 0 + 0 + 0 + 2x$ (x ଓ $-x$ ପରସ୍ପର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

$= 0 + 2x = 2x$

ସଂକ୍ଷେପରେ ଆମେ ବଣ୍ଟନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅନୁସରଣ କରି ମଧ୍ୟ ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ପଦର ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $6x - 4x = x(6-4)$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$= x \times 2 = 2 \times x = 2x$

ଆସ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : 15y ରୁ 9y କୁ ବିୟୋଗ କରିବା ।

ବିୟୋଗଫଳ $= 15y - 9y = 15 \times y - 9 \times y = y \times (15-9)$ [ବଣ୍ଟନ ନିୟମ]

$= y \times 6 = 6 \times y$ (କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ)

$= 6y$

ଏଠାରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ, ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ପଦର ବିୟୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ମୂଳ ପଦସହ ସଦୃଶ ପଦ ଏବଂ ଏହାର ସଂଖ୍ୟା ସହଗ ହେବ ମୂଳପଦ ଦ୍ୱୟର ସହଗ ଦ୍ୱୟର ବିୟୋଗଫଳ ସହ ସମାନ । କିନ୍ତୁ ଦୁଇଟି ଅସଦୃଶ ପଦର ବିୟୋଗଫଳ ଗୋଟିଏ ପଦ ନୁହେଁ, ବରଂ ଏହା ଏକ ଦୁଇ ପଦୀ ରାଶି ହେବ ।

ଯଥା :- 3x ଓ 2y ର ବିୟୋଗଫଳ $= 3x - 2y$

ଅବଶ୍ୟ $15x - 12y = 3 \times 5x - 3 \times 4y = 3(5x - 4y)$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_9) :

ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) 12p ରୁ 8p ; (ii) 25m ରୁ 16m

(b) ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରଣାଳୀ ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ଭଳି । କାରଣ ଗୋଟିଏ ରାଶିରୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ରାଶିର ବିୟୋଗ ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ରାଶି ସହ ଦ୍ୱିତୀୟ ରାଶିର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ଯୋଗ ।

ଉଦାହାରଣ : $5x + 3y - 2$ ରୁ $4y - 2x$ ବିୟୋଗ କର ।

ବିୟୋଗ ଫଳ $= (5x + 3y - 2) - (4y - 2x) = (5x + 3y - 2) + \{-(4y - 2x)\}$

($4y - 2x$ ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀର ଯୋଗ)

$= 5x + 3y - 2 + (-4y + 2x)$

$= (5x + 2x) + (3y - 4y) - 2$ (ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କୁ ଏକାଠି କଲେ) ।

$= 7x - y - 2$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ : ପରିପ୍ରକାଶ ଦ୍ୱୟର ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କୁ ତଳକୁ ତଳ ଲେଖିଲେ ।

$$\begin{array}{r} 5x + 3y - 2 \\ -2x + 4y \\ \underline{(-) \quad + \quad - \qquad} \\ (5+2)x + (3-4)y - 2 = 7x - y - 2 \end{array}$$

ଟୀକା : (i) (ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଲେଖିବା ବେଳେ (ବା ୧ମ ପ୍ରଣାଳୀରେ ୨ୟ ପରିପ୍ରକାଶ ର ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ ସମୟରେ) ଏଥିରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ଚିହ୍ନକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇଛି, ଅର୍ଥାତ୍ '+' ସ୍ଥାନରେ '-' ଏବଂ '-' ସ୍ଥାନରେ '+' କରାଯାଇଛି ।

(ii) ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ (ସ୍ତମ୍ଭରେ ଲେଖିବା) ରେ, ବିୟୋଗ କରାଯାଉଥିବା ପରିପ୍ରକାଶର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ଚିହ୍ନତଳେ ଏହାର ବିପରୀତ ଚିହ୍ନ ଲେଖାଯାଇଛି ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{10}):

ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $11m + 5n - 2$ ରୁ $6m - 4$ (ii) $9z - 2 + 7y$ ରୁ $3 - 4z + y$

4.4.3. ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

(a) ଏକପଦୀ ରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣନ :

ଦୁଇଟି x ର ଗୁଣଫଳ କୁ x^2 ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଆମେ ଲେଖୁ $x \times x = x^2$

x^2 ରେ 2 କୁ ଘାତାଙ୍କ ଏବଂ x କୁ ଆଧାର କହନ୍ତି ।

[ଘାତାଙ୍କ ହେଉଛି ଗୁଣନ କରାଯାଇଥିବା x ର ସଂଖ୍ୟା ।]

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : ଉଦାହରଣ ଦେଖ ଓ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

ଏକ ପ୍ରକାର ଏକାଧିକ ସଂକେତର ଗୁଣନ	ଗୁଣଫଳ	ଆଧାର	ଘାତାଙ୍କ
3ଟି x ର ଗୁଣନ= $x \times x \times x$	x^3	x	3
$y \times y \times y \times y \times y$			
$z \times z \times z \times z \times z \times z \times z$			
$k \times k \times k \times$ .....m ସଂଖ୍ୟକ			

ଆସ ଅସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

x ଓ y ର ଗୁଣଫଳ କେତେ କହିପାରିବ କି ?

x ଓ y ର ଗୁଣଫଳକୁ କୌଣସି ନୂଆ ସଙ୍କେତରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ ନାହିଁ ।

x ଓ y ର ଗୁଣଫଳ = $x \times y$ ବା $x . y = xy$ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ରୂପ xy ।

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ କହୁ xy ର ଗୁଣନୀୟକ (ବା ଉତ୍ପାଦକ) ହେଉଛନ୍ତି x ଓ y ।

ସେହିପରି : $x \times 2 = 2 \times x = 2x$

$x \times x \times y = x^2 \times y = x^2y$

$a \times a \times b \times b = a^2 \times b^2 = a^2b^2$ ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର : (i) $m \times m \times n \times 5 =$ .....

(ii) $p \times p \times q \times q =$ ..... (iii) $y \times y \times z \times \times z \times z \times 5 =$ .....

ଆସ ଆଉ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : 3a ଓ 5b ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଗୁଣଫଳ $= 3a \times 5b = 3 \times a \times 5 \times b = (3 \times 5) \times (a \times y)$ (କ୍ରମବିନିୟୀ ନିୟମ)

$= 15 \times ab = 15ab$

ଉଦାହରଣ : 4mn, – 5mnp ଓ 2pn ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ?

ଗୁଣଫଳ $= (4mn) \times (-5mnp) \times 2pn$

$= 4 \times m \times n \times (-5) \times m \times n \times p \times 2 \times p \times n$

(ବନ୍ଧନୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ଗୁଣନୀୟକରେ ପ୍ରକାଶ କରାଗଲା)

$= \{4 \times (-5) \times 2\} \times (m \times m) \times (n \times n \times n) \times (p \times p)$ (ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କୁ ସଜାଇ ଲେଖିଲେ)

$= (-40) \times m^2 \times n^3 \times p^2 = -40m^2n^3p^2$

ଏକ ପଦରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣନକ୍ରିୟାର ଆଲ୍‌ଗୋରିଦିମ୍ :

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳରେ ପ୍ରକାଶ କର ।
- କ୍ରମବିନିମୟୀ, ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କୁ ସଜାଇଲେଖ ।
- ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କୁ ପ୍ରଥମେ ଲେଖ ।
- ଏକାଧିକ ଥର ଥିବା ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଦଳରେ ନେଇ ଗୁଣନ କର ।
- ଗୁଣଫଳକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ରୂପରେ ଲେଖ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{11}) :

ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (i) $3ab \times 5b^2$ (ii) $5x \times 2y \times (-6xy)$

(b) ବହୁପଦ ରାଶିକୁ ଏକପଦ ରାଶି ସହ ଗୁଣନ :

ଏହି ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ କ୍ରମବିନିମୟୀ, ସହଯୋଗୀ ଓ ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ପ୍ରୟୋଗ କରାଯିବ । ତଳ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ : 2a – 3 କୁ 5a ସହ ଗୁଣନ କର ।

ଗୁଣଫଳ $= (2a - 3) \times 5a = 2a \times 5a - 3 \times 5a$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$= 2 \times 5 \times a \times a - 3 \times 5 \times a = 10a^2 - 15a$

ଉଦାହରଣ : 4x କୁ 5x – 7y + 3 ସହ ଗୁଣନ କର ।

ଗୁଣଫଳ $= 4x \times (5x - 7y + 3) = 4x \times 5x - 4x \times 7y + 4x \times 3$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$= 4 \times x \times 5 \times x - 4 \times x \times 7 \times y + 4 \times x \times 3$

$= 4 \times 5 \times x \times x - 4 \times 7 \times x \times y + 4 \times 3 \times x = 20x^2 - 28xy + 12x$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{12}) :

ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) (2m – 3n) ଓ 4mn (ii) 3yz ଓ (5y – 4yz –2z)

(c) ବହୁପଦୀରାଶିକୁ ବହୁପଦୀ ରାଶି ସହ ଗୁଣନ :

ଏହି ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଆମକୁ କ୍ରମବିନିମୟୀ, ସହଯୋଗୀ ଓ ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ପ୍ରୟୋଗ କରିବାକୁ ହେବ । ଆସ ତଳ ଉଦାହରଣକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : $(x + 2y)$ କୁ $(2x - 7y)$ ସହିତ ଗୁଣନ କର ।

ସମାଧାନ : $(x+3y) \times (2x - 7y) = x(2x - 7y) + 3y(2x - 7y)$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$= x \times 2x - x \times 7y + 3y \times 2x - 3y \times 7y$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$= 2 \times x \times x - 7 \times x \times y + 3 \times 2 \times x \times y - 3 \times 7 \times y \times y$ (ଗୁଣନୀୟକରେ ପ୍ରକାଶ)

$= 2x^2 - 7xy + 6xy - 21y^2$ (ପଦଗୁଡ଼ିକର ସଂକ୍ଷିପ୍ତୀକରଣ)

$= 2x^2 + (-7+6)xy - 21y^2$ (ସଦୃଶ ପଦର ଏକତ୍ରୀକରଣ)

$= 2x^2 - xy - 21y^2$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{13}):

ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $(3p - 5q)$ ଓ $(p+2q)$ (ii) $(ab + 1)$ ଓ $(7a - 3b - 4)$

4.4.4. ଭାଗକ୍ରିୟା :

ଆମେ ସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ ଜାଣିଛୁ ।

ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଆମକୁ ସେହି ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସରଣ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତଳ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକ ଦେଖ ।

(a) ଏକପଦ ରାଶିକୁ ଏକପଦ ରାଶି ଦ୍ୱାରା ଭାଗ :

ଏହି ଭାଗକ୍ରିୟା ପାଇଁ ଆମେ ତଳ ଆଲଗୋରିଦିମ୍‌କୁ ଅନୁସରଣ କରିବା ।

ଆଲଗୋରିଦିମ୍ :

- ଭାଜ୍ୟକୁ ଲବ ଓ ଭାଜକକୁ ହର ଭାବେ ଲେଖ ।
- ଉଭୟ ଲବ ଓ ହରକୁ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।
- ଲବ ଓ ହରର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କୁ କାଟି ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସରଳ କର ।

ଆସ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : 20ab କୁ 5a ଦ୍ୱାରା ଭାଗକର

ଭାଗଫଳ $= 20ab \div 5a = \dfrac{2 \times 2 \times 5 \times a \times b}{5 \times a} = 4b$

(ii) $24x^2y \div (-4xy) = \dfrac{24x^2y}{-4xy} = -\dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times x \times x \times y}{-2 \times 2 \times x \times y} = -2 \times 3 \times x = -6x$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{14}) :

ଭାଗକର : (i) 30mn କୁ 5n ଦ୍ୱାରା (ii) $36a^2bc$ କୁ 9bc ଦ୍ୱାରା

(b) ବହୁପଦ ରାଶିକୁ ଏକପଦ ରାଶି ଦ୍ୱାରା ଭାଗ :

ଏହି ଭାଗକ୍ରିୟା ପାଇଁ ଆମେ ତଳେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଧାରା ଅନୁସରଣ କରିବା ।

ପ୍ରଣାଳୀ : (i) ଭାଜ୍ୟର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଭାଜକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରିବା ।

(ii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ପୂର୍ବପରି ସରଳ କରି ଭାଗଫଳ ଲେଖିବା ।

ତଳ ଉଦାହରଣ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

ଉଦାହରଣ : (i) $8p^2 - 20pq$ କୁ $4p$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $(8p^2 - 20pq) \div 4p = \frac{8p^2 - 20pq}{4p} = \frac{8p^2}{4p} - \frac{20pq}{4p}$

(ଭାଜ୍ୟର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଭାଜକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା)

$$= \frac{2\times2\times2\times p\times p}{2\times2\times p} - \frac{2\times2\times5\times p\times q}{2\times2\times p} = 2p - 5q$$

(ii) $10m^2n + 15mn - 25mn^2$ କୁ $-5mn$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ତୁମେ ଖାଲିସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରି ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାଟିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କର ।

ଭାଗଫଳ $= (10m^2n + 15mn - 25mn^2) \div (-5mn)$

$$= \frac{10m^2n + 15mn - 25mn^2}{(\ldots\ldots)} = \frac{10m^2n}{(-5mn)} + \frac{(\ldots\ldots)}{(\ldots)} - \frac{(\ldots\ldots)}{(\ldots)}$$

$$= \frac{2\times5\times m\times m\times n}{-5\times m\times n} - \frac{(\ldots\ldots)}{(\ldots)} + \frac{(\ldots\ldots)}{(\ldots)} = -2m + (\ldots\ldots) + (\ldots\ldots)$$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{15})

ଭାଗକର : (i) $(9x^2y - 12xy^2)$ କୁ $(-3xy)$ ଦ୍ୱାରା

(ii) $(12a^2b - 16ab^2 + 24ab)$ କୁ $4ab$ ଦ୍ୱାରା

(i) ବହୁପଦରାଶିକୁ ବହୁପଦ ରାଶି ଦ୍ୱାରା ଭାଗ :

ସଂଖ୍ୟାରେ ଆମେ ବିସ୍ତୃତ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀ (Long division process) ରେ ଭାଗକ୍ରିୟା କରିଛୁ । ଏଠାରେ ଆମେ ସେହି ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସରଣ କରିବା । ତଳ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ : $9x + 20x^2 - 18$ କୁ $4x - 3$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

୧ମ ସୋପାନ : ଭାଜ୍ୟ ଓ ଭାଜକର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଥିବା କୌଣସି ଏକ ଚଳରାଶିର ଘାତର ଅଧଃକ୍ରମ ଅନୁଯାୟୀ ସଜାଇ ଲେଖିବା ।

$4x - 3 \,\big|\, 20x^2 + 9x - 18$

୨ୟ ସୋପାନ : ଭାଜ୍ୟର ପ୍ରଥମ ପଦକୁ ଭାଜକର ୧ମ ପଦ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଭାଗଫଳର ୧ମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଏଠାରେ $\frac{20x^2}{4x} = 5x$ ହେଉଛି ଭାଜକର ୧ମ ପଦ

୩ୟ ସୋପାନ : $5x$ କୁ ଭାଜକର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ସହ ଗୁଣି ଗୁଣଫଳକୁ ଭାଜ୍ୟର ସଦୃଶ ପଦ ତଳେ ଲେଖିବା । ପ୍ରାପ୍ତ ଗୁଣଫଳକୁ ଭାଜକରୁ ବିୟୋଗ କରିବା ।

$$
\begin{array}{r|l}
 & 5x \\
\hline
4x-3 & 20x^2+9x-18 \\
 & 20x^2-15x \\
 & = \quad + \\
\hline
 & 24x-18
\end{array}
$$

୪ର୍ଥ ସୋପାନ : ତୃତୀୟ ସେପାନରେ ପାଇଥିବା ବିୟୋଗ ଫଳ (ବା ଭାଗଶେଷ) $24x - 18$ ଲେଖିବା । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ $24x - 18$ କୁ ନୂତନ ଭାଜ୍ୟ ରୂପେ ନେବା ।

୫ମ ସୋପାନ : $24x - 18$ କୁ ନୂତନ ଭାଜ୍ୟ ଭାବେ ବିଚାର କରି ୨ୟ ରୁ ୪ର୍ଥ ସୋପାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ପୁନର୍ବାର କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରିବା ।

$$
\begin{array}{r|l}
 & 5x+6 \\
\hline
4x-3 & 20x^2+9x-18 \\
 & 20x^2-15x \\
 & = \quad + \\
\hline
 & 24x-18 \\
 & 24x-18 \\
 & - \quad + \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

ଏଠାରେ ଭାଗଫଳର ୨ୟ ପଦ $= \frac{24x}{4x} = 6$

ଭାଗଫଳର ଏହି ୨ୟ ପଦ (6) କୁ ଭାଜକ $(4x-3)$ ସହିତ ଗୁଣନ କର ଏବଂ ଗୁଣଫଳକୁ ୨ୟ ଭାଜ୍ୟ (ନୂତନ ଭାଜ୍ୟ)ରୁ ବିୟୋଗ କର ।

ଏଠାରେ ବିୟୋଗଫଳ 0 । ଅର୍ଥାତ୍ ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଗଶେଷ 0 ।

ଏଣୁ ଭାଗକ୍ରିୟା ଶେଷ ହେଲା ଏବଂ ଭାଗଫଳ ମିଳିଲା $5x + 6$ ।

$\therefore (9x+20x^2-18) \div (4x-3) = 5x + 6$

ଏହିପରି ଭାବେ ଆମେ ବହୁପଦ ରାଶିକୁ ବହୁପଦ ରାଶି ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ପାଇଁ ଉପରେ ବର୍ଣ୍ଣିତ ବିସ୍ତୃତ ଭାଗକ୍ରିୟା ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଅନୁସରଣ କରିବା ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

ଭାଜ୍ୟର ସର୍ବାଧିକ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ପଦର ଘାତ ଭାଜକର ସର୍ବାଧିକ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ପଦର ଘାତ ଠାରୁ ସାନ ହେବ ନାହିଁ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{16}) :

ଭାଗ କର : (i) $(3m^3 + 21m + 20 + 16m^2)$ କୁ $(m+4)$ ଦ୍ୱାରା

(ii) $(6x^4 - 5x^3 - x + 2x^2)$ କୁ $(2x^2 + 1 - x)$ ଦ୍ୱାରା

4.5 ପଲିନୋମିଆଲ

ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଚାରି ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା କିପରି ସଂଘଟିତ ହୋଇଥାଏ ତାହା ଆଲୋଚନା କରିଛୁ । ଏହି ଅକ୍ଷର ସଂକେତମାନେ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ରାଶିକୁ ସୂଚାଇଲେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚଳରାଶି କୁହାଯାଏ ।

ପଲିନୋମିଆଲ୍ କ'ଣ ? ପଲିନୋମିଆଲ କିପରି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଠାରୁ ଭିନ୍ନ ଏବଂ ପଲିନୋମିଆଲ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା କିପରି ସଂଘଟିତ ହୁଏ ତାହା ଆମେ ଏହି ଏକକରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

4.5.1 ପଲିନୋମିଆଲର ସଂଜ୍ଞା ଓ ଘାତ :

ଯେଉଁ ବୀଜ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ଚଳରାଶିର ଘାତାଙ୍କ ଅଣରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପଲିନୋମିଆଲ (polynomial) କହିବା ।

ଏବେ କୁହ ନିମ୍ନ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ ପଲିନୋମିଆଲ ?

(i) $\frac{3}{5}x$ (ii) $x^2 - 5x + 6$ (iii) $x + \frac{1}{x}$ (iv) $x^2 - 5x + 3 - x^4$

(v) $x^2 + 2x^{\frac{1}{3}} + 5$ (vi) $x^{-2} + 7x - 3$

ଅନ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ପଲିନୋମିଆଲ ନ ହେବାର କାରଣ କ'ଣ ?

ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ଥିବା ଚଳରାଶିର ଉଚ୍ଚତମ ଘାତାଙ୍କକୁ ସେହି ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଉପରଲିଖିତ ପଲିନୋମିଆଲ (i) ର ଘାତ 1, (ii) ର ଘାତ 2 ଏବଂ (iv) ର ଘାତ 4

ସାଧାରଣ ଭାବରେ $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$ କୁ x ରେ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ସଂକେତରେ ଏହାକୁ p(x) ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ । ଏଠାରେ $a_0, a_1, a_2 \ldots a_n \in R$ ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପଦମାନଙ୍କର ସହଗ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{17})

ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ ମାନଙ୍କର ଘାତ କେତେ ?

(i) $10x - 9 + 3x^2$, (ii) $13p - p^3$ (iii) $z^6 - z + 3$

ଯେଉଁ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ 2 ତାକୁ ଦ୍ୱିଘାତୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ଘାତ 1,3,4... ଥିଲେ ସେମାନଙ୍କୁ ଯଥାକ୍ରମେ ଏକଘାତୀ, ତ୍ରିଘାତୀ, ଚତୁର୍ଘାତୀ ... ପଲିନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ ।

କହିଲ ଦେଖି 7 ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ କି ?

ହଁ, 7 ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ । କାରଣ $7 = 7x^0 (\because x^0 = 1)$ ଏବଂ ଏହା ଏକ ଶୂନଘାତୀ ପଲିନୋମିଆଲ ।

ଟୀକା - ଆମର ଆଲୋଚନା କେବଳ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି ଥିବା ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ସୀମିତ ରହିବ ।

4.5.2 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପଦ ଓ ସେମାନଙ୍କ ସହଗ :

ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଯଦି ଗୋଟିଏ ପଦଥାଏ ତେବେ ଏହାକୁ ମନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ x, $\frac{-1}{2}y^2$, -5, z^6 ଗୁଡ଼ିକ ମନୋମିଆଲ୍ ଅଟନ୍ତି ।

ସେହିପରି ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଦୁଇଟି ପଦ ଥିଲେ ତାକୁ ଦ୍ୱିପଦୀପଲିନୋମିଆଲ୍ (binomial) କହିବା ।

ଯଥା : $x + 3$, $x^2 - 5$, $y^3 + 7y$

ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚିହ୍ନ (+ ବା -) ଅଛି ଓ ଏହାର ଏକ ସହଗ ମଧ୍ୟ ରହିଛି । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଦେଖ ।

$x^2 - 7x + 12$ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ।

ଏହାର ୧ମ ପଦ x^2 ର ଚିହ୍ନ ହେଉଛି + (ବା ଏହା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପଦ) ଓ ଏହାର ସହଗ = +1 । ଏହାର ୨ୟପଦ $-7x$ ଟି ଋଣାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ଏହାର ସହଗ -7 ଏବଂ ୩ୟ ପଦ + 12 ଧନାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ଏହା ଏକ ଧ୍ରୁବକ । ଏହି ସହଗ ଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ସାଂଖ୍ୟିକ ସହଗ କହିବା ।

ଟୀକା : ଧ୍ରୁବକ ପଦକୁ ନିଜର ସହଗ କୁହାଯାଇପାରେ କାରଣ ପୂର୍ବ ଉଦାହରଣରେ ଧ୍ରୁବକ ପଦ + 12କୁ $+ 12x^0$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ବୋଲି କୁହାଯାଇଛି ।

4.5.3 ସଦୃଶ ମନୋମିଆଲ୍ :

ବର୍ତ୍ତମାନ $5x, \frac{-4}{7}x, 16x$ ମନୋମିଆଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକ କଥା ବିଚାର କରାଯାଉ ।

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ ଲକ୍ଷ୍ୟକରୁଥିବ ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ସମାନ ଚଳରାଶି x ଅଛି, x ର ଘାତ 1 । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ସଦୃଶ ମନୋମିଆଲ୍ କହିବା ।

ତେଣୁ, ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଦୁଇ ବା ଅଧିକ ମନୋମିଆଲ୍ ମାନଙ୍କର ଘାତ ସମାନ ହେଲେ ସେମାନଙ୍କୁ ସଦୃଶ ମନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $y^2, \frac{-2}{3}y^2, 5y^2$ ଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ ମନୋମିଆଲ୍

କିନ୍ତୁ (i) $-3x^2, 5x, \frac{5}{3}$ ମନୋମିଆଲ୍ ଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ ନୁହନ୍ତି, କାରଣ ସେମାନଙ୍କର ଘାତ ଭିନ୍ନ ଅଟେ ।

ଏବଂ (i) $5y, -\frac{5}{3}x, \frac{y}{2}$ ମନୋମିଆଲ୍ ଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ ନୁହନ୍ତି, କାରଣ ଏଗୁଡ଼ିକର ଚଳରାଶି ଭିନ୍ନ ।

4.5.4 ପଲିନୋମିଆଲ୍ ମାନଙ୍କର ଯୋଗ :

(a) ସଦୃଶ ମନୋମିଆଲମାନଙ୍କର ଯୋଗ :

ଏହି ଯୋଗପ୍ରକ୍ରିୟା ପାଇଁ ଆମେ ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ପ୍ରୟୋଗ କରିବା । ତଳ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

$$2x^2 + \frac{3}{5}x^2 = x^2 \times (2 + \frac{3}{5}) = x^2 \times \frac{13}{5} = \frac{13}{5}x^2$$

(b) ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଯୋଗ :

ଉପଏକକ 4.4 ରେ ଆମେ ବହୁପଦ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିର ଯୋଗକ୍ରିୟା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିଛେ । ଏହି ଯୋଗକ୍ରିୟା ଦୁଇଟି ପ୍ରଣାଳୀରେ ହୋଇପାରେ । ଯଥା - (a) ଧାଡ଼ି ପ୍ରଣାଳୀ (b) ସ୍ତମ୍ଭ ପ୍ରଣାଳୀ । ତଳ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

$\frac{2}{3}y+\frac{1}{2}y^2+\frac{7}{2}$ ଓ $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}y+\frac{2}{3}y^2$ ଯୋଗ କର ।

ସମାଧାନ : ସ୍ତମ୍ଭପ୍ରଣାଳୀରେ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଦ୍ୱୟକୁ ନିମ୍ନମତେ ଯୋଗ କରିବା ।

୧ମ : $\frac{1}{2}y^2+\frac{2}{3}y+\frac{7}{2}$ (ପଲିନୋମିଆଲଗୁଡ଼ିକୁ y ର ଘାତ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ତଳକୁ ତଳ ଲେଖାଯାଇଛି)

୨ୟ : $\frac{2}{3}y^2-\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}$

ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଯୋଗଫଳ $= \left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)y^2+\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)y+\left(\frac{7}{2}+\frac{1}{3}\right)$

$= \frac{7}{6}y^2+\frac{1}{6}y+\frac{23}{6}$ (ଉତ୍ତର)

ଏହାକୁ $\frac{1}{6}(7y^2+y+23)$ ରୂପେ ମଧ୍ୟ ଲେଖାଯାଇ ପାରେ ।

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : $3p^2 - 2 + 5p$, $7 - 3p - p^2$ ଓ $3p^2 - 6$

ସମାଧାନ : (ସ୍ତମ୍ଭ ପ୍ରଣାଳୀ) ୧ମ : $3p^2 + 5p - 2$ (pର ଘାତ କ୍ରମରେ ସଜାଇସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ତଳକୁ ତଳ ଲେଖାଯାଇଛି)

୨ୟ : $-p2 - 3p + 7$

୩ୟ : $3p^2 \qquad - 6$

ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଯୋଗଫଳ = $(3 - 1 + 3)\, p^2 + (5 - 3)\, p + (-2 + 7 - 6)$

$= 5p^2 + 2p - 1$ (ଉତ୍ତର)

ବି.ଦ୍ର. - ଧାଡ଼ି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଯୋଗକ୍ରିୟା ଆମେ ଉପଏକକ 4.4 ରେ ସଂପାଦନ କରିଛେ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{18}) :

ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : $3x^3 - 4x + 6$, $5 - 2x^2 + 7x + 2x^3$ ଏବଂ $6x^3 - 3x^2 + 8$

4.5.5 . ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ବିୟୋଗ :

ଆମେ ଜାଣିଛେ $a - b = a + (-b)$ । ଏହାର ଅର୍ଥ : a ରୁ b ରୁ ବିୟୋଗ ହେଉଛି a ସହ $-b$ ର ଯୋଗ ।

ଏହି ନିୟମ ଅବଲମ୍ବନ କରି ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା । ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଉଭୟ ଧାଡ଼ି ଓ ସ୍ତମ୍ଭ ପ୍ରଣାଳୀରେ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିଛେ । ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟି ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : $5x^3 + 6 - 3x^2$ ରୁ $3x^3 - 2 - 4x$ ବିୟୋଗ କର ।

ସମାଧାନ : (ସ୍ତମ୍ଭପ୍ରଣାଳୀ) ୧ମ : $5x^3 - 3x^2 \qquad + 6$

୨ୟ : $3x^3 \qquad - 4x - 2$

$\qquad - \qquad\qquad + \qquad +$ (ବର୍ତ୍ତମାନ ଯୋଗ କରିବା)

ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ବିୟୋଗଫଳ = $(5 - 3)x^3 - 3x^2 + 4x + (6 + 2)$

$= 2x^3 - 3x^2 + 4x + 8$ (ଉତ୍ତର)

ଧାଡ଼ି ପ୍ରଣାଳୀ : $(5x^3 + 6 - 3x^2) - (3x^3 - 2 - 4x)$

$= 5x^3 + 6 - 3x^2 - 3x^3 + 2 + 4x$ (ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କଲେ ଅର୍ଥାତ୍ ୨ୟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଲେଖିଲେ)

$= 5x^3 - 3x^3 - 3x^2 + 4x + 6 + 2$ (ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କୁ ସଜାଇଲେ)

$= (5 - 3)\, x^3 - 3x^2 + 4x + 8$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$= 2x^3 - 3x^3 + 4x + 8$ (ଉତ୍ତର)

ବି.ଦ୍ର.: ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଆଲଗୋରିଦିମ୍ ଏବଂ ଏଥିରେ ବ୍ୟବହୃତ ନିୟମ ବିଷୟରେ ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିଛେ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{19}) :

ବିୟୋଗ କର : $5 + 2m + 3m^2 + 4m^3$ ରୁ $m^2 + 2m^2 - 5m - 3$

4.5.6 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଗୁଣନ :

ଉପଏକକ 4.4.2 ରେ ଆମେ ସଦୃଶ ଏକପଦୀ ରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣନ ତଥା ଅସଦୃଶ ଏକପଦୀ ରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିଛେ । ପୁନଶ୍ଚ ଏଥିରେ ବ୍ୟବହୃତ ନିୟମ ଏବଂ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଆଲଗୋରିଦିମ୍ କଥା ମଧ୍ୟ ଆଲୋଚନା କରି ସାରିଛେ । ପଲିନୋମିଆଲ୍ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ଅନୁରୂପ । ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟି ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : $3z - 5$ ଏବଂ $z^2 - 5z + 3$ ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଗୁଣଫଳ $= (3z - 5) \times (z^2 - 5z + 3)$

$= 3z(z^2 - 5z + 3) - 5(z^2 - 5z + 3)$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$= 3z.z^2 + 3z(-5z) + 3z.3 - 5z^2 - 5(-5z) - 5.3$

$= 3z^3 - 15z^2 + 9z - 5z^2 + 25z - 15$

$= 3z^3 - 15z^2 - 5z^2 + 9z + 25z - 15$ (ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କୁ ସଜାଇଲେ)

$= 3z^3 - 20z^2 + 34z - 15$ (ଉତ୍ତର)

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{20}) :

ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $(3x - 5)$ ଓ $(x^2 - 3x + 6)$ (ii) $(y^2 - 2y + 3)$ ଓ $(y^2 - y + 2)$

4.5.7 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଭାଗପ୍ରକ୍ରିୟା :

ଭାଗକ୍ରିୟାର ଆଲ୍‌ଗୋରିଦିମ୍ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ବିଷୟରେ ଆମେ ଉପଏକକ 4.4.4 ରେ ବିଶଦ ଆଲୋଚନା କରିଛେ । ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଭାଗପ୍ରକ୍ରିୟା ଅନୁରୂପ । ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍ $P(x)$ କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ $g(x)$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯାଇ ପାରେ ଯଦି $g(x)$ ର ଘାତ $P(x)$ ର ଘାତ ସହ ସମାନ ବା ତା'ଠାରୁ ସାନ ହୋଇଥାଏ । ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଭାଗଫଳ $q(x)$ ଓ ଭାଗଶେଷ $r(x)$ ହେଲେ, ଭାଗଶେଷ $r(x)$ ର ଘାତ ସର୍ବଦା ଭାଜକ $g(x)$ ର ଘାତଠାରୁ ସାନ ହେବ । ଆସ ତଳ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା । ଏଠାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ବିସ୍ତୃତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସଂପାଦନ କରାଯାଇଛି ।

ଉଦାହରଣ : $y^3 - 5y + 2$ କୁ $y - 2$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ସମାଧାନ : $y^2 + 2y - 1$

$$
\begin{array}{r|l}
y - 2 & y^3 \qquad\quad - 5y + 2 \\
 & y^3 - 2y^2 \qquad\quad \downarrow \\
 & (-) \quad (+) \\
\hline
 & \qquad 2y^2 - 5y + 2 \\
 & \qquad 2y^2 - 4y \quad \downarrow \\
 & \qquad (-) \quad (+) \\
\hline
 & \qquad\qquad - y + 2 \\
 & \qquad\qquad - y + 2 \\
 & \qquad\qquad (+) \quad (-) \\
\hline
 & \qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

ଏଠାରେ ଭାଗଶେଷ = 0 ହେଲା ।

କିନ୍ତୁ 9 ÷ 4 = ଭାଗଫଳ 2 ଓ ଭାଗଶେଷ 1 ହେବ ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଭାଗକ୍ରିୟାରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, $9 = 4 \times 2 + 1$ ଅର୍ଥାତ୍ ଭାଜ୍ୟ = ଭାଜକ × ଭାଗଫଳ + ଭାଗଶେଷ

ଯେକୌଣସି ଏକ ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଜ୍ୟ, ଭାଜକ, ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ମଧ୍ୟରେ ଅନୁରୂପ ସମ୍ପର୍କ ମିଳିଥାଏ ।

ସାଧାରଣ ଭାବେ କହିଲେ, ଭାଜ୍ୟ = ଭାଜକ × ଭାଗଫଳ + ଭାଗଶେଷ

ଏହାକୁ ଇଉକ୍ଲିଡୀୟ ପଦ୍ଧତି (Euclidean Alogrithm) କୁହାଯାଏ । ଆସ ତଳ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ : $(x^2 + 12x + 35) \div (x + 3)$ ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କର ଏବଂ ଇଉକ୍ଲିଡ଼ୀୟ ଆଲଗରିଦିମ୍ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଭାଗକ୍ରିୟାର ଶୁଦ୍ଧତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

$$
\begin{array}{r|l}
 & x+9 \\
\hline
x+3 & x^2 + 12x + 35 \\
 & x^2 + 3x \\
 & (-) \quad (-) \\
\hline
 & 9x + 35 \\
 & 9x + 27 \\
 & (-) \quad (-) \\
\hline
 & 8
\end{array}
$$

ଏହି ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଭାଗଫଳ = $x + 9$ ଓ ଭାଗଶେଷ = 8

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦେଖିବା, ଭାଜକ × ଭାଗଫଳ + ଭାଗଶେଷ

$= (x + 3) \times (x + 9) + 8$

$= x(x + 9) + 3(x + 9) + 8$

$= x^2 + 9x + 3x + 27 + 8 = x^2 + 12x + 35$ = ଭାଜ୍ୟ

ଆମେ ପାଇଲେ ଭାଜକ × ଭାଗଫଳ + ଭାଗଶେଷ = ଭାଜ୍ୟ

ଅର୍ଥାତ୍ ଭାଗକ୍ରିୟାଟି ଠିକ୍ ଅଛି ।

ଉଦାହରଣ : ଯେଉଁ ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଜକ = $y - 2$, ଭାଗଫଳ = $y + 5$ ଓ ଭାଗଶେଷ = -3, ତାହାର ଭାଜ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଆମେ ଜାଣୁ, ଭାଜକ × ଭାଗଫଳ + ଭାଗଶେଷ = ଭାଜ୍ୟ

ତେବେ ଭାଜ୍ୟ = ଭାଜକ × ଭାଗଫଳ + ଭାଗଶେଷ

$= (y - 2) \times (y + 5) + (-3)$

$= y(y + 5) - 2(y + 5) + (-3)$

$= y^2 + 5y - 2y - 10 - 3 = y^2 + 3y - 13$

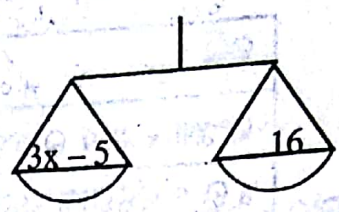
∴ ଏହି ଭାଗ ପ୍ରକିୟାର ଭାଜ୍ୟ = $y^2 + 3y - 13$ (ଉତ୍ତର)

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{21}) :

ଭାଜ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : ଭାଜକ = $m^2 - 1$, ଭାଗଫଳ = $m + 3$, ଭାଗଶେଷ = $m - 2$

4.6 ବୀଜ ଗାଣିତିକ ସରଳ ସମୀକରଣ ଓ ଏହାର ସମାଧାନ :

ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ପଲିନୋମିଆଲ ଓ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ମଧ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ ।



ସମାନ ଚିହ୍ନ (=) ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ପଲିନୋମିଆଲକୁ ସଂଯୋଗ କଲେ ଯେଉଁ ସାଙ୍କେତିକ ଉକ୍ତିର ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ, ତାହାକୁ ଏକ ସମୀକରଣ (Equation) କହିବା । ଏଥିରେ ଥିବା ଚଳରାଶିର ଯେଉଁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ପାଇଁ ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ହୁଏ, ଅର୍ଥାତ୍ ସମାନ ଚିହ୍ନର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ (LHS) ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ମାନ ଓ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ (RHS) ପଲିନୋମିଆଲର ମାନ ସମାନ ହୁଏ, ତାକୁ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ (ବୀଳ ବା ମୂଳ) କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ସମୀକରଣକୁ ଆମେ ସନ୍ତୁଳନରେ ଥିବା ଏକ ଭୌତିକ ନିକିତି ସହ ତୁଳନା କରିପାରିବା । ନିକିତିର ଦୁଇ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସମୀକରଣର ଦୁଇପାର୍ଶ୍ୱ (LHS ଓ RHS) ସହିତ ତୁଳନା କରିବା । ସମୀକରଣରେ ଥିବା ସମାନ ଚିହ୍ନ (=) ସୂଚାଉଚି ଯେ ନିକିତି ବା ଦୁଇଟି ପଲା ସନ୍ତୁଳନରେ ଅଛନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $3x - 5=16$ ସମୀକରଣର LHS = $3x - 5$ ନିକିତିର ବାମ ପଲାରେ ଏବଂ RHS = 16 ନିକିତିର ଡାହାଣ ପଲାରେ ଅଛି ଓ ନିକିତିଟି ସନ୍ତୁଳନରେ ଅଛି ।

ସମୀକରଣରେ ଥିବା ଚଳରାଶିକୁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି (unknown) କୁହାଯାଏ । ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ବା ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ପଲିନୋମିଆଲର ସର୍ବାଧିକ ଘାତ 1 ହୋଇଥିଲେ, ସମୀକରଣକୁ ଏକଘାତୀ ବା ସରଳ ସମୀକରଣ କହନ୍ତି ।

ଏହି ଏକକରେ ଆମେ କେବଳ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ବିଷୟରେ ବିସ୍ତୃତ ଭାବେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟ ଏଥିରେ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

- ଏକ ସମୀକରଣର ଏକ ବା ଏକାଧିକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ରହିପାରେ ।
- ଏକ ସମୀକରଣରେ ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ରହିବ ।
- LHS ଓ RHS ରେ ଥିବା ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱୟର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ ସମୀକରଣର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ । ଅର୍ଥାତ୍ $p(x) = q(x)$ ଓ $q(x) = p(x)$ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ଅଭିନ୍ନ ।

4.6.1 ଏକାଘାତୀ ସମୀକରଣ

ଆସ ଏକ ସରଳ ସମସ୍ୟାକୁ ନେଇ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର 3 ଗୁଣରୁ 2 ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳ 16 ହେବ ?

ଏହାକୁ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ହେଲେ ଆମେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିଟିକୁ 'x' ମନେକରିବା । x ର 3 ଗୁଣ = $3x$ । ଯେତେବେଳେ ଏଥିରୁ 2 ବିୟୋଗ କରିବା, ଫଳଟି $3x - 2$ ହେବ । ମାତ୍ର ଏହି ବିୟୋଗ ଫଳ 16 ହେବ ବୋଲି କୁହାଯାଇଛି । ତେଣୁ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିଟି ହେଲା $3x-2 = 16$, ଯାହାକି ଉପର ସମସ୍ୟାର ସମୀକରଣ ।

ଯେତେବେଳେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଙ୍କେତ (ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ପାଇଁ ନିଆ ଯାଇଥିବା) ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ ଗଠନ କରାଯାଏ ଏବଂ ତାହାକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସଙ୍କେତ ସହ ସମାନ କରାଯାଏ, ସେତେବେଳେ ଗଠିତ ଉକ୍ତିଟି ଏକ ସମୀକରଣ (equation) ହୁଏ । ତେଣୁ, $3x- 2 = 16$ ବୀଜଗାଣିତିକ ସମୀକରଣର ଏକ ନମୁନା ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ଉଦାହରଣ ପଢ଼ି ସାରଣୀରେ ସମୀକରଣଟି ଲେଖ ।

ଉକ୍ତି	ସମୀକରଣ
ସଂଖ୍ୟା x ଓ 9 ର ସମଷ୍ଟି 21 ଅଟେ	$x + 9 = 21$
a ରୁ 5 ବିୟୋଗ କଲେ 10 ହେବ	
y ର 6 ଗୁଣ 72 ଅଟେ	
p ର ତିନି ଚତୁର୍ଥାଂଶ 18 ସଙ୍ଗେ ସମାନ	
m ର 3 ଗୁଣରୁ 7 କମ୍ କଲେ 23 ମିଳେ	

ଉପର ସାରଣୀରେ ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ସମୀକରଣଗୁଡ଼ିକ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ।

ତେଣୁ ଯେଉଁ ସମୀକରଣ କେବଳ ଏକଘାତୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍ କୁ ନେଇ ଗଠିତ ତାହାକୁ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ କହିବା । ଅର୍ଥାତ୍, ସମୀକରଣକୁ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ କହିବା ଯଦି ଏଥିରେ ଥିବା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ବୃହତ୍ତମ ଘାତ 1 ଅଟେ ।

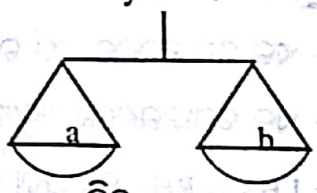
ଟୀକା :

- $x^2+5x+6 = 0$ ସମୀକରଣଟି ଏକ ଘାତୀ ନୁହେଁ, କାରଣ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ବୃହତ୍ତମ ଘାତ 2 ଅଟେ ।
- $2x - y = 7$ ସମୀକରଣଟି ଏକଘାତୀ ଅଟେ, କିନ୍ତୁ ଏଥିରେ 2ଟି ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି x ଓ y ଅଛି ।

4.6.2 ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ :

ସମୀକରଣ ସମ୍ପର୍କିତ ନିୟମ

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର – 4.5(i)ରୁ ଦେଖାଯାଏ $a = b$



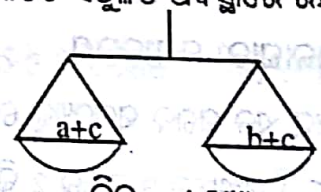
ଚିତ୍ର – 4.5(i)

(i) ଯଦି ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସମାନ ସମାନ ଓଜନ (c) ରଖାଯାଏ, ତେବେ ନିକିତିଟି ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ ତ ?

ତୁମ ଅଭିଜ୍ଞତାରୁ ତୁମେ କହିବ, 'ହଁ' ।

ତେବେ ଆମେ ଜାଣିଲେ (ଚିତ୍ର – 4.5(ii))

$a = b \Rightarrow a + c = b + c$ .... (1)



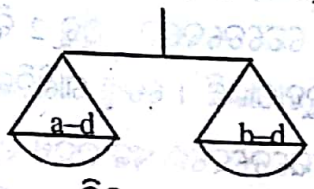
ଚିତ୍ର – 4.5(ii)

(ii) ଯଦି ଚିତ୍ର – 4.5(iii) ରେ ଥିବା ନିକିତିର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ d ପରିମାଣ ଓଜନ କମାଇ ଦିଆଯାଏ, ତେବେ ନିକିତିଟି ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ ତ ?

ପୁନଶ୍ଚ ତୁମ ଅଭିଜ୍ଞତାରୁ ତୁମେ କହିବ, 'ହଁ' ।

ତେବେ ଆମେ ଜାଣିଲେ (ଚିତ୍ର – 4.5(iii))

$a = b \Rightarrow a - d = b - d$ ..... (2)



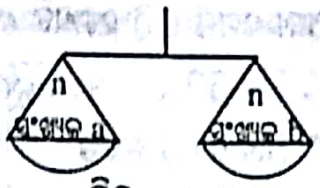
ଚିତ୍ର – 4.5(iii)

(iii) ଯଦି ନିକିତିର ବାମ ପାଖରେ n ସଂଖ୍ୟକ 'a' ଓ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ n ସଂଖ୍ୟକ 'b' ନିଆଯାଏ, ତେବେ ନିକିତିଟି ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ ତ ?

ପୁନଶ୍ଚ ତୁମ ଅଭିଜ୍ଞତାରୁ ତୁମେ କହିବ, 'ହଁ' ।

ତେବେ ଆମେ ଜାଣିଲେ (ଚିତ୍ର - 4.5(iv))

$a = b \Rightarrow na = nb$ ..... (3)

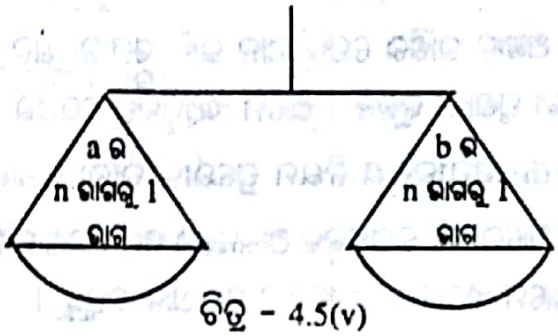


ଚିତ୍ର - 4.5(iv)

(iv) ଯଦି ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 'a' ର n ସମାନ ଭାଗରୁ ଏକ ଭାଗ ଓ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 'b'ର n ସମାନ ଭାଗରୁ 1 ଭାଗ ନିଆଯାଏ (ଏଠାରେ $n \neq 0$) ତେବେ ନିକିତିଟି ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ ତ ? ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ କହିବ, 'ହଁ' ।

ତେବେ ଆମେ ଜାଣିଲେ (ଚିତ୍ର-4.5(v))

$a = b \Rightarrow \frac{a}{n} = \frac{b}{n}$ (ଏଠାରେ $n \neq 0$) ..... (4)



ଚିତ୍ର - 4.5(v)

ଆମେ ପାଇଥିବା ନିୟମ ଚାରୋଟି ହେଲା -

$a = b \Rightarrow a + c = b + c$ .... (1)

$a = b \Rightarrow a - d = b - d$ ..... (2)

$a = b \Rightarrow na = nb$ ..... (3)

$a = b \Rightarrow \frac{a}{n} = \frac{b}{n}$ ..... (4)

ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ $x + 3 = 9$ କଥା ବିଚାର କରାଯାଉ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ କୁହ x ର କେଉଁମାନ ଲାଗି ଉପରୋକ୍ତ ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ।

ଆମେ x ର ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା 1, 2, 3 ..... ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ $x = 6$ ପାଇଁ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମାନ ହେବ ।

x ପାଇଁ ଅନ୍ୟ ଯେଉଁ ମାନ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରିବା, ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ପାଇଁ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମାନ ହେବ ନାହିଁ । ଆମେ କହୁ x ର ମାନ 6 ନେଲେ ସମୀକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ହେଲା ।

ସେହିପରି $m - 6 = 2$ ସମୀକରଣଟି କେବଳ $m = 8$ ପାଇଁ ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

$3y = 12$ ସମୀକରଣଟି କେବଳ $y = 4$ ପାଇଁ ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଯେଉଁ ମାନ ସମୀକରଣଟିକୁ ଏକ ସତ୍ୟ ଉକ୍ତିରେ ପରିଣତ କରେ ସେହି ମାନକୁ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ, ମୂଳ ବା ବୀଜ (root) କୁହାଯାଏ ।

'ସମୀକରଣକୁ ସମାଧାନ କରିବା' ଅର୍ଥ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

'ସମୀକରଣକୁ ସିଦ୍ଧ କରିବ' ଅର୍ଥାତ୍ ସମୀକରଣଟି ସତ୍ୟ ହେବ ।

ଟୀକା :

- ସମାନ ଚିହ୍ନ ଥିବା ସମସ୍ତ ଉକ୍ତି ସମୀକରଣ ନୁହଁନ୍ତି ।
- $2(x+1) = 2x + 2$ ଉକ୍ତିଟି ସମୀକରଣ ନୁହେଁ ଯେହେତୁ ଏହା x ର ଯେକୌଣସି ମାନ ପାଇଁ ସତ୍ୟ ଅଟେ । ଏହାକୁ ଅଭେଦ (Identity) କହନ୍ତି

ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ :

(a) ପରଖିବା ପ୍ରଣାଳୀ (Process of trial)

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସମୀକରଣଟିର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଯେଉଁ ମାନ ଲାଗି ସମୀକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ହେବ, ସେହି ମାନଟି ସମୀକରଣର ସମାଧାନ । ଏହାକୁ ପରଖିବା ପ୍ରଣାଳୀ କୁହନ୍ତି । ଆମେ ଏଥିପୂର୍ବରୁ ଯେପରି $x + 3 = 9$ ବା $3y = 12$ କୁ ସମାଧାନ କରିଛୁ ।

(b) ସମୀକରଣ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା ସମାଧାନ ପ୍ରଣାଳୀ (Process of application of rules)

ଆମେ ଏହି ଉପଏକକ ଆରମ୍ଭରେ ସମୀକରଣ ଲାଗି ଚାରୋଟି ନିୟମ ପ୍ରଣୟନ କରିଛୁ । ସେହି ନିୟମ ଉପଯୋଗ କରି ଆମେ ଏଠାରେ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରୁଛୁ ।

ସମୀକରଣର ନିୟମଗୁଡ଼ିକୁ ଉକ୍ତିରେ ଲେଖାଯାଇଛି ।

- ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କଲେ ସମୀକରଣର ସମାନତାରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ ।
- ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲେ ସମୀକରଣର ସମାନତାରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ ।
- ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ, ସମୀକରଣର ସମାନତାରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ ।
- ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସମାନ-ଅଣଶୂନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ହରିଲେ, ସମାନତାରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ ।

ଆସ, ଉପରିଲିଖିତ ନିୟମଗୁଡ଼ିକୁ ତଳ ସମୀକରଣ ସମାଧାନରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।

ସମାଧାନ କର : $x - 5 = 12$

ସମାଧାନ : ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରିବା ଅର୍ଥ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଏପରି ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଯାହା ଦ୍ୱାରା ସମୀକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ହେବ ।

ତେଣୁ $x - 5 = 12$

$\Rightarrow (x - 5) + 5 = 12 + 5$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 5 ଯୋଗ କଲେ)

$\Rightarrow x + (-5 + 5) = 17$ (ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$\Rightarrow x + 0 = 17$ (5 ଓ -5 ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେତୁ)

$\Rightarrow x = 17$ (0 ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ହେତୁ)

ଉଦାହରଣ - ସମାଧାନ କର : $y + 8 = 10$

ସମାଧାନ : $y + 8 = 10 \Rightarrow (y + 8) - 8 = 10 - 8$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 8 ବିୟୋଗ କଲେ)

$\Rightarrow y + (8 - 8) = 2$ (ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$\Rightarrow y + 0 = 2$ (ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ନିୟମ)

$\Rightarrow y = 2$ (ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ନିୟମ)

ଉଦାହରଣ : ସମାଧାନ କର : $\frac{z}{2} = 3$

ସମାଧାନ : $\frac{z}{2} = 3 \Rightarrow \frac{z}{2} \times 2 = 3 \times 2$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ)

$\Rightarrow z \times (\frac{1}{2} \times 2) = 6$ (ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

$\Rightarrow z \times 1 = 6$ (ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

$\Rightarrow z = 6$ (ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ)

ଉଦାହରଣ - ସମାଧାନ କର : $3p - 4 = 11$

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଧ୍ରୁବକ ପଦଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଅପସାରଣ କରିବା

ତେଣୁ, $3p - 4 = 11$

$\Rightarrow (3p - 4) + 4 = 11 + 4$

$\Rightarrow 3p + (-4 + 4) = 15$

$\Rightarrow 3p + 0 = 15$

$\Rightarrow \frac{3p}{3} = \frac{15}{3}$

$\Rightarrow p = 5$ (ଉତ୍ତର)

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ସମାଧାନ ପ୍ରଣାଳୀ

$3p - 4 = 11$

$\Rightarrow 3p = 11 + 4$

$\Rightarrow 3p = 15$

$\Rightarrow p = \frac{15}{3}$

$\Rightarrow p = 5$ (ଉତ୍ତର)

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ମୂଳ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଥିବା ପାଦଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ ଚାରୋଟି ପାଦ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{22}) :

ସମାଧାନ କର : (i) $5x + 3 = 18$, (ii) $\frac{m}{4} - 2 = 3$

(c) ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ପ୍ରଣାଳୀ (Transposition process) :

ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରିବା ସମୟରେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଯୋଗ, ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ବିୟୋଗ, ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଗୁଣନ ବା ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦର୍ଶାଯାଏ ନାହିଁ । ଆମେ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ପରିବର୍ତ୍ତନ (ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ବା ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ) କରିଥାଉ । ଏପରିସ୍ଥଳେ ଯେଉଁ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ସଂଖ୍ୟାଟି ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱସହ ସମ୍ପର୍କିତ ହୋଇଥାଏ, ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ନିଆଗଲେ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟେ । ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ କଲେ,

(i) ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ ।

(ii) ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ ।

(iii) ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ ।

ଓ (iv) ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ ।

ଏହି ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆମେ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରିବା । ଏହା ହିଁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ।

ଉଦାହରଣ - ସମାଧାନ କର : $5x - 4 = 16$

ସମାଧାନ : $5x - 4 = 16$

$\Rightarrow 5x = 16 + 4$ (4 ର RHS କୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ହେଲା)

$\Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{5}$ (5, RHS କୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ହେଲା)

$\Rightarrow x = 4$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ : ସମାଧାନ କର : $\frac{2p+5}{3} = 5$

ସମାଧାନ : $\frac{2p+5}{3} = 5 \Rightarrow 2p + 5 = 5 \times 3 \Rightarrow 2p + 5 = 15$

$\Rightarrow 2p = 15 - 5 \Rightarrow 2p = 10$

$\Rightarrow p = \frac{10}{2} = 5$ (ଉତ୍ତର)

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{23}) :

ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସମାଧାନ କର : (i) $7y+5=26$ (ii) $\frac{3z-8}{2} = 11$

(d) ବଜ୍ରଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀ (Process of cross multiplication)

ମନେକର ସମୀକରଣଟି $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ରୂପରେ ଅଛି ।

ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ bd ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ, $\frac{a}{b} \times bd = \frac{c}{d} \times bd$

$\Rightarrow a \times d = b \times c$

ତେବେ ନିୟମଟି ହେଲା : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ବଜ୍ର ଗୁଣନ ଦ୍ୱାରା ପାଇବା

ବାମପାର୍ଶ୍ୱର ଲବ × ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱର ହର = ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱର ଲବ × ବାମପାର୍ଶ୍ୱର ହର

ତଳ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ଉଦାହରଣ : ସମାଧାନ କର : $\frac{4x-5}{3} = \frac{x+2}{4}$

ସମାଧାନ : $\frac{4x-5}{3} = \frac{x+2}{4} \Rightarrow (4x-5) \times 4 = (x+2) \times 3$ (ବଜ୍ରଗୁଣନ ଦ୍ୱାରା)

$\Rightarrow 16x - 20 = 3x + 6$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$\Rightarrow 16x - 3x = 6 + 20$ (ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ ରୁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି 3x କୁ ବାମପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଓ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ ରୁ ଧ୍ରୁବକ ପଦ 20କୁ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ କରାଗଲା ।)

$\Rightarrow 13x = 26 \Rightarrow x = \frac{26}{13}$ (13 କୁ RHS କୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ କରାଗଲା)

$\Rightarrow x = 2$ (ଉତ୍ତର)

ତୁମ ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟ : ଖାଲି ଘର ପୂରଣ କରି ସମାଧାନ କର : $\frac{4y-2}{3y+8} = \frac{3}{7}$

ସମାଧାନ : $\frac{4y-2}{3y+8} = \frac{3}{7}$

$\Rightarrow (4y-2) \times \square = (3y+8) \times \square$

$\Rightarrow 4y \times \square - 2 \times \square = 3y \times \square + 8 \times \square$

$\Rightarrow \square y - \square = \square y + \square \Rightarrow \square y - \square y = \square + \square$

$\Rightarrow \square y = \square \Rightarrow y = \frac{\square}{\square} = 2$ (ଉତ୍ତର)

ଟୀକା: ସମୀକରଣର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଖରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ $\left[\frac{ax+b}{c}\right.$ ବା $\left.\frac{ax+b}{cx+d}\right]$ ଭଳି ରହିଥିଲେ, ବଜ୍ରଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରିବା ଦ୍ୱାରା ସମୀକରଣରୁ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ଅପସାରିତ ହୁଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{24}) :

ସମାଧାନ କର : (i) $\frac{3z+6}{8z} = \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{2m+3}{3m+7} = \frac{5}{8}$

4.6.3 ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପ୍ରଣାଳୀର ପ୍ରୟୋଗ :

ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଉକ୍ତିକୁ କିପରି ସରଳ ସମୀକରଣରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା, ତାହା ଆମେ ଶିଖିଲେ । ସରଳ ସମୀକରଣ କିପରି ସମାଧାନ କରିବା ତାହା ମଧ୍ୟ ଶିଖିଲେ ।

ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବାର ଆଲଗୋରିଦିମ୍ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବା ।

ଆଲଗୋରିଦିମ୍ :

- ସମସ୍ୟାରେ ଥିବା ପରିସ୍ଥିତିକୁ ବୁଝିବା;
- ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଥିବା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ପାଇଁ ଏକ ସଙ୍କେତ ମନୋନୀତ କରିବା ।
- ସମସ୍ୟାରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ନେଇ ଏକ ସମୀକରଣ ଲେଖିବା ।
- ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରି ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।
- ସମାଧାନର ଶୁଦ୍ଧତା ତନଖି କରିବା ।

ଆସ ତଳ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : ମିତା ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଭାବିଲା । ସେ ଯଦି ସଂଖ୍ୟାର 6 ଗୁଣରେ 1 ଯୋଗ କରିବ ତେବେ 25 ହେବ । ସେ ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

ସମାଧାନ ସୂଚନା : ପ୍ରଶ୍ନରେ ସମ୍ବନ୍ଧଟିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା । ଏଠାରେ ସମ୍ବନ୍ଧଟି ହେଉଛି "ସଂଖ୍ୟାର 6 ଗୁଣରେ 1 ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ = 25 ହେବ" ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧରୁ ସମୀକରଣ ମିଳିବ ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ମିତା ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି = x

ସଂଖ୍ୟାର 6 ଗୁଣ = 6x

6 ଗୁଣରେ 1 ଯୋଗ କଲେ ମିତାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ = $6x + 1$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ, $6x + 1 = 25$ (ପ୍ରଶ୍ନରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧର ଉପଯୋଗ କରି)

$\Rightarrow 6x = 25 - 1 \Rightarrow 6x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{6} = 4$

∴ ମିତା ଭାବିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି 4 । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ : ପପୁଲ୍ ଠାରୁ ବବୁଲ୍ 7 ବର୍ଷ ବଡ଼ । 11 ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ବବୁଲ୍‌ର ବୟସ ପପୁଲ ବୟସର 2 ଗୁଣ ଥିଲା । ସେମାନଙ୍କର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ପପୁଲ୍ ସାନ ।

ମନେକର ପପୁଲ୍‌ର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ = P ବର୍ଷ

ତେବେ ବବୁଲ୍‌ର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ = P + 7 ବର୍ଷ

11 ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ : ପପୁଲ୍‌ର ବୟସ ଥିଲା (P – 11) ବର୍ଷ

ବବୁଲ୍‌ର ବୟସ ଥିଲା (P+7) –11 = (P–4) ବର୍ଷ

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $P-4 = 2(P-11)$ [ପ୍ରଶ୍ନରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧର ଉପଯୋଗ କରି]

$\Rightarrow P-4 = 2P-22 \Rightarrow -4+22 = 2P-P \Rightarrow P = 18$

ଜାଣିରଖିବା :

1. ସମୀକରଣର ସରଳ ଅବସ୍ଥାରେ କୌଣସି ବନ୍ଧନୀ ବା ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ନ ଥାଏ ।
2. ଦତ୍ତ ସମୀକରଣରେ ବନ୍ଧନୀ ବା ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ଥିଲେ, ପ୍ରଥମେ ସେହିଗୁଡ଼ିକୁ ଅପସାରଣ କରିବା ।
3. ସମୀକରଣଟି ସରଳ ଅବସ୍ଥାକୁ ଆସିଲେ (ଅର୍ଥାତ୍ ଏଥିରେ ପଦଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ କେବଳ ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗ ଚିହ୍ନ ଥିଲେ), ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ପଦ୍ଧତି ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।

ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା (E_{25}) :

ସମାଧାନ କର : (a) ଏକ କ୍ରିକେଟ ମ୍ୟାଚ୍‌ରେ ଯୁବରାଜ ଠାରୁ କୋହଲି 16 ରନ୍ ଅଧିକ ସଂଗ୍ରହ କଲା । ଯଦି ଉଭୟଙ୍କ ମୋଟ ରନ୍ 76 ହୁଏ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କ ରନ୍ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(b) ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣ ସର୍ବସମ । ଏହାର ତୃତୀୟ କୋଣର ପରିମାପ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସର୍ବସମ କୋଣର ପରିମାପ ଠାରୁ 12^0 କମ୍ । ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣର ପରିମାପ କେତେ ?

ଟୀକା : ଗୋଟିଏ ସମୀକରଣରୁ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ଅପସାରଣ କରିବାର ଗୋଟିଏ ଭିନ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚିତ ।

$\frac{2x-3}{4}+7=\frac{5-x}{3}-2$ ରୁ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ଅପସାରଣ କରିବା ।

ଏହି ସମୀକରଣରେ ବଜ୍ରଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି ହେବ ନାହିଁ । ଏଥିପାଇଁ ପ୍ରଥମେ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ହେବ । ତାପରେ ଆମେ ବଜ୍ରଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି ପାରିବା ।

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ : ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ହର 4 ଓ 3 ର ଲ.ସା.ଗୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଏହି ଲ.ସା.ଗୁ. 12 ।

ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 12 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ପାଇବା ।

$$\left(\frac{2x-3}{4}+7\right)x12=\left(\frac{5-x}{3}-2\right)x12$$

$$\Rightarrow \frac{2x-3}{4}x12+7x12=\frac{5-x}{3}x12-2x12$$

$$\Rightarrow (2x-3)\times 3+84=(5-x)\times 4-24 \Rightarrow 2x\times 3-3\times 3+84=5\times 4-x\times 4-24$$

$$\Rightarrow 6x-9+84=20-4x-24 \Rightarrow 6x+75=-4x-4$$

$$\Rightarrow 6x+4x=-4-75 \Rightarrow 10x=-79 \Rightarrow x=\frac{-79}{10}=-7.9 \text{ (ଉତ୍ତର)}$$

4.7 ସେଟ୍ (Set)

ଆମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଚାବିପେଣ୍ଟା, କ୍ରିକେଟ୍ ଟିମ୍, ଗାଇପଲ, ବାସନସେଟ୍, ସୋଫାସେଟ୍ ଆଦି ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବାହାର କରିଥାଉ । ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଉକ୍ତିରେ ବ୍ୟବହୃତ ପେଣ୍ଟା, ଟିମ୍, ପଲ, ସେଟ୍ ଆଦି ଶବ୍ଦ କେବଳ ବସ୍ତୁ / ଜିନିଷର ସମାହାରକୁ ସୂଚାଇଥାଏ । ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସମାହାର ଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସେଟ୍‌ର ଉଦାହରଣ । ସାଧାରଣତଃ ଆମେ ଯେ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କୁ ଚିନ୍ତା କରି ସେଟ୍ ଗଠନର ପରିକଳ୍ପନା କରିଥାଉ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ: (i) ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ସମସ୍ତ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ।

(ii) ଗୋବିନ୍ଦ ରଖିଥିବା ଗୃହପାଳିତ ପଶୁ ।

(iii) ସମସ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ।

(iv) ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳା

ତୁମେ ଏହିପରି ଆଉ 5ଟି ସେଟ୍‌ର ଉଦାହରଣ ଲେଖ ।

ସେଟ୍‌ଟି ଏପରି ହେବା ଉଚିତ୍ ଯେପରିକି ଯେ କୌଣସି ଏକ ଦତ୍ତ ବସ୍ତୁ ସେହି ସେଟ୍‌ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କି ନୁହେଁ ତାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବେ ସ୍ଥିର କରାଯାଇ ପାରୁଥିବ । ତଳ ଉଦାହରଣ ଦୁଇଟିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

ଉଦାହରଣ : (i) ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀର ସମସ୍ତ ଡେଙ୍ଗାପିଲାମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ଗଠନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ, କାରଣ ଡେଙ୍ଗା ପିଲା ଚିହ୍ନଟ କରିବା ପାଇଁ ଏପରି କିଛି ମାନକ ମାପ ନାହିଁ ।

(ii) ତୁମ ଶିକ୍ଷାଜିଲ୍ଲାର ସମସ୍ତ ଭଲ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କର ଏକ ସେଟ୍ ଗଠନ ମଧ୍ୟ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ କାରଣ କେଉଁମାନେ ଭଲ ଶିକ୍ଷକ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ କୌଣସି ମାପ ବ୍ୟବସ୍ଥା ନାହିଁ ।

ତୁମେ ଏବେ ଏହିପରି ତିନୋଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ଯେଉଁଠାରେ ସେଟ୍ ଗଠନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

ଅତଏବ ଉତ୍ତମରୂପେ ସ୍ଥିରୀକୃତ (well defined) ହୋଇନ ଥିବା ଜିନିଷ / ବସ୍ତୁ ମାନଙ୍କୁ ନେଇ ସେଟ୍ ଗଠନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

ସେଟ୍‌ର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଜ୍ଞା ଦେବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ତେଣୁ ସେଟ୍‌କୁ ଏକ ମୌଳିକ ବା ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ ପଦ ଭାବେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଛି । ଏହି ଏକକରେ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସେଟ୍ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବା ।

4.7.1 ସେଟ୍ ଓ ଏହାର ଉପାଦାନ :

ତୁମେ ଜାଣ, ଏକ ସେଟ୍ କେତେକ ବସ୍ତୁ / ଜିନିଷ (object)କୁ ନେଇ ଗଠିତ । ଯେଉଁ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କୁ ନେଇ ସେଟ୍‌ଟି ଗଠିତ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସେହି ସେଟ୍‌ର ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଉପାଦାନ (element) କହନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ ସେଟ୍ ଗଠନ କଲେ, ଶ୍ରେଣୀର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଉକ୍ତ ସେଟ୍‌ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଉପାଦାନ ।

ସାଧାରଣତଃ ସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ବଡ଼ ଅକ୍ଷର (Capital Letter) A, B, C, D..... ଦ୍ୱାରା ଏବଂ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ସାନ ଅକ୍ଷର (Small letter) a, b, c, d..... . ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

ଯଦି ସେଟ୍ S ର ଏକ ଉପାଦାନ a ହୁଏ, ତେବେ ଆମେ ଲେଖିବା, $a \in S$ ଅର୍ଥାତ୍ a ହେଉଛି ସେଟ୍ S ର ଏକ ଉପାଦାନ ('a' belongs to S or a is an element of S ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ) ।

ପୁନଶ୍ଚ c, S ର ଉପାଦନ ହୋଇ ନ ଥିଲେ ଆମେ ଲେଖିବା

$c \notin S$ ('c' does not belong to S or 'c' is not an element of S)

4.7.2 ସେଟ୍‌ର ଲିଖନ :

ସେଟ୍‌କୁ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଦୁଇ ପ୍ରକାର ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରୁ । ଯଥା –

a) ତାଲିକା ପଦ୍ଧତି ବା ସାରଣୀ ପଦ୍ଧତି

b) ସେଟ୍ ଗଠନକାରୀ ବା ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତି

(a) ତାଲିକା ପଦ୍ଧତି : ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ କମା ଦେଇ ଏକ ଯୋଡ଼ା କୁଟୀଳ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : A = ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ସମସ୍ତ ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ = {a, e, i, o u}

B = ପ୍ରଥମ ପାଞ୍ଚୋଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ସେଟ୍ = {2, 3, 5, 7, 11}

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

→ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ ଯେଉଁକ୍ରମରେ ଲେଖିଥିଲେ ମଧ୍ୟ ସେଟ୍‌ଟି ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ।

ଯଥା : $A = \{a, c, b\} = \{c,b,a\} = \{a,b,c\}$

→ ସେଟ୍‌ର ଏକ ଉପାଦାନ ଏକାଧିକ ବାର ଥିଲେ, ଉପାଦାନଟିକୁ ସେଟ୍‌ରେ ଥରେ ମାତ୍ର ଲେଖାଯାଏ ।

ଯଥା : $B = \{1, 2, 1, 3, 2\} = \{1,2,3\}$

→ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା ଅସୀମ ହୋଇଥିଲେ ଏବଂ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ କୌଣସି ଏକ ଅନୁକ୍ରମରେ ଥିଲେ ସେହି ଅନୁକ୍ରମର ଅତି କମ୍‌ରେ ପ୍ରଥମ ତିନୋଟି ଉପାଦାନ ଲେଖିବାକୁ ହୁଏ । ଯଥା: $N = \{1, 2, 3, ...\}$

(b) ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତି : ଯଦି ଏକ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣ ବା ଧର୍ମ ଥାଏ, ତେବେ ସେହି ଧର୍ମକୁ ଲେଖି ଉକ୍ତ ସେଟ୍‌କୁ ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $A = \{a, e, i, o, u\} = \{x \mid x$ ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ଏକ ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ $\}$

ଏହାକୁ ପଢ଼ିବା, 'A ସମସ୍ତ x ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ସେଟ୍ ଯେପରିକି x ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ଏକ ସ୍ୱର ବର୍ଣ୍ଣ ।'

ଏଠାରେ '|' ଅଥବା : ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେପରିକି (Such that)

ସେହିପରି $N = \{1, 2, 3.....\} = \{x \mid x$ ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା$\}$

$S = \{$ ରବିବାର, ସୋମବାର, ମଙ୍ଗଳବାର, ... ଶନିବାର $\}$

$= \{x : x$ ହେଉଛି ସପ୍ତାହର ଏକ ବାରର ନାମ $\}$ (ଏଠାରେ 'ଯେପରିକି' ଲାଗି ':' ସଂକେତ ରହିଛି ।

$T = \{1,2,3,4,5,6\} = \{x \mid x \in Z, 0< x < 7\}$

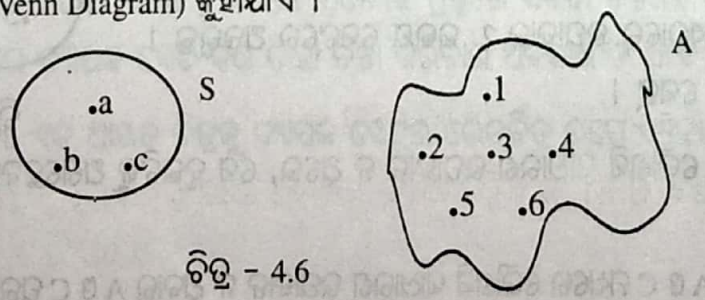
ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{26}) :

1. ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ (i) $B = \{x \mid x = 2n, n \in N\}$, (ii) $C = \{x \mid x$ ଏକ ଇଂରାଜୀ ମାସର ନାମ$\}$

2. ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ : (i) $S = \{3,6,9,12\ 15\}$ (ii) $T = \{1, 4, 9, 16.....\}$

4.7.3 ସେଟ୍‌ର ଚିତ୍ରଗତ ପରିପ୍ରକାଶ

ଇଂରେଜ ତର୍କଶାସ୍ତ୍ରବିତ୍ ଜନ୍‌ଭେନ୍ (John Venn) ସେଟ୍‌ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ଏବଂ ସେଟ୍‌ମାନଙ୍କର ଧାରଣା ସୃଷ୍ଟି କରିବା ପାଇଁ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇଥିଲେ । ତାଙ୍କ ନାମ ଅନୁସାରେ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଭେନ୍ ଚିତ୍ର (Venn Diagram) କୁହାଯାଏ ।



ଚିତ୍ର - 4.6

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

- ଗୋଟିଏ ସେଟ୍‌ର ଭେନ୍ ଚିତ୍ରକୁ ବୃତ୍ତ ଭଳି ଏକ ଆବଦ୍ଧଚିତ୍ରଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଏ ।

- ଭେନ୍ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବା ପାଇଁ କୌଣସି ଜ୍ୟାମିତିକ ଉପକରଣର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼େ ନାହିଁ ।

4.7.4 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସେଟ୍

ଆସ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସେଟ୍ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଉଦାହରଣ ସହ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

(i) **ସସୀମ ସେଟ୍** (Finite set) : ଯେଉଁ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ ଗଣିଲେ ଗଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପରିସମାପ୍ତି ଘଟେ, ତାହାକୁ **ସସୀମ ସେଟ୍** କୁହାଯାଏ । ଯଥା : D = {1,2,3,4.....20}

F = ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ସମସ୍ତ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କର ସେଟ୍

(ii) **ଅସୀମ ସେଟ୍** (Infinite set) : ଯେଉଁ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ ଗଣିଲେ, ଗଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପରିସମାପ୍ତି ଘଟେ ନାହିଁ, ତାହାକୁ **ଅସୀମ ସେଟ୍** କହିବା । ଯଥା : A = ଆକାଶରେ ଥିବା ତାରାମାନଙ୍କର ସେଟ୍

N = {1, 2, 3.....}

(iii) **ଶୂନ୍ୟସେଟ୍** (Empty or Null set) : ଯେଉଁ ସେଟ୍‌ର କୌଣସି ଉପାଦାନ ନ ଥାଏ, ତାହାକୁ **ଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍** କହନ୍ତି । ଏହାକୁ { } ବା ϕ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ଯଥା : $\phi = \{x \mid x \neq x\}$, ϕ = 32 ଦିନିଆ ଏକ ଇଂରାଜୀ ମାସ ।

(iv) **ଏକ ଉପାଦାନୀ ସେଟ୍** (Singleton set)

ଏକ ସେଟ୍‌ର ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଉପାଦାନ ଥିଲେ ତାକୁ **ଏକ ଉପାଦାନୀ ସେଟ୍** କୁହାଯାଏ ।

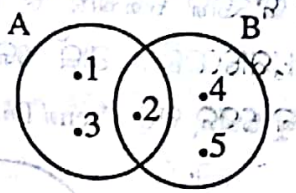
ଯଥା : A ={a}, B={0}, S = {ରାମ}

(v) **ସଦୃଶ ସେଟ୍** (Similar sets) :

ଦୁଇଟି ସସୀମ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ହୋଇଥିଲେ, ସେ ଦୁଇଟିକୁ **ସଦୃଶ ସେଟ୍** କହିବା। ସଦୃଶ ସେଟ୍ ପାଇଁ ~ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରିବା । ଯଥା A = {1, 2, 3}, B = {a, b, c}

ଯେହେତୁ ଉଭୟ ସେଟର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ, ତେଣୁ A ~ B । ଏହାକୁ ପଢ଼ିବା A ସଦୃଶ B ।

(vi) **ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ସେଟ୍** : ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସାଧାରଣ ଉପାଦାନ ଥିଲେ, ସେ ଦୁଇଟିକୁ **ପରସ୍ପରଛେଦୀ ସେଟ୍** କୁହଯାଏ । ଯଥା : A{1, 2,3} , B = {2, 4,6} ଏଠାରେ ଉପାଦାନ 2 ଉଭୟ ସେଟ୍‌ରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଏଣୁ A ଓ B ପରସ୍ପରଛେଦୀ ସେଟ୍ ।



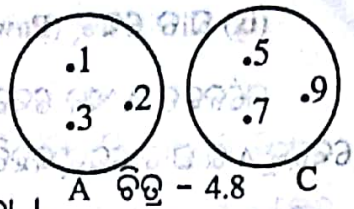
ଚିତ୍ର - 4.7

ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଉପାଦାନ ନ ଥିଲେ, ସେ ଦୁଇଟିକୁ ଅଣଛେଦୀ ସେଟ୍ (Disjoint set) କୁହାଯାଏ ।

C= {5, 7, 9} ହେଉ, A ଓ C ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଉପାଦାନ ନ ଥିବାରୁ A ଓ C ପରସ୍ପର ଅଣଛେଦୀ ସେଟ୍ ।

(vii) **ଉପସେଟ୍** (Subset) : ମନେକର A ଓ B ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ।

ଯଦି A ର ସମସ୍ତ ଉପାଦାନ B ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ ହୋଇଥାଆନ୍ତି, ତେବେ A ସେଟ୍‌କୁ B ସେଟ୍‌ର ଉପସେଟ୍ କୁହାଯାଏ ।



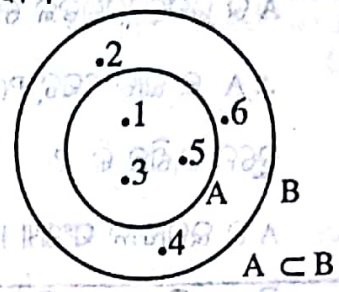
ଚିତ୍ର - 4.8

ଏହାକୁ $A \subset B$ ଭାବେ ଲେଖିବା ଏବଂ A,B ର ଏକ ଉପସେଟ୍ ବୋଲି ପଢ଼ିବା ।

ଯଥା : $A = \{1, 3, 5\}$ ଓ $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ହେଲେ, $A \subset B$ ।

ଆଚ୍ଛା କହିଲ ଦେଖି A ର ସମସ୍ତ ଉପାଦାନ A ସେଟ୍‌ରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କି ନୁହେଁ ?

ପରୀକ୍ଷା କଲେ ଦେଖିବ ଯେ ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ହେବ 'ହଁ' ।



ଚିତ୍ର - 4.9

ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଟ୍ ତା ନିଜର ମଧ୍ୟ ଏକ ଉପସେଟ୍ । ଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍ (ϕ)କୁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଟ୍‌ର ଏକ ଉପସେଟ୍ ରୂପେ ନିଆଯାଏ ।

$A = \{1, 3, 5\}$ ର ଉପସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ $\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1,3\}, \{3,5\}, \{1,5\}, \phi$ ଏବଂ A ନିଜେ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : A ଭିନ୍ନ, A ର ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଉପସେଟ୍‌ରେ A ର ସମସ୍ତ ଉପାଦାନ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ନୁହନ୍ତି । ଏଣୁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ A ର **ପ୍ରକୃତ ଉପସେଟ୍** କୁହାଯାଏ, ମାତ୍ର A କୁ A ର **ଉପସେଟ୍** କୁହାଯାଏ ।

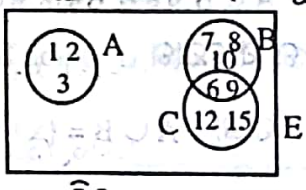
ପ୍ରକୃତ ଉପସେଟ୍ ପାଇଁ $\subset$ ସଂକେତ ଏବଂ ଉପସେଟ୍ ପାଇଁ $\subseteq$ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଲେଖୁ $A \subseteq A$

ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ (Universal set) : ଏକ ଉଦାହାରଣରେ ଆଲୋଚିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଟ୍ ଯେଉଁ ସେଟ୍‌ର ଉପସେଟ୍ ହୋଇଥାଆନ୍ତି, ତାହାକୁ ସେହି ଉଦାହରଣ ପାଇଁ ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ କୁହଯାଏ । ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍‌କୁ E ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

ଯଥା: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{6, 9, 12, 15\}$

ହୋଇଥିଲା ବେଳେ $E = \{1, 2, 3, 4, ... 15\}$



ଚିତ୍ର - 4.10

ଏଠାରେ A, B ଓ C ପ୍ରତ୍ୟେକ E ସେଟ୍‌ର ଉପସେଟ୍ । ତେଣୁ ଏହି ଉଦାହରଣ ପାଇଁ E ଏକ ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ ।

ଟୀକା : (i) ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନ ବା ଉଦାହରଣରେ ସଂପୃକ୍ତ ସେଟ୍ ମାନଙ୍କ ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ ନ ଥାଏ । ବିଭିନ୍ନ ସେଟ୍‌କୁ ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇପାରେ । ଯଥା - ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଉଦାହରଣ ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ $\{1, 2, 3..... 20\}$, $\{1, 2, 3.....35\}$ କିମ୍ବା $\{1, 2, 3.....\}$ ସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିକୁ ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ ରୂପେ ନିଆଯାଇ ପାରେ । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନରେ ସର୍ବଦା ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ ଦିଆଯାଇଥାଏ । ତେଣୁ ଏକ ପ୍ରଶ୍ନ ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ବ୍ୟାପକ ସେଟ କଣ ତାହା ଚିନ୍ତା କରିବାର ଅବକାଶ ନ ଥାଏ ।

(ii) ସାଧାରଣତଃ ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ରକୁ ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍‌ର ଭେନ୍‌ଚିତ୍ର ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

(ix) ଘାତ ସେଟ୍ (Power set) :

ମନେକର A ଏକ ସେଟ୍ । A ର ସମସ୍ତ ଉପସେଟ୍‌କୁ ଉପାଦାନ ରୂପେ ନେଇ ଯେଉଁ ସେଟ୍ ଗଠିତ ହୁଏ ସେହି ସେଟ୍‌କୁ A ର ଘାତ ସେଟ୍ କହନ୍ତି । ଏହାକୁ P(A) ସଂକେତରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଯଥା : $A = \{a,b,c\}$ ମନେକରାଯାଉ

A ର ଉପସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{b,c\}, \{a,c\}, \phi$ ଓ A

$\therefore$ A ର ଘାତ ସେଟ୍ $P(A) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{b,c\}, \{a,c\}, \phi, A\}$

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

A ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା $|A| = n$ ହେଲେ, A ର ଘାତ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା $|P(A)| = 2^n$ ହେବ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{27}) :

$S = \{1,2\}$ ର ଘାତ ସେଟ୍ ଗଠନ କର ।

---

4. 7. 5 ସେଟ୍ ପ୍ରକ୍ରିୟା (Set operations)

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟାରେ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କଲା ଭଳି ସେଟ୍‌ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେତେକ ଦ୍ୱୈତ ପ୍ରକ୍ରିୟା (Binary operation) ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇଥାଏ । ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ହେଉଥିବାରୁ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଦ୍ୱୈତ ପ୍ରକ୍ରିୟା କୁହାଯାଏ । ଏହି ଏକକରେ ଆମେ ସଂଯୋଗ, ଛେଦ, ଅନ୍ତର ଓ ପରିପୂରକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

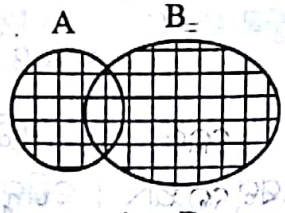
(a) ସଂଯୋଗ (Union)

A ଓ B ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ନିଅ । A ଓ B ର ସମସ୍ତ ଉପାଦାନକୁ ନେଇ ଏକ ସେଟ୍ ଗଠନ କର । ଏହି ସେଟ୍‌କୁ A ଓ B ର ସଂଯୋଗ (A union B) ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ $A \cup B$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

ସଂଜ୍ଞା : $A \cup B = \{x \mid x \in A$ ବା $x \in B\}$

ଉଦାହରଣ : $A = \{a, b, c, d\}$; $B = \{b, d, e, f\}$

$\therefore A \cup B = \{a, b, c, d\} \cup \{b, d, e, f\} = \{a, b, c, d, e, f\}$



$A \cup B$

ଚିତ୍ର - 4.11

ସଂଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପର୍କିତ କେତେକ ଧର୍ମ :

(i) $A \cup B = B \cup A$ (କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ)

(ii) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

(iii) $A \cup \phi = A$ (ଅଭେଦ ନିୟମ)

(iv) $A \cup A = A$

(v) $A, B \subset A \cup B$

(vi) $A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$

ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ସସୀମ ସେଟ୍‌ର ଉଦାହରଣ ନେଇ ତୁମେ ଏହି ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କରିପାରିବ ।

(b) ଛେଦ (Intersection) :

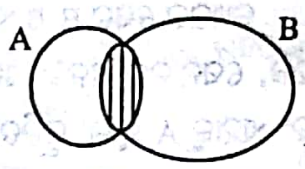
A ଓ B ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ନିଅ । A ଓ B ଉଭୟର ସାଧାରଣ ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ ସେଟ୍ ଗଠନ କର । ଏହି ସେଟ୍ ହେଉଛି A ଓ B ର ଛେଦ ସେଟ୍ । ଏହାକୁ $A \cap B$ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଏବଂ A ଛେଦ B (A intersection B) ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

ସଂଜ୍ଞା : $A \cap B = \{x \mid x \in A$ ଓ $x \in B\}$

ତଳ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ: $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$\therefore A \cap B = \{2, 4\}$



$A \cap B$

ଚିତ୍ର – 4.12

ଛେଦ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପର୍କିତ କେତେକ ଧର୍ମ :

(i) $A \cap B = B \cap A$ (କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ)

(ii) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (ସହଯୋଗୀ ନିୟମ)

(iii) $A \cap \phi = \phi$

(iv) $A \cap A = A$

(v) $(A \cap B), \subset A$ ଏବଂ $(A \cap B) \subset B$

(vi) $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$

(vii) A ଓ B ଅଣଛେଦୀ ହେଲେ, $A \cap B = \phi$

ସସୀମ ସେଟ୍‌ର ଉଦାହରଣ ନେଇ ଅଥବା ଭେନ୍ ଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ଉପର ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କରିପାରିବ ।

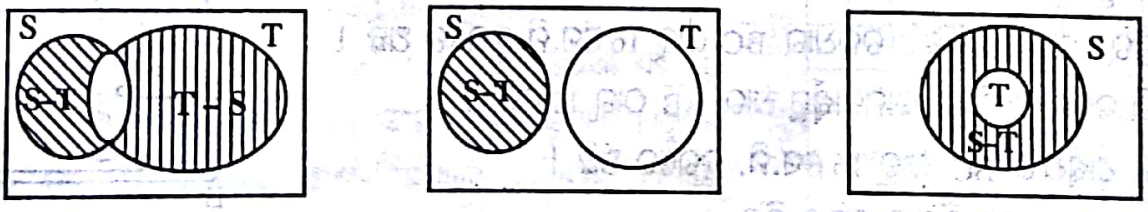
ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{28}) :

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ଏବଂ $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ ହେଲେ, (i) $A \cup B$ ଏବଂ (ii) $A \cap B$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) ଅନ୍ତର ପ୍ରକ୍ରିୟା (Difference)

ମନେକର S ଓ T ଦୁଇଟି ସେଟ୍ । ସେଟ୍ S ର ଯେଉଁ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ T ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ ନୁହଁନ୍ତି, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ S ଅନ୍ତର T (S difference T) କୁହାଯାଏ ଏବଂ $S - T$ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

$\therefore S - T = \{x \mid x \in S$ ଓ $x \notin T\}$; ସେହିପରି $T - S = \{x \mid x \in T$ ଓ $x \notin S\}$



ଚିତ୍ର – 4.13

ଉଦାହରଣ : ମନେକର $S = \{a,b,c,d,e\}$; $T = \{b,d,f,g\}$ $\therefore S - T = \{a, c, e\}$, $T - S$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଅନ୍ତର ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଧର୍ମ :

(i) $A - B \neq B - A$ (କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନୁହେଁ) (ii) $A - (B - C) \neq (A - B) - C$ (ସହଯୋଗୀ ନୁହେଁ)

(iii) $A - \phi = A$ (iv) $A - A = \phi$

(v) $(A - B) \cap (B - A) = \phi$ (vi) $(A - B) \subset A$ ଓ $(B - A) \subset B$

ଉପର ଲିଖିତ ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ତୁମେ ସସୀମ ସେଟ୍‌ର ଉଦାହରଣ ନେଇ ଅଥବା ଭେନ୍‌ଚିତ୍ର ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

(d) ଏକ ସେଟ୍‌ର ପରିପୂରକ (Complement of a set)

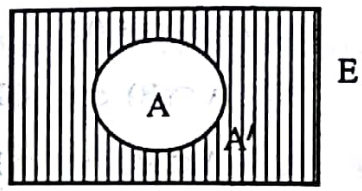
ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ E ଓ ଏହାର ଏକ ଉପସେଟ୍ A ନିଅ । ସେଟ୍ E ର ଯେଉଁ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ A ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ ନୁହଁନ୍ତି, ସେମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ ସେଟ୍ ତିଆରି କର । ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ସେଟ୍‌କୁ A ର ପରିପୂରକ ସେଟ୍ କୁହାଯାଏ । ଏବଂ ଏହାକୁ A' ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

ସଂଜ୍ଞା : ସେଟ୍ A ର ପରିପୂରକ ସେଟ୍ $A' = \{x \mid x \in E$ ଓ $x \notin A\}$ ଫଳରେ $A' = E - A$

ଆସ ଏକ ଉଦାହରଣ ନେଇ A' ଗଠନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ଏବଂ $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$\therefore A' = E - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{2, 4, 6, 8\}$



ଚିତ୍ର - 4.14

ପରିପୂରକ ସେଟ୍ ସମ୍ପର୍କିତ କେତେକ ଧର୍ମ :

(i) $A \cup A' = E$ (ii) $A \cap A' = \phi$

(iii) $A = E - A'$ (iv) $(A')' = A$

(v) $\phi' = E - \phi = E$ (vi) $E' = E - E = \phi$

(vii) $|E| = m$ ଏବଂ $|A| = n$ ହେଲେ $|A'| = m - n$

ଡିମର୍ଗାନ୍‌ଙ୍କ ନିୟମ (Demorgan's Law) :

ମନେକର A ଓ B ଉଭୟ ଏକ ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ E ର ଉପସେଟ୍ ଅଟନ୍ତି ।

ତେବେ (i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

(ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{29}) : $A = \{a,b,c, d\}$, $B = \{b, d, e, f\}$ ଏବଂ $E = (a, b, c, d, e, f, g, h)$ ନେଇ ଡିମର୍ଗାନଙ୍କ ନିୟମ ଦୁଇଟିକୁ ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

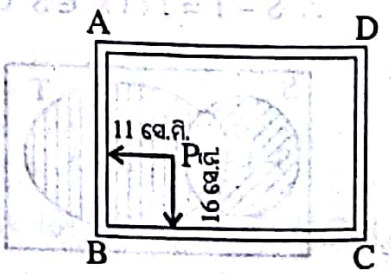
4.8 କାର୍ଟେଜୀୟ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ପଦ୍ଧତି (Cartesian Coordinate system) :

ଦିନେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷୟିତ୍ରୀ କଳାପଟାରେ 4.15 ଚିତ୍ର ସଦୃଶ ଏକ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କି ପିଲାମାନଙ୍କୁ ପଚାରିଲେ, କଳାପଟା ABCD ର ଧାରକୁ ଭିତ୍ତି କରି P ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନ କୁହ । ଉତ୍ତରରେ ଲିଲି କହିଲା P ବିନ୍ଦୁଟି ବାମପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଧାର $\overline{AB}$ ଠାରୁ 11 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ରହିଛି ।

ଅମ୍ରିତ୍ କହିଲା, P ବିନ୍ଦୁଟି ତଳଧାର $\overline{BC}$ ଠାରୁ 16 ସେ.ମି ଦୂରରେ ଅଛି ।

ଝିଲି କହିଲା P ବିନ୍ଦୁଟି ବାମପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଧାର $\overline{AB}$ ଠାରୁ 11 ସେ.ମି. ଓ ନିମ୍ନ ପାର୍ଶ୍ୱଧାର $\overline{BC}$ ଠାରୁ 16 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ଅଛି ।

ତୁମେ କୁହ କେଉଁ ପିଲାର ଉତ୍ତର ଠିକ୍ ?



କଳାପଟା (ଚିତ୍ର - 4.15)

ତୁମେ କହିବାର ସମ୍ଭାବନା ଅଛି ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉତ୍ତର ଠିକ୍ ।

ତେବେ ଲିଲି ଓ ଅପ୍ରିତଙ୍କର ମତାମତ ଆଂଶିକ ଠିକ୍ । ତାଙ୍କ ଉତ୍ତରରୁ P ର ଠିକ୍ ଅବସ୍ଥାନ ମିଳିବ ନାହିଁ । ମାତ୍ର ଝିଲିର ଉତ୍ତର ଦ୍ୱାରା କଳାପଟା ଉପରେ P ର ଅବସ୍ଥାନ ନିରୂପିତ ହୋଇ ପାରିବ । ଝିଲି, ଉତ୍ତର ଦେଇଥିବା ଉକ୍ତିଟିକୁ ଶିକ୍ଷୟିତ୍ରୀ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବେ P(11,16) ବୋଲି ଲେଖିଲେ ।

ଏବେ ଆମେ ଜାଣିଲେ, P(11, 16) ଅର୍ଥ ହେଉଛି ସମତଳରେ P ବିନ୍ଦୁଟି ବାମ ପାଖର ଧାର $\overline{AB}$ ଠାରୁ 11 ଏକକ ଏବଂ ନିମ୍ନ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଧାର $\overline{BC}$ ଠାରୁ 16 ଏକକ ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{10}) :

1. ଅବସ୍ଥାନକୁ କିପରି ଲେଖିବା :

(i) କଳାପଟାରେ A ବିନ୍ଦୁଟି ବାମପାର୍ଶ୍ୱଧାରରୁ 25 ଏକକ ଓ ନିମ୍ନ ପାର୍ଶ୍ୱଧାରରୁ 7 ଏକକ ଦୂରତାରେ ରହିଲେ

(ii) ଏକ ଅଡ଼ିଟୋରିଅମ୍‌ରେ ତୁମ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସିଟ୍‌ଟି 7 ମ ଧାଡ଼ିର 25 ତମ ସିଟ୍ ହେଲେ ।

2. ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର ଅବସ୍ଥାନକୁ ବିସ୍ତୃତ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର (i) B(13,20), (ii) Q (34,34)

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

- ଗଣିତଜ୍ଞ ରେନେ ଡେକାର୍ଟେ (Rene Descartes) ଏକ ବୁଢ଼ିଆଣୀର ଗତିବିଧିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ଏକ ସମତଳରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର ଚିହ୍ନଟୀକରଣ କରି ଅବସ୍ଥାନକୁ ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ କ୍ରମିତ ଯୋଡ଼ି ପଦ୍ଧତି ଉଦ୍ଭାବନ କରିଥିଲେ ।
- ଦୁଇଟି ମାପାଙ୍କ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥିତି ସୂଚାଇଥିଲେ, ଯାହାକୁ ସେ ସ୍ଥାନାଙ୍କ କହିଥିଲେ ।
- ମାପାଙ୍କ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ୧ମ ଟି ଆନୁଭୂମିକ ଓ 2 ୟଟି ଭୂଲମ୍ବ ମାପାଙ୍କ ଥିଲା ।
- ତାଙ୍କରି ନାମ ଅନୁସାରେ ବିନ୍ଦୁର ଚିହ୍ନଟୀକରଣର ପଦ୍ଧତିକୁ କାର୍ଟେଜୀୟ ପଦ୍ଧତି କୁହାଯାଏ ।

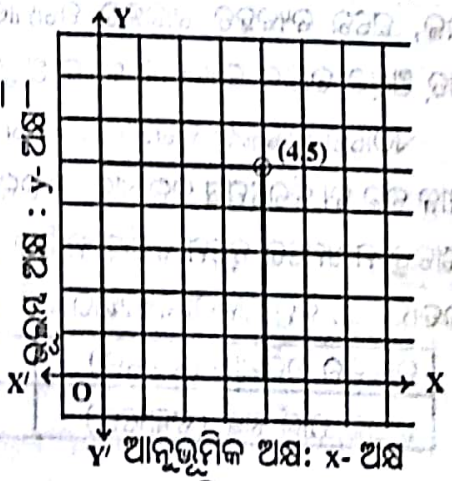
4.8.1 ସମତଳରେ ବିନ୍ଦୁ ସଂସ୍ଥାପନ :

ଲେଖ କାଗଜ (Graph Paper) ରେ ଆସ ବିନ୍ଦୁ ସଂସ୍ଥାପନର ଉପାୟ ଜାଣିବା । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଭଲ ଭାବରେ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ଏହି ଲେଖ କାଗଜରେ $\overleftrightarrow{x'x}$ ଓ $\overleftrightarrow{yy'}$ ନାମକ ଦୁଇଟି ରେଖା ଦେଖୁଛ । $\overleftrightarrow{x'x}$ ରେଖାଟି ଆନୁଭୂମିକ ଓ $\overleftrightarrow{yy'}$ ହେଉଛି ଭୂଲମ୍ବୀୟ । $\overleftrightarrow{x'x}$ କୁ x - ଅକ୍ଷ ଓ $\overleftrightarrow{yy'}$ କୁ y – ଅକ୍ଷ କୁହାଯାଏ । x - ଅକ୍ଷ ଓ y - ଅକ୍ଷର ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ ମୂଳବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହି ବିନ୍ଦୁକୁ O ଅକ୍ଷର ଦ୍ୱାରା ନାମିତ କରାଯାଏ । ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ P ବିନ୍ଦୁର ମାପାଙ୍କ 4 ସୂଚାଏ ଯେ P ବିନ୍ଦୁ y ଅକ୍ଷଠାରୁ 4 ଏକକ ଡାହାଣରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ ମାପାଙ୍କ 5 ସୂଚାଏ ଯେ P ବିନ୍ଦୁ x ଅକ୍ଷଠାରୁ 5 ଏକକ ଉପରକୁ ଅବସ୍ଥିତ । ଆମେ ମଧ୍ୟ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ମୂଳବିନ୍ଦୁ O ଠାରୁ ଡାହାଣକୁ 4 ଏକକ ଗଲେ ଯେଉଁଠି ପହଞ୍ଚିବା, ସେଠାରୁ ଉପରକୁ 5 ଏକକ ଗଲେ P ବିନ୍ଦୁରେ ପହଞ୍ଚିବା ।

ଏହି ଚିତ୍ରକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ତଥ୍ୟ ଜାଣିପାରିବା ।

→ ଆନୁଭୂମିକ ଅକ୍ଷକୁ x- ଅକ୍ଷ, ଭୂଲମ୍ବ ଅକ୍ଷକୁ y- ଅକ୍ଷ ଏବଂ ଅକ୍ଷଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁକୁ ମୂଳବିନ୍ଦୁ (Origin) କୁହାଯାଏ ।

→ x ଅକ୍ଷ ଓ y- ଅକ୍ଷ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଏବଂ O ବିନ୍ଦୁ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ସଂଖ୍ୟା ଶୂନକୁ ସୂଚାଏ । ପୁନଶ୍ଚ ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରେଖାର ଋଣାତ୍ମକ ଅଂଶକୁ ଦର୍ଶାଯାଇନାହିଁ ।



ଚିତ୍ର – 4.16

→ y ଅକ୍ଷର x - ଦିଗରେ (ଅର୍ଥାତ୍ ଧନାତ୍ମକ ଦିଗରେ) 4 ଏକକ ଦୂରରେ P ବିନ୍ଦୁ ଅବସ୍ଥିତ ଥିବାରୁ ମାପାଙ୍କ 4 କୁ x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ କୁହାଯାଏ । ଅନୁରୂପ କାରଣରୁ ମାପାଙ୍କ 5 କୁ y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ କୁହାଯାଏ । ଏକ ବିନ୍ଦୁର x ସ୍ଥାନାଙ୍କକୁ ଏହାର ଭୁଜ ଏବଂ y ସ୍ଥାନାଙ୍କକୁ ଏହାର କୋଟି ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

→ y ଅକ୍ଷଠାରୁ 4 ଏକକ ଦୂରରେ ଏହାର ଡାହାଣକୁ ଏକ ଭୂଲମ୍ବ ରେଖା ଅଙ୍କନ କଲେ ଓ x- ଅକ୍ଷଠାରୁ 5 ଏକକ ଦୂରରେ ଏହାର ଉପରକୁ ଏକ ଆନୁଭୂମିକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କଲେ ରେଖା ଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ହେବ P । P କୁ (4,5) ସଂକେତ ଦ୍ୱାର ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

→ ମାପାଙ୍କ 4 କୁ P ବିନ୍ଦୁର x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଓ ମାପାଙ୍କ 5 କୁ P ବିନ୍ଦୁର y - ସ୍ଥାନାଙ୍କ କୁହାଯାଏ । (4,5) କ୍ରମିତ ଯୋଡ଼ିକୁ P ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ କୁହାଯାଏ ।

ତୁମେ ନିଜେ କର : P ବିନ୍ଦୁ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଲେଖ ଚିତ୍ରରେ (5,4) ସ୍ଥାନାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ B ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥାପନ କର । B ବିନ୍ଦୁ ପୂର୍ବରୁ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା P ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଭିନ୍ନ କି ?

ଆସ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣଟି ଆଲୋଚନା କରିବା ।

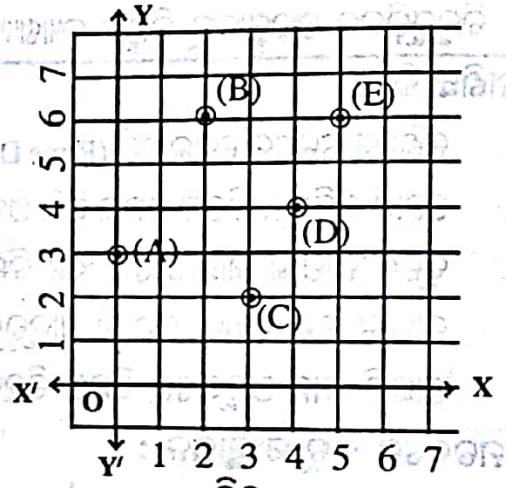
ଉଦାହରଣ : ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଲେଖଚିତ୍ର (ଚିତ୍ର - 4.17) ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ପ୍ରତି ବିନ୍ଦୁର ଭୁଜ ଓ କୋଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

A ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ = (0,3), ଭୁଜ = 0 କୋଟି = 3

B ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ = (2,6), ଭୁଜ = 2 କୋଟି = 6

C ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ = (3, 2), ଭୁଜ = 3 କୋଟି = 2

କହିଲ ଦେଖି D ଓ E ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ କେତେ ?



ଚିତ୍ର - 4.17

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{31}) :

ଲେଖ କାଗଜରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଥିବା ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଚିହ୍ନଟ କର । P(3,0), Q(5,1), R(4,4) ଏବଂ S(1,6)

4.8.2 ଲେଖଚିତ୍ରର ପ୍ରୟୋଗ :

ନିତିଦିନିଆ ଜୀବନରେ ତୁମେ ବିଭିନ୍ନ ଜିନିଷ ବିକାକିଣା କରିଥାଅ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ - ତୁମ ଘରେ ବ୍ୟବହୃତ ଚାଉଳ, ଘରେ ବ୍ୟବହୃତ ଚାଉଳର ପରିମାଣ ଉପରେ ବିନିଯୁକ୍ତ ଅର୍ଥର ପରିମାଣ (କିଣାଦାମ୍) ନିର୍ଭର କରିଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ଅଧିକ ଚାଉଳ ବ୍ୟବହାର କଲେ ଅଧିକ ଖର୍ଚ୍ଚ ଏବଂ କମ୍ ବ୍ୟବହାର କଲେ ଖର୍ଚ୍ଚ ପରିମାଣ କମ୍ ହୋଇଥାଏ ।

ଏଠାରେ ଚାଉଳର ପରିମାଣ ଉପରେ ଚାଉଳ ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣ ନିର୍ଭର କରୁଥିବାରୁ ଚାଉଳର ପରିମାଣକୁ ସ୍ୱାଧୀନ ଚଳ ବା ନିରପେକ୍ଷ ଚଳ ଏବଂ ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟକୁ ସାପେକ୍ଷ ଚଳ କହନ୍ତି । ଏହି ଚଳଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କକୁ ଲେଖଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ତୁମେ ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ: ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । 13 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଚାଉଳର ପରିମାଣ (Kg ରେ)	2	6	10	15
ଚାଉଳ ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ (ଟଙ୍କାରେ)	40	120	200	300

ସମାଧାନ : (i) ଲେଖଚିତ୍ରଟି ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ତଳ ଆଲ୍‌ଗୋରିଦିମ ଅନୁସରଣ କର ।

(ii) ଲେଖ କାଗଜରେ x - ଓ y - ଅକ୍ଷ ଅଙ୍କନ କରି ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ସ୍କେଲ ଚୟନ କର ।

(iii) x - ଅକ୍ଷରେ ଚାଉଳର ପରିମାଣ ଏବଂ y - ଅକ୍ଷରେ ଚାଉଳ ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣକୁ ନିଅ ।

(iv) (2,40), (6,120), (10, 200) ଏବଂ (15,300) ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନେଇ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିବେ ।

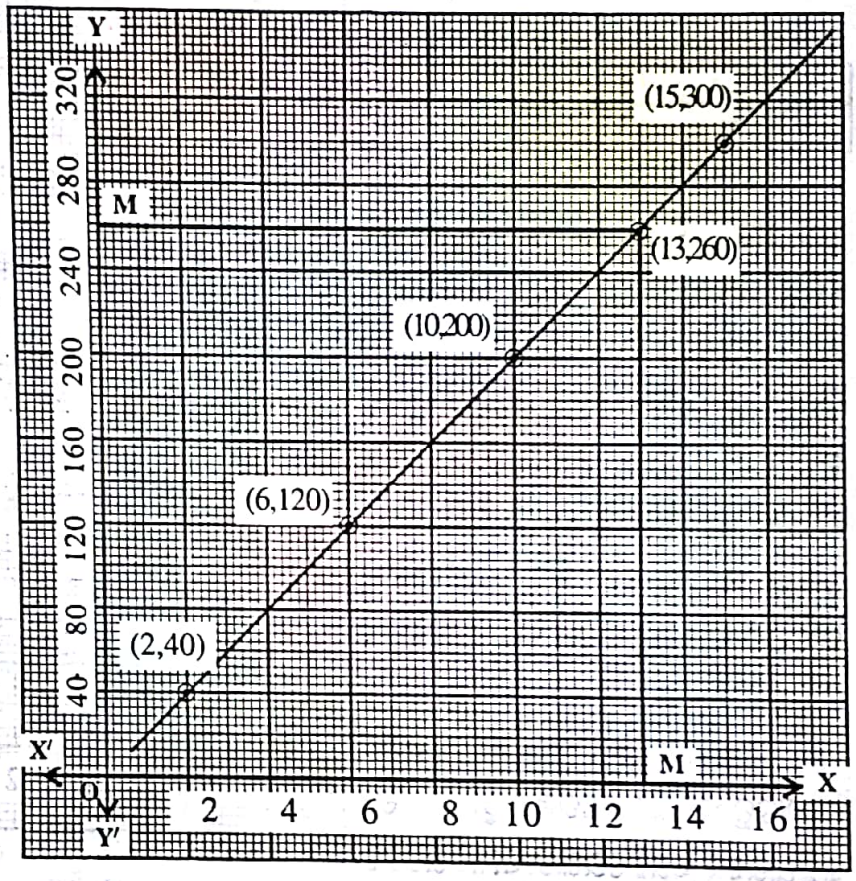
(v) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍କେଲ ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗ କରି ଲେଖଚିତ୍ରଟି ଅଙ୍କନ କର । ଏହା ଏକ ସରଳରେଖା ହେବ ।

ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଲେଖଚିତ୍ରଟି ଏକ ସରଳରେଖା । ଏଥିରେ ବ୍ୟବହୃତ ଚଳ ଦୁଇଟି (ଚାଉଳର ପରିମାଣ ଓ ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ ସୂଚାଉ ଥିବା) ସଳଖ ଚଳନରେ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଅଟନ୍ତି ।

ପୁନଶ୍ଚ 13 କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳ ପାଇଁ x ଅକ୍ଷରେ m ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ଏଥିପାଇଁ m ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ଭୂଲମ୍ବ ରେଖାଟି ଲେଖଚିତ୍ରକୁ P ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ । ତତ୍‌ପରେ P ବିନ୍ଦୁଦେଇ ଅଙ୍କିତ ଆନୁଭୂମିକ ରେଖା y - ଅକ୍ଷକୁ N ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।

N ବିନ୍ଦୁଟି y - ଅକ୍ଷରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚିତ କରିଥିବାର ଦେଖୁଛ ? ସେହି ସଂଖ୍ୟକ ଟଙ୍କା ହେଉଛି 13 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳର ଦାମ୍ ବୋଲି ଆମେ ଜାଣି ପାରିଲେ ।

∴ 13 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳର ଦାମ୍ ହେଉଛି 260 ଟଙ୍କା ।



ଚିତ୍ର – 4.18

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{32}) :

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ କେତେକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁ ଓ ସେମାନଙ୍କର ପରିସୀମା ଦତ୍ତ ଅଛି । ଏହାର ଏକ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । ଯେଉଁ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା 36 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ତା'ର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଲେଖଚିତ୍ରରୁ ସ୍ଥିର କର ।

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁ (ସେ.ମି.ରେ)	3	5	8	10
ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା (ସେ.ମି.ରେ)	12	20	32	40

4.8.3 ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ଲେଖଚିତ୍ର :

ପୂର୍ବ ଏକକରେ ଆମେ ଯେଉଁ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କଲେ ତାହା ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା । ଏହି ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଆମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା । ପ୍ରତି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିତ ଯୋଡ଼ି । ସେଥିରୁ ୧ମ ସଂଖ୍ୟାଟି ଭୁଜ ଓ ୨ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି କୋଟି । ଭୁଜ y- ଅକ୍ଷ ଠାରୁ x ଦିଗରେ (ବା x′ ଦିଗରେ) ସଂପୃକ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତାକୁ ସୂଚାଏ ଏବଂ କୋଟି x- ଅକ୍ଷ ଠାରୁ Y ଦିଗରେ (ବା Y′ ଦିଗରେ) ସଂପୃକ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତାକୁ ସୂଚାଏ । ଏକାଧିକ

ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କକୁ ନେଇ ପ୍ରମାଣ କରିଦିଆଯାଇ ପାରିବ ଯେ x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କର ସ୍ୱରୂପ ହେବ y = ax+b ଯେଉଁଠି a ଓ b ଦୁଇଟି ଧ୍ରୁବକ । ଏହା ହେଉଛି ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ।

ଏହିଭଳି ଏକ ସମୀକରଣ $2x + y = 7$ ନିଆଯାଉ ।

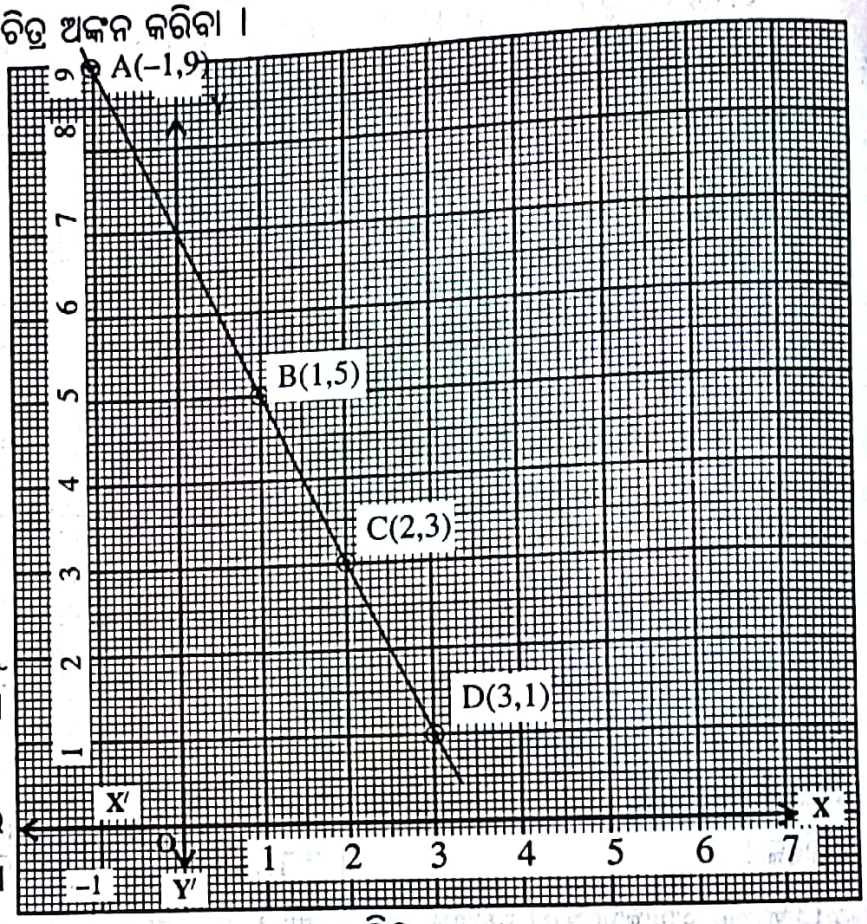
ଏହି ସମୀକରଣରେ ସାଧାରଣତଃ x କୁ ସ୍ୱାଧୀନ ଚଳ ଓ y କୁ ସାପେକ୍ଷ ଚଳ ଭାବେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଥାଏ । ଅର୍ଥାତ y ର ମାନ, x ର ମାନ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ ।

ଆସ ଏହି ସମୀକରଣର ଏକ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $2x + y = 7 \Rightarrow y = 7 - 2x$

x	–1	1	2	3
y	9	5	3	1

ଲେଖ କାଗଜରେ x– ଅକ୍ଷ ଓ y– ଅକ୍ଷ ଅଙ୍କନ କରି ଏବଂ ଉପଯୁକ୍ତ ସ୍କେଲ ନେଇ ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ସ୍ଥାପନ କରାଗଲା । A(–1, 9), B(1,5), C(2,3) ଓ D(3,1) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ କାଗଜ ଉପରେ ସ୍ଥାପନ କରାଗଲା । ବିନ୍ଦୁ ଚାରୋଟି ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ବୋଲି ଜଣାଗଲା । ସ୍କେଲ ସାହାଯ୍ୟରେ ବିନ୍ଦୁ ଚାରୋଟିକୁ ସଂଯୋଗ କରିବାରୁ ଆମେ ଏକ ସରଳରେଖା ପାଇଲେ ।



ଚିତ୍ର – 4.19

ଆମେ କହିବା ଦତ୍ତ ସମୀକରଣର ଲେଖଚିତ୍ର ଏକ ସରଳରେଖା । ପୁନଶ୍ଚ ଆମେ କହିପାରିବା, ସରଳରେଖାଟି ସମୀକରଣଟିର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ସରଳରେଖାଟି ସମୀକରଣର ଲୈଖିକ ପରିପ୍ରକାଶ ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ, ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ଏକ ସରଳରେଖାକୁ ସୂଚାଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_{33}) : $Y - 2x = 3$ ର ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

4.9 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ :

- ବୀଜଗଣିତ ହେଉଛି ପାଟୀଗଣିତର ଏକ ବ୍ୟାପକୀକରଣ ଯେଉଁଠାରେ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରିବା ପାଇଁ ଅକ୍ଷରକୁ ସଂକେତ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଧ୍ରୁବକ ଏବଂ ପ୍ରତି ସଂକେତ ପରିସ୍ଥିତି ଅନୁସାରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ଧାରଣ କରିଥାଆନ୍ତି ।
- ଧ୍ରୁବକ ଓ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ବୀଜ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠନ କରାଯାଏ । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠନ ପାଇଁ ଆମେ ମଧ୍ୟ ଧ୍ରୁବକ ଓ ସଂକେତ ମାନଙ୍କ ଉପରେ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ ।
- ପଦଗୁଡ଼ିକ ପରିପ୍ରକାଶର ଅଂଶ ବିଶେଷ, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ + କିମ୍ବା – ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ପରସ୍ପରଠାରୁ ପୃଥକ ହୋଇଥାଆନ୍ତି । ପଦଗୁଡ଼ିକ ଧ୍ରୁବକ ବା ସଂକେତ ବା ଉଭୟ ଧ୍ରୁବକ ଓ ସଂକେତ ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇପାରନ୍ତି ।

- ଏକ ବା ଏକାଧିକ ପଦ ଥିବା ରାଶିକୁ ବୀଜଗଣିତୀୟ ପରିପ୍ରକାଶ କୁହାଯାଏ ।
- $a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ (ଯେଉଁଠି $a_1, a_2..... \in R$ ଏବଂ $n \in N$ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ । ଗୋଟିଏ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ, ମନୋମିଆଲ୍, ଦୁଇଟି ପଦ ଥିବା ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ବାଇନୋମିଆଲ୍ ଓ ତିନୋଟି ପଦ ଥିବା ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଟ୍ରାଇନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ ।
- ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ସର୍ବାଧିକ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ପଦର ଘାତାଙ୍କ n ହେଲେ, ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ n ଘାତୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ ।
- ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂପାଦନ କରାଯାଇପାରେ ।
- ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର କେତେକ ସରଳ ସମସ୍ୟାକୁ ନେଇ ଆମେ ଏକଘାତୀ ଓ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣ ଗଠନ କରିପାରିବା । ସମୀକରଣଟିକୁ ସମାଧନ କରି ଆମେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା । ସମୀକରଣ ସମାଧାନରେ ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ କ୍ରମବିନିମୟୀ, ସଂଯୋଗ ଆଦି ନିୟମର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।
- ସେଟ୍, ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ, ସେଟ୍ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ, ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସେଟ୍‌ର ସଂଜ୍ଞା ଆଲୋଚନା କଲେ । ସେଟ୍‌ରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯଥା – ସଂଯୋଗ, ଛେଦ, ଅନ୍ତର ଓ ପରିପୂରଣ ପ୍ରଣାଳୀ ଶିଖିଲେ । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ ଯଥା – ସଂବୃତ୍ତି, କ୍ରମ ବିନିମୟୀ, ସହଯୋଗୀ, ଅଭେଦ ନିୟମ ଗୁଡ଼ିକ ପାଳନ କରିଥାଆନ୍ତି ।
- ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁକୁ ସୂଚିତ କରିବା ପାଇଁ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଉପଯୋଗ କରିବା
- ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାର ଯେକୌଣସି କ୍ରମିତ ଯୋଡ଼ି ବିଶିଷ୍ଟ ସ୍ଥାନାଙ୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କାର୍ଟେଜୀୟ ସମତଳରେ ବିନ୍ଦୁ ସଂସ୍ଥାପନ ପଦ୍ଧତି ଶିଖିଲେ ।
- ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ଲୈଖିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯେ ଏକ ସରଳରେଖା ତାହା ଦେଖିଲେ ଏବଂ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣର ଲେଖ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଜାଣିଲେ ।

4.10 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

E_1. (i) p ଚଳରାଶି, 3 ଧ୍ରୁବାଙ୍କ, ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

(ii) y ଚଳରାଶି, 3.1 ଧ୍ରୁବାଙ୍କ, ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

(iii) k ଚଳରାଶି, 2 ଧ୍ରୁବାଙ୍କ, ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା

(iv) p ର ଚଳରାଶି, 2.5 ଧ୍ରୁବାଙ୍କ, ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

E_2. (i) ପ୍ରଥମେ x ଓ 3 ଗୁଣଫଳକୁ ନେଇ 3x ଗଠନ କଲେ

(ii) k ଓ 5 ଗୁଣଫଳକୁ ନେଇ 5k ଗଠନ କଲେ

(iii) ପରେ 3x ଓ 5k କୁ ବିୟୋଗ କଲେ

(iv) ତାପରେ 3k – 5k କୁ ନେଇ 2 ସହିତ ଯୋଗ କଲେ

E_3. ପଦସଂଖ୍ୟା 3, 2 ଟି ପଦ ଚଳରାଶି ଓ 3 ଟି ପଦ ଧ୍ରୁବକ

E_5. (i) P ର ସହଗ 2 ଓ 2 ର ସହଗ P ର

(ii) –5, m ର ସହଗ ma, –5 ର ସହଗ

E_6. (i) 9 ଓ Y (✓),

(ii) (a) 3 ର ଗୁଣନୀୟକ m ଓ n, 7 ର ଗୁଣନୀୟକ n (ଅସଦୃଶ ରାଶି)

(b) ଅସଦୃଶ ରାଶି 1 ର ଗୁଣନୀୟକ p ଓ q, –3 ର ଗୁଣନୀୟକ q, –15, p ର ଗୁଣନୀୟକ p

E_7. (i) 23abc (ii) 21y

E_8. (i) 7b–4, (ii) m + 9n + 7

E_9. (i) 4p, (ii) 9m

E_{10}. (i) 5m+5n+2, (ii) 13z + 6y – 5

E_{11}. (i) $15ab^3$, (ii) $-60x^2y^2$

E_{12}. (i) $8m^2n-12mn^2$, (ii) $15y^2z-12y^2z^2-6yz^2$

E_{13}. (i) $3p^2-10q^2+pq$,
(ii) $7a^2b-3ab^2-4ab+7a-3b-4$

E_{14}. (i) 6m, (ii) $4a^2$

E_{15}. (i) 4y – 3x , (ii) 3a–4b+6

E_{16}. (i) $3m^2+4m+5$, 0 (ii) $3x^2-x$, 0

E_{17}. (i) ଘାତ 2, (ii) ଘାତ 3 (iii) ଘାତ 6

E_{18}. $11x^3-5x^2+3x+19$

E_{19}. $4m^3+7m+8$

E_{20}. (i) $3x^3-14x^2+33x-30$ (ii) $y^4-3y^3+7y^2+y+b$

E_{21}. (i) m^3+3m^2-5

E_{22}. (i) 3, (ii) 20

E_{23}. (i) 3, (ii) 10

E_{24}. (i) 2, (ii) 11

E_{25}. (i) ଯୁବରାଜ 30, କୋହଲି 46.
(ii) ସର୍ବସମ କୋଣ 64^0, ତୃତୀୟ କୋଣ 52^0

E_{26}. 1.(i) B={1,2,3,4,5.....}, (ii) {ଜାନୁଆରୀ..... ଡିସେମ୍ବର}
2.(i) {x | x, 3 ର ଗୁଣିତକ}, (ii) {x | x, ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗ}

E_{27}. {{1}, {2}, {1,2}, {2,1}, ϕ, S}

E_{28}. (i) {2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 20}; (ii) {4,8}

E_{32}. 9,36

4.11 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

1. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକର ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।
   (i) p ଓ q ର ସମଷ୍ଟିର ଦୁଇ ତୃତୀୟାଂଶ
   (ii) x ଓ y ର ଗୁଣଫଳରୁ ସେମାନଙ୍କ ସମଷ୍ଟିର ବିୟୋଗ
   (iii) m ଓ n ର ଗୁଣଫଳର 3 ଗୁଣରୁ 7 କମ୍
2. ତିନିପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଲେଖ
3. ସହଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) –3abc ରେ ab ର (ii) $\frac{2}{3}x^2y^2$ ରେ x^2 ର (iii) –5mn ରେ m ର
4. ସଂଖ୍ୟା ସହଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର (i) $\frac{-2}{5}xy$ (ii) –P (iii) $-6m^2n^2$
5. ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କୁ ଏକାଠି ସଜାଇ ଲେଖ ।
   (i) 3m– 8mn, –m, $\frac{mn}{3}$, $\frac{m}{3}$, 2mn (ii) xy^2-3xy, $2x^2y$, $-5xy^2$, xy, x^2y^2, $\frac{2}{5}xy$, $-9x^2y$
6. ଯୋଗ କର : (i) x + y + 3, y –x – 7 ଓ 2x – 4y + 2
   (ii) 3m + 2n – 7mn, 4mn – 2m ଓ 5mn –3n
   (iii) $7a^2-2ab+3b^2$, $5ab-4a^2$ ଓ b^2-a^2-ab

7. ବିୟୋଗ କର : (i) $x^2 + 9x - 6$ ରୁ $5x - 16 - x^2$

(ii) $2mn - 3m^2 - 4n^2$ ରୁ $2n^2 - 7mn + 6m^2$

(iii) $a(b-5)$ ରୁ $b(5 - a)$

8. ସରଳ କର : (i) $9p^2 - 7p + 6 + 6p - 3p^2 - 5p - 8$

(ii) $20yz - 11z - 16y - 10z + 15y + 2 - 4yz - 7$

9. ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $(x^2 - xy + y^2) \times (x + y)$ (ii) $(a - 5 + b) \times (a - b)$

10. ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $(8a^2 + 4a - 60) \div (2a - 5)$

(ii) $(6m^2n^2 - 7mnp - 3n^2) \div (3mn + p)$

11. ସମାଧାନ କର : (i) $4x - 7 = 9$ (ii) $\frac{4}{5} + y = \frac{14}{5}$ (iii) $\frac{z}{3} - \frac{z}{5} = 32$ (iv) $\frac{3p + 6}{8p} = \frac{-3}{4}$

12. ସମାଧାନ କର : (i) ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଠାରୁ 7 ସେ.ମି. ଅଧିକ । ଏହାର ପରିସୀମା 54 ସେମି ହେଲେ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(ii) ABC ତ୍ରିଭୁଜର $\angle A$ ର ପରିମାଣ $\angle C$ ର ପରିମାଣର 2 ଗୁଣ, $\angle B$ ର ପରିମାଣ $\angle C$ ର ପରିମାଣ ଠାରୁ 20^0 କମ୍ । ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣତ୍ରୟର ପରିମାଣ କେତେ ?

13. ଉଦାହରଣ ଦିଅ :

(i) ଶୂନ୍ୟସେଟ୍

(ii) {3,5,8} ର ଏକ ଉପସେଟ୍

(iii) (a, b, c, d) ର ଏକ ସଦୃଶ ସେଟ୍

(iv) {2,3, 5}, {3, 5, 4}, {0,5,7} ସେଟ୍ ସମ୍ପୃକ୍ତ ପରିସ୍ଥିତିରେ N କୁ ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ ରୂପେ ନିଆଯାଇପାରିବ କି ?

14. {1, 2, 3, 4} ର ଘାତ ସେଟ୍ ଗଠନ କର ।

15. ଭେନ୍ ଚିତ୍ର ଦ୍ୱାରା ପ୍ରମାଣ କର :

(i) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (ii) $A - B \neq B - A$ (iii) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

16. A = {2,4,6,8,10,12,14,16,18}, B = {3, 6, 9, 12, 15, 18} ହେଲେ, ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର –

(i) $A \cap B$ (ii) $B - A$ (iii) $A - (A \cap B)$

17. ଲେଖ କାଗଜରେ (0,4), (6,2) ଓ (3,3) ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥାପନ କର ।

18. ଲେଖ କାଗଜରେ A (1,1), B (2,2), C(4,4) ଓ D(6,6) ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥାପନ କରି ସେମାନଙ୍କୁ ସଂଯୋଗ କର । ଏହି ଲେଖଟି କି ପ୍ରକାର ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ?

4.11 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ :

- ଶ୍ରେଣୀ VI, VII ଓ VIII ର ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ, ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ, ଓଡ଼ିଶା ସରକାରଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ ।
- ଶ୍ରେଣୀ VI, VII ଓ VIII ର NCERT ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ।
- Teaching of Maths. at Upper Primary Level, Vol - II. Published by DEP - SSA, IGNOU, New Delhi.

ଏକକ : 5

ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା ଓ ପ୍ରତିରୂପତା

ଗଠନ କ୍ରମ :

5.1 ଉପକ୍ରମ

5.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

5.3 ତଥ୍ୟ ଓ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ

5.3.1 ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟର ଉପସ୍ଥାପନା

5.3.2 ଲକ୍ଷାଙ୍କମାନଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ

5.3.3 ଭାଗବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ

5.3.4 ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଭାଗୀକରଣ

5.4 ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

5.4.1 ପରୀକ୍ଷଣ ଓ ଫଳାଫଳ

5.4.2 ପୂରକ ଘଟଣା

5.5 ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତିରୂପତା

5.5.1 ପ୍ରତିସମତା

5.5.2 ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତା

5.6 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ

5.7 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

5.8 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

5.9 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ

5.1 ଉପକ୍ରମ :

ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ, ଏହାର ଉପସ୍ଥାପନା ଓ ତତ୍‌ସମ୍ପର୍କିତ ବିଶ୍ଳେଷଣ ହେଉଛି ପରିସଂଖ୍ୟାନ । ଗୋଟିଏ ରାଜ୍ୟ ବା ଗୋଟିଏ ରାଷ୍ଟ୍ରର ସୁପ୍ରଶାସନ ନିମିତ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପରିସଂଖ୍ୟାନ ଆବଶ୍ୟକ । ଯଥା- ଗୋଟିଏ ରାଷ୍ଟ୍ରର ବାର୍ଷିକ କୃଷିଜାତ ଦ୍ରବ୍ୟର ପରିମାଣ କେତେ, କୃଷି ଉପଯୋଗୀ କେତେ ଜମି ଜଳ ସେଚିତ, ନାଗରିକମାନଙ୍କର ବାର୍ଷିକ ଆୟ କେତେ, ଏହିପରି ଅନେକ ତଥ୍ୟ ପ୍ରଶାସନିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ଯୋଜନା ନିମିତ୍ତ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ ।

'ଏ ରାଜ୍ୟରେ ଜଳସେଚିତ ଜମି ପରିମାଣ ଖୁବ୍ କମ୍ ।' ଏ ଭଳି ଉକ୍ତିର ପରିସଂଖ୍ୟାନ ଜନିତ କୌଣସି ତାତ୍ପର୍ଯ୍ୟ ନାହିଁ । ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରି ସେଗୁଡ଼ିକର ସୁପରିଚାଳନା ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱ ପୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟ । ତଥ୍ୟର ସୁପରିଚାଳନା ବିନା ଏହାର କୌଣସି ଗୁରୁତ୍ୱ ନଥାଏ ।

5.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ଏକକଟି ପଢ଼ିସାରିବା ପରେ ଆମେ

- ତଥ୍ୟ ଓ ଏହାର ବିଶେଷତ୍ୱ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅବଗତ ହେବା
- ସମ୍ଭାବ୍ୟତା (ପରୀକ୍ଷଣ ଓ ଫଳାଫଳ) ର ଧାରଣା ପାଇବା ସହ ବିଭିନ୍ନ ପରୀକ୍ଷଣ ମାଧ୍ୟମରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ପରିମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା
- ବିଭିନ୍ନ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତି ସମତା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବା ।

5.3 ତଥ୍ୟ ଓ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ :

ଯେକୌଣସି ଘଟଣା ବା ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅନୁଧ୍ୟାନ କାର୍ଯ୍ୟ ଲାଗି ସେହି ଘଟଣା ବା ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ । ଯଥା, ଗୋଟିଏ ଅଞ୍ଚଳର କୃଷି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବାକୁ ହେଲେ ସେ ଅଞ୍ଚଳର କେତେ ପରିମାଣର ଜମିରେ କୃଷି କରାଯାଏ, ଉତ୍ପନ୍ନ ଫସଲମାନଙ୍କର ପରିମାଣ କେତେ ଇତ୍ୟାଦି । 'ଜମି ପରିମାଣ', 'ଫସଲ ପରିମାଣ' ଆଦି ତଥ୍ୟର ନମୁନା ।

ଏହି ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହର ଉତ୍ସ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଅଟେ । ଯେମିତିକି ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ଉତ୍ସ ଓ ପରୋକ୍ଷ ଉତ୍ସ ।

ଯେଉଁ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ସିଧାସଳଖ ଲୋକଙ୍କ ଠାରୁ ସଂଗ୍ରହ କରାଯାଏ, ତାହାକୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ୍ଷ ତଥ୍ୟ ଓ ଯେଉଁମାନଙ୍କ ଠାରୁ ଏହା ସଂଗ୍ରହ କରାଯାଏ, ତାହାକୁ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ଉତ୍ସ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ପଦ୍ଧତି ଅବଲମ୍ବନ କରାଯାଇଥାଏ । ଯଥା :-

- ✰ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଅନୁସନ୍ଧାନ (Direct Personal Investigation)
- ✰ ସ୍ଥାନୀୟ ପ୍ରତିନିଧିଙ୍କ ଠାରୁ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ (Information through local agencies)
- ✰ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ ସାହାଯ୍ୟରେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ (Mailed Questionnaire method)

ଯେଉଁ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ସିଧାସଳଖ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଉତ୍ସରୁ ସଂଗୃହୀତ ନହୋଇ, ବିଭିନ୍ନ ସରକାରୀ ଦପ୍ତରର ରେକର୍ଡ଼, ଲାଇବ୍ରେରୀ, ସମ୍ବାଦପତ୍ର, ଇଣ୍ଟରନେଟ୍ ଆଦିରୁ ସଂଗ୍ରହ କରାଯାଏ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପରୋକ୍ଷ ତଥ୍ୟ ଏବଂ ଏହି ଉତ୍ସଗୁଡ଼ିକୁ ପରୋକ୍ଷ ଉତ୍ସ କୁହାଯାଏ । ସଂଗୃହୀତ ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟକୁ ଲବ୍ଧାଙ୍କ (Score) କୁହାଯାଏ ।

5.3.1 ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟର ଉପସ୍ଥାପନା (Presentation of Data)

କୌଣସି ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ସଂଗୃହୀତ ନିମ୍ନସ୍ଥ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

କୌଣସି ପରୀକ୍ଷାରେ 30 ଜଣ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର ତାଲିକା ନିମ୍ନରେ ଲେଖାଯାଇଛି । ତାଲିକାରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା 50 ରୁ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରାପ୍ତାଙ୍କ ଦିଆଯାଇଛି ।

30 ଜଣ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ନମ୍ବର ତାଲିକା : 19, 14, 10, 12, 24, 29, 34, 10, 14, 12, 19, 24, 40, 34, 24, 5, 7, 19, 12, 14, 24, 19, 38, 32, 29, 24, 19, 19, 14, 25 ।

ଉପରିସ୍ଥ ତାଲିକାରେ ଥିବା 30ଟି ଲବ୍ଧାଙ୍କକୁ ଦେଖି ପିଲାମାନଙ୍କର ସାମୂହିକ ପରୀକ୍ଷାଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ କୌଣସି ଧାରଣା କରିବା ସହଜ ନୁହେଁ । ଯଥା, ସର୍ବାଧିକ ନମ୍ବର କେତେ, ସର୍ବନିମ୍ନ ନମ୍ବର କେତେ, ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭଲ ଛାତ୍ର କେତେ, ମଧ୍ୟମ ଧରଣର ଛାତ୍ର କେତେ, ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନମ୍ବର ଠାରୁ ଅଧିକ ବା କମ୍ ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା କେତେ, ଏହିଭଳି ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଉପରୋକ୍ତ ତାଲିକା ଦେଖି ସହଜରେ ପାଇହେବ ନାହିଁ । ଏଣୁ ସଂଗୃହୀତ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏପରି ଉପସ୍ଥାପିତ କରିବାକୁ ହେବ ଯେପରି ସେହି ଉପସ୍ଥାପନାରୁ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ପାଇବା ସହଜ ହେବ ।

ଉପରିସ୍ଥ ତାଲିକାରେ ଥିବା ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଅପକ୍ୱ ତଥ୍ୟ (raw data) କୁହାଯାଏ । ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଥିବା ନମ୍ବର ଖାତା (mark register)ରେ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ନାମ ଯେଉଁ କ୍ରମରେ ରହିଛି, ପୂର୍ବୋକ୍ତ ତାଲିକାରେ ମଧ୍ୟ ନମ୍ବରଗୁଡ଼ିକ ସେହି କ୍ରମରେ ଲେଖାଯାଇଛି ।

ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନା ପ୍ରଣାଳୀ :-

(i) ଅପକ୍ୱ ତଥ୍ୟ (raw data) ବା ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ (ascending order) ବା ଅଧଃକ୍ରମ (descending order) ରେ ସଜାଇ ରଖାଯାଏ ।

(ii) ଏକାଧିକବାର ରହିଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ବାରମ୍ବାର ନ ଲେଖି ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାକୁ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବା ବାରମ୍ବାରତା (frequency) ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Determination of frequency of the scores) :

ଅନୁମେଳନ ରେଖାଙ୍କନ ଦ୍ୱାରା ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନିମ୍ନମତେ କରାଯାଏ :

(i) ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କରୁ ସର୍ବାଧିକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ (ବା ସର୍ବାଧିକରୁ ସର୍ବନିମ୍ନ)ମାନଙ୍କର ତାଲିକାଟି ଲେଖାଯାଏ ।

(ii) ତଥ୍ୟାବଳୀ (ନମ୍ବର-ତାଲିକା)ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଲାଗି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ତାଲିକାରେ ସେହି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଡାହାଣରେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗାର (/) ସାମାନ୍ୟ ତିର୍ଯ୍ୟକ୍ ଭାବେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ । ଏହି ଗାରକୁ ଅନୁମେଳକ ରେଖା (ଟାଲି ଚିହ୍ନ- tallymark) କୁହାଯାଏ । ନମ୍ବର ତାଲିକାରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ 19 ଲାଗି 19 ପାଖରେ ଟାଲି ଚିହ୍ନ ଦିଆଯାଏ । ଟାଲିଚିହ୍ନ ଦେବାବେଳେ, ଚାରୋଟି ଟାଲି ଚିହ୍ନ ଦେଇ ସାରିବା ପରେ ପଞ୍ଚମ ଟାଲି ଚିହ୍ନଟିକୁ ପୂର୍ବରୁ ଅଙ୍କିତ ଟାଲି ଚିହ୍ନ ଚାରୋଟିର ଛେଦକ ରୂପେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ । ଲବ୍ଧାଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ଅନୁମେଳନ ରେଖାର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଉକ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବା ବାରମ୍ବାରତା କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ (ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ନମ୍ବର ତାଲିକାରେ ଥିବା ତଥ୍ୟର ଅନୁମେଳନ ରେଖା ସହ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ)

ସାରଣୀ - 1

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	ଟାଲିଚିହ୍ନ	ବାରମ୍ବାରତା
5	/	1
7	/	1
10	//	2
12	///	3
14	////	4
19	~~////~~ /	6
22	/	1
24	~~////~~	5
25	/	1
29	//	2
24	//	2
34	/	1
38	/	1
		30 (ମୋଟ ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା)

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_1) :

1.(a) 30 ଜଣ ପିଲାଙ୍କର ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷା ନମ୍ବର ଦିଆଯାଇଛି । (ପରୀକ୍ଷାର ମୋଟ ନମ୍ବର 100) । ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ନେଇ ପୌନଃପୁନ୍ୟ ବିତରଣ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର । 38, 42, 45, 54, 72, 68, 88, 78, 74, 46, 90, 28, 59, 73, 74, 87, 18, 67, 70, 91, 84, 90, 59, 25, 30, 48, 76, 68, 85, 89 ।

(b) ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିବା ସାରଣୀରୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(i) ଯଦି ପାସ ନମ୍ବର 30 ହୁଏ, ତେବେ କେତେ ଜଣ ପିଲା ପାସ୍ କରିଛନ୍ତି ?

(ii) ଯଦି 90-100 ନମ୍ବରକୁ A ଗ୍ରେଡ୍ ଓ 60-80 ନମ୍ବରକୁ B ଗ୍ରେଡ୍, 30-50 ନମ୍ବରକୁ C ଗ୍ରେଡ୍, 10-20 କୁ D ଗ୍ରେଡ୍ ଓ 10ରୁ କମ୍‌କୁ E ଗ୍ରେଡ୍ ଦିଆଯାଏ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ରେଡ୍ ପାଇଥିବା ପିଲାଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) ପାସ୍ ନମ୍ବର କେତେ ରଖିଲେ 29 ଜଣ ପିଲା ପାସ୍ କରିବେ ?

ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (Cumulative frequency) :

ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଠାରୁ କୌଣସି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ବାରମ୍ବାରତାର ଯୋଗଫଳକୁ ଉକ୍ତ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କର **ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା** କୁହାଯାଏ । ଏକ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ବୟସ

ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ - 2

ବସୟ (x)	6	7	8	9	10	11	12	13
ବାରମ୍ବାରତା (f)	30	36	34	42	38	36	20	18
ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା(c.f)	30	66	100	142	180	216	236	254

ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ

ପ୍ରଥମ ଲମ୍ବାଙ୍କ (6) ର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା, ଏହାର ବାରମ୍ବାରତା ସହ ସମାନ । ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲମ୍ବାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = ତା'ର ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଲମ୍ବାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା + ସେହି ଲମ୍ବାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା

ଶେଷ ଲମ୍ବାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ଓ ମୋଟ ବାରମ୍ବାରତା ସମାନ ହେଲେ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଠିକ୍ ଅଛି ବୋଲି ଜଣାଯାଏ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : ପୂର୍ବ ସାରଣୀ-1 ତୁଳନାରେ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରୁ କି କି ଅଧିକ ତଥ୍ୟ ମିଳିପାରିବ ?

5.3.3 ଭାଗବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ (Grouped frequency distribution)

30 ଜଣ ପିଲାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସାରଣୀ-1 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି । ପିଲା ସଂଖ୍ୟା ଯଦି ବହୁତ ବେଶି ହୁଏ ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣାଙ୍କ 50 ନ ହୋଇ 100 ହୁଏ, ତାହେଲେ ସାରଣୀଟି ବହୁତ ବଡ଼ ହୋଇଯିବ । ଏପରି ସାରଣୀରୁ **କୌଣସି** ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତଥ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ମଧ୍ୟ କଷ୍ଟକର ହେବ । ଏପରି ସ୍ଥଳେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲମ୍ବାଙ୍କ ପାଇଁ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ କରି ଲମ୍ବାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକୁ କେତେକ **ଶ୍ରେଣୀ** ବା **ସଂଭାଗ** (class ବା group) ରେ ଭାଗ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗ ପାଇଁ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ **ସଂଭାଗୀକରଣ** (classification) କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ଅପକ୍ୱ ତଥ୍ୟ (raw data) କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

20	35	48	17	63	28	52	12	64	73
15	51	37	70	68	73	49	53	26	42
44	31	36	16	24	31	43	50	36	45
44	31	36	16	24	31	43	50	36	45
23	74	53	62	19	52	46	53	66	32

ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଓ ସର୍ବନିମ୍ନ ଲମ୍ବାଙ୍କ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ **ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର** କୁହାଯାଏ । ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର ଅଧିକ ହୋଇଥିଲେ, ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଭାଗୀକରଣ କରାଯାଏ ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର = (74 - 12) = 62 ବୋଲି ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ ।

ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଭାଗୀକରଣ ସାଧାରଣତଃ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ କରାଯାଇପାରେ ।

ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର (A) : 10-20, 20-30, 30-40, 40-50, 50-60, 60-70, 70-80

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର (B) : 10-19, 20-29, 30-39, 40-49, 50-59, 60-69, 70-79

ଏଠାରେ ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ସାତୋଟି ଭାଗ (Class) ରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି ।

ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ 'ସଂଭାଗୀକରଣ' କୁହାଯାଏ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯଥାକ୍ରମେ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନ ସୀମା (l_1) ଓ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ସୀମା (l_2) କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର ସଂଭାଗରେ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ସୀମାଟି ସଂଭାଗର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ନୁହେଁ । ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାର ସଂଭାଗରେ ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଭୟ ସୀମା ସଂଭାଗର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ମନେରଖ :

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ଗୋଟିଏ ନିମ୍ନ ସୀମା ଓ ଗୋଟିଏ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା ଥାଏ । ଯଥା : 10–20 ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା = 10 ଏବଂ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା = 20
- ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ = $\frac{l_1 + l_2}{2}$ ଯଥା : 10–20 ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ = $\frac{10+20}{2} = 15$
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗ ଏହାର ନିମ୍ନସୀମାଠାରୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ । ଏହି ବିସ୍ତୃତିକୁ **ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର** କୁହାଯାଏ । ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ (A)ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର= ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା–ନିମ୍ନସୀମା=$l_2 - l_1$ ।

  (B) ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର = (ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା - ନିମ୍ନସୀମା) + 1 = $l_2 - l_1 + 1$ ।
- ସଂଭାଗଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣତଃ ସମାନ ବିସ୍ତାର ବିଶିଷ୍ଟ କରାଯାଏ ।

5.3.4 ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଭାଗୀକରଣ :

ତଥ୍ୟାବଳୀର ସଂଭାଗୀକରଣ ନିମିତ୍ତ ନିମ୍ନ କେତୋଟି କଥା ଉପରେ ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଥାଏ ।

1. ପ୍ରଥମେ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମାକୁ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ବା ତା'ଠାରୁ କିଛି କମ୍ ନିଆଯାଏ । ସେହିପରି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସଂଭାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମାକୁ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସହ ସମାନ ବା ତା'ଠାରୁ କିଛି ଅଧିକ ନିଆଯାଏ ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର –

ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା 10, ଯଦିଓ ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 12 ।

ସେହିପରି ଶେଷ ସଂଭାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା 80 ବା 79, ଯଦିଓ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 74 ।

2. ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ କେତୋଟି ଶ୍ରେଣୀ ବା ସଂଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯିବ, ସେଥିନିମନ୍ତେ କୌଣସି ଧରାବନ୍ଧା ନିୟମ ନ ଥାଏ । ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାରକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ଏହା ସ୍ଥିର କରାଯାଏ । ତଥାପି ସଂଭାଗ ସଂଖ୍ୟାକୁ 8ରୁ କମ୍ ନ କରିବା ଓ 15 ରୁ ଅଧିକ ନକରିବା ଭଲ ।

3. ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାରକୁ ସାଧାରଣତଃ ସୁବିଧା ଲାଗି 5, 10, 20 ଆଦି ନିଆଯାଇଥାଏ ।

4. ସଂଭାଗୀକରଣର ପ୍ରକାର ଭେଦ –

(a) A ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା ତଥା ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା ପ୍ରତ୍ୟେକ 20 । ଏଠାରେ 20କୁ ପ୍ରକୃତରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ବୋଲି ଧରାଯାଏ । ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗ '10–20' ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏହି ସଂଭାଗ 10ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ 20 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ (ମାତ୍ର 20 ବ୍ୟତୀତ) ବିସ୍ତୃତ । ଏହାକୁ **ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ସଂଭାଗୀକରଣ** କୁହାଯାଏ ।

(b) B ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା 19 ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା ହେଉଛି 19ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗ 10-19ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି, ଏହି ସଂଭାଗ 10 ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ 19 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ । ଏହାକୁ **ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ସଂଭାଗୀକରଣ** କୁହାଯାଏ ।

ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ କିପରି ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରେ ପରିଣତ କରାଯାଇଛି ଦେଖ ।

ସଂଭାଗ	ଟାଲି ଚିହ୍ନ	ବାରମ୍ବାରତା (f)
10-20	~~////~~	5
20-30	~~////~~	5
30-40	~~////~~ //	7
40-50	~~////~~ //	7
50-60	~~////~~ //	7
60-70	~~////~~	5
70-80	////	4

$\Sigma f = 40$ (Σf ର ଅର୍ଥ ସମସ୍ତ ବାରମ୍ବାରତାର ସମଷ୍ଟି)

ଟୀକା : Σf ସର୍ବଦା ମୋଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ଅଟେ । ନହେଲେ ଟାଲି ଚିହ୍ନ ଦେବା ବା ଟାଲିଚିହ୍ନକୁ ଗଣି ବାରମ୍ବାରତା ଲେଖିବା ପ୍ରଣାଳୀରେ କିଛି ତ୍ରୁଟି ଅଛି ବୋଲି ଧରିନେବାକୁ ହେବ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_2)

ପାଞ୍ଚ ଏକକ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର ବ୍ୟବହାରକରି ନିମ୍ନରେ ଥିବା 50 ଟି ଲବ୍ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

27	15	35	25	40	32	18	31	21	41
19	23	30	27	28	26	43	31	26	26
32	42	32	36	22	30	15	19	39	21
26	36	27	17	27	21	32	25	23	39
27	26	31	32	19	23	20	34	19	20

ଟୀକା : ଏହି ଭାଗବିଭକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ଲେଖଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା । ଏଥି ନିମନ୍ତେ ତୁମେ ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ ପଢ଼ିଥିବା FC - 2 "ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ବୁଝିବା" ବହିଟିକୁ ଅନୁସରଣ କର ।

5.4 ସମ୍ଭାବ୍ୟତା :-

5.4.1 ପରୀକ୍ଷଣ ଓ ଫଳାଫଳ :

Aristotle କହିଛନ୍ତି, "The Probable is what usually happens".

ଆମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଘଟୁଥିବା ନିମ୍ନ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର;

☆ ସୂର୍ଯ୍ୟ ପୂର୍ବ ଦିଗରେ ଉଦୟ ହୁଅନ୍ତି । (ଏହା ଏକ ନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା)

☆ ତୁମେ ନନ୍ଦନକାନନ ଗଲେ ଡାଇନୋସର୍ ଦେଖିବ । (ଏହା ଏକ ଅସମ୍ଭବ ଘଟଣା)

☆ ତୁମେ ତୁମ ସ୍କୁଲ କ୍ରିକେଟ ଦଳରେ ସାମିଲ ହେବ । (ଏହା ଏକ ଅନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା)

☆ ତୁମେ ଲଟେରିରେ ଏକ କୋଟି ଟଙ୍କା ଜିତିବ । (ଏହା ଏକ ଅନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା)

☆ ଏକ ମୁଦ୍ରାକୁ ଫିଙ୍ଗିଲେ (ବା ଟସ୍ କଲେ) 'ହେଡ୍ ବା ଟେଲ୍' ପଡ଼ିବ । (ଏହା ନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା)

☆ ଏକ ମୁଦ୍ରାକୁ ଟସ୍ କଲେ 'ହେଡ୍ ଓ ଟେଲ୍' ପଡ଼ିବ । (ଏହା ଏକ ଅସମ୍ଭବ ଘଟଣା)

ଉପରୋକ୍ତ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକରୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘଟଣାଟି ଘଟିବା ନିଶ୍ଚିତ, କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘଟଣାଟି ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା ଅଛି ଏବଂ ଆଉ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘଟଣାଟି ଘଟିବା ଅସମ୍ଭବ । ଆମେ ଅବଶ୍ୟ ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା କେତେ ତା'ର ପୂର୍ବାନୁମାନ କରିପାରୁ, ମାତ୍ର ଏହି ସମ୍ଭାବନାର ପରିମାପ କେବଳ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ପରୀକ୍ଷଣ ଓ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଏହି ସମ୍ଭାବନାର ପରିମାପ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ, ଗଣିତର ଏକ ବିଭାଗ "ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ତତ୍ତ୍ୱ" ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଏହି ତତ୍ତ୍ୱର ଭିତ୍ତି ପଡ଼ିଥିଲା ଷୋଡ଼ଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ । ଏହାର ଅଗ୍ରଗତିରେ ଗଣିତଜ୍ଞ J. Cardon, B. Pascal ଓ Pierre de Fermat ଙ୍କ ଅବଦାନ ଅନସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି ସମ୍ଭାବନା ତତ୍ତ୍ୱ ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଛି । ଶିଳ୍ପାୟନରେ, ଏହା କୌଣସି ଉତ୍ପାଦର ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱର ସୀମା ଜଣାଇଥାଏ । ରାସ୍ତାର କେଉଁ ସ୍ଥାନରେ ଓ କେତେବେଳେ ଟ୍ରାଫିକ୍ ଜାମ୍ ହେବାର ସମ୍ଭାବନା କେତେ ତାହା ଜାଣିଲେ, କେତେବେଳେ ଓ କେଉଁ ସ୍ଥାନରେ କେତେ ଟ୍ରାଫିକ୍ ପୋଲିସ ମୁତୟନ ହେବେ, ତାହା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ । କେତେବେଳେ ବ୍ୟାଙ୍କ କାଉଣ୍ଟରରେ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ କର୍ମଚାରୀ ଆବଶ୍ୟକ ହେବେ, ଆଦି ସମ୍ଭାବନା ତତ୍ତ୍ୱ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିଥାଏ ।

ଘଟଣା ଘଟିବା

ଅସମ୍ଭବ — ସମ୍ଭାବନା ଅଛି — ନିଶ୍ଚିତ

ପ୍ରକୃତ ପରୀକ୍ଷଣ କରି ଏବଂ ସେଥିରୁ ମିଳିଥିବା ଫଳାଫଳର ପ୍ରକୃତ ଉପସ୍ଥାପନା କରାଯାଇ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ମାପ କରାଯାଇଥାଏ । ମୁଦ୍ରାଟସ୍ ଓ ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବା ଭଳି କେତେକ ପରୀକ୍ଷଣରୁ ଆମେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣା ପାଇପାରିବା ।

କେତେକ ପରୀକ୍ଷଣ ଓ ତତ୍ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଫଳାଫଳ :

(a) ପରୀକ୍ଷଣ : ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ କରିବା (ମୁଦ୍ରା ଫିଙ୍ଗିବା)

ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାର ଦୁଇଟି ପାର୍ଶ୍ୱ, ଯଥା : ହେଡ୍ (H) ଓ ଟେଲ୍ (T) ଥାଏ । ମୁଦ୍ରାଟିକୁ ଟସ୍ କଲେ ଏହା ତଳେ ପଡ଼ିବା ବେଳେ ଏହାର ଉପରକୁ ଥିବା ପାଖରେ ହୁଏତ ହେଡ୍ ଥିବ ନଚେତ୍ ଟେଲ୍ ଥିବ । ମୁଦ୍ରାଟି ଯଦି ଅପ୍ରବଣ (unbiased) ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ମୁଦ୍ରାଟିକୁ ଯେତେଥର ଟସ୍ କରିବା ତା'ର ପାଖାପାଖି ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଥର ହେଡ୍ ଓ ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଥର ଟେଲ୍ ପଡ଼ିବ । (ଅପ୍ରବଣ ମୁଦ୍ରାର ଅର୍ଥ, ଏହାର ଗଠନରେ ସୁସମତା ଥାଏ) । ଏପରି ସ୍ଥଳେ ଫଳାଫଳ (ହେଡ୍ ପଡ଼ିବ ବା ଟେଲ୍ ପଡ଼ିବ) **ସମପ୍ରାୟିକ** (equally likely) ହୋଇଥାଏ ।

ଆସ ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରା ପକାଇ (ଟସ୍ କରି) ପଡୁଥିବା ହେଡ୍ ଓ ଟେଲ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା ଗଣିବା ଓ ଖାତାରେ ଟିପି ରଖିବା । ପ୍ରଥମେ ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 20ଥର ଟସ୍ ପକାଇ ପାଇଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବା ।

(ତୁମେ ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଏହି ପରି ସ୍ଥିର କରିବ) ।

ମୁଦ୍ରାଟସ୍	୧ମ	୨ୟ	୩ୟ	୪ର୍ଥ	୫ମ	୬ଷ୍ଠ	୭ମ	୮ମ	୯ମ	୧୦ମ
ଫଳାଫଳ	H	H	T	T	H	T	H	T	H	H

ମୁଦ୍ରାଟସ୍	୧୧ତମ	୧୨ତମ	୧୩ତମ	୧୪ତମ	୧୫ତମ	୧୬ତମ	୧୭ତମ	୧୮ତମ	୧୯ତମ	୨୦ତମ
ଫଳାଫଳ	H	H	T	T	H	T	H	H	H	H

20 ଥର ଟସ୍ କରି ଦେଖିଲେ H ପଡ଼ିଲା 13 ଥର ଓ ଟେଲ୍ ପଡ଼ିଲା 7 ଥର ।

H ସଂଖ୍ୟା ଓ T ସଂଖ୍ୟାର ପାର୍ଥକ୍ୟ 13 – 7 = 6

ସେହିପରି ପୁନର୍ବାର 40 ଥର ପକାଇ ଦେଖାଗଲା H ପଡ଼ିଲା 18 ଥର ଓ T ପଡ଼ିଲା 22 ଥର ।

H ସଂଖ୍ୟା ଓ T ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ = 22 – 18 = 4

100 ଥର ପକାଇ ମନେକର ପାଇଲେ H ପଡ଼ିବା ସଂଖ୍ୟା 49 ଓ T ପଡ଼ିବା ସଂଖ୍ୟା 51 ।

H ସଂଖ୍ୟା ଓ T ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ = 51 – 49 = 2

ଉପରୋକ୍ତ ପରୀକ୍ଷଣରୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ,

ଟସ୍ ସଂଖ୍ୟା ଯେତେ ଅଧିକ ହେଲା, ପାର୍ଥକ୍ୟ ସେତେ କମ୍ ହେଲା ।
ଟସ୍ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମେ କ୍ରମେ ବଢ଼ିଚାଲିଲେ

H ପଡ଼ିବାର ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ଓ ମୋଟ ଟସ୍ ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ $\frac{1}{2}$ ହେବ ।

ଅର୍ଥାତ୍, $\frac{\text{H ପଡ଼ିବାର ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ମୋଟ ଟସ୍ ପଡ଼ିବାର ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{1}{2}$ ହେବ ।

ସେହିପରି T ପଡ଼ିବାର ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ଓ ମୋଟ ଟସ୍ ପଡ଼ିବାର ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ $\frac{1}{2}$ ହେବ ।

ଅର୍ଥାତ୍, $\frac{\text{T ପଡ଼ିବାର ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ମୋଟ ଟସ୍ ପଡ଼ିବାର ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{1}{2}$ ହେବ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଅନୁପାତ ଦ୍ୱୟକୁ ଆମେ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖିପାରିବା, $P(H) = \frac{1}{2}$ ଓ $P(T) = \frac{1}{2}$

ଏହି ଅନୁପାତ ଦ୍ୱୟକୁ ଯଥାକ୍ରମେ H (ହେଡ୍)ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଓ T (ଟେଲ୍) ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ମନେରଖ : $\mathbf{P(H) + P(T) = 1}$

ଏହି ସତ୍ୟକୁ ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

(b) ପରୀକ୍ଷଣ : ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବା ।

ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଗଡ଼ାଇଲେ 1, 2, 3, 4, 5, 6 ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିର ଉପର ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦେଖାଯିବ । ଅର୍ଥାତ୍ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

∴ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 6

ମନେକର ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବାରେ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବା ଏକ ଘଟଣା (e) ହେଉ

ଘଟଣା (e) ସପକ୍ଷରେ ଫଳାଫଳ = {2, 4, 6}

∴ ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 3

∴ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ପରିମାପ

$$= \frac{\text{ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ସମ୍ଭାବନା ଥିବା ମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ଅର୍ଥାତ୍ } P(e) = \frac{1}{2}$$

5.4.2 ପୂରକ ଘଟଣା (Complementary Event) :

ଗୋଟିରେ ପଡ଼ିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ହୁଏତ ଯୁଗ୍ମ (2, 4, 6) ନତୁବା ଅଯୁଗ୍ମ (1, 3, 5) । ଏଣୁ 'ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବା' ଓ 'ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବା' ଘଟଣା ଦ୍ୱୟକୁ **ପରସ୍ପର ପୂରକ ଘଟଣା** କୁହାଯାଏ । ଘଟଣାକୁ 'e' ସଙ୍କେତ ଓ ପୂରକ ଘଟଣାକୁ '$\bar{e}$' ବା 'e′' ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ପୂର୍ବୋକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ P(e) ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ $P(\bar{e})$ ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

ଉପରିସ୍ଥ ଉଦାହରଣରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ, $P(e) = \frac{1}{2}$ ଓ $P(\bar{e}) = \frac{1}{2}$

$\therefore P(e) + P(\bar{e}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow P(e) + P(\bar{e}) = 1$

ଗୋଟି ଗଡ଼େଇବା ପରୀକ୍ଷଣରେ ଯଦି ଘଟଣା (e) ହୁଏ 2 ଠାରୁ କମ୍ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବା, ତେବେ ଘଟଣା ($\bar{e}$) ହେବ 2 ବା ତା ଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବା ।

ଘଟଣା (e) ର ସପକ୍ଷରେ ଫଳାଫଳ ହେଉଛି {1}

ଘଟଣା ($\bar{e}$) ର ସପକ୍ଷରେ ଫଳାଫଳ ହେଉଛି {2, 3, 4, 5, 6}

$\therefore P(e) = \frac{1}{6}$ ଓ $P(\bar{e}) = \frac{5}{6}$

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ପାଇବା $P(e) + P(\bar{e}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$

ଆମେ ଜାଣିଲେ, $\mathbf{P(e) + P(\bar{e}) = 1}$

ମନେରଖ : ଲୁଡୁ ଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବାରେ ନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା ହେଉଛି 1 ଠାରୁ 6 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବା । ଏଠାରେ ଘଟଣା (e) ସପକ୍ଷରେ ଫଳାଫଳ = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ଅର୍ଥାତ୍ $P(e) = \frac{6}{6} = 1$

ସେହିପରି ଲୁଡୁଗୋଟିରେ 7 ପଡ଼ିବା ଘଟଣା (e) ସପକ୍ଷରେ ଫଳାଫଳ = { }

∴ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 0, ଏଣୁ $P(e) = \frac{0}{6} = 0$

- ଅସମ୍ଭବ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0
- ନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 1
- ଅନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସର୍ବଦା 0 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ଉଦାହରଣ - 1 : ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 350 ଥର ଟସ୍ ପକାଯିବାରୁ H ପଡ଼ିବା ଘଟଣାର ସପକ୍ଷରେ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା 185 ହେଲେ, P(H) ଓ P(T) ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : ଘଟଣା H ପଡ଼ିବା ସପକ୍ଷରେ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 185

$$\therefore\ P(H) = \frac{\text{H ପଡ଼ିବାର ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ମୋଟ ଟସ୍ ପଡ଼ିବାର ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{185}{350} = 0.528$$

ସେହିପରି ପୂରକ ଘଟଣା T ପଡ଼ିବା ସପକ୍ଷରେ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 350 - 185 = 165

$$\therefore\ P(T) = \frac{\text{T ପଡ଼ିବାର ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ମୋଟ ଟସ୍ ପଡ଼ିବାର ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{165}{350} = 0.472$$

ଉଦାହରଣ - 2 : ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଦୁଇଥର ଟସ୍ କଲେ (i) ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ? (ii) ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ହେଡ୍ ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ପରୀକ୍ଷଣ : ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଦୁଇଥର ଗଡାଇବା

(i) ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ : {HH, HT, TH, TT}

(ii) ଘଟଣା (e) : ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ମଧ୍ୟରୁ ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ହେଡ୍ ପଡ଼ିବା ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ {HT, TH ଓ HH}

∴ ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 3

$$\therefore\ P\,(\text{ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ହେଡ୍}) = \frac{\text{ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{3}{4}$$

ଉଦାହରଣ - 3 : ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଗଡ଼ାଇବାରେ

(i) 4 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

(ii) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

(iii) 7 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

(iv) 1 କିମ୍ବା 5 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ପରୀକ୍ଷଣ : ଲୁଡୁ ଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବା

(i) ଘଟଣା (e) ସଂଖ୍ୟା 4 ପଡ଼ିବା

ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 6

ଘଟଣା (e) ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ {4}

ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 1

$\therefore$ 4 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $= P(4) = \dfrac{\text{ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}} = \dfrac{1}{6}$

ଅନ୍ୟ ପ୍ରଶ୍ନାଂଶ ଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ନିଜର ଉତ୍ତରକୁ ତଳେ ଥିବା ଉତ୍ତର ସହ ମିଳାଅ ।

ଉତ୍ତର : (ii) $\frac{1}{2}$, (iii) 0 (iv) $\frac{1}{3}$

ମୁଦ୍ରାଟସ୍ ଓ ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡ଼ାଇବା ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

(A) ମନେକର ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାଗରେ 10ଟି ବଲ୍ ଅଛି । ସେଥିମଧ୍ୟରେ 5ଟି ନାଲି, 2ଟି କଳା, 1ଗୋଟି ସବୁଜ ଓ 2ଟି ଧଳା ରଙ୍ଗର ବଲ୍ ଅଛି ଓ ସମସ୍ତ ବଲ୍‌ର ଆକାର ସମାନ । ବ୍ୟାଗ ଭିତରକୁ ନ ଦେଖି ଗୋଟିଏ ବଲ୍ ବାହାର କଲେ (i) ବଲ୍‌ଟି ଧଳାରଙ୍ଗର ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ହେବ ? (ii) ବଲ୍‌ଟି ସବୁଜ ବା କଳାରଙ୍ଗର ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ହେବ ?

ପରୀକ୍ଷଣ : ବ୍ୟାଗ ଭିତରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗର ବଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ବଲ୍ ଟାଣିବା ।

(i) **ଘଟଣା :** ବଲ୍‌ଟି ଧଳା ରଙ୍ଗର ହେବ ।

ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 10 (10 ଟି ବଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ବଲ୍ ବାହାରି ପାରେ)

ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 2 (ଧଳା ବଲ୍ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ବାହାରି ପାରେ)

$\therefore$ ବଲ୍‌ଟି ଧଳା ରଙ୍ଗର ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

$$= P(w) = \frac{\text{ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{2}{10} = 0.2$$

(ii) **ଘଟଣା :** ବଲ୍‌ଟି ସବୁଜ ବା କଳା ରଙ୍ଗର ହେବ ।

ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 1 + 2 = 3

(1 ଗୋଟି ସବୁଜ ଓ 2ଟି କଳା ବଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ)

$$\text{ସମ୍ଭାବ୍ୟତା} = P\,(\text{ସବୁଜ ବା କଳା ରଙ୍ଗର ବଲ୍}) = \frac{\text{ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{3}{10} = 0.3$$

(B) ଗୋଟିଏ ତାସ୍ ମୁଠାରୁ ତାସ୍ ଟାଣିବା :

ତୁମେ ଜାଣିଥିବ ଯେ ଗୋଟିଏ ତାସ ମୁଠାରେ ଚାରି ପ୍ରକାର ତାସ ଥାଏ, ଯଥା : କଳାପାନ, ନାଲିପାନ, ଚିଡ଼ିଆ ଓ ଠିକିରି । ପ୍ରତି ପ୍ରକାରରେ 13ଗୋଟି ତାସ ଥାଏ । ସେ ତେରଟି ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଟିକା, ଗୋଟିଏ ଗୋଲାମ, ଗୋଟିଏ ରାଣୀ, ଗୋଟିଏ ରାଜା ଓ 2, 3, ... 10 ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନିତ ତାସ୍ ଥାଏ । ଏହି ପରି ତାସମୁଖଠାରେ ମୋଟ 52 ଟି ତାସ୍ ଥାଏ ।

ଏକ ତାସ ମୁଠାରୁ (i) ନାଲିପାନ ତାସ୍‌ଟିଏ ବାହାର କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ହେବ ? (ii) ଗୋଟିଏ ରାଣୀ ବା ରାଜା ତାସ ବାହାର କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ହେବ ?

ସମାଧାନ : ପରୀକ୍ଷଣ :- ଏକ ତାସ ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ତାସ୍ ଟାଣିବା

(i) **ଘଟଣା :** ନାଲିପାନ ତାସ୍ ବାହାରିବା ।

ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 52 (ତାସ୍ ମୁଠାରେ ଥିବା 52ଟି ତାସ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ)

ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 13 (ନାଲିପାନ୍ ତାସ୍ 13ଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ)

∴ ନାଲିପାନ ତାସ୍ ବାହାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

$$= P_{(\text{ନାଲିପାନ})} = \frac{\text{ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0.25$$

(ii) **ଘଟଣା :** ଗୋଟିଏ ରାଣୀ ବା ରାଜା ତାସ୍ ବାହାରିବା

ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 52

ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 4 + 4 (4ଟି ରଜା ଓ 4 ଟି ରାଣୀ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ) = 8

∴ ଗୋଟିଏ ରାଣୀ ବା ରାଜା ତାସ୍ ବାହାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

$$= P_{(e)} = \frac{\text{ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_3)

1. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ 800 ଥର ଗଡ଼ାଇବାର ଫଳାଫଳ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଅଛି ।

ପଡ଼ିଥିବା ସଂଖ୍ୟା	1	2	3	4	5	6
ବାରମ୍ବାରତା	136	128	144	152	122	118

ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ଭିତ୍ତି କରି (i) 5ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା (ii) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଏବଂ (iii) 3 ବା 5 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ କରାଗଲେ ହେଡ୍ ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $\frac{1}{2}$ । ଯଦି ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 18 ଥର ଟସ୍ କରାଯାଏ, ତେବେ କେତେଥର ହେଡ୍ ପଡ଼ିବା ସମ୍ଭବ ?

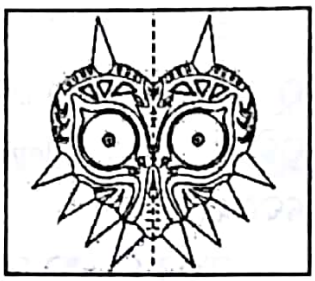
3. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ, 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

4. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କଲେ, (i) ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ହେବ ଲେଖ । (ii) ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ଟେଲ୍ ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

5.5 ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତିରୂପତା :

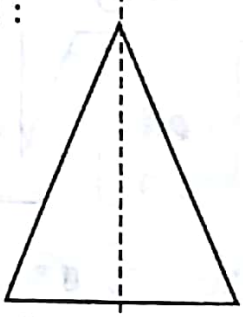
5.5.1 ପ୍ରତିସମତା :

ଯଦି ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ବା ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି ଅଂଶର ଆକୃତି ଏକାଭଳି ଓ ଆକାର ସମାନ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଉକ୍ତ ଅଂଶଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ଅନ୍ୟ ଅଂଶ ସହ ମିଶିଯାଏ । ଏପରି ଅଂଶକୁ **ସର୍ବସମ ଅଂଶ** କୁହାଯାଏ ।

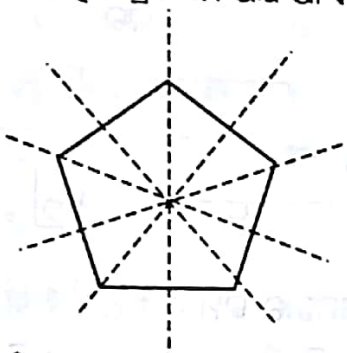


କୌଣସି ଚିତ୍ରର ମଧ୍ୟଭାଗରେ ଗୋଟିଏ ରେଖା ଟାଣି ଚିତ୍ରଟିକୁ ରେଖା ପାଖରେ ଭାଙ୍ଗି ଦେଲେ, ଯଦି ରେଖାର ଉଭୟ ପାଖରେ ଥିବା ଚିତ୍ରର ଅଂଶ ଦ୍ୱୟ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ପରସ୍ପର ସହ ମିଶି ଯା'ନ୍ତି, ତେବେ ଚିତ୍ରକୁ **ପ୍ରତିସମ ଚିତ୍ର** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ମୁଖାଟିକୁ $\overleftrightarrow{AB}$ ଦୁଇଟି ସମାନ ଆକୃତି ତଥା ସମାନ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ଭାଗରେ ପରିଣତ କରୁଛି । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଚିତ୍ରଟି **ରୈଖିକ ସର୍ବସମତା** ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଛି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ $\overleftrightarrow{AB}$ କୁ **ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ** କୁହାଯାଏ ।

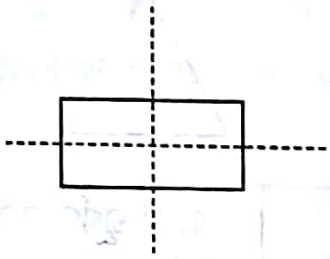
କେତେକ ଚିତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଏକାଧିକ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଥାଏ, ଯାହା ଚିତ୍ରଟି ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ଭାଗ କରିଥାଏ । ଯଥା :



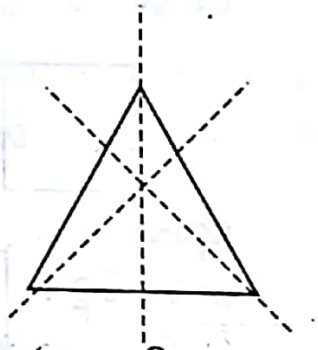
(ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ଏହାର ଗୋଟିଏ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ)



(ସୁଷମ ପଞ୍ଚମଭୁଜ, ଏହାର ପାଞ୍ଚଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ)



(ଆୟତଚିତ୍ର ଏହାର ଦୁଇଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ)

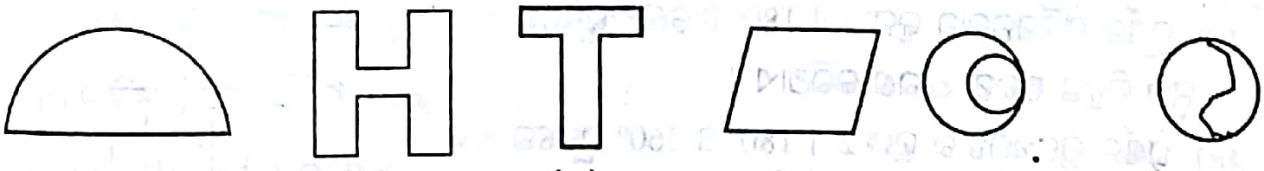


(ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଏହାର ତିନୋଟି ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ)

କହିପାରିବ, (i) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର (ii) ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କେତୋଟି ଲେଖାଏଁ ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ?

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_4) :

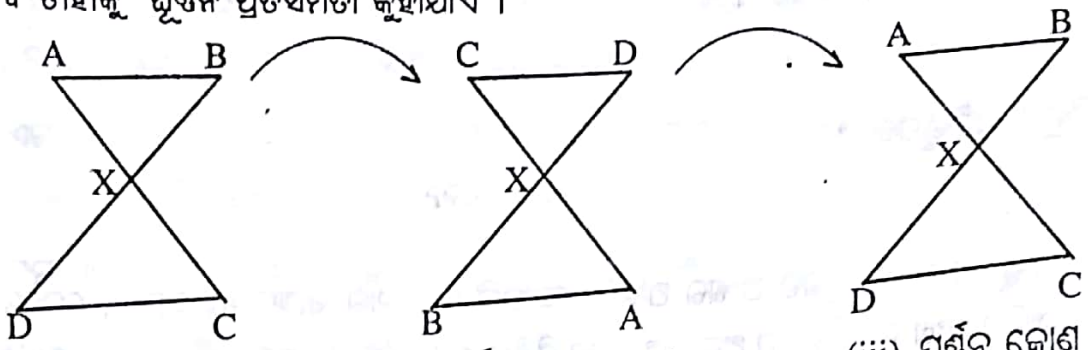
ତଳଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରତିସମ ଅକ୍ଷ ଅଙ୍କନ କର । (ଯଦି ସମ୍ଭବ ହେଉଥାଏ)



(କ) (ଖ) (ଗ) (ଘ) (ଙ) (ଚ)

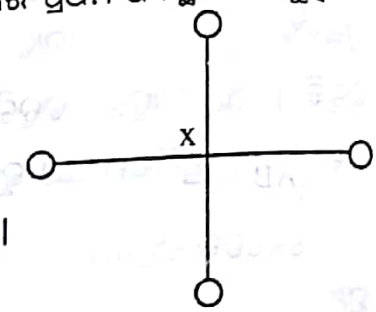
5.5.2 ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତା : (Rotational Symmetry)

କୌଣସି ଚିତ୍ରକୁ ଏହାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବିନ୍ଦୁଠାରେ 360^0 ଘୂରାଇଲେ, ଯଦି ଚିତ୍ରଟି ନିଜ ପୂର୍ବ ଅବସ୍ଥାକୁ ଫେରିଆସେ, ତେବେ ତାହାକୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତା କୁହାଯାଏ ।



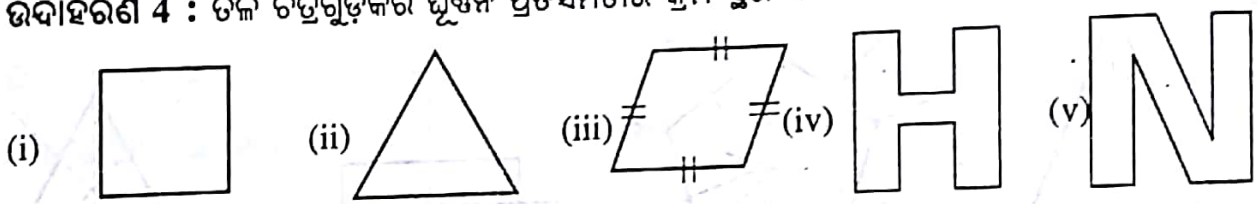
(i) (ii) ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କୋଣ 180^0 (iii) ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କୋଣ 360^0

ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟିକୁ କେନ୍ଦ୍ରୀୟବିନ୍ଦୁ X ଠାରେ 180^0 ରେ ଘୂରାଇଲେ ଏହା (ii) ଚିତ୍ର ପରି ଓ ଆଉ ଥରେ 180^0 ଘୂରାଇଲେ ଏହା (iii) ଚିତ୍ର ବା (i) ଚିତ୍ରର ରୂପ ସହ ମିଶିଯାଉଛି । ତେଣୁ ଏଠାରେ ଆମେ କହିବା ଯେ ଚିତ୍ରଟିର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତାର କ୍ରମ (degree) 2 ଅଟେ । ଅର୍ଥାତ୍ 360^0 ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ମଧ୍ୟରେ ଏହା ଦୁଇ ଥର ପ୍ରଥମ ଅବସ୍ଥାରେ ରହୁଥିବାର ଦେଖାଯାଉଛି ।

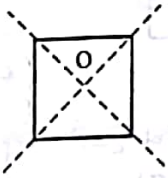


ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ଏହାକୁ ଯଦି ଆମେ x ଠାରେ 360^0 ଘୂରାଇବା, ଏହା କେତେଥର ମୂଳ ଚିତ୍ରର ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ ? 4 ଥର ।
ସୁତରାଂ ଆମେ କହିପାରିବା ଏହି ଚିତ୍ରଟିର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତାର କ୍ରମ 4 ଅଟେ ।

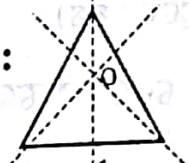
ଉଦାହରଣ 4 : ତଳ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତାର କ୍ରମ ସ୍ଥିର କର ।



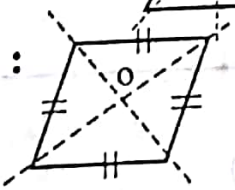
ସମାଧାନ :

(i) **ବର୍ଗ ଚିତ୍ର :** 

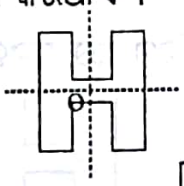
ଏହାର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତାର କ୍ରମ 4 । ଅର୍ଥାତ୍ 90^0, 180^0, 270^0 ଓ 360^0 ଘୂର୍ଣ୍ଣନରେ ଏହା ମୂଳ ଚିତ୍ରର ଅବସ୍ଥା ଧାରଣ କରିଥାଏ ।

(ii) **ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ :** 

ଏହାର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତାର କ୍ରମ 3 । ଅର୍ଥାତ୍ 120^0, 240^0 ଓ 360^0 ଘୂରିଲେ ଏହା ମୂଳ ଚିତ୍ରର ଅବସ୍ଥା ଧାରଣ କରିଥାଏ ।

(iii) **ରମ୍ବସ୍ :** 

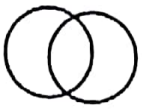
ଏହାର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତାର କ୍ରମ 2 । 180^0 ଓ 360^0 ଘୂରିଲେ ଏହା ମୂଳ ଚିତ୍ରର ଅବସ୍ଥା ଧାରଣ କରିଥାଏ ।

(iv) ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତାର କ୍ରମ 2 । 180^0 ଓ 360^0 ଘୂରିଲେ ଏହା ମୂଳ ଚିତ୍ରର ଅବସ୍ଥା ଧାରଣ କରିଥାଏ । 

(v) ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତାର କ୍ରମ 2 । 180^0 ଓ 360^0 ଘୂରିଲେ ଏହା ମୂଳ ଚିତ୍ରର ଅବସ୍ଥା ଧାରଣ କରିଥାଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_5) :

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରତିସମତାର କ୍ରମ ଲେଖ । (ଯଦି ସମ୍ଭବ ହେଉଥାଏ)

(i) (ii) (iii)  (iv) (v)

5.6 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ :

1. ଅପକ୍ୱ ତଥ୍ୟକୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ ବା ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖାଯାଇଥାଏ ।

2. ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଠାରୁ କୌଣସି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ବାରମ୍ବାରତାର ଯୋଗଫଳକୁ ଉକ୍ତ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା କୁହାଯାଏ ।

3. ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଓ ସର୍ବନିମ୍ନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ବିସ୍ତାର କୁହାଯାଏ ।

4. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗ ଏହାର ନିମ୍ନସୀମା ଠାରୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ । ଏହି ବିସ୍ତୃତିକୁ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର କୁହାଯାଏ । ସଂଭାଗଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣତଃ ସମାନ ବିସ୍ତାର ବିଶିଷ୍ଟ କରାଯାଏ ।

5. ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = $\frac{\text{ଘଟଣା ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ସମ୍ଭାବନା ଥିବା ମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}$

6. ଘଟଣା (e) ଓ ପୂରକ ଘଟଣା ($\bar{e}$) ହେଲେ $P(e) + P(\bar{e}) = 1$

7. ଯଦି ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ବା ଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି ଅଂଶର ଆକୃତି ଏକାଭଳି ଓ ଆକାର ସମାନ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଚିତ୍ରଟିକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରେଖାରେ ଭାଙ୍ଗିଦେଲେ, ଉକ୍ତ ଅଂଶ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ଅନ୍ୟ ଅଂଶ ସହ ମିଶିଯାଏ । ଏପରି ଅଂଶ ଦ୍ୱୟକୁ ସର୍ବସମ ଅଂଶ କୁହାଯାଏ ।

5.7 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର :

(E_3) 1. (i) $\frac{122}{800}$ ବା 0.1525, (ii) $\frac{398}{800}$ ବା 0.4975 (iii) $\frac{266}{800}$ ବା 0.3325

2. $P(H) = \frac{12}{30}$ ବା 0.4, $P(T) = \frac{18}{30}$ ବା 0.6

3. $\frac{1}{3}$, 4.(i) HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT (ii) $\frac{1}{3}$

5.8 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ :

1. (i) କେଉଁ କେଉଁ ପଦ୍ଧତିରେ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରାଯାଇପାରିବ ?

(ii) ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା କହିଲେ କ'ଣ ବୁଝ ?

(iii) ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର କ'ଣ ?

2. ନିମ୍ନରେ 100 ଜଣ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍କୁଲ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ବୟସ ଭିତ୍ତିରେ ସଂଭାଗୀକରଣ କରାଯାଇଛି ।

ବୟସ (ବର୍ଷରେ)	16-25	26-35	36-45	46-55	56-65
ଶିକ୍ଷକ ସଂଖ୍ୟା	17	33	28	12	10

(i) ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା କେତେ ?

(ii) ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର କେତେ ?

(iii) ଶେଷ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ କେତେ ?

3. 21 ଟି କାର ଦ୍ୱାରା 2 ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ହୋଇଥାଏ ଦୂରତାକୁ (କି.ମି.ରେ) ଦିଆଯାଇଛି ।

125	140	128	108	149	136	112
84	123	130	120	89	65	103
145	97	102	87	78	98	126

ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶ କର, ଯେପରିକି ଏହାର ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା 60 ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର 15 ହେବ ।

4. ନିମ୍ନ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରୁ 30-40 ଓ 60-70 ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା	5	14	25	42	55	61	65

5. (a) ଏକ ତାସ ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ଟୀକା ବା ଗୋଟିଏ ଗୋଲାପ ବାହାର କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସ୍ଥିର କର ।

(b) ତିନୋଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକାସାଙ୍ଗରେ ଟସ୍ କଲେ ଅନ୍ତତଃ ଦୁଇଟି ହେଡ୍ ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

: ଉତ୍ତର :

1.(i) ପ୍ରତ୍ୟେକ୍ଷ: ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଅନୁସନ୍ଧାନ, ସ୍ଥାନୀୟ ପ୍ରତିନିଧିଙ୍କ ଠାରୁ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ, ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ ସାହାଯ୍ୟରେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ ।

(ii) ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବନିମ୍ନ ଲମ୍ବାଙ୍କ ଠାରୁ କୌଣସି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲମ୍ବାଙ୍କ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ସମଷ୍ଟି ଉକ୍ତ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲମ୍ବାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ଅଟେ ।

(iii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗ ଏହାର ନିମ୍ନସୀମା ଠାରୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତୃତ । ଏହି ବିସ୍ତୃତିକୁ ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର କୁହାଯାଏ ।

2. (i) 26 (ii) 10 (iii) 60.5

3.

ସଂଭାଗ	60-75	75-90	90-105	105-120	120-135	135-150
ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତ	2	6	12	14	20	24

4. 30 - 40 — 11

60 - 70 — 6

5. (a) $\frac{2}{13}$ (b) $\frac{1}{2}$

5.9 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ :-

(i) 'ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ବୁଝିବା' - D.El.Ed. (ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ), 2012 - ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା

(ii) Mathematics for Class IX & X - NCERT, New Delhi

(iii) ମାଧ୍ୟମିକ ଗଣିତ - ନବମ ଶ୍ରେଣୀ - ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା

ଏକକ : 6
ଗଣିତ ଓ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତଶିକ୍ଷା

ଗଠନକ୍ରମ :

6.1 ଉପକ୍ରମ

6.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

6.3 ଗଣିତର ପ୍ରକୃତି ଓ ସ୍ୱରୂପ

6.4 ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗଣିତ

6.5 ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷା ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଗୁରୁତ୍ୱ

6.5.1 ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ

6.5.2 ଗଣିତର ଅନ୍ୟବିଷୟ ସହ ସମ୍ପର୍କ

6.5.3 ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଓ ଗଣିତ

6.5.4 ଗାଣିତିକ ଢଙ୍ଗରେ ଚିନ୍ତା କରିବା ଦକ୍ଷତା

6.6 ଓଡ଼ିଶାର ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷାସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣରେ ଥିବା ଅସୁବିଧା

6.7 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ

6.8 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

6.9 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ

6.1 ଉପକ୍ରମ (Introduction) :

ପ୍ରାଥମିକସ୍ତର ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ମାଧ୍ୟମିକ ସ୍ତର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରିଥାଏ । ଗଣିତର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ଏହାର ଶୈକ୍ଷିକ ମୂଲ୍ୟ ଓ ତ୍ରୁଟିହୀନତାରେ ଅଧିକ ନିହିତ ଥାଏ । ଆଜିର ବିଜ୍ଞାନ ପ୍ରାଧାନ୍ୟ ସମାଜରେ ଗାଣିତିକ ସାଫଲ୍ୟ ବ୍ୟକ୍ତିର ଜୀବନଧାରାକୁ ସ୍ୱଚ୍ଛନ୍ଦ ଓ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ କରିଥାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ନୂତନ ବୈଜ୍ଞାନିକ ଉଦ୍ଭାବନ ଓ ଆବିଷ୍କାର ମୂଳରେ ଗଣିତର ଅବଦାନ ରହିଛି । ଆଧୁନିକ ମନୁଷ୍ୟର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ସମସ୍ତ ପ୍ରକାର ଆବଶ୍ୟକତା ମେଣ୍ଟାଇବା ପାଇଁ ଏବଂ ଜୀବନକୁ ସରସ ଓ ସମୃଦ୍ଧ କରିବା ପାଇଁ ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ପ୍ରଭୂତ ଅବଦାନ ରହିଛି । ସାଧାରଣ ସାଂସାରିକ ଜୀବନ ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ମହାକାଶ ଅଭିଯାନର ସଫଳତା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମନୁଷ୍ୟ ଜୀବନର ପ୍ରତ୍ୟେକ କାର୍ଯ୍ୟ ଗଣିତର ଅବଦାନ ବଳରେ ସମ୍ଭବପର ହୋଇ ପାରିଛି । ଜୀବନର ପ୍ରତ୍ୟେକ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ଆମେ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରିଥାଉ । ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷରେ ବା ପରୋକ୍ଷରେ ଗଣିତ ହେଉଛି ଆମ ଜୀବନର ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ଅଂଶ । ଏଣୁ ଗଣିତରେ ସମସ୍ତଙ୍କର ଅତିକମ୍‌ରେ ବ୍ୟାବହାରିକ ଜ୍ଞାନ ଓ ଦକ୍ଷତା ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ । ବାସ୍ତବରେ ଭାଷାକୁ ବାଦ୍ ଦେଲେ ସଭ୍ୟତାର ବିକାଶ ତଥା ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଆବଶ୍ୟକତା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଅନ୍ୟକୌଣସି ବିଷୟ ଗଣିତର ସମକକ୍ଷ ହୋଇ ନପାରେ । ଏସବୁ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଗଣିତକୁ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଷୟ ଭାବେ ପରିଗଣିତ କରାଯାଇଛି ।

ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବେ କହିଛି ଯେ ଉନ୍ନତ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର କଳ୍ପନା ନିମ୍ନ ଆଧାର ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବେସିତ ହେଉ ।

"ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଗ୍ରହଣ କରିପାରିବ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଗ୍ରହଣ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।" ଏହି ପୁରୋଦୃଷ୍ଟି (Vision) କୁ ସାକାର କରିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ନିମ୍ନ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

- ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଲକ୍ଷ୍ୟ କ'ଣ ହେବା ଉଚିତ୍ ?
- ଶିକ୍ଷକ ଭାବେ ତୁମେ କିପରି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଠାରେ ଗଣିତ ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ ସୃଷ୍ଟି କରାଇ ପାରିବ ?
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଠାରେ ଗଣିତର କେଉଁ ପ୍ରକାର ଜ୍ଞାନ ଓ କୌଶଳର ବିକାଶ କରାଇ ପାରିବ ?
- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ପ୍ରକୃତି / ସ୍ୱରୂପ କ'ଣ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ?

ଏହି ଏକକରେ ଆମେ ଉପର ବର୍ଣ୍ଣିତ କେତେକ ବିଷୟର ଉତ୍ତର ପାଇପାରିବା । ଗଣିତର ପ୍ରକୃତି ଓ ସ୍ୱରୂପକୁ ଧ୍ୟାନ ଦେଇ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଆମେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ- ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ପରିକଳ୍ପନା (design) କରିପାରିବା ସହ ପୁନଶ୍ଚ ଆମେ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ଗୁରୁତ୍ୱ ଉପଲବ୍ଧି କରିପାରିବା ।

6.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ (Learning Objectives)

ଏହି ଏକକ ପଢ଼ି ସାରିବା ପରେ ତୁମେ,

- ଗଣିତର ପ୍ରକୃତି / ସ୍ୱରୂପ ଉଦାହରଣ ସହ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବ ।
- ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗଣିତର ଆବଶ୍ୟକତା ଓ ଉପକାରିତା ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବ ।
- ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଗୁରୁତ୍ୱ କହିବ ।
- ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପଢ଼ାଯାଉଥିବା ଅନ୍ୟ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ସହ ଗଣିତର ସହ ସମ୍ବନ୍ଧ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବ ।
- ଓଡ଼ିଶାର ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟଗୁଡ଼ିକରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣରେ ଥିବା ଅସୁବିଧା ଓ ତ୍ରୁଟିଗୁଡ଼ିକ ଦର୍ଶାଇବ ।

6.3 ଗଣିତର ପ୍ରକୃତି / ସ୍ୱରୂପ (Nature of Mathematics) :

ଶିକ୍ଷକ ହିସାବରେ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଗଣିତ ପଢ଼ାଇବାର ଅଭିଜ୍ଞତା ତୁମର ଥିବ । ତୁମେ ଅନୁଭବ କରିଥିବ ଯେ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପଢ଼ାଯାଉଥିବା ବିଷୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗଣିତର ଏକ ଅନନ୍ୟ ସ୍ଥିତି (status) ଅଛି । ତୁମେ ଏହା ସହିତ ଏକ ମତ କି ? ଯଦି ହଁ, ତେବେ ଏହାର କାରଣ କ'ଣ ?

ଉପର ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପାଇବାକୁ ହେଲେ ତୁମକୁ ଗଣିତର ପ୍ରଧାନ ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବାକୁ ହେବ । ଗଣିତର ପ୍ରକୃତି ତା'ର ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରକୃତିକୁ ବହୁତ ପ୍ରଭାବିତ କରିଥାଏ । ତେଣୁ ଆମକୁ ଗଣିତର ପ୍ରକୃତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବାକୁ ହେବ । ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରର ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ସଂରଚନାରେ କେତେକ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୁଣ ରହିଛି ଯାହା ଏହାକୁ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପଢ଼ାଯାଉଥିବା ଅନ୍ୟ ବିଷୟ ମାନଙ୍କଠାରୁ ପୃଥକ କରିଥାଏ ।

(କ) ଗଣିତ ହେଉଛି ଯୁକ୍ତି ସଙ୍ଗତ (Logical)

- ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ର ତାର୍କିକ ଯୁକ୍ତିର ଏକ ବିଜ୍ଞାନ ।
- ଗଣିତର ସମସ୍ତ ମତବାଦ, ନୀତି ଓ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ତର୍କଶାସ୍ତ୍ରର ବିଭିନ୍ନ ଧାରଣା ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି ।
- ଗଣିତର ବିଭିନ୍ନ ଉପପାଦ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ତର୍କଶାସ୍ତ୍ରର ନୀତି ଦ୍ୱାରା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଛି ।

ତେଣୁ ଏହା କୁହାଯାଇ ପାରେ ଯେ ଗାଣିତିକ ନିୟମ ଓ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବବ୍ୟାପି ଅଟନ୍ତି ଯାହାର ସତ୍ୟତା ତର୍କର ସହି ସାବ୍ୟସ୍ତ (establish) କରାଯାଇପାରିବ । ଏକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିର ପ୍ରମାଣ କେତେ ଗୁଡ଼ିଏ କ୍ରମାଗତ ତାର୍କିକଯୁକ୍ତିର ସମାହାର ଯାହା କେତେକ ନିୟମ, ସଂଜ୍ଞା, ଉପରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥାଏ ।

ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଉକ୍ତିଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

S_1 : ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ।

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଉଦାହରଣ ନେଇ ଓ ପରୀକ୍ଷା କରି ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ଏହି ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ । ଯଦି ତୁମେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସଂଜ୍ଞା ଏବଂ ଯୋଗକ୍ରିୟାର ଧାରଣା ବୁଝିଥିବ ତେବେ ଏହି ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟତା ପ୍ରମାଣିତ କରି ପାରିବ ।

ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟାର ସାଧାରଣ ରୂପ ହେଲା 2n ଯେଉଁଠାରେ n ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ମନେକର ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ହେଲେ $2n_1$ ଓ $2n_2$ ଯେଉଁଠାରେ n_1 ଓ n_2 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ = $2n_1+2n_2 = 2(n_1+n_2) = 2m$

ଯେଉଁଠାରେ $m= n_1+n_2$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

ଯେହେତୁ 2m, 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ତେଣୁ 2m ଏକ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା

∴ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା ।

ଏହି ପ୍ରକାର ତର୍କକୁ ନିଗମନୀୟ ତର୍କ ବା ଅବରୋହୀ ତର୍କ (Deductive logic) କୁହାଯାଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା - E_1 :

ନିଗମନୀୟତର୍କ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଦୁଇଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀର ଗଣିତ ବହିରୁ 5ଟି ନିଗମନୀୟ ତର୍କ ଥିବା ପରିସ୍ଥିତିର ତାଲିକା କର ।

ଗଣିତରେ ଆଉ ଏକ ପ୍ରକାର ତର୍କର ବ୍ୟବହାର ଦେଖାଯାଏ ତାହା ହେଲା ଆରୋହୀ / ଆଗମନୀ ତର୍କ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 1 : 2,4,8,12, 20,24, 32, 50, 72 ଓ 108 ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି । ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଯୋଗ କର ଏବଂ ଯୋଗଫଳ ଯୁଗ୍ମ କି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଦେଖ ।

ସମାଧାନ : 2+4 = 6 ଏହା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

8+12 = 20, ଏହା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

20 + 32 = 52, ଏହା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

50 + 108 = 158, ଏହା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

ତୁମେ ତୁମର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କରିବାକୁ କୁହ ଏବଂ ଦେଖିବ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ସେମାନେ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହିଁ ପାଇବେ ।

ଏହିପରି ଅନେକ ଉଦାହରଣ ଦେଇ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିବା ଯେ "ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ।" ଏହି ପ୍ରକାର ତର୍କକୁ ଆରୋହୀ / ଆଗମନୀ ତର୍କ (Inductive Logic) କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 2 : ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର କେତେଗୁଡ଼ିଏ (ଅତିକମ୍‌ରେ 3ଟି) ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ସେମାନଙ୍କର କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ମାପ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ତ୍ରୟର ମାପ ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତୁମେ ଦେଖିବ ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ମାପର ସମଷ୍ଟି 180° ହେବ ।

ଯଦି ଫଳାଫଳଟି 1ମ, 2ୟ, 3ୟ ଓ ଅଧିକ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇଁ ସତ୍ୟ ହୁଏ ତେବେ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିବା ଯେ, ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ମାପର ସମଷ୍ଟି 180 ଡିଗ୍ରୀ ।

ଏକ ସାଧାରଣ ସତ୍ୟରେ ଉପନୀତ ହେବାର ଏହିପରି ତର୍କଯୁକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଗାଣିତିକ ଆରୋହ / ଆଗମନ (Mathematical induction) କୁହାଯାଏ ।

ଯଦି, ଏକ ଉକ୍ତି n ସଂଖ୍ୟକ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ସତ୍ୟ ହୁଏ, ତେବେ ଏହା n+1 ସଂଖ୍ୟକ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

ଉପର ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଅନୁଭବ କଲେ ଯେ ଗଣିତ ବିଶୁଦ୍ଧ ତର୍କର ଏକ ରୂପ । ଗଣିତରେ ଥିବା ଆରୋହ ଓ ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତି ତର୍କ ପ୍ରଣାଳୀର (Logical system) ନମୁନା ଅଟନ୍ତି ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା - E_2 :

"ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଟି ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ ।" ଏହି ଉକ୍ତିର ପ୍ରମାଣ ପାଇଁ କେଉଁ ତର୍କ ବ୍ୟବହାର କରା ହେବ ?

(ଖ) ଗଣିତ ହେଉଛି ସାଙ୍କେତିକ ପରିପ୍ରକାଶ (Mathematics is symbolical) ।

ଦୁଇଟି ଉକ୍ତି ନିଆଯାଉ ।

S_2 : ପଚିଶିକୁ ଏଗାର ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ଦୁଇଶହ ପଞ୍ଚସ୍ତରୀ ହେବ ।

S_3 : ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ର ଯୋଗଫଳକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା c ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ a ଓ c ର ଗୁଣଫଳ ଏବଂ b ଓ c ର ଗୁଣଫଳର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

ଆମେ ଏହି ଉକ୍ତି ଦ୍ୱୟକୁ ଗାଣିତିକ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନମତେ ଲେଖିପାରିବା ।

$25 \times 11 = 275$ ଏବଂ $(a+b) \times c = a \times c + b \times c = ac + bc$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରିବାରୁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ, ସ୍ପଷ୍ଟ ଓ ସହଜ ହେଲା । ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ, ମୌଳିକ ଚାରିସୂତ୍ର, କେତେକ ଗାଣିତିକ ଶବ୍ଦ (ଯଥା - ସମାନ, ଅତଏବ, ସୂଚିତ କରାଏ, ବଡ, ସାନ) ଏବଂ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର (ଯଥା -କୋଣ, ରେଖା, ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ .. ଇତ୍ୟାଦି) ପାଇଁ ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର ଲୋକପ୍ରିୟ, ବୋଧଗମ୍ୟ ଏବଂ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ସହ ସାମିଲ ହୋଇ ପାରିଛି । ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ଗଣିତର କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ଓ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରକାଶ କରିବା ସହଜ ଓ ବୋଧଗମ୍ୟ ହୋଇପାରିଛି । ଏହି ସାଙ୍କେତିକ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରକୁ ଶକ୍ତି ଯୋଗାଇଛି ଓ ସୁଦୃଢ଼ କରିପାରିଛି ଏବଂ ଏକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟତାକୁ ଦୃଷ୍ଟିଗତ (Visualise) କରିବା ଆମ ପକ୍ଷେ ସହଜ ହୋଇଛି ।

(ଗ) ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି (Precise Expression) :

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବ ପରିପ୍ରକାଶ ଗଣିତର ଅନ୍ୟ ଏକ ପ୍ରଧାନ ପ୍ରକୃତି । ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ର ଅଧିକ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ହୋଇଥିବାରୁ ଏହାର ପ୍ରକାଶ ଭଙ୍ଗୀ ମଧ୍ୟ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ହୋଇଥାଏ । ନିଜର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବକୁ ନିର୍ଭୁଲ ଓ ଅଳ୍ପ ଭାଷାରେ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ହେଉଛି ଗାଣିତିକ ଭାଷା । ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ଆମକୁ ମିତଭାଷୀ କରାଏ ଏବଂ ଆମର ଉକ୍ତି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ, ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ, ସ୍ପଷ୍ଟ, ବୋଧଗମ୍ୟ ଓ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଥାଏ । ଫଳରେ ସମୟର ଅପଚୟ ହୁଏ ନାହିଁ ଏବଂ ଆମର ଭାବ ବିନିମୟ ଠିକ୍ ଭାବେ ହୁଏ। ଏହିପରି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରକାଶ କରିବାରେ ଆମକୁ ବହୁଳ ଭାବେ ଗାଣିତିକ ପଦ, ଧାରଣା, ସୂତ୍ର ଓ ସଙ୍କେତମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ପଡ଼େ । ବିଦ୍ୟାଳୟର ପ୍ରାରମ୍ଭାବସ୍ଥାରୁ ହିଁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଏପରି ପ୍ରକାଶ ଭଙ୍ଗୀ ଆୟତ କରିବା ଉପରେ ଶିକ୍ଷକ ହିସାବରେ ଆମକୁ ପ୍ରାଧାନ୍ୟ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

(ଘ) ଅମୂର୍ତ୍ତ (Abstraction) ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

ଆୟେଶା 1ମ ଶ୍ରେଣୀରେ ପାଠ ପଢ଼ାଏ । ସେ ଶ୍ରେଣୀରେ ପରିଚାଳନା କରିଥିବା ଏକ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ହେଲା :

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ - ସେ କେତେକ ଲୋକମାନଙ୍କର ଚିତ୍ର କାର୍ଡ଼ ନେଇ ପୁରୁଷ ଓ ମହିଳା ଏପରି ଦୁଇଟି ସେଟ୍ ତିଆରି କଲେ ଏବଂ ଆଉ କିଛି କାର୍ଡ଼ ବଳକା ଥାଏ । ବଳକା ଚିତ୍ରକାର୍ଡ଼ଗୁଡ଼ିକୁ ଉପଯୁକ୍ତ ସେଟ୍‌ରେ ସ୍ଥାନିତ କରିବା ପାଇଁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଦେଲେ । ପିଲାମାନେ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଟି କଲେ ଏବଂ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଚିତ୍ର କାର୍ଡ଼ ଗୁଡ଼ିକୁ ସେମାନେ ରଖିଥିବା ସେଟ୍‌ରେ କାହିଁକି ରଖିଲ ବୋଲି ଆୟେଶା ପ୍ରଶ୍ନ କଲେ । ତୁମ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଏହି ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଟି ପରିଚାଳନା କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ କୁହ :

- ପିଲାମାନେ ଉପଯୁକ୍ତ ସେଟ୍‌ରେ ଚିତ୍ରକାର୍ଡ଼ଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ଥାନିତ କରିପାରିଲେ କି ?
- ସେମାନେ କିପରି ଏହି କାର୍ଯ୍ୟଟି ଠିକ୍ ଭାବେ କରିପାରିଲେ ?

ପିଲାମାନେ ପ୍ରଥମେ ସେଟ୍‌ରେ ପୂର୍ବରୁ ଥିବା ଚିତ୍ର ଗୁଡ଼ିକର ସାଧାରଣ ଧର୍ମ ବା ଗୁଣଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ । ସେହି ସାଧାରଣ ଗୁଣକୁ ନେଇ ବଳକା କାର୍ଡ଼ର ଚିତ୍ର ସହ ତୁଳନା କଲେ । ଯେଉଁ ଚିତ୍ରର ଗୁଣଗୁଡ଼ିକ ମିଶିଲା ସେହି କାର୍ଡ଼କୁ ନେଇ ସେହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସେଟ୍‌ରେ ସ୍ଥାନିତ କଲେ । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅମୂର୍ତ୍ତ ନିୟମ ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରକୁ ସାଧାରଣତଃ ସଙ୍କେତଧର୍ମୀ ଓ ଅମୂର୍ତ୍ତ ବୋଲି ବିଚାର କରାଯାଏ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 3 : ବର୍ତ୍ତମାନ ମାଆଙ୍କ ବୟସ ଝିଅ ବୟସର ଦୁଇ ଗୁଣ। 20 ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ମାଆଙ୍କ ବୟସ ଝିଅ ବୟସର 4 ଗୁଣ ଥିଲା । ମାଆଙ୍କ ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ମନେକର ମାଆଙ୍କ ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ x ବର୍ଷ

ତେବେ ଝିଅର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ $\frac{x}{2}$ ବର୍ଷ

20 ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ମାଆଙ୍କ ବୟସ $(x - 20)$ ବର୍ଷ ଓ ଝିଅର ବୟସ $(\frac{x}{2} - 20)$ ବର୍ଷ ଥିଲା

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $(x-20) = 4\,(\frac{x}{2} - 20) = 2x - 80$

$$\Rightarrow x = 60$$

ଅତଏବ ମା'ଙ୍କ ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ 60 ବର୍ଷ ।

ବିଖ୍ୟାତ ଗଣିତଜ୍ଞ L.Bers ଙ୍କ ଭାଷାରେ "ଅମୂର୍ତ୍ତତା ହେଉଛି ଗଣିତର ବଳ, କିନ୍ତୁ ଏହା ଉପଯୋଗୀ ହେବ ଯଦି ଏହା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ ।"

ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରରେ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣାର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ଏହା ଗଣିତର ଏକ ବିସ୍ମୟକର (amazing) ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ । ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରର ଏହି ପ୍ରକୃତି ବୀଜଗଣିତ ଭଳି ଏକ ନୂଆ ବିଭାଗର ସମୃଦ୍ଧି ଘଟାଇ ପାରିଛି । ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ର ପ୍ରୟୋଗର ପରିସରକୁ ବିସ୍ତୃତ କରିବାରେ ଅମୂର୍ତ୍ତତା ଏକ ମାଧ୍ୟମ ହୋଇପାରିଛି ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା - E_1 :

ତ୍ରିଭୁଜର ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣା ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବୃଦ୍ଧି କରିବାର ଏକ ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

(ଙ) ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟତା (Exactness) :

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟତା ବା ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠତା ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରର ଏକ ବିଶେଷ ଧର୍ମ । ଏକ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟାର ଉତ୍ତର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ଉତ୍ତରରେ ବିଷୟ ଭିତ୍ତିକତା ନ ଥାଏ । ଉତ୍ତରଟି ଠିକ୍ କିମ୍ବା ଭୁଲ୍ ହୋଇଥାଏ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ନିଜ ଉତ୍ତରର ସତ୍ୟାସତ୍ୟକୁ ବିପରୀତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ପରୀକ୍ଷା କରିପାରିବ । ଗଣିତ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକରେ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ସତ୍ୟତାକୁ ଅନୁମାନ କରି ବା ନିଜ ଅଭିଜ୍ଞତାରୁ ଲେଖି ହେବ ।

(ଚ) ଶୃଙ୍ଖଳା ଓ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମ (Order and sequences) :

ଗଣିତରେ ପଢ଼ାଯାଉଥିବା ପ୍ରସଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକ ବିକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବେ ନରହି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ସଜାଡ଼ି ହୋଇଥାଆନ୍ତି । ଏହି ପ୍ରସଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକ ସରଳରୁ ଜଟିଳ ଏବଂ ଜ୍ଞାତରୁ ଅଜ୍ଞାତ କ୍ରମରେ ସଜାଡ଼ି ହୋଇଥାଆନ୍ତି । ଏହି କ୍ରମ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ, ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଯଥାର୍ଥ, ଯାହାକୁ ବଦଳାଇବା ସହଜ ନୁହେଁ । ଏପରି କ୍ରମ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା ସାଧାରଣତଃ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିଷୟରେ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଏହି କ୍ରମ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ହୋଇଥିବାରୁ ପ୍ରସଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରିବା ଓ ଶିକ୍ଷଣ କରିବା ଅପେକ୍ଷାକୃତ ସହଜ ହୋଇଥାଏ ।

(ଛ) ସଂରଚନା (Pattern) :

ନ୍ୟୂନତମ ଶିକ୍ଷଣ ସ୍ତର ଅନୁଯାୟୀ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ସ୍ଥିରୀକୃତ ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରତିରୂପ ଓ ସଂରଚନାକୁ ଚିହ୍ନିବା ଏବଂ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଅନ୍ୟତମ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ବିଭିନ୍ନ ଅକ୍ଷର, ସଂଖ୍ୟା, ଆକୃତି, ଚିତ୍ର, ବାସ୍ତବ ଜିନିଷ ଓ ବସ୍ତୁ ଇତ୍ୟାଦି ନେଇ ବିଭିନ୍ନ ସଂରଚନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିବେ । ପିଲାମାନେ ଏପରି ସଂରଚନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାର ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛ କି ? ଶ୍ରେଣୀରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଏପରି ସଂରଚନାର ନମୁନା ପ୍ରଦର୍ଶନ ଓ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ଶିକ୍ଷକ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଦେଇଥାନ୍ତି । ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବା, ନକ୍ସା ବା ମାନଚିତ୍ର ତିଆରି ଓ ବ୍ୟବହାର କରିବା, ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଜିନିଷ ତିଆରି କରିବା, ନିର୍ମାଣ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଆଦିରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ, ବୃତ୍ତ, ସମଘନ, ଆୟତଘନ ପରି ବିଭିନ୍ନ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ଓ ଆକୃତି ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବେ । ଏପରି ଆକୃତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଉପଯୁକ୍ତ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଏକାନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ବିଭିନ୍ନ ସଂରଚନା ପ୍ରସ୍ତୁତିରେ ସେମାନଙ୍କର ସୃଜନଶୀଳତା ଓ ସୌନ୍ଦର୍ଯ୍ୟବୋଧର ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବେ । ଭବିଷ୍ୟତରେ ବିଭିନ୍ନ ଡିଜାଇନ୍, ଚଟାଣରେ ଟାଇଲ ବିଛାଇବା ଏବଂ ବେଡ୍‌ସିଟ୍, ଲୁଗା ଓ ରୁମାଲ୍ ଧଡ଼ି ପ୍ରସ୍ତୁତିରେ ଏହି ଜ୍ଞାନକୁ ସେମାନେ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବେ ।

ତୁମମାନଙ୍କ ପାଇଁ କାମ :

- କିଛି ପତ୍ର ସଂଗ୍ରହ କରି ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଇ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସଂରଚନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।
- ଦିଆସିଲି କାଠି ନେଇ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସଂରଚନା ତିଆରି କର ।

6.4 ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗଣିତ :

କେତେକ ମତ ପୋଷଣ କରନ୍ତି ଯେ ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ର ସଙ୍କେତଧର୍ମୀ ଓ ଅମୂର୍ତ୍ତ ହୋଇଥିବାରୁ ଏହାର ବ୍ୟାବହାରିକତା ସୀମିତ । କିନ୍ତୁ ଏହି ମତ ଭ୍ରମାତ୍ମକ । ବରଂ ଏହା ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶିକ୍ଷଣରେ ଅନ୍ତରାୟ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ । ବାସ୍ତବରେ ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ପ୍ରସଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ବ୍ୟବହାରକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ସ୍ଥିର କରାଯାଇଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ମନୁଷ୍ୟର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଯେଉଁ ସବୁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ବ୍ୟବହାର କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି, ସେସବୁକୁ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତର ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ତୁମେ ଏଥି ସହ ଏକମତ କି ?

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ଗୁରୁତ୍ୱକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର 2005 କହିଛି ଯେ,

"ଚିନ୍ତାରେ ସ୍ପଷ୍ଟତା ଏବଂ ତର୍କଯୁକ୍ତ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଅନୁସରିତ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ହେଉଛି ଗାଣିତିକ ପ୍ରଚେଷ୍ଟାର କେନ୍ଦ୍ର ।" Clarity of thought and pursuing assumptions to logical conclusions is central to the mathematical enterprise. ତୁମେ ଜାଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଚିନ୍ତା କରିବାର ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟ ଶିକ୍ଷାଲାଭ କରିଥାଆନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣା ବ୍ୟବହାର କରିବାର ସାମର୍ଥ୍ୟ ଏବଂ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନର ପନ୍ଥା ଗ୍ରହଣ ଅନ୍ୟତମ ।

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରୁ ଗଣିତକୁ ବାଦ୍ ଦେଲେ ସଭ୍ୟତା ଗତିଶୀଳ ଓ ସମୃଦ୍ଧ ହେବନାହିଁ । ଆଜିର ଦୁନିଆରେ ଗଣିତ ବିନା ଦିନଟିଏ ତୁମେ ବଞ୍ଚି ପାରିବ କି ? ଏହାର ଉତ୍ତର ନିଶ୍ଚୟ 'ନା', ମନୁଷ୍ୟର ସୃଷ୍ଟି ଦିନଠାରୁ ଗଣିତ ମନୁଷ୍ୟର ଏକ ବିଶ୍ୱସ୍ତ ସାଥୀଟିଏ ହୋଇ ଆସିଅଛି । ମନୁଷ୍ୟ ଯେତେବେଳେ କେତୋଟି ?, କେତେ ?, କେତେ ବଡ଼ ?, କେତେ ଲମ୍ବା ? ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଆରମ୍ଭ କଲା ସେ ପାଟୀଗଣିତ ଉଦ୍ଭାବନ କଲା । ତାପରେ ଗଣିତର କେଉଁ ସବୁ ବିଭାଗର ଉଦ୍ଭାବନ ଓ ବୃଦ୍ଧି ହେଲା କୁହ ? ତୁମେ ବୀଜଗଣିତ, ଜ୍ୟାମିତି, ପରିମିତି, ତ୍ରିକୋଣମିତି ଇତ୍ୟାଦି ତାଲିକା କରିଥିବ । ଏହି ବିଭାଗଗୁଡ଼ିକର ଜ୍ଞାନ ମନୁଷ୍ୟର ଅନୁଭୂତ ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ଚାହିଁ ଜନ୍ମ ନେଇଛି । ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଆବଶ୍ୟକତା ମନୁଷ୍ୟର ଯେତେ ବଢ଼ିଛି ଏହି ଜ୍ଞାନ ସେତେ ବୃଦ୍ଧି ଓ ସମୃଦ୍ଧ ହୋଇଛି । ତୁମେ ଜୀବନରେ ଯେତେ ସଫଳତା ଆଶା କରିବ ସେତେ ଗଣିତର ଆଶ୍ରୟ ଗ୍ରହଣ କରିବ । ଆସ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତାର କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଦିଗ ଉପରେ ଆଲୋକପାତ କରିବା ।

- ପିଲାମାନେ ବିଭିନ୍ନ ଖେଳ ଯଥା – ଲୁଡ୍ରୁ, କ୍ୟାରମ୍, ଚେସ୍, ଦଉଡ଼ି ଡ଼ିଆଁ, ଫୁଟବଲ ଇତ୍ୟାଦି ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅନୁସରଣ କରନ୍ତି ।
- ସାଧାରଣ ମଣିଷ ତାର ପାରିଶ୍ରମିକ ହିସାବ କରୁଛି ଓ ହାଟ ବଜାରରୁ ସଉଦା କିଣାବିକା କରୁଛି ।
- ସାଧାରଣ ଗୃହିଣୀ, ଶ୍ରମିକ, କୃଷକ, ଦୋକାନୀ, ଦରଜି, ମିସ୍ତ୍ରୀ, ବଢ଼େଇ, ଗାଡ଼ି ଚାଳକ ଇତ୍ୟାଦିଙ୍କ ଆବଶ୍ୟକତା ପାଇଁ ସର୍ବନିମ୍ନ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଦରକାର ।
- ଜିନିଷ ପତ୍ରର ମୂଲ୍ୟ, ରିହାତି, କମିଶନ, କର , ଅଭାବ, ଉତ୍ପାଦନ, ବଣ୍ଟନ, ମୂଲ୍ୟବୃଦ୍ଧି, ମୁଦ୍ରାସ୍ଫୀତି, ଇତ୍ୟାଦି କଥା (issue) ସହ ଆମେ ପ୍ରତିଦିନ ସମ୍ମୁଖୀନ ହେଉଛେ ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ ।

- ଆମେ ସଦାସର୍ବଦା ଲାଭଦାୟକ ଓ ଅଧିକ ପରିମାଣ ମିଳିବାର ଆଶା ପୋଷଣ କରୁଛେ । ଏହି ପ୍ରଗତି ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ପନ୍ଥା ଅନୁସରଣ ଆବଶ୍ୟକ । ତୁମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ଓ ଜୀବନବ୍ୟାପୀ ଯୋଜନା ପାଇଁ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ଯଥେଷ୍ଟ ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି ।
- ନିତିଦିନିଆ ଜୀବନରେ ଗାଣିତିକ ଦକ୍ଷତା ଆମକୁ ଭବିଷ୍ୟତ ପାଇଁ ଆକଳନ, ବିଚାର, ନିର୍ଣ୍ଣୟ, ପରାମର୍ଶ ଓ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଦେବା ପାଇଁ ସାମର୍ଥ୍ୟ ଦେଇ ପାରିଛି ।
- ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବା, ନକ୍ସା ପ୍ରସ୍ତୁତ ଓ ବ୍ୟବହାର କରିବା, ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଜିନିଷ ତିଆରି କରିବା, ନିର୍ମାଣ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଇତ୍ୟାଦିରେ ବିଭିନ୍ନ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକାର ଓ ଆକୃତିର ଜ୍ଞାନ ଓ ଧାରଣାର ପ୍ରୟୋଗ ଅଧିକ ସଫଳତା ପାଇଁ ବାଞ୍ଛନୀୟ ।
- ଆମର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବକୁ ନିର୍ଭୁଲ ଓ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ହେଉଛି ଗାଣିତିକ ଭାଷା । ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଭଲ ଥିଲେ ତୁମର ବକ୍ତବ୍ୟ ସଂକ୍ଷେପ, ସ୍ପଷ୍ଟ, ନିର୍ଭୁଲ ଓ ଦ୍ୱନ୍ଦମୁକ୍ତ ହେବ । ଫଳରେ ଭାବର ଆଦାନ ପ୍ରଦାନ ଉଚିତ୍ ମାର୍ଗରେ ହେବ ଏବଂ ଭୁଲ୍ ବୁଝାମଣାକୁ ଏଡ଼ାଇ ଦେଇ ହେବ ।
- ଜୀବନରେ ଧୈର୍ଯ୍ୟ, ଶୃଙ୍ଖଳା, ସମୟାନୁବର୍ତ୍ତିତା, ଏକାଗ୍ରତା, ସଚ୍ଚୋଟତା, ସତ୍ୟବାଦୀତା, ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠତା, ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଆଚରଣ ଭଳି ସୁଗୁଣ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଅଭ୍ୟାସରୁ ହିଁ ଜନ୍ମ ନେଇଥାଏ । ତେଣୁ ଏହାକୁ ଅଧ୍ୟୟନ ଦ୍ୱାରା ଆମର ଆଚରଣ ଓ ବ୍ୟବହାରରେ ମଧ୍ୟ ବିଶେଷ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିଥାଏ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନା ବ୍ୟତୀତ ଆହୁରି ଅନେକରେ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ଆମର ନିତିଦିନିଆ ଜୀବନର ବ୍ୟବହାରରେ ଆସିଥାଏ । ଆମେ ଗଣିତ ବିନା ବଞ୍ଚି ପାରିବା ନାହିଁ ଏବଂ ପୁରା ଦୁନିଆ ଓ ପରିବେଶ ଗଣିତମୟ । ମନୁଷ୍ୟର ସଭ୍ୟତା, ସଂସ୍କୃତି, ଐତିହ୍ୟ, କଳା, ଶିଳ୍ପ, ଭାସ୍କର୍ଯ୍ୟ, ବାଣିଜ୍ୟ, ସାହିତ୍ୟ ଆଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଗଣିତର ଅବଦାନ ବଳରେ ଚୂଡ଼ାନ୍ତ ସୀମାରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିଛି । ବିଜ୍ଞାନର ଅଭୂତପୂର୍ବ ପ୍ରଗତି ଓ ସର୍ବଶ୍ରେଷ୍ଠ କୃତି ମୂଳରେ ଗଣିତର ଅବଦାନ ଅନସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ । ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ର ବିଶେଷ ଯୁକ୍ତି, ତର୍କ, ଚିନ୍ତା, କଳା ଓ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଚିନ୍ତନ ଉପରେ ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ ହୋଇ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ବୌଦ୍ଧିକ ବିକାଶରେ ବିଶେଷ ପ୍ରଭାବ ପକାଇଥାଏ । ତେଣୁ ଏହା ଏକ ଗତିଶୀଳ ବିଜ୍ଞାନ । ବିଜ୍ଞାନ ଫଳ ହେଲେ ଗଣିତ ମୂଳ । ମୂଳ ବ୍ୟତୀତ ଫଳର କଳ୍ପନା କରାଯାଇ ପାରେନା । ପୁନଶ୍ଚ ଯେତେ କିଛି ସମାଜ ବିଜ୍ଞାନ ରହିଛି ସେଗୁଡ଼ିକ ଗଣିତର କାଣ୍ଡ, ଶାଖା ପତ୍ର ଭଳି କହିଲେ ଅତ୍ୟୁକ୍ତି ହେବ ନାହିଁ । ତେଣୁ ବିବିଧ ବିଜ୍ଞାନର ଅଗ୍ରଗତିକୁ ଗଣିତର ଅବଦାନ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଏହାକୁ "ବିଜ୍ଞାନ ଜଗତର ରାଣୀ" (Queen of Sciences) ଆଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି ।

ଆମେ ଜାଣିଲେ ଆଧୁନିକ ମନୁଷ୍ୟର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଆବଶ୍ୟକତା ପୂରଣ ପାଇଁ ଏବଂ ଜୀବନକୁ ସରସ, ସୁନ୍ଦର, ସମୃଦ୍ଧ ଓ ଆନନ୍ଦମୟ କରିବା ପାଇଁ ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ଯଥେଷ୍ଟ ଅବଦାନ ରହିଛି ।

ତୁମମାନଙ୍କ ପାଇଁ କାମ :

1 - ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଅନ୍ୟ କେଉଁ କେଉଁ ଆବଶ୍ୟକତା ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି, ତାଲିକା କର ।

2 - ଏଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆବଶ୍ୟକ ଉଲ୍ଲେଖ କର ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_4) :

ତୁମ ପିଲାଦିନେ ଖେଳିଥିବା 5ଟି ଖେଳର ନାମ ତାଲିକା କର । ଏଗୁଡ଼ିକରେ କେଉଁ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ, ଧାରଣା ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆବଶ୍ୟକ ଲେଖ ।

6.5 ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷା ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଗୁରୁତ୍ୱ :

6.5.1 - ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ :

ସଭ୍ୟତାର ପ୍ରାକ୍ କାଳରୁ ଲିଖନ, ପଠନ ଓ ଗଣିତକୁ ଆଶ୍ରୟ କରି ଆନୁଷ୍ଠାନିକ ଶିକ୍ଷାର ଅୟମାରମ୍ଭ ହୋଇଥିଲା । ଆଜି ମଧ୍ୟ ଭାଷା ଓ ଗଣିତକୁ ବାଦ୍‌ଦେଇ ପିଲାର ପ୍ରାଥମିକ ବା ସର୍ବନିମ୍ନ ଶିକ୍ଷାର କଳ୍ପନା କରାଯାଇ ନ ପାରେ, କାରଣ ଭାଷା ଓ ସଂଖ୍ୟା ଧାରଣା ହେଉଛି ମୌଳିକ ଦକ୍ଷତା (core skills) ଯାହା ପିଲାଟି ହାସଲ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଆମ ଜୀବନରେ ସଂଖ୍ୟା ଗଣନାର ଆବଶ୍ୟକତା ବହୁତ ବେଶି । ପିଲାଟି ଦିନରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଜୀବନ ସାରା ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ତା'ର କିଛି ନା କିଛି ଗଣିବା ଦରକାର ପଡ଼ିଥାଏ । ତେଣୁ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣନ ଦକ୍ଷତାର ବିକାଶ ପାଇଁ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯାଇଛି । ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ଓ ନାମକରଣ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଶିକ୍ଷା ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ର ଯେ କେବଳ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଓ ଦକ୍ଷତା ଯୋଗାଇ ଥାଏ ତାହା ନୁହେଁ, ଏହାକୁ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ଫଳରେ ପିଲାର ବ୍ୟବହାରରେ ମଧ୍ୟ ବିଶେଷ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିଥାଏ । ଶୃଙ୍ଖଳିତ ମାନସିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଅଭିବୃଦ୍ଧି ପାଇଁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ଆବଶ୍ୟକତା ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ । ଜୀବନରେ ଶୃଙ୍ଖଳା, ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠତା, ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଆଚରଣ, ସମୟାନୁବର୍ତ୍ତିତା, ମିତଭାଷୀତା, ସଚ୍ଚୋଟତା ଆଦି ସୁଗୁଣଗୁଡ଼ିକ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଅଭ୍ୟାସରୁ ବିକଶିତ ହୋଇଥାଏ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଦ୍ୱାରା ଉପଲବ୍ଧ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ଓ ମାର୍ଜିତ ଆଚରଣ ଜୀବନର ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ସଂପ୍ରସାରିତ ହୋଇଥାଏ । ଏଣୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଉପରେ ପ୍ରାଧାନ୍ୟ ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣା ଓ ସାଙ୍କେତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇଁ ଭାଷା ଓ ଗଣିତର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ସଂକ୍ଷେପରେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରକାଶ କରିବାରେ ସଙ୍କେତ ମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହାର ବହୁଳ ଭାବରେ କରାଯାଇଥାଏ । ସେଥିପାଇଁ ଗଣିତକୁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତୀକମୂଳକ ଭାଷାଶାସ୍ତ୍ର (Symbolic language) କୁହାଯାଏ । ଭାଷା ଶିକ୍ଷଣରେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ବିଭିନ୍ନ ଅକ୍ଷର ଓ ମାତ୍ରା ଏବଂ ଗଣିତରେ ବ୍ୟବହୃତ ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଚିହ୍ନ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଅମୂର୍ତ୍ତ ସଂକେତ । ଏହି ଅମୂର୍ତ୍ତ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ସେ ତାର ବ୍ୟାବହାରିକ ଅଭିଜ୍ଞତାଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରକାଶ କରେ । ତେଣୁ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଏପରି ପ୍ରକାଶ ଭଙ୍ଗୀ ଓ ସଙ୍କେତଗୁଡ଼ିକୁ ଆୟତ୍ତ କରିବା ଉପରେ ଯଥେଷ୍ଟ ପ୍ରାଧାନ୍ୟ ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

6.5.2 - ଗଣିତର ଅନ୍ୟ ବିଷୟ ସହ ସଂପର୍କ (Corelation of mathematics with other subjects) :

ମନୁଷ୍ୟର ଶିକ୍ଷା ଓ ସଭ୍ୟତା ପାଇଁ ଭାଷା ସହିତ ଗଣିତକୁ ମୌଳିକ ଓ ଏକାନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ ବୋଲି ବିବେଚନା କରାଯାଇଛି । ଜ୍ଞାନର ସମସ୍ତ ପରିସର ଗଣିତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଭାବିତ । ସଂଖ୍ୟା, ଗାଣିତିକ ଚିତ୍ର, ସୂତ୍ର, ନିୟମ, ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାରଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଜ୍ଞାନର ସମସ୍ତ ପରିସରର ଯୋଗାଯୋଗ ଓ ଉପସ୍ଥାପନା ଶୈଳୀ, ସମ୍ବନ୍ଧ ରଖିବା ଓ ଗାଣିତିକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତତା ଦ୍ୱାରା ଲିପିବଦ୍ଧ ହୋଇପାରିଛି ।

ନିଜ ପରିବେଶର ବିଭିନ୍ନ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକରୁ ପିଲାମାନେ ଅଭିଜ୍ଞତା ହାସଲ କରିଥାଆନ୍ତି ଏବଂ ସେହି ଅଭିଜ୍ଞତାକୁ ଆଧାର କରି ସେମାନେ ଶିକ୍ଷା ଅର୍ଜନ କରନ୍ତି । ତେଣୁ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରାଯାଉଥିବା ସମସ୍ତ ବିଷୟର ଉତ୍ସ ଏକ ଓ ସମାନ । ଅତଏବ ସେହି ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ସଂଯୋଗ ଅଛି । ଏହି ଏକକରେ ଆମେ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟ କିପରି ଗଣିତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଭାବିତ ତାହା ଆଲୋଚନା କରିବା ।

(କ) ଗଣିତ ଓ ଭାଷା ଶିକ୍ଷା :

ଅନେକ ବିଚାର କରନ୍ତି ଯେ ଭାଷା ଓ ସାହିତ୍ୟ ଏବଂ ଗଣିତ ପ୍ରକୃତିରେ ବିପରୀତ ଧର୍ମୀ ଅଟନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କର ମତରେ ଭାଷା ହେଉଛି ମାନସିକ ଆବେଗ, ଅନୁଭୂତି, ଉଚ୍ଚଣ୍ଡାର ମାଧ୍ୟମ ହେଲାବେଳେ ଗଣିତ ହେଉଛି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ, ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ଓ ତର୍କଯୁକ୍ତ ।

ପ୍ରଖ୍ୟାତ ଇଂରେଜ କବି ସେକ୍‌ସପିଅରଙ୍କ ଭାଷାରେ "Brevity is the soul of wit" ଅର୍ଥାତ୍ "ସଂକ୍ଷିପ୍ତତା ହେଉଛି ବୁଦ୍ଧି ଓ ଧୀଶକ୍ତିର ଆତ୍ମା" । ଭାବ ପରିପ୍ରକାଶରେ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଓ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହେବା ବୁଦ୍ଧିମାନର ଲକ୍ଷଣ । ଅଳ୍ପ ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ଯଦି ଅଧିକ କଥା ଓ ଭାବ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିଲ ତେବେ ସଂଯମୀ ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରିଭୂତ ଓ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବର ପ୍ରକାଶ କରିବାର ସାମର୍ଥ୍ୟ ତୁମର ଅଛି । ଏହା ହିଁ ଗାଣିତିକ ତର୍କ ଓ ଯୁକ୍ତି ।

ଭାଷା ଶିକ୍ଷଣର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ମନଇଚ୍ଛା ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରି ଭାବ ପ୍ରକାଶ କରିବାର ସ୍ୱାଧୀନତା ଦିଆଯାଇଥାଏ । କିନ୍ତୁ ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରି ଭାବପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ଓ ଉତ୍ତର କରିବାକୁ ଶିକ୍ଷା ଦିଆଯାଇଥାଏ ଅର୍ଥାତ୍ ସେମାନଙ୍କୁ ଭାବ ପ୍ରକାଶରେ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ, ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ, ସ୍ପଷ୍ଟ ଓ ବୋଧଗମ୍ୟ ହେବା ପାଇଁ ଉତ୍ସାହିତ କରାଯାଇଥାଏ । ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ଶବ୍ଦରେ ସାରାଂଶ, ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ବିବରଣୀ ଓ ଅନୁଚ୍ଛେଦ ଲେଖିବାକୁ ତାଲିମ ଦିଆଯାଏ । ଏହା ଦ୍ୱାରା ଭାଷା ଶିକ୍ଷା ମାର୍ଜିତ, ସଂଯତ ଓ ସୁଶୃଙ୍ଖଳିତ ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ଅନାବଶ୍ୟକ ବର୍ଣ୍ଣନା ଏଡ଼ାଯାଇ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବବ୍ୟକ୍ତିରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ଏହା ବ୍ୟତୀତ ଭାଷା ଶିକ୍ଷଣର ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଅକ୍ଷର, ଶବ୍ଦ ଓ ବାକ୍ୟ ଲେଖି ଶିଖିବା ବେଳେ ଅକ୍ଷରର ଆକୃତି ଓ ଆକାର ଅନୁଯାୟୀ ଲେଖିବା, କେଉଁ କ୍ରମରେ ଲେଖିବା, ଶବ୍ଦ ଓ ବାକ୍ୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେଉଁ ସ୍ତର ପାଇଁ କେତେ ହେଲେ ଭାଷା ଶିକ୍ଷଣର ଧାରା ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ହେବ, ଇତ୍ୟାଦି ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଭାବିତ ହୋଇଥାଏ । ପୁନଶ୍ଚ ଗୀତ ଲେଖିବା ଓ ଆବୃତ୍ତି କରିବା ସମୟରେ ପଦ୍ୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଯତିପାତ, ତାଳ ଜ୍ଞାନ ଇତ୍ୟାଦିରେ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ । ଅତଏବ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଭାଷାର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଗଠନ, ଜ୍ଞାନ ଓ ଅର୍ଥ ଉପରେ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ ଓ ପ୍ରାଧାନ୍ୟ ବିସ୍ତାର କରିଛି ।

(ଖ) ଗଣିତ ଓ ପରିବେଶ ଅଧ୍ୟୟନ :

ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ପରିବେଶ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ବିଶେଷ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ । ଏହାର କେତେକ ଉଦାହରଣ ହେଲା ମନୁଷ୍ୟ ଶରୀରର ବିଭିନ୍ନ ଅଙ୍ଗପ୍ରତ୍ୟଙ୍ଗ ଚିହ୍ନିବା ଓ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣନ ଦକ୍ଷତା ଥିବା ଦରକାର ।

- ନିଜ ପରିବେଶରେ ପ୍ରାକୃତିକ ଦୃଶ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ସମୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ନିକଟ, ଦୂର, ଆଗ, ପଛ, ବାମ, ଡାହାଣ, ଉପର, ତଳ ଇତ୍ୟାଦି ସ୍ଥାନ ସଂପର୍କ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି ଯାହା ସେମାନେ ଗଣିତରୁ ଶିକ୍ଷା କରନ୍ତି ।

- ବାସଗୃହ, ଶ୍ରେଣୀ କୋଠରୀ, ବିଦ୍ୟାଳୟ ହତା, ବଗିଚା ଇତ୍ୟାଦିର ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ଓ ନକ୍‌ସା ପ୍ରସ୍ତୁତି କରିବାରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ଜ୍ୟାମିତିକ ଜ୍ଞାନର ପ୍ରୟୋଗ କରିଥାଏ । ବିଦ୍ୟାଳୟ ହତା, ବଗିଚା, ଖେଳପଡ଼ିଆର ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତି ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପରିସୀମା, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟରେ ଜ୍ୟାମିତିର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ ।

- ସୁଷମ ଓ ପୁଷ୍ଟିକର ଖାଦ୍ୟର ତାଲିକାରେ ବିଭିନ୍ନ ଖାଦ୍ୟସାରର ଅନୁପାତ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି ।

- ବିଦ୍ୟାଳୟ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଗୋଷ୍ଠୀର ବୃତ୍ତି ନମୁନା (occupational pattern) ଅଧ୍ୟୟନ / ଅନୁସନ୍ଧାନ ପାଇଁ ଅନୁପାତ, ସମାନୁପାତ, ଶତକଡ଼ା, ଲେଖଚିତ୍ର ଇତ୍ୟାଦି ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଦରକାରରେ ଆସେ ।

ଏସବୁ ବ୍ୟତୀତ ପରିବେଶ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାର ଆମେ କରିଥାଆନ୍ତି । ଅତଏବ ଶିକ୍ଷାର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଓ ପରିବେଶ ଅଧ୍ୟୟନ ପରସ୍ପର ସହ ଓତଃପ୍ରୋତ ଭାବେ ଜଡ଼ିତ ।

(ଗ) ଗଣିତ ଓ ବିଜ୍ଞାନ :

ତୁମେ ଜାଣ ବିଜ୍ଞାନ ସହ ଗଣିତର ନିବିଡ଼ ସଂପର୍କ ସର୍ବଜନ ସ୍ୱୀକୃତ । ବିଜ୍ଞାନର ଏପରି କିଛି ବିଭାଗ ନାହିଁ ଯାହା ଗଣିତକୁ ବ୍ୟବହାର କରେ ନାହିଁ । ନିମ୍ନ ଆଲୋଚନା ଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

- ଭୌତିକ ବିଜ୍ଞାନର ଅଧିକାଂଶ ଧାରଣା, ପରୀକ୍ଷଣ ଓ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ଉତ୍ପତ୍ତି ହୋଇଥାଏ; କିନ୍ତୁ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ବ୍ୟବହାର କରି ଏଗୁଡ଼ିକ ବୈଜ୍ଞାନିକ ତତ୍ତ୍ୱ ହିସାବରେ ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ ହୋଇଥାଏ ।

- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ପଦାର୍ଥ, ସେମାନଙ୍କ ବସ୍ତୁତ୍ୱ, ଓଜନ ଓ ଆୟତନ, ଗତି, କାର୍ଯ୍ୟ, ଶକ୍ତି, ବଳ ଇତ୍ୟାଦିର ମାପରେ ବିଭିନ୍ନ ଏକକଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାରର ଜ୍ଞାନ ଗଣିତରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ହୋଇଥାଏ ।

- ବାୟୁର ଚାପ, ପବନର ଗତି, ସ୍ପଟିକର ଆକାର, ଭାରଦଣ୍ଡର ତତ୍ତ୍ୱ, ନିଉଟନ୍‌ଙ୍କ ଗତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମ, ସୌରଜଗତ, ପୃଥିବୀର ଗତି, ଋତୁର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଇତ୍ୟାଦି ବିଷୟ ଅଧ୍ୟୟନ ଓ ଅଧ୍ୟାପନା ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ ।

- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରଜାତିର ଉଦ୍ଭିଦ ଓ ପ୍ରାଣୀମାନଙ୍କର ବୃଦ୍ଧି ହାର, ଡାଳରେ ପତ୍ର ସଜ୍ଜା, ହୃଦ୍ ସ୍ପନ୍ଦନ ହାର, ଶରୀରର ତାପମାତ୍ରା ଓ ରକ୍ତଚାପ ମାପ ଇତ୍ୟାଦିରେ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା, ନିୟମ ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

- ମୌଳିକ ଓ ଯୌଗିକ ପଦାର୍ଥ ମାନଙ୍କର ସଙ୍କେତ ଓ ପ୍ରତୀକ, ରାସାୟନିକ ସମୀକରଣ ଲିଖନ ଓ ସମତୁଲ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ରାସାୟନିକ ସୂତ୍ର ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଆବଶ୍ୟକ ।

ଉପର ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ ଗଣିତ ହେଉଛି ବିଜ୍ଞାନର ମୂଳ । ଅର୍ଥାତ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ବିଜ୍ଞାନ ଶିକ୍ଷାର ଭିତ୍ତି ଭୂମି । ବିଜ୍ଞାନ ଶିକ୍ଷାର ଦୃଢ଼ୀକରଣରେ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ତୁମମାନଙ୍କ ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟ :

ଉଚ୍ଚ ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀର ଭୌତିକ ବିଜ୍ଞାନରୁ ଦୁଇଟି ପାଠ ଏବଂ ଜୀବ ବିଜ୍ଞାନରୁ ଗୋଟିଏ ପାଠ ନେଇ ସେଥିରେ ଥିବା ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକର ବୋଧଗମ୍ୟତା ପାଇଁ କେଉଁ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆବଶ୍ୟକ ତା'ର ଏକ ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

(ଘ) ଗଣିତ ଓ ଭୂଗୋଳ :

ବିଜ୍ଞାନ ଭଳି ଭୂଗୋଳ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି । ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଭୌଗୋଳିକ ଧାରଣା ଓ ପ୍ରାକୃତିକ ଘଟଣାରେ ବିଭିନ୍ନ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ବୁଝିବା ଓ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିବା ପାଇଁ ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ପ୍ରୟୋଜନ ।

ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା -

- ମାନଚିତ୍ର ଅଧ୍ୟୟନ, ମାନଚିତ୍ରରେ ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନର ଦୂରତା ଓ ଉଚ୍ଚତା ଜାଣିବା, ଦେଶ ତଥା ରାଜ୍ୟର ପ୍ରାକୃତିକ ଗଠନରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରାକୃତିକ ରୂପର ଉଚ୍ଚତା ଇତ୍ୟାଦି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାରେ ମାପର ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ ।

- ଜଳବାୟୁ, ତାପମାତ୍ରା, ଆର୍ଦ୍ରତା, ବୃଷ୍ଟିପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ସୂଚକର ଲେଖଚିତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତି କରିବା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି ।

- ପର୍ବତର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ତ୍ରିକୋଣମିତି ଜ୍ଞାନ ନିତ୍ୟାନ୍ତ ଦରକାର ।

- ଏକ ସ୍ଥାନର ଅକ୍ଷାଂଶ ଓ ଦ୍ରାଘିମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଏବଂ ମାନଚିତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତି ପାଇଁ ସମତଳ ଓ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତି ଜ୍ଞାନ ଏକାନ୍ତ ପ୍ରୟୋଜନ ।

- ପରିବହନ, ଅମାଦାନୀ, ରପ୍ତାନୀ, ବାଣିଜ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପ୍ରତ୍ୟୟରେ ମାପ, ମୁଦ୍ରାର ବ୍ୟବହାର ଇତ୍ୟାଦି ବୁଝିବାରେ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ବହୁଳ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ।

ଏହିପରି ଭୂଗୋଳ ପାଠ୍ୟକ୍ରମକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଆମେ ସହଜରେ ଅନୁମାନ କରିପାରିବା ଯେ ଭୂଗୋଳ ଜ୍ଞାନକୁ ହୃଦୟଙ୍ଗମ କରିବା ଓ ଆୟତ କରିବାରେ ମୌଳିକ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତା ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ ।

ତୁମମାନଙ୍କ ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟ :

ପୃଥିବୀର ବିଭିନ୍ନ ଦେଶର ସମୟ ହିସାବ କରିବା ଏବଂ କୌଣସି ଦେଶର ଅବସ୍ଥିତି ନିରୂପଣ କରିବା ଗଣିତ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ - ଉଦାହରଣ ସହ ବୁଝାଅ ।

(ଙ) ଗଣିତ ଓ ଇତିହାସ :

ଇତିହାସ ହେଉଛି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ବିଭିନ୍ନ ଘଟଣା ଓ ଘଟଣାକ୍ରମର ଅଧ୍ୟୟନ । ତେଣୁ ପ୍ରଧାନ ଘଟଣାବଳୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମୟ ସଂକ୍ରାନ୍ତୀୟ ବ୍ୟବଧାନ ଏବଂ ଏହିଭଳି ଘଟଣା ଘଟିବାର ବୈଧତାକୁ ଫଳପ୍ରଦ ଭାବେ ଅନୁମାନ କରିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସମୟ ଜ୍ଞାନର ଧାରଣାକୁ ବୃଦ୍ଧି କରିବା ଦରକାର । ପୁନଶ୍ଚ ପୂର୍ବ ଘଟଣାବଳୀର ବର୍ତ୍ତମାନ ପାଇଁ ଯଥାର୍ଥତା କେତେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ସମୟ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ସମୟ ବ୍ୟବଧାନକୁ ନିରୂପଣ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ବିଭିନ୍ନ ଅଞ୍ଚଳ ଓ ସାମ୍ରାଜ୍ୟର ଐତିହାସିକ ମାନଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ ଓ ଅଧ୍ୟୟନ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ସାମାଜିକ ଓ ଐତିହାସିକ ଘଟଣାକୁ ଲେଖଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇଁ ତୁମକୁ ଜ୍ୟାମିତିରେ ସ୍ଥାନ ସମ୍ପର୍କ ଜ୍ଞାନ ହାସଲ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଏତଦ୍‌ବ୍ୟତୀତ ବିଭିନ୍ନ ଐତିହାସିକ ଘଟଣାବଳୀକୁ କ୍ରମରେ ସଜାଇବା ପାଇଁ ଗଣିତରେ ସାନବଡ଼ ଓ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମର ଧାରଣା ଆବଶ୍ୟକ । ଗଣିତର ଇତିହାସ ଏବଂ ଗଣିତଜ୍ଞଙ୍କ ଜୀବନୀ ଓ କୃତି ମଧ୍ୟ ଆମେ ଇତିହାସରୁ ଜାଣିପାରିବା । ସଂକ୍ଷେପରେ କହିବାକୁ ଗଲେ ଇତିହାସ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ଅଧିକାରୀ ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

(ଚ) ଗଣିତ ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବିଷୟ :

ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ ବିଷୟମାନଙ୍କ ସହିତ କର୍ମାନୁଭୂତିକ ଶିକ୍ଷା, କଳାଶିକ୍ଷା ଏବଂ ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ ଓ ଶାରୀରିକ ଶିକ୍ଷା ଭଳି ସହଜ୍ଞାନାତ୍ମକ ତଥା କର୍ମଭିତ୍ତିକ ଅଭିଜ୍ଞତା ଦେବାର ବ୍ୟବସ୍ଥା ମଧ୍ୟ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

(i) କର୍ମାନୁଭୂତି ଶିକ୍ଷା : କର୍ମଭିତ୍ତିକ ଅଭିଜ୍ଞତା ହାସଲ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀର ବାସ୍ତବ କର୍ମ ସାଧନ ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଏଥିପାଇଁ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କର୍ମ ଯଥା - ପରିଦର୍ଶନ, ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଏବଂ ଆସନ, ରୁମାଲ, ହାତବ୍ୟାଗ, ଫୁଲ ସଜା, ଅଭିନନ୍ଦନ ପତ୍ର ଇତ୍ୟାଦି ଜିନିଷ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ପ୍ରସ୍ତୁତି କରିବାରେ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ କରିବା କର୍ମାନୁଭୂତିକ ଶିକ୍ଷାର

ଅନ୍ତର୍ଗତ । ପୁନଶ୍ଚ ଚଟାଣ, ଶ୍ରେଣୀଗୃହ, ବିଦ୍ୟାଳୟର ସଜ୍ଜିକରଣ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ଯନ୍ତ୍ରପାତିର ବ୍ୟବହାର ମଧ୍ୟ ଏଥିରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଏହି ସବୁ ଦକ୍ଷତା ଓ ସାମର୍ଥ୍ୟ ହାସଲ କରିବା ପାଇଁ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଅଧିକାରୀ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ସଂଖ୍ୟା, ମୌଳିକ ଚାରିସୂତ୍ର, ଭଗ୍ନାଂଶ, ଅନୁପାତ, ସମାନୁପାତ, ମାପର ଧାରଣା ଏବଂ କୋଣ, ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ, ବୃତ୍ତ ଇତ୍ୟାଦି ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତିର ଧାରଣା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ହାସଲ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର କର୍ମାନୁଭୂତି ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଏକାନ୍ତ ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ ।

(ii) କଳାଶିକ୍ଷା : ଉଭୟ ଦୃଶ୍ୟକଳା ଓ ଅଭିନୟ କଳା ଶିକ୍ଷାରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଭୂମିକା ରହିଛି । ଦୃଶ୍ୟକଳାରେ ଚିତ୍ରାଙ୍କନ, ରଙ୍ଗକାର୍ଯ୍ୟ, ମୂର୍ତ୍ତି ପ୍ରସ୍ତୁତି କାର୍ଯ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଯଥା - ଅନୁପାତ, ସମାନୁପାତ, ମାପର ଧାରଣା, ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ଧାରଣା ତଥା ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାରବହୁଳ ଭାବେ ହୋଇଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ମନୁଷ୍ୟ କିମ୍ବା ପଶୁର ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିଲା ବେଳେ ମୁଣ୍ଡ, ଦେହ, ହାତ, ପାଦ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଅନୁପାତକୁ ବଜାୟ ରଖିବାକୁ ପଡ଼ିବ ନଚେତ୍ ଚିତ୍ରଟି ସୁନ୍ଦର ଦିଶିବ ନାହିଁ । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିଳ୍ପୀ ବା ମୂର୍ତ୍ତି କାରିଗର ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବା ବା ମୂର୍ତ୍ତି ତିଆରି କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଚିତ୍ରର ବିଭିନ୍ନ ଅଂଶମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଉପଯୁକ୍ତ ଅନୁପାତ ନେଇ ଏକ ରେଖା ଚିତ୍ର ଆଙ୍କନ୍ତି । ତେଣୁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଏହିଭଳି ରେଖା ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବା ଅଭ୍ୟାସ କରାଇବା ଉଚିତ । ଦୃଶ୍ୟକଳା ଦକ୍ଷତାର ପାରଙ୍ଗମତା ସ୍ତରରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତା ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ ।

ସେହିପରି ଅଭିନୟ କଳା ଯଥା - ସଙ୍ଗୀତ, ନୃତ୍ୟ, ବାଦ୍ୟ, ସାଜସଜା ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ଏସବୁଥିରେ ରେଖା, କୋଣ, ତ୍ରିଭୁଜ, ବର୍ଗଚିତ୍ର, ବୃତ୍ତ ପରି ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର, ମାପ ଓ ଅନୁପାତ, ସମାନୁପାତ, ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଇତ୍ୟାଦି ଜ୍ଞାନର ବହୁଳ ବ୍ୟବହାର ଦେଖାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ସଙ୍ଗୀତ ଓ ନୃତ୍ୟରେ ତାଳ ଓ ମାତ୍ରା ଜ୍ଞାନ ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ । ସଙ୍ଗୀତ ଓ ବାଦ୍ୟ ଯନ୍ତ୍ରରେ ପ୍ରତି ରାଗ ପାଇଁ ତାଳର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍କେଲ୍ ଅଛି । ଏହି ସ୍କେଲ୍‌ରେ ସାମାନ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଲେ ରାଗଟି ବେସୁରା ହୋଇଯାଏ । ଏହି ସ୍କେଲ୍‌ର ଲିଖିତ ରୂପ ଏକ ଛବି ଲେଖ ପରି ଦୃଶ୍ୟମାନ ହୁଏ । ସେହିପରି ବିଭିନ୍ନ ନୃତ୍ୟକଳାରେ ମଧ୍ୟ ତାଳ ଓ ମାତ୍ରାର ଉପଯୁକ୍ତ ବ୍ୟବହାର ହେଲେ ତାହା ସୁନ୍ଦର, ଜୀବନ୍ତ ଓ ରୁଚିକର ହୋଇଥାଏ । ଅଭିନୟ କଳାରେ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ କରିବା ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଅବଶ୍ୟମ୍ଭାବୀ ।

(iii) ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ ଓ ଶାରୀରିକ ଶିକ୍ଷା : ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ ଓ ଶାରୀରିକ ଶିକ୍ଷାର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମରେ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତା ଉପଲବଧି କରାଯାଏ । ସାମୁହିକ ଡ୍ରିଲ୍, ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଶ୍ରେଣୀ ବାହାର ଖେଳ, ଯୋଗ ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ସାମୁହିକ ଡ୍ରିଲ୍ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟା ଗଣନ ଓ କ୍ରମ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତିର ଧାରଣା ଇତ୍ୟାଦିର ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଦରକାର । ଦଉଡ଼ିଡ଼ିଆଁ, ଦୌଡ଼, ଲମ୍ବ ଓ ଉଚ୍ଚା ଡିଆଁ, ଫୁଟବଲ, କାବାଡ଼ି ଆଦି ଖେଳରେ ସଂଖ୍ୟା ଗଣନ, ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା, ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ, ସମୟ ମାପ, ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆଦିର ବହୁଳ ବ୍ୟବହାର ଅନୁଭୂତ ହୁଏ । ଖେଳ ଓ କ୍ରୀଡ଼ାରେ ବିଭିନ୍ନ ରଣନୀତି ଓ କୌଶଳ ପ୍ରସ୍ତୁତ ବା ପ୍ରୟୋଗ ପାଇଁ କ୍ରୀଡ଼ା ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କର ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଓ ଦକ୍ଷତା ଥିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

6.5.3 ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଓ ଗଣିତ :

Hilbert ଙ୍କ ଗଣିତ ସନ୍ଦର୍ଭରେ ଉଲ୍ଲିଖିତ ଅଛି - "Mathematics is forward looking, being more connected with solving outstanding problems and creating powerful new concepts and methods than with merely contemplating knowledge that has already been won"

ଅର୍ଥାତ୍ ଗଣିତ ହେଉଛି ଅଗ୍ରଗାମୀ ଦୃଷ୍ଟି ଯାହା ବିଶିଷ୍ଟ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ସହିତ ଅଧିକ ଜଡ଼ିତ ଓ ସଂପର୍କିତ ଏବଂ ପୂର୍ବାର୍ଜିତ ଜ୍ଞାନ ଉପରେ କେବଳ ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଅପେକ୍ଷା ନୂତନ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ଧାରଣା ଓ ପ୍ରଣାଳୀ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ।

ଏହିପରି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ହେଉଛି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି କରାଇବା । ପିଲାର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦକ୍ଷତା ନିର୍ଭର କରୁଛି ତାର ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଆହରଣ ଉପରେ । ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ସମସ୍ୟାକୁ ଫଳପ୍ରଦ ସମାଧାନ ଏବଂ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାରେ ସମାଧାନ ଦକ୍ଷତା ଅଧିକ ଉପଯୋଗୀ ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : ଅରଭିନ୍ 16ଟି ଏବଂ ଆୟେଶା 7ଟି କଣ୍ଟେଇ ବିକିଲା । ଆୟେଶା କେତୋଟି ଅଧିକ ବିକ୍ରି କଲେ ଅରଭିନ୍ ସହିତ ସମାନ ହେବ । ଏହିପରି ସମସ୍ୟା, ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ପ୍ରୟୋଗ କରି ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନେ ସମାଧାନ କରିପାରିବେ । ଯଦି ପିଲାଟି ସମସ୍ୟାରେ ବ୍ୟବହୃତ ଭାଷା ସହିତ ଭଲ ଭାବରେ ପରିଚିତ ଏବଂ ସମାଧାନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଅଭ୍ୟସ୍ତ ତେବେ ଦତ୍ତ ସମସ୍ୟାଟି ଏବଂ ଏହିପରି ଅନେକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିପାରିବ । ଆସ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଧାରା / ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଦେଖିବା ।

- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସମସ୍ୟାରେ ଥିବା ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣାକୁ ବୁଝିବା ଏବଂ ସମସ୍ୟାରେ ଥିବା ତଥ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହେବା ଜରୁରୀ ।
- ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସୋପାନ ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇପାରେ । ତେଣୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ସମାଧାନର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଗଠିତ, ପ୍ରତିଫଳିତ ଓ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।
- କୌଣସି ସମସ୍ୟା ସମାଧାନର ଏକାଧିକ ପନ୍ଥା / ପଦ୍ଧତି ଥିବା ସମ୍ଭବ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଗୋଟିଏ ଠିକ୍ ପଦ୍ଧତି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ସହିତ ଅନ୍ୟ ବିକଳ୍ପ ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକୁ ଖୋଜିବାର ସୁଯୋଗ ଦେବା ଉଚିତ ।
- ଜଟିଳ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ଏଥିରେ ଥିବା ତଥ୍ୟର ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ସଂଶ୍ଳେଷଣ ନିତାନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ । ଏପରି ଜଟିଳ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ଅଭ୍ୟସ୍ତ ହେଲେ ପିଲାମାନେ ଜୀବନ ସଂପର୍କିତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ସକ୍ଷମ ହେବେ ।

ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ, ଅନୁଧ୍ୟାନ, ତୁଳନା, ବସ୍ତୁ ସହିତ ସଂରଚନାର ନକଲ, ପ୍ରୟାସ ଓ ବିଫଳ (trial and error), ତଥ୍ୟ ଓ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ବର୍ଗୀକରଣ, ଉପଯୁକ୍ତ ରଣନୀତି (strategy) ର ବ୍ୟବହାର ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଠାରେ ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ ବିକାଶ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଦ୍ୱାରା ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରିବ । ଏହିପରି ଭାବେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ କେବଳ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ନୁହେଁ, ଜୀବନ ଧାରଣର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ ।

6.5.4 ଗାଣିତିକ ଢଙ୍ଗରେ ଚିନ୍ତା କରିବା ଦକ୍ଷତା (Ability to think Mathematically) :

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଗାଣିତିକ ଢଙ୍ଗ (ଶୈଳୀ)ରେ ଚିନ୍ତା କରିବା କଥା ବୁଝିବା ପାଇଁ ତଳ ଉଦାହରଣଟିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

ଉଦାହରଣ – ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏଠାରେ ସମସ୍ୟାଟି ହେଲା ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ ଓ ଲ.ସାଗୁ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଏହା ତୁମେ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବ ? ତୁମେ କେତେ ଯୋଡ଼ା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ସେମାନଙ୍କର ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଗ.ସା.ଗୁ ଓ ଲ.ସା.ଗୁ ମାନଙ୍କର ପ୍ରକୃତି / ଧର୍ମକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବ ତ ? ଜଣେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଏଥିପାଇଁ ତଳ ସାରଣୀଟି ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲେ ।

ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ି	ଗ.ସା.ଗୁ.	ଲ.ସା.ଗୁ.	ମନ୍ତବ୍ୟ
(4,6)	2	12	
(3,8)	1	24	
(8,8)	8	8	
(3,5)	1	15	

ତୁମେ ଉପର ସାରଣୀରେ କୌଣସି ସଂରଚନା (Pattern) ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ? ତୁମେ ଏକ ଯଥାର୍ଥ ନିୟମ ଅନୁମାନ କରୁଛ କି ? ଏହାର ସାଧାରଣ ନିୟମ କ'ଣ ?

- ଲ.ସା.ଗୁ ସର୍ବଦା ଗ.ସା.ଗୁ.ଠାରୁ ବଡ଼ କି ?

- ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ ସାନ ବା ସମାନ କି ?

ତୁମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଠିକ୍ କି ଭୁଲ୍ ତୁମେ ପରଖି ନେବା ଦରକାର । ଅର୍ଥାତ୍ ତୁମର ଅନୁମାନକୁ ତୁମେ ପ୍ରମାଣିତ କରିନେବା ଦରକାର । ତୁମେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ / କଳ୍ପିତ ତଥ୍ୟରୁ ଆରମ୍ଭ କଲ ଏବଂ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସୋପାନ ଦେଇ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ / ଫଳାଫଳରେ ଉପନୀତ ହେଲ । ସାରଣୀ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ତୁମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗୁଡ଼ିକରେ ଉପନୀତ ହୋଇପାର ।

- ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିଠାରୁ ସାନ ବା ସମାନ କିନ୍ତୁ ସେମାନଙ୍କଠାରୁ ବଡ଼ ହୋଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।

- ଦୁଇଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗ.ସା.ଗୁ. ସର୍ବଦା 1 ଏବଂ ଲ.ସା.ଗୁ. ସେମାନଙ୍କ ଗୁଣଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

- ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ସେମାନଙ୍କ ଗ.ସା.ଗୁ. ଓ ଲ.ସା.ଗୁ. ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ସହ ସମାନ

ସାରଣୀରୁ ତୁମେ ଅନ୍ୟ କିଛି ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିପାରୁଛ କି ?

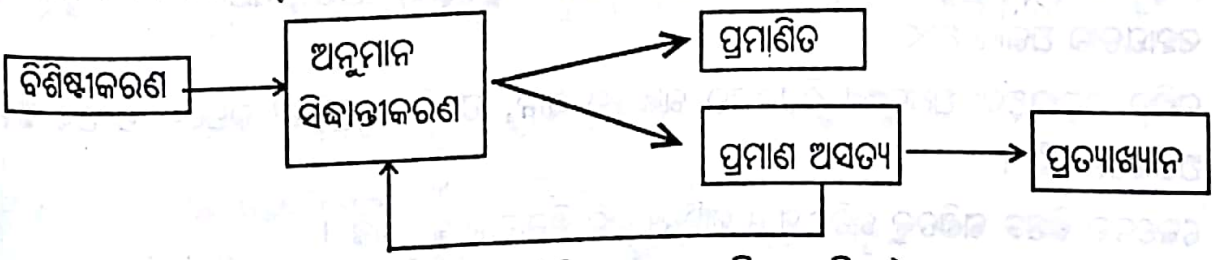
ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ ଜାଣିବାକୁ ଉତ୍ସୁକ ହେଉଥିବ ଯେ,

(i) ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତ 3ଟି ଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ?

(ii) ସିଦ୍ଧାନ୍ତଗୁଡ଼ିକ 10,000 ଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ସତ୍ୟ କି ?

ତୁମେ ସମସ୍ୟା ଉତ୍ଥାପନ କଲ । ତତ୍‌ପରେ ତୁମେ ଅନୁମାନ କରିବା ଏବଂ ତାହାର ସତ୍ୟତା ପ୍ରମାଣ କରିବ । ଯଦି ଏହା ପ୍ରମାଣିତ ହେଲା ନାହିଁ ତେବେ ତୁମେ ଅନୁମାନକୁ ଆବଶ୍ୟକ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିବ ଏବଂ ଆଉ ଥରେ ପରୀକ୍ଷା କରିବ ନଚେତ୍ ପ୍ରତ୍ୟାଖ୍ୟାନ କରିବ ।

ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ଉତ୍ଥାପନ କରିବା ଓ ପରେ ସମାଧାନ କରିବାର ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତାର ରୂପରେଖ ଫ୍ଲୋଚାର୍ଟ ହେଲା



(ଚିତ୍ର : ଗାଣିତିକ ଢଙ୍ଗରେ ଚିନ୍ତା କରିବା)

ଆମ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବରେ ଚିନ୍ତା କରିବା, ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବେ ଉଚ୍ଚାରଣ କରିବା, କ୍ରମାନୁଯାୟୀ ଓ ତାର୍କିକ ଚିନ୍ତା କରିବା, ସଂରଚନାରୁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିବା ଇତ୍ୟାଦି ମାନସିକ ଦକ୍ଷତା ଓ ସାମର୍ଥ୍ୟ ବହୁଳ ଭାବେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ । ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ତରରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଅନୁଭୂତିମୂଳକ ଓ ବାସ୍ତବତା ଆଧାରିତ ହେବା ଉଚିତ । ଏହି ଅଭିଜ୍ଞତାଗୁଡ଼ିକ ଆଗ୍ରହଜନିତ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ କଳ୍ପନା ପାଇଁ ଏକ ଆହ୍ୱାନ ହେବା ଉଚିତ ଯେପରିକି ଏକ ପ୍ରାକୃତିକ ଦୃଶ୍ୟ ଓ ଘଟଣା ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କଲା ବେଳେ ଗାଣିତିକ ଶୈଳୀରେ ଚିନ୍ତା କରିବେ ।

ସହଜ ଜ୍ଞାନ ଦ୍ୱାରା ଅନୁଭୂତ ଚିନ୍ତନ (intuitive thinking) ଓ ଭାବୁକ / ଚିନ୍ତାଶୀଳ ଚିନ୍ତନ (reflective thinking) ଦ୍ୱୟ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତନକୁ ବୃଦ୍ଧି କରିଥାଏ । ସହଜ ଜ୍ଞାନ ଦ୍ୱାରା ଅନୁଭୂତ ଚିନ୍ତନ ଅର୍ଥ ମୂର୍ତ୍ତଜିନିଷକୁ ନେଇ ପରୀକ୍ଷଣ କରିବା, ବାସ୍ତବ ଉପାୟରେ ବିଚାରକୁ / ଧାରଣାକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଜ୍ଞାନ ପ୍ରାପ୍ତ ହେବା ଏବଂ ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ ଚିନ୍ତନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ବିଚାର / ଧାରଣାକୁ ଅନୁମେୟ ଓ ଦୃଷ୍ଟିଗତ କରିବା । କିନ୍ତୁ ଭାବୁକ ଚିନ୍ତାନ ହେଲା ମୂର୍ତ୍ତ ଜିନିଷ ବ୍ୟତିରେକ ଧାରଣା ଯଥାର୍ଥ୍ୟ ବିଚାର କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହେବା । ଏଥିରେ ଗଭୀର ଚିନ୍ତନ, ଉଦ୍ଭାବନ, କଳ୍ପନା କରିବା, ଧାରଣା ସହିତ କାରବାର କରିବା । ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା, ଗଠନ କରିବା ଓ ସିଦ୍ଧାନ୍ତଗ୍ରହଣ କରିବା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା - E_5 :

ସହଜଜ୍ଞାନ ଅନୁଭୂତ ଚିନ୍ତନ ଓ ଭାବୁକ ଚିନ୍ତନର ଉଦାହରଣ ଦିଅ । ସେମାନେ ଗାଣିତିକ ଢଙ୍ଗରେ ଚିନ୍ତନ କରିବାରେ କିପରି ସହାୟତା ଦିଅନ୍ତି ?

6.6. ଓଡ଼ିଶାରେ ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷା ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶିକ୍ଷଣରେ ଥିବା ଅସୁବିଧା :

ସାଧାରଣତଃ ଗଣିତ ପାଠ ଏକ ଶୁଷ୍କ, ନୀରସ ଓ କଷ୍ଟ ବିଷୟ ଭାବି ଅଧିକାଂଶ ପିଲା ଏହାକୁ ଭୟ କରନ୍ତି । ଫଳରେ ଗଣିତରେ ସେମାନଙ୍କ ହାସଲ ସ୍ତର ସନ୍ତୋଷ ଜନକ ନୁହେଁ । ଆମ ରାଜ୍ୟର ପିଲାମାନଙ୍କ ଠାରେ ମଧ୍ୟ ଏହି ଅସୁବିଧା ଉପଲବ୍ଧ ହୁଏ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଫଳପ୍ରଦ ନୁହେଁ । ଶିକ୍ଷକ ହିସାବରେ ତୁମେ ଏହା ସହିତ ଏକମତ କି ?

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ - ଶିକ୍ଷଣରେ କ'ଣ ସବୁ ଅସୁବିଧା ଅଛି ତାର ଏକ ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

ଆସ କେତେକ ଅସୁବିଧା କଥା ଆଲୋଚନା କରିବା -

- ଅଧିକାଂଶ ପିଲାଙ୍କର ଗଣିତ ପାଠ ପ୍ରତି ଅହେତୁକ ଭୟ ଓ ଏଥିରେ ବିଫଳ ହେବାର ଆଶଙ୍କା ରହିଥାଏ । ଫଳରେ ସେମାନେ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଶିକ୍ଷା ଗ୍ରହଣରୁ ଓହରି ଯାଆନ୍ତି ।
- ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ପିଲାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଉତ୍ସାହଜନକ ନୁହେଁ ।
- ସ୍ୱଳ୍ପ ମେଧା ସମ୍ପନ୍ନ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କ ପାଇଁ ଆହ୍ୱାନ ନ ଥାଏ ।
- ପାଠ୍ୟକ୍ରମଟିକୁ ଅଯୌକ୍ତିକ ଭାବେ ପର୍ଯ୍ୟାୟ କ୍ରମରେ ସଜଡ଼ା ଯାଇଛି ।
- ସମସ୍ୟା, ଅନୁଶୀଳନୀ ଓ ମୂଲ୍ୟାୟନ ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ତଥା ପୁନରାବୃତ୍ତିର କୌଶଳ ଅବଲମ୍ବନ କରିଥାଆନ୍ତି ।
- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପରିସର ଯଥା - ସ୍ଥାନ ସଂକ୍ରାନ୍ତିୟ ଧାରଣା ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଯଥେଷ୍ଟ ସ୍ଥାନ ପାଇ ନାହିଁ ।
- ଅଧିକାଂଶ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କ ପାଖରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସ, ଧୈର୍ଯ୍ୟ, ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତି ଏବଂ ସହାୟତାର ଅଭାବ ଥାଏ ।
- ଗଣିତ ପଢ଼ାଉଥିବା ଅଧିକାଂଶ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ, ପଦ୍ଧତି ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଉପରେ ଯଥେଷ୍ଟ ଜ୍ଞାନ ଓ ଅଭିଜ୍ଞତା ନାହିଁ ।
- କେତେକ ଶିକ୍ଷକ ଗଣିତକୁ ଇତିହାସ ଓ ସାହିତ୍ୟ ଭଳି ଶିକ୍ଷାଦାନ କରିଥାନ୍ତି ।
- ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କ ପକ୍ଷରେ ଗୃହ ଓ ଶ୍ରେଣୀ କାର୍ଯ୍ୟର ଉଚିତ୍ ସଂଶୋଧନ କରିବା ସର୍ବଦା ସମ୍ଭବ ହୋଇନଥାଏ ।

- ପିଲାମାନଙ୍କର ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଯତ୍ନ ନେବା, ବିଶେଷ କରି ଗଣିତରେ ପ୍ରତି ପିଲାର ଅସଫଳତାର ପରିସର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାରେ ଯଥେଷ୍ଟ ଧ୍ୟାନ ଦେଉନାହାନ୍ତି ।
- ପ୍ରତିକାରମୂଳକ ଶିକ୍ଷଣ ବ୍ୟବସ୍ଥା ପ୍ରାୟ ହେଉ ନାହିଁ ।
- ଗଠନମୂଳକ ପରୀକ୍ଷଣ ଓ ତାର ବିଶ୍ଳେଷଣ ସଠିକ୍ ଭାବେ ହେଉନାହିଁ ।
- ପ୍ରଶିକ୍ଷଣରୁ ପାଉଥିବା ବିଷୟଗତ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା, ମୂଲ୍ୟାୟନ, ଜ୍ଞାନ ଓ କୌଶଳର ପ୍ରୟୋଗ ଶ୍ରେଣୀ ଗୃହରେ ହେଉନାହିଁ ।
- ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଶିଶୁ କୈନ୍ଦ୍ରିକ ପନ୍ଥା ଶିକ୍ଷକମାନେ ଅବଲମ୍ବନ କରୁନାହାଁନ୍ତି ।
- ପିଲାମାନଙ୍କୁ କଳ୍ପନା କରିବା, ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ, ଉପମା ପ୍ରଦାନ, ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା, ସରଳୀକରଣ, ବର୍ଗୀକରଣ, ଅନୁମାନ କରିବା, ଯାଞ୍ଚ କରିବା, ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ଇତ୍ୟାଦିର ସୁଯୋଗ ଶିକ୍ଷକ ଦେଉନାହାନ୍ତି ।
- ଉଚ୍ଚ ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ବିଷୟଭିତ୍ତିକ ଶିକ୍ଷକ ନାହାଁନ୍ତି ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ତ୍ରୁଟି ବିଶ୍ଳେଷଣ ଫଳପ୍ରଦ ଭାବେ ହେଉ ନାହିଁ ।

ଉପରେ ଆଲୋଚିତ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ - ଶିକ୍ଷଣର ସାଧାରଣ ସମସ୍ୟା । ଆସ ଓଡ଼ିଶାରେ ଦେଖା ଯାଉଥିବା କେତେକ ବିଶେଷ ସମସ୍ୟା କଥା ଆଲୋଚନା କରିବା ।

(i) ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସମ୍ପର୍କିତ :

* ଶିକ୍ଷକମାନେ ମୁଖ୍ୟତଃ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଶେଷ କରିବା ଉପରେ ପ୍ରାଧାନ୍ୟ ଦେଉଛନ୍ତି । ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ସମୟ ପୂର୍ବରୁ କିପରି ସିଲାବସ୍‌ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରସଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକର ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶେଷ ହେବ ସେଥିପ୍ରତି ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେଉଛନ୍ତି କିନ୍ତୁ ପିଲାର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା କିପରି ଗୁଣାତ୍ମକ ହେବ ସେଥିପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦେଉନାହାଁନ୍ତି, ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଭିତ୍ତିକ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଶିକ୍ଷକମାନେ ଦେଉଛନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ ବହିରେ ଯେଉଁ ଉଦାହରଣ, ସମସ୍ୟା, ପ୍ରଶ୍ନ, ଚିତ୍ର ଇତ୍ୟାଦି ଦିଆଯାଇଛି କେବଳ ସେତିକି ଶିକ୍ଷାଦାନ କରୁଛନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଉପରାନ୍ତେ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରୁ ଗଣିତ ଅନୁଭୂତି, ସମସ୍ୟା, ଜିନିଷ, ଚିତ୍ର ସଂଗ୍ରହ କରି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଦେବାରେ ଅବହେଳା ପ୍ରଦର୍ଶନ କରୁଛନ୍ତି ।

* ଶିକ୍ଷକମାନେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣରେ ପାଠ୍ୟ ସାମଗ୍ରୀ ଉପରେ ସ୍ୱଳ୍ପ ଗୁରୁତ୍ୱ ପ୍ରଦାନ କରୁଛନ୍ତି । ଫଳରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ଗଣିତର କେତେକ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଏବଂ କଷ୍ଟ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ହାସଲ କରିବାରେ ଅସଫଳ ହେଉଛନ୍ତି ।

(ii) ଶିକ୍ଷକ ସମ୍ପର୍କିତ :

ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର କହୁଛି ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀର ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ଜ୍ଞାନ ଓ ଅନୁଭୂତିକୁ ଶ୍ରେଣୀଗୃହକୁ ଆଣିବା ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀଗୃହର ଜ୍ଞାନକୁ ନେଇ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା । କିନ୍ତୁ ଆମର ଶିକ୍ଷକମାନେ ଏହି କଥା ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରାୟ ଅନୁସରଣ କରୁନାହାନ୍ତି ।

☆ ଶିକ୍ଷକ କୈନ୍ଦ୍ରିକ ଶିକ୍ଷା ଉପରେ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱ ପ୍ରଦାନ ଏବଂ ଶିଶୁ କୈନ୍ଦ୍ରିକ ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ବହୁତ କମ୍ ଧ୍ୟାନ ଦିଆଯାଉଛି ।

☆ ଅଧିକାଂଶ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ଗଣିତ ପ୍ରତି ଅହେତୁକ ଭୟର ପ୍ରଭାବ ପିଲାମାନଙ୍କ ଉପରେ ପଡ଼ିଥାଏ ।

☆ ଉଚ୍ଚପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ଅଭାବ ।

☆ ବହୁଶ୍ରେଣୀ ପରିଚାଳନାରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାପ୍ରତି ଉପଯୁକ୍ତ ଧ୍ୟାନର ଅଭାବ ।

(iii) ଶ୍ରେଣୀ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ସମ୍ପର୍କିତ :

- ☆ ଶିକ୍ଷକମାନେ ଘୋଷିବା ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ପ୍ରଦାନ କରୁଛନ୍ତି । ପିଲାମାନେ ମିଶାଣ, ଗୁଣନ ଖଦା, କେତେକ ନିୟମ, ଗାଣିତିକ ପ୍ରଣାଳୀ ଇତ୍ୟାଦି ଘୋଷି ମନେରଖି ଥାନ୍ତି, ଯାହା ଦୀର୍ଘସ୍ଥାୟୀ ନୁହେଁ । ସ୍ମୃତି ଶକ୍ତି ଅପେକ୍ଷା ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀର ବୋଧଶକ୍ତିର ବିକାଶ ସାଧନ କରାଇବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ଯତ୍ନବାନ ହେବା ଉଚିତ୍ ।
- ☆ ଶିକ୍ଷକମାନେ ବାସ୍ତବତାରୁ ଦୂରେଇ ଯାଉଛନ୍ତି ଏବଂ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣା ଓ ସଙ୍କେତ ଉପରେ ମାତ୍ରାଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱ ପ୍ରଦାନ କରୁଛନ୍ତି ।
- ☆ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଶିକ୍ଷା (meaningful learning) ର ଅବହେଳା ହେଉଛି ।
- ☆ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରସ୍ତୁତି ଓ ପରିଚାଳନାରେ ଅବହେଳା ପରିଲକ୍ଷିତ ହେଉଛି ।
- ☆ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ପ୍ରଶ୍ନପଚାରିବା ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ଦିଆଯାଉ ନାହିଁ । ଫଳରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀର ଅନେକ ସନ୍ଦେହ ଦୂରୀଭୂତ ହୋଇ ପାରୁ ନାହିଁ ।
- ☆ ଶ୍ରେଣୀ ବାହାରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ହୋଇପାରେ – ଏହା ଶିକ୍ଷକମାନେ ବିଶ୍ୱାସ କରିପାରୁ ନାହାଁନ୍ତି, ଯେ ଶ୍ରେଣୀ କୋଠରୀ ବାହାରକୁ ନେଇ ମଧ୍ୟ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଦେଇ ହେବ । ଶ୍ରେଣୀ ବାହାରକୁ ନେଇ ଶିକ୍ଷାଦାନ କଲେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ବାସ୍ତବ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ୍ଷ ଜ୍ଞାନ ଓ ଅନୁଭୂତି ହାସଲ କରିବାକୁ ସମର୍ଥ ହେବ ।

ଓଡ଼ିଶାରେ ଆଦିବାସୀ ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ କେତେକ ବିଶେଷ ଅସୁବିଧା ଅଛି ।

- ☆ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ତରରେ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଦିବାସୀ ଭାଷା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉନଥିବାରୁ ଓଡ଼ିଆରେ ଗଣିତ ପାଠ ଏପରି ପିଲାମାନଙ୍କ ପକ୍ଷେ କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ।
- ☆ ଆଦିବାସୀ ଭାଷାରେ ବ୍ୟବହୃତ ସଂଖ୍ୟାର ନାମକୁ ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷାରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ନାହିଁ ।
- ☆ ସଉରା ଭଳି କେତେକ ଆଦିବାସୀ ଭାଷାରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଗଣନ ପଦ୍ଧତି ଅଛି । ସେଥିସହିତ ସମ୍ପର୍କିତ ନକରି ସିଧାସଳଖ ଦଶମିକ ପଦ୍ଧତିରେ ଗଣନ ଶିକ୍ଷା ଏପରି ପିଲାଙ୍କ ପାଇଁ ବୁଝିବା କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ହେଉଛି ।

ଉପରେ ଓଡ଼ିଶାରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶିକ୍ଷଣରେ ଥିବା କେତେକ ଅସୁବିଧା ଆଲୋଚନା କଲେ, ଏହି ଅସୁବିଧା ସହିତ ତୁମେମାନେ ନିଶ୍ଚୟ ସହମତି ପ୍ରଦାନ କରିବ ଏବଂ ତୁମେ ମଧ୍ୟ ଆଉ କିଛି ଅସୁବିଧା ତାଲିକା କରି ପାରିବ । ଏହି ଅସୁବିଧା ଗୁଡ଼ିକ ଦୂରୀକରଣ ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକମାନେ ଯତ୍ନଶୀଳ ହେଲେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଦକ୍ଷତା ଆସିପାରିବ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

* ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷା ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ – ଶିକ୍ଷଣରେ ଥିବା କେଉଁ କେଉଁ ଅସୁବିଧା ଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସମ୍ପର୍କିତ ?

6.7 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ :

- ☆ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିର ପ୍ରମାଣ ହେଉଛି କେତେକ କ୍ରମାଗତ ତର୍କଯୁକ୍ତ ସୋପାନ ଯାହା କେତେକ ଗ୍ରହଣ ଯୋଗ୍ୟ ନିୟମ ପାଇଁ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥାଏ ।
- ☆ ସଂକ୍ଷିପ୍ତତା ହେଉଛି ଗଣିତର ଏକଧର୍ମ ଯାହା ଆମର ଉକ୍ତି କୁ ସଠିକ୍, ସ୍ପଷ୍ଟ, ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ, ବୋଧଗମ୍ୟ ଓ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ କରାଇଥାଏ । ଗଣିତ ଦକ୍ଷତା ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଏହି ଅଭ୍ୟାସ ଅନୁଶୀଳନ କରିଥାଏ ।
- ☆ ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରରେ ଅମୂର୍ତ୍ତତା ହେଉଛି ଏକ ବିସ୍ମୟକର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ । ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରର ବିସ୍ତୃତ ପରିସରକୁ ପରିବେଷ୍ଟନ କରିବାରେ ଅମୂର୍ତ୍ତତା ଏକ ମାଧ୍ୟମ ହୋଇପାରିଛି ।

☆ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟତା, ଶୃଙ୍ଖଳା, ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟକ୍ରମ ଏବଂ ସଂରଚନା ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରର ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଧର୍ମ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଦ୍ୱାରା ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ଏହି ଗୁଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଆତ୍ମୀକରଣ କରେ ।

☆ ମନୁଷ୍ୟର ପ୍ରତ୍ୟେକ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପରେ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଓ ପ୍ରଣାଳୀର ପ୍ରୟୋଗ ଅନିବାର୍ଯ୍ୟ । ତେଣୁ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଓ ସ୍ତରରେ ଗଣିତଜ୍ଞାନ ଆବଶ୍ୟକ ।

☆ ଏକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟତା ଯାଞ୍ଚ କରିବାକୁ ହେଲେ ତୁମକୁ ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସତ୍ୟ ବୋଲି ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ହେବ । ଯଦି ଉକ୍ତିଟି ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ ତେବେ ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ନୁହେଁ ବୋଲି ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ ।

☆ ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତନରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଓ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତନ ପାଇଁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଚିନ୍ତନ ଏବଂ ତର୍କଯୁକ୍ତ ପ୍ରଜ୍ଞା ଆବଶ୍ୟକ ।

☆ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଆମକୁ ସକ୍ଷମ କରାଏ । ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ, ସିଦ୍ଧାନ୍ତୀକରଣ, ତୁଳନା, ବସ୍ତୁର ସଂରଚନାକୁ ଅନୁକରଣ, ତଥ୍ୟ ଓ ବସ୍ତୁର ବର୍ଗୀକରଣ, ପ୍ରୟାସ ଓ ପ୍ରମାଦ ପ୍ରଣାଳୀର ବ୍ୟବହାର, ଉପଯୁକ୍ତ କୌଶଳ/ପନ୍ଥାର ବ୍ୟବହାର ଇତ୍ୟାଦି ମାନସିକ ଦକ୍ଷତା ଓ ଜ୍ଞାନ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଦ୍ୱାରା ବିକାଶ ହୋଇଥାଏ ।

☆ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ପଢ଼ାଯାଇଥିବା ଅନ୍ୟ ବିଷୟ ଗୁଡ଼ିକ ଗଣିତଶାସ୍ତ୍ର ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଭାବିତ । ଅନ୍ୟ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବିଭିନ୍ନ ଜ୍ଞାନ ଓ ଧାରଣା ଆହରଣ ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ଆବଶ୍ୟକତା ଚାହିଁଛି ।

☆ ଓଡ଼ିଶାରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶିକ୍ଷଣରେ ଦେଖା ଦେଉଥିବା ଅସୁବିଧା ଆଲୋଚନା କଲେ । ଏଗୁଡ଼ିକର ଦୂରୀକରଣ ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ମନୋଭାବରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଏକାନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ ।

6.8 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ :

1. 'ଗଣିତ ହେଉଛି ତର୍କଯୁକ୍ତ' – ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ସମୟରେ ତୁମେ ଗଣିତର ଏହି ନିୟମକୁ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରିବ ?

2. ଗଣିତ ହେଉଛି ସଂରଚନାର ଅଧ୍ୟୟନ, କିପରି ?

3. ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତନ ଦକ୍ଷତାର ବିକାଶ ପାଇଁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଗୁରୁତ୍ୱ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ – ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

4. ଗାଣିତିକ ଭାଷାର ଲକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ? ବୁଝାଅ ।

5. ଗାଣିତକ ସଂରଚନା ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ଲୁଗାଧଡ଼ିର ଚିତ୍ର କର ।

6. ଗଣିତ ଓ ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସହ ସମ୍ବନ୍ଧ ଆଲୋଚନା କର ।

7. ଗାଣିତିକ ଢଙ୍ଗରେ ଚିନ୍ତା କରିବା ଅର୍ଥ କ'ଣ ?

8. ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷାସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ – ଶିକ୍ଷଣରେ ଥିବା କେଉଁ ଅସୁବିଧାଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷକ ସମ୍ପର୍କିତ ?

6.9 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ :

- NCERT (2005), ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର, 2005, ନୂଆଦିଲ୍ଲୀ : NCERT
- IGNOU (1997), - Teaching of Primary School Mathematics : Block -1
  - Aspects of teaching Mathematics, New Delhi : IGNOU
- Sterling Publication (1990), The Teaching of Mathematics - K.S. Sidhu
- ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ ଓଡ଼ିଶା, (1999) – ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି : ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ
- Leaving Mathematics at Elementary Level (Block - I), New Delhi, NIOS, 2012.

ଏକକ : 7

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଗଠନକ୍ରମ :

7.1 ଉପକ୍ରମ

7.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

7.3 ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ପୁରୋଦୃଷ୍ଟି

7.3.1 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ

7.3.2 ବିଦ୍ୟାଳୟ ବାହାରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା

7.3.3 ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା

7.3.4 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଅନୁକୂଳ ବାତାବରଣ

7.4 ଶିଶୁର ବିକାଶ ଉପଯୋଗୀ ଗାଣିତିକ ଶିକ୍ଷା ।

7.5 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

7.5.1 ବୃହତ୍ତର ଓ ସଂକୀର୍ଣ୍ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ

7.5.2 ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

7.6 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ

7.7 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

7.8 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

7.9 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ ।

7.1 ଉପକ୍ରମ :

ପୂରାତନ କାଳରୁ ଗଢ଼ିଉଠିଥିବା ବିଭିନ୍ନ ସଭ୍ୟତାରେ ଗଣିତ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରି ଆସିଛି । ଗଣିତ ଏକ ମୌଳିକ ବିଷୟ ଯାହା ଜୀବନର ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରିଥାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଠରେ ଗଣିତର ବ୍ୟବହାର ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ । ଆଜି ବିଜ୍ଞାନ ଓ ପ୍ରଯୁକ୍ତି ବିଦ୍ୟାର ଯେଉଁ ଅହେତୁକ ଉନ୍ନତି ହୋଇଛି ତାହା କେବଳ ଗାଣିତିକ ପ୍ରୟୋଗର ପ୍ରଭାବ କହିଲେ ଅତ୍ୟୁକ୍ତି ହେବ ନାହିଁ । ପ୍ରସିଦ୍ଧ ବ୍ରିଟିଶ୍ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନୀ ସାର୍ ଜେମସ୍ ଜିନ୍‌ସ (Sir James Jeans) ଙ୍କ ମତରେ "God is a Supreme Mathematician who created this well ordered and systematic Universe" । ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷରେ ବା ପରୋକ୍ଷରେ ଗଣିତ ହେଉଛି ଆମ ଜୀବନର ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ଅଂଶ । ଏଣୁ ଗଣିତରେ ସମସ୍ତଙ୍କର ଅତିକମ୍‌ରେ ବ୍ୟାବହାରିକ ଜ୍ଞାନ ଓ ଦକ୍ଷତା ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଗଣିତ ସବୁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟବହାର ହେଉଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଅନେକ ଏହାକୁ ଏକ କଠିନ ବିଷୟ ବୋଲି ଭାବନ୍ତି । ଏହା ସାଧାରଣ ଲୋକଙ୍କ ବୁଝିବା ଶକ୍ତି ଠାରୁ ଭିନ୍ନ ବୋଲି ଭାବନ୍ତି । କିଛି ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ଓ ଶିକ୍ଷକ ମଧ୍ୟ ଗଣିତ ବିଷୟକୁ ଭୟ କରନ୍ତି । କିଛି ଶିକ୍ଷକ ମଧ୍ୟ ନିଜର ଗାଣିତିକ ଭୟକୁ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଲଦି ଦିଅନ୍ତି । ଫଳରେ ସେମାନେ ଗଣିତକୁ ଭୟ କରିବା ଆରମ୍ଭ କରନ୍ତି । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଓ ଶିକ୍ଷାଦାନ ସମୟରେ ଆମ ମନରେ ଅନେକ ପ୍ରଶ୍ନ ଆସେ । ଆମେ କାହିଁକି ଗଣିତ ଭଳି ଏକ କଠିନ ବିଷୟ ପଢ଼ିବା ? ଆମର ଜୀବନରେ ଗାଣିତିକ ସଂକେତ, ଚିହ୍ନ, ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ଯୁକ୍ତି ଭଳି କଳ୍ପନାରାଜି କେଉଁ କାମରେ ଆସିବ ? ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ଆମର କ'ଣ ଉନ୍ନତି ହେବ ? ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ କ'ଣ କେବଳ ଏକ କୌତୁହଳ ! ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପାଇବା ପାଇଁ ଆମ୍ଭେମାନେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଦୂର ଦୃଷ୍ଟିଗୁଡ଼ିକ ଜାଣିବା ନିତ୍ୟାନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ ।

7.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ଏହି ଏକକଟି ଅଧ୍ୟୟନ ପରେ ତୁମେ

- ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ଦୂରଦୃଷ୍ଟି ବ୍ୟକ୍ତ କରିବ ।
- ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାରେ ଶିଶୁର ବିକାଶ ଅନୁଯାୟୀ ଗାଣିତିକ ଶିକ୍ଷଣର ଧାରାଗୁଡ଼ିକ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବ ।
- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନର ବୃହତ୍ତର ଓ ସଂକୀର୍ଣ୍ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବ ।
- ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିବେଶ ସୃଷ୍ଟି କରିବାରେ ସମର୍ଥ ହେବ ।

7.3 ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ପୁରୋଦୃଷ୍ଟି :

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତି ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଆକୃଷ୍ଟ କରାଇବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷାର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ । କିନ୍ତୁ ଆମ୍ଭମାନଙ୍କର ପଢ଼ାଇବା ଶୈଳୀ, ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷର ପରିବେଶ ଓ ପିଲାମାନଙ୍କ ସହ ଭାବ ବିନିମୟ ହେବାର କୌଶଳ ଆମର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଧାରଣା, ବିଶ୍ୱାସ ଓ ଫଳାଫଳ ଉପର ନିର୍ଭର କରେ । ଅନେକ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକ, ଅଭିଭାବକ, ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ଗଣିତକୁ ଏକ ନିରସ, କଳ୍ପନା / ଭାବନା ରହିତ ଓ କଠିନ; ଏହା କେବଳ ଘୋଷା ଦ୍ୱାରା ସମ୍ଭବ; ଏହାକୁ କମ୍ ଓ ଦକ୍ଷ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଗ୍ରହଣ କରି ପାରୁଥିବା ବିଷୟ ଭାବରେ ମନେ କରନ୍ତି । ଗଣିତକୁ ଏକ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ, ଆନନ୍ଦ ଦାୟକ ଓ ସମସ୍ତଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଶିଖିବା ସମ୍ଭବ ହୋଇ ପାରୁଥିବା ବିଷୟ ବୋଲି କହି ପାରିବା କି ?

ଆସ ଦେଖିବା "ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ପୁରୋଦୃଷ୍ଟି (Vision)" ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାତୀୟ ସ୍ତରରେ କ'ଣ କୁହାଯାଇଛି ।

ଜାତୀୟ ଶିକ୍ଷା ନୀତି 1968 "...ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଶିଳ୍ପ ବିପ୍ଳବର ଏହି ଦୁନିଆରେ ଗଣିତ ପ୍ରତି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଧ୍ୟାନ ଦିଆଯିବା ଦରକାର ।"

ଜାତୀୟ ଶିକ୍ଷା ନୀତି 1986 "ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଭାବିବା, ଯୁକ୍ତି କରିବା, ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ଓ କାରଣ ଦର୍ଶାଇବା ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ରଖିବା ଉଚିତ ।''

ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର 2005 "ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପିଲାର ଚିନ୍ତା, ବର୍ଣ୍ଣନା, ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର, ଆଲୋଚନା ,ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି ବୃଦ୍ଧିର ଦକ୍ଷତା, ସରଳୀକରଣ, ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ... ଇତ୍ୟାଦି ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ ।"

ଏହି ସବୁ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର 2005 ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ନିମିତ୍ତ ପୁରୋଦୃଷ୍ଟି ନିମ୍ନମତେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିଛନ୍ତି ।

- ପିଲାମାନେ ଗଣିତକୁ ଭୟ କରିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଉପଭୋଗ କରିବା ଶିଖନ୍ତି ।
- ପିଲାମାନେ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣିତ ଶିଖନ୍ତି : ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ର ଏବଂ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାଠାରୁ ଗଣିତ ଆହୁରି କିଛି ଅଧିକ। ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ର ଓ କୌଶଳ କେବଳ ଘୋଷି କରି ମନେ ପକାଇବା ଅପେକ୍ଷା ଏଗୁଡ଼ିକ କିପରି ଓ କେତେବେଳେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ସେଥିପାଇଁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯିବା ଦରକାର ।
- ପିଲାମାନେ ବାର୍ତ୍ତାଳାପ କରିବା ଓ ଭାବ ପ୍ରକାଶର ମାଧ୍ୟମ ଜଣାଇବା ନିଜ ମଧ୍ୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା, ଏକାଠି ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ପରସ୍ପର ମଧ୍ୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଏବଂ ମିଳିମିଶି କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାରେ ଗଣିତକୁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରନ୍ତି ।
- ପିଲାମାନେ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ସମସ୍ୟାର ସୃଷ୍ଟି ଓ ସମାଧାନ କରନ୍ତି : ପିଲାମାନେ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଭିତରେ ମନୋନିବେଶ କରନ୍ତି ଏବଂ ସମାଧାନ କରନ୍ତି । ଗଣିତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦକ୍ଷତା ବଢ଼ାଇବା ସହିତ ଅନେକ ନୂତନ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ଓ ତାହାକୁ ସମାଧାନ କରିବାର ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି କରେ ।
- ପିଲାମାନେ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣାର ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି : ପିଲାମାନେ ଉକ୍ତିର ସଂପର୍କକୁ ଧାରଣା କରିବା, ଏହାର ଗଠନକୁ ଆକଳନ, ଜିନିଷ ଗୁଡ଼ିକର ଯଥାର୍ଥ୍ୟ ପ୍ରତିପାଦନ ଏବଂ ସତ୍ୟାସତ୍ୟକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣାକୁ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି । ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଚିନ୍ତା ଗଣିତର ଏକ ଅମୂଲ୍ୟ ଉପହାର । ଏଥିପାଇଁ ପିଲାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଚିନ୍ତା କରିବା, ଭାବ ଆଦାନ ପ୍ରଦାନ କରିବାର ଅଭ୍ୟାସ ସୃଷ୍ଟି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ମାଧ୍ୟମରେ ହିଁ ସମ୍ଭବ ।
- ପିଲାମାନେ ଗଣିତର ମୌଳିକ ସଂରଚନାକୁ ବୁଝନ୍ତି : ପାଟୀଗଣିତ, ବୀଜଗଣିତ, ଜ୍ୟାମିତି ଏବଂ ତ୍ରିକୋଣମିତି ଯାହାକି ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତର ମୌଳିକ ବିଷୟବସ୍ତୁ । ଏସବୁ ବିଷୟ ଶିକ୍ଷା ଦ୍ୱାରା ଅମୂର୍ତ୍ତ ଚିନ୍ତା, ସଂରଚନା ସୃଷ୍ଟି ଏବଂ ସରଳୀକରଣ ପାଇଁ ପଦ୍ଧତି ପ୍ରଦାନ କରିଥାନ୍ତି ।
- ଶ୍ରେଣୀର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗଣିତ ଶିଖି ପାରିବେ ଏହି ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସ ରଖି ଶିକ୍ଷକ ଶ୍ରେଣୀରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ ନିୟୋଜିତ କରିଥାଆନ୍ତି ।

7.3.1 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ :

ଆମେ ଗୋଟିଏ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ହେଉଥିବା ଶ୍ରେଣୀରେ କ'ଣ କ'ଣ ଦେଖିବା ଚିନ୍ତା କର । ଆମେ ଦେଖିବା, ଶିକ୍ଷକ କଳାପଟାପାଖରେ ଠିଆ ହୋଇଛନ୍ତି । ଚକ୍‌ଟିଏ ହାତରେ ଧରିଛନ୍ତି । ବର୍ଣ୍ଣନା କରୁଛନ୍ତି, କଳାପଟାରେ ଗଣିତର ସମାଧାନ କରୁଛନ୍ତି । କଳାପଟା ଦେଖି ଲେଖିନେବା ପାଇଁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଦେଉଛନ୍ତି । ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀର ସମାଧାନ କରୁଛନ୍ତି । ବେଳେବେଳେ ପିଲାମାନେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେଉଛନ୍ତି ବା ଶିକ୍ଷକ କରିଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ଦୋହରାଉଛନ୍ତି, ଶିକ୍ଷକ କାର୍ଯ୍ୟବ୍ୟସ୍ତ ଅଛନ୍ତି ଓ ପିଲାମାନେ କେବଳ ଶୁଣୁଛନ୍ତି । ଏଭଳି ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ କି କି ଅସୁବିଧା ହେଉଥିବ ?

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ଅସୁବିଧା :

- ଭୟ ଓ ଅକୃତ କାର୍ଯ୍ୟ : ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଏକ ସାମାଜିକ ସମ୍ମାନବୋଧ ପରିଲିଖିତ ହୁଏ । ବ୍ୟାବହାରିକ କାରଣ ଯୋଗୁଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ, ପିତାମାତା, ଅଭିଭାବକ ଓ ସମାଜର ସବୁ ଶ୍ରେଣୀର ଲୋକ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ ପ୍ରକାଶ କରିଥାନ୍ତି ଏବଂ ଏହାକୁ ଏକ କଷ୍ଟସାଧ ବିଷୟ ରୂପେ ବିବେଚନା କରନ୍ତି । । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅଧିକାଂଶ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଠିକ୍ ଭାବରେ ଜାଣି ନଥାନ୍ତି । ଏହା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଅହେତୁକ ଭୟ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ ଓ ପିଲାମାନେ ଅକୃତ କାର୍ଯ୍ୟ ହେବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

- ଅନାକର୍ଷଣୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ : ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷାର ସବୁ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ପିଲାଙ୍କୁ ଆଦୌ ସ୍ୱାଭାବିକ ଭାବେ ଆକୃଷ୍ଟ କରେ ନାହିଁ । ଏଥିରେ ପାଠ ବୋଝ ଅନ୍ୟ ବିଷୟମାନଙ୍କଠାରୁ ଯଥେଷ୍ଟ ଅଧିକ ଏବଂ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସୂତ୍ର, ପ୍ରଣାଳୀ, କୌଶଳ, ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ । ଗଣିତ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକ ଅନେକ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀରେ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ, ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସାଧାରଣ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ସମସ୍ୟା ଠାରୁ ବହୁ ଦୂରରେ ।

- ସ୍ୱଳ୍ପ ଶିକ୍ଷଣ ଉପକରଣ : ଅଧିକାଂଶ ପିଲାଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଏକମାତ୍ର ସମ୍ବଳ । ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକ ଉଦାହରଣ ଓ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ । ଏଥିରୁ ପିଲାମାନେ କମ୍ ଆନନ୍ଦ ପାଆନ୍ତି । ଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉପକରଣ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଖୁବ୍ କମ୍ ଥାଏ ଓ ଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ବେଳେ ସେଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର କ୍ୱଚିତ୍ କରାଯାଇଥାଏ ।

- ତ୍ରୁଟିପୂର୍ଣ୍ଣ ମୂଲ୍ୟାୟନ ପଦ୍ଧତି : ଅଧିକାଂଶ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ କେବଳ ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ରର ମନେ ପକାଇବା ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଆମ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଶିକ୍ଷାଦାନ କେବଳ ପରୀକ୍ଷାକୁ ଆଖି ଆଗରେ ରଖି କରାଯାଇଥାଏ । ପିଲାମାନଙ୍କର ଅନୁଭୂତିକୁ ଆଧାର କରି କରାଯାଇ ନଥାଏ । ପରୀକ୍ଷଣ ମଧ୍ୟ ପିଲାମାନଙ୍କର ଅନୁଭୂତିକୁ ଆଧାର କରି ହୋଇ ନ ଥାଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ- ପିଲାମାନଙ୍କୁ 3 + 5 = --- ? ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆ ଯାଇଥାଏ । କେତେ ବେଳେ --- + --- = 8 ଦିଆଯାଏ ନାହିଁ । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବାରେ ପିଲାଙ୍କୁ ଅଧିକ ସ୍ୱାଧୀନତା ମିଳିଥାଏ । ଗଠନ ମୂଳକ ଓ ସମାପ୍ତି ସ୍ୱଚକ ମୂଲ୍ୟାୟନରେ ଏକା ପ୍ରକାର ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଏ ।

- ସୀମିତ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ : ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଶିକ୍ଷାଦାନ ବିଶେଷ ଭାବରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତି, ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ବୁଝିବା ଦକ୍ଷତା, ପଢ଼ାଇବା କୌଶଳ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ପ୍ରସ୍ତୁତି ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଆମ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗୁଡ଼ିକରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଭାବରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ଅଭାବ ଥିବାରୁ ଅନ୍ୟ ଶିକ୍ଷକମାନେ ଗଣିତ ପଢ଼ାଇବା ପାଇଁ ବାଧ୍ୟ ହୁଅନ୍ତି । ସେମାନେ ମଧ୍ୟ କେବଳ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ଆଧାର କରି ଶିକ୍ଷାଦାନ କରନ୍ତି । ବେଳେ ବେଳେ ଶିକ୍ଷକମାନେ ଭାବନ୍ତି ସେମାନେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ସବୁ କିଛି ଜାଣିଛନ୍ତି । ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତୁତିର ଅଭାବ ହେତୁ ଏଭଳି ପରିସ୍ଥିତି ଉପୁଜିଥାଏ ।

- ଅନାକର୍ଷଣୀୟ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରଣାଳୀ : ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରଣାଳୀ ତ୍ରୁଟିପୂର୍ଣ୍ଣ ପରି ମନେ ହୁଏ । କାରଣ ଶିକ୍ଷକମାନେ କେବଳ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ବିଷୟ ବସ୍ତୁକୁ ଆଲୋଚନା କରନ୍ତି । ଶିକ୍ଷଣର ଶୈଳୀ ଆକର୍ଷଣୀୟ ନୁହେଁ । ଘୋଷା ପଦ୍ଧତିରେ ବିଶ୍ୱାସ, ଶିକ୍ଷଣ ଅପେକ୍ଷା ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ଗୁରୁତ୍ୱ; ବୋଧ, ପ୍ରୟୋଗ ଓ ଦକ୍ଷତା ଅପେକ୍ଷା ଜ୍ଞାନ ଉପରେ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

- ଆଗ୍ରହର ଅଭାବ : ଅଧିକାଂଶ ପିଲାମାନେ ଗଣିତକୁ ଏକ କଷ୍ଟ ବିଷୟ ବୋଲି ଭାବନ୍ତି । ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି ଆଦୌ ଆକର୍ଷଣୀୟ ନୁହେଁ । ଏପରିକି ପିଲାମାନେ ଜାଣନ୍ତି ନାହିଁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଦ୍ୱାରା ସେମାନଙ୍କର କ'ଣ ଉନ୍ନତି ହେବ । ତେଣୁ ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ କମିଯାଏ ।

7.3.2 ବିଦ୍ୟାଳୟ ବାହାରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା :

ଆମ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟଗୁଡ଼ିକରେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ଶିକ୍ଷଣର ଉତ୍ସ ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ବା ଅଭିଭାବକମାନେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ବାହାରୁ କୌଣସି ବହି ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି ନାହିଁ । କାରଣ କେବଳ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ବିଷୟ ଓ ପ୍ରଶ୍ନ ଉପରେ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନ ପରୀକ୍ଷାରେ ଆସିଥାଏ । ଏଠାରେ କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ ମନକୁ ଆସେ ଯଥା : ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ଆଧାର କରି ହୋଇଥାଏ କି ? ଲେଖକ ମଣ୍ଡଳୀଙ୍କର ଶିଶୁ ମନୋବିଜ୍ଞାନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଧାରଣା ଥାଏ କି ? ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ପରିବେଶ ଓ ଅଭିଜ୍ଞତାକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଇଥାଏ କି ? ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ଆଶାନୁରୂପ ଉତ୍ତର ଆମ ପାଖରେ ନଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକକୁ ଶିକ୍ଷଣର ମୂଳଉତ୍ସ ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରିଥାଉ ।

ପିଲାମାନେ କେବଳ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଠାରୁ ଶିଖନ୍ତି ନାହିଁ । ସେମାନେ ସାଙ୍ଗ ସାଥିମାନଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କରି ଓ ପରିବେଶରୁ ଅନେକ କିଛି ଶିଖନ୍ତି । ଯଦି ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆନନ୍ଦ ଦାୟକ, କାର୍ଯ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ, ବିଚାର କରିବାର ଓ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିବାର ସୁଯୋଗ ଏବଂ ପରିବେଶ ସହ ଖାପ ଖାଉଥିବ ତେବେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସହଜରେ ଶିଖିଥାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କିଛି ନା କିଛି ଶିଖିଥାଏ । ଘରେ, ବାହାରେ, ଖେଳପଡ଼ିଆରେ, ବଜାରରେ ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନରେ ଶିଖିବାର ସୁଯୋଗ ଥାଏ । ତେଣୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାକୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଭିତରେ ସୀମିତ ନରଖି ବିଦ୍ୟାଳୟ ବାହାର ଶିକ୍ଷଣ ସହିତ ସଂଯୁକ୍ତ କରିବା ଆମର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହେବା ଦରକାର ।

ପରିସ୍ଥିତି - 1. ଗୋଟିଏ ବସ୍‌ରେ 50 ବର୍ଷରୁ ଅଧିକ ବୟସ ହୋଇଥିବା ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା 28 ଓ 50 ବର୍ଷରୁ କମ୍ ବୟସ ହେଇଥିବା ଲୋକସଂଖ୍ୟା 12 ହୋଇଥିଲେ ସେ ବସ୍‌ରେ କେତେ ଜଣ ଲୋକ ଥିଲେ ?

ଗୋବିନ୍ଦ : ସେ ବସ୍‌ରେ 40 ଜଣ ଲୋକ ଥିଲେ ।

ରିନା : ସେ ବସ୍‌ରେ 43 ଜଣ ଲୋକ ଥିଲେ ।

ରତନ : ଉତ୍ତରଟିକୁ ଠିକ୍‌ରେ କହି ପାରିବି ନାହିଁ । ମାତ୍ର ଏହା 40 ରୁ ଅଧିକ ।

କାହାର ଉତ୍ତରଟି ଠିକ୍ ଓ କାହିଁକି ?

ଉତ୍ତର ଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଣ୍ଣନା

ଗୋବିନ୍ଦ : 28 + 12 = 40

ରିନା : 28 + 12 = 40 ଜଣ ଯାତ୍ରୀ ଏବଂ ଡ୍ରାଇଭର, କଣ୍ଡକ୍ଟର, ହେଲ୍‌ପର ମିଶି 3 ଜଣ ଥିଲେ । ସେଥିପାଇଁ ବସ୍‌ରେ ମୋଟ 40 + 3 = 43 ଜଣ ଲୋକ ଥିଲେ ।

ରତନ : ଯେଉଁମାନଙ୍କୁ ଆଜି 50 ବର୍ଷ ସେମାନଙ୍କର କଥାକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଇନାହିଁ ।

ଉତ୍ତରଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଣ୍ଣନା ପଢ଼ି ସାରିବା ପରେ ତୁମର କ'ଣ ଧାରଣା ହେଲା ? ଆମେ ପରୀକ୍ଷାକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ଗୋବିନ୍ଦକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ମାର୍କ ଦେଇଥାଉ କିନ୍ତୁ ରିନା ଓ ରତନର ଉତ୍ତରକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । କ'ଣ ସେମାନେ ଭୁଲ କହିଥିଲେ ?

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଟି କ'ଣ ?

ରିନା ଓ ରତନ ସେହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଟିକୁ ହାସଲ କରି ପାରିଛନ୍ତି କି ?

ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଆଲୋଚନା ହୋଇଥିବା ତଥ୍ୟ ସବୁ ମନେ ପକାଇ ଗୋବିନ୍ଦ ଉତ୍ତର ଦେଇଛି, କିନ୍ତୁ ରିନା ଓ ରତନ ସେମାନଙ୍କର ଅଭିଜ୍ଞତାକୁ ଆଧାର କରି ଉତ୍ତର କହିଛନ୍ତି ।

ପରିସ୍ଥିତି - 2 : ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନଙ୍କୁ କହିଲେ 18 × 12 = କେତେ (ଲେଖିବା ଉପକରଣ ବ୍ୟବହାର ନ କରି)

ପାପାଲି : 18 × 10 + 18 × 2 = 216
ମାମାଲି : 12 × 10 + 12 × 8 = 216
ସୌମ୍ୟା : 18 × 12 = 216
ସୌଜନ୍ୟା : 20 × 12 - 2 × 12 = 216

ଚାରିଜଣ ପିଲାଙ୍କର ଉତ୍ତରକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯାଉ । କିଏ କିପରି ବିଦ୍ୟାଳୟ ବାହାର ଧାରଣାକୁ ସଂପର୍କ ରଖନ୍ତି । ଆମେ ଯଦି ଏହିପରି ଭାବରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ତାଙ୍କର ନିଜସ୍ୱ ପଦ୍ଧତି ଓ ଅଭିଜ୍ଞତାକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଗଣିତ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଦେବା ତେବେ ଅନେକ ପ୍ରକାରର କୌଶଳରେ ସମାଧାନ କରିପାରିବ ।

ଜୀବନ ସହିତ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ସଂପର୍କିତ କରିବାର ସୁଯୋଗ :

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଭିତରେ ବା ବାହାରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଅନେକ ଅଭିଜ୍ଞତା ଓ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ସହିତ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ନିବିଡ଼ ସଂପର୍କ ରହିଛି । ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରୁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଏ ସଂପର୍କରେ ସଚେତନ କରାଗଲେ ସେମାନେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଓ ତହିଁର ବାସ୍ତବ ଜୀବରେ ପ୍ରୟୋଗ ପାଇଁ ଅଧିକ ଆଗ୍ରହୀ ହେବେ । ତଦ୍ଦ୍ୱାରା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ବାସ୍ତବରେ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବା ସହ ପିଲାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଆଗ୍ରହୋଦ୍ଦିପକ ଏବଂ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ହେବ । ନିମ୍ନରେ ବାସ୍ତବ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଓ ପ୍ରୟୋଗର କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି ।

ବଜାର : ଅଧିକାଂଶ ପିଲା ନିଜର ବାପା ଓ ମାଙ୍କ ସହିତ ବଜାରକୁ ଯାଉଥିବେ । ସେମାନେ ଦୋକାନୀର ବ୍ୟବହାର, କିଣା ଓ ବିକାର ଶୈଳୀକୁ ଦେଖିଥିବେ । ଶିକ୍ଷକ ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷରେ ଏହାର ଉପଯୋଗ କରି ଲାଭ ଓ କ୍ଷତି, ବିଲ୍ / ଚିଠା ପ୍ରସ୍ତୁତ, ଓଜନ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ, ଟଙ୍କା ଗଣିବାର ଶୈଳୀ, ପରିମାଣ, ଦାମ୍ ଇତ୍ୟାଦିରୁ ଶିଖାଇଲେ ଶିକ୍ଷଣ ଜୀବନର ପରିସ୍ଥିତି ସହ ସଂପର୍କ ରକ୍ଷା କରିପାରିବ ।

ବଗିଚା : ପିଲାମାନେ ଘରେ, ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଓ ସାଙ୍ଗ ସାଥୀମାନଙ୍କ ଖେଳିବା ସମୟରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କ୍ଷେତ୍ର ତିଆରି କରିଥାଏ । ସେତେବେଳେ ଗଣନ, ପରିମାପ, କୋଣ ଅଙ୍କନ କରିବା, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ରେଖା, ହାରାହାରି ଇତ୍ୟାଦି ଉପରେ ଧାରଣା ନ ଥାଇ ପାରେ । କିନ୍ତୁ ସେ ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରେ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଖ 2 ମିଟରର ଏକ କ୍ଷେତ୍ର ସେ କିପରି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବ ? ପିଲାଟି କ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ସାରିବା ପରେ ତାର ସହିତ ଆଲୋଚନା କଲେ ଆମେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ କିଛି ନୂତନ ତଥ୍ୟ ପାଇପାରିବା । ଆମେ ଶିଖାଇ ନ ଥିବା ଅନେକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଧାରଣା ନିଜର ଅଭିଜ୍ଞତା ବଳରେ ସେ ପାଇପାରିବ ।

ବାସ୍ତବ ଜୀବନ : ଗୋଟିଏ ବେଙ୍ଗ ଗୋଟିଏ ଖମ୍ବରେ ଦିନ ବେଳା 30 ମିଟର ଚଢ଼େ ଓ ରାତି ବେଳା 20 ମିଟର ଖସି ଆସେ । 50 ମିଟର ଏକ ଖମ୍ବକୁ କେତେ ଦିନରେ ଚଢ଼ି ପାରିବ । ଅଧିକାଂଶ ପିଲାଙ୍କ ଉତ୍ତର 30 - 20 = 10 ମିଟର, ତେଣୁ 50 ÷ 10 = 5 ଦିନ ହେବ । କିନ୍ତୁ ଜଣେ ପିଲା କହିଲା ଉତ୍ତର 3 ଦିନ ହେବ । ଦୁଇ ଦିନରେ ବେଙ୍ଗଟି 20 ମିଟର ଚଢ଼ିଲା ଓ ତୃତୀୟ ଦିନ ବେଙ୍ଗଟି 50 ମିଟର ଖମ୍ବର ଉପରକୁ ଚଢ଼ିଗଲା । ଏଠାରେ ପିଲାଟି ତାର ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ସହିତ ସଂପର୍କ ରଖି ଠିକ୍‌ରେ ଉତ୍ତରଟି ଦେଇ ପାରିଛି । ତେଣୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ବେଳେ ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ସହିତ ସଂପର୍କ ରଖିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଡିଜାଇନ୍ ପ୍ରସ୍ତୁତି - ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକରେ ମଲାଟ ଲଗାଇବା, ଘରକୁ ସଜାଇବା, ଚିତ୍ର ତିଆରି କରିବା, ବଗିଚାରେ ଗଛ ଲଗାଇବା, ଇତ୍ୟାଦି ସମୟରେ ପିଲାମାନେ ସେମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ପ୍ରୟୋଗ କରନ୍ତି କି ? କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠିରେ ନିଜର ନାମକୁ ସଜାଇ ହେବ ? ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ସଜାଇବାର ଉପାୟ ଓ କୌଶଳକୁ ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଉତ୍ସବ : ପିଲାମାନେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଘରେ ବିଭିନ୍ନ ଉତ୍ସବ ପାଳନ କରନ୍ତି । ସେମାନେ ସ୍ୱାଧୀନତା ଦିବସ, ଶିଶୁ ଦିବସ, ଗୁରୁ ଦିବସ, ସାଧାରଣତନ୍ତ୍ର ଦିବସ, ସରସ୍ୱତୀ ପୂଜା, ଗଣେଶ ପୂଜା, ଇଦ୍, ଖ୍ରୀଷ୍ଟ ମାସ ଇତ୍ୟାଦିକୁ ଆଗ୍ରହରେ ପାଳନ କରନ୍ତି । ନିଜେ ନିଜେ ବଜାରକୁ ଯାଇ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସଜାଇବା ଉପକରଣ ଆଣନ୍ତି ଏବଂ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଘରକୁ ସଜାଇ ଥାଆନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କର ଏହି ଅଭିଜ୍ଞତା ଓ ଅନୁଭୂତିକୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଖେଳପଡ଼ିଆ : ପିଲାମାନେ କବାଡ଼ି, କ୍ରିକେଟ, ଭଲିବଲ୍, ବାସ୍କେଟ ବଲ ଆଦି ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଖେଳ ଖେଳନ୍ତି । ସେମାନେ ନିୟମ ତିଆରି କରନ୍ତି । ଖେଳ ପଡ଼ିଆ ସଜାନ୍ତି । ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଓ ଦଳଗତ ସ୍କୋର ହିସାବ କରନ୍ତି, ମାତ୍ର ହିସାବ କରିବାର ପ୍ରକୃତି ପ୍ରଣାଳୀ ବା ଅଙ୍କନ କରିବାର ପ୍ରକୃତ ଧାରା ସେମାନଙ୍କୁ ଜଣା ନ ଥାଇ ପାରେ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା- E_1 : ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ବାହାରର ତିନୋଟି କାର୍ଯ୍ୟରେ ଗଣିତର ବ୍ୟବହାର ହୋଇପାରିବାର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

7.3.3 ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା :

ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ କଠିନ, ବିରକ୍ତିକର, ଆଗ୍ରହହୀନ ବୋଲି ଅଧିକାଂଶ ଲୋକଙ୍କର ମନେହୁଏ । ଏହାର ପ୍ରଧାନ କାରଣ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ନୁହେଁ । ବୋଝ ମୁକ୍ତ ଶିକ୍ଷା ରିପୋର୍ଟ୍‌ରେ ଯଥାର୍ଥ ଭାବେ କୁହଯାଇଛି "ଆନନ୍ଦ ଶୂନ୍ୟ ଶିକ୍ଷଣରେ ଆମେ ବହୁତ କିଛି ପଢୁ ମାତ୍ର ଖୁବ୍ କମ୍ ଶିଖୁ ବା ବୁଝୁ" । ତେଣୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଯୋଜନା କଲା ବେଳେ ପିଲାମାନେ କ'ଣ ଚାହାନ୍ତି, କେଉଁଥିରେ ସେମାନଙ୍କର ଆଗ୍ରହ ଥାଏ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : ପିଲାମାନେ କେଉଁ କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ କାମ କରିବାକୁ ଆଗ୍ରହ କରନ୍ତି, ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ସେଥି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ର ରହିଛି ଚିହ୍ନଟ କର ।

ଶ୍ରେଣୀ ମଧ୍ୟରେ ଓ ବାହାରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର କାର୍ଯ୍ୟ ମାଧ୍ୟମରେ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ସୃଷ୍ଟି କରିବେ ଏବଂ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକରୁ ପଢୁଥିବା ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକର ଶିକ୍ଷଣକୁ ଅଧିକ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ସ୍ୱାଭାବିକ କରିହେବ । ନିମ୍ନରେ ଏପରି କେତେକ କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଅଭିଜ୍ଞତାର ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ସବୁ ପିଲାର ବାସ୍ତବ ଅଭିଜ୍ଞତା ଉପରେ ଆଧାରିତ ହୋଇଛି ।

- ଗାଣିତିକ ଖେଳ, ଧନ୍ଦା ଓ ଗପର ବ୍ୟବହାର ।

- ପିଲାର ମନରେ କୌତୁହଳ ସୃଷ୍ଟି ପାଇଁ ଗଣିତ ମ୍ୟାଜିକ୍ ଖେଳ ।
- ଫ୍ଲାସ୍ କାର୍ଡ଼, ବାଡ଼ି, ଗୋଡ଼ି, ଖେଳଣା, ଚିତ୍ର, ଚାର୍ଟ, କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର ଇତ୍ୟାଦିର ବ୍ୟବହାର ।
- ଗାଣିତିକ କୁଇଜ୍, ଆଲୋଚନା, ତର୍କସଭା ଓ ସେମିନାରରେ ପିଲାମାନଙ୍କର ସକ୍ରିୟ ଅଂଶଗ୍ରହଣ ।
- ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କ ଫଟୋଚିତ୍ର ସଂଗ୍ରହ
- ଆଞ୍ଚଳିକ ଖେଳ, ଗୀତ, ନାଟକ ଇତ୍ୟାଦି ସଂଗଠନ
- ପରିବେଶରେ ଗଣିତର ବ୍ୟବହାର ଅନୁଧ୍ୟାନ ପାଇଁ ସୁଯୋଗ

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା – E_2 : ପରିବେଶର ଉପାଦାନମାନଙ୍କରୁ ଗଣିତ ଧାରଣା ସୃଷ୍ଟି ପାଇଁ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

7.3.4 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଅନୁକୂଳ ବାତାବରଣ :

ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତି ପ୍ରାୟ ଆଗ୍ରହ ଦେଖାନ୍ତି ନାହିଁ । ଅଧିକାଂଶ ପିଲା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତି ଭୟ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିଥାନ୍ତି । ବିଦ୍ୟାଳୟର ଶିକ୍ଷକମାନେ ମଧ୍ୟ ଏ ଦିଗରେ ଉତ୍ସାହଜନକ ପଦକ୍ଷେପ ଗ୍ରହଣ କରନ୍ତି ନାହିଁ । ସେମାନେ ନିଜ ଚିନ୍ତା ଓ ବିଚାର ଧାରାରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଦେଖନ୍ତି । ତେଣୁ ପିଲାମାନେ କେବଳ ଉଦାହରଣକୁ ଭିତ୍ତି କରି ଯେଉଁ ଗଣିତ ପ୍ରଶ୍ନ ଥାଏ ତାହାର ସମାଧାନ କରନ୍ତି ଓ କଠିନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ବାଦ ଦିଅନ୍ତି । ଅଧିକାଂଶ ଶିକ୍ଷକ ଏ ଦିଗରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିପାରନ୍ତି ନାହିଁ । ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗାଣିତିକ ଉପକରଣ ଓ ସାମଗ୍ରୀ ଦେଖିବାକୁ ପ୍ରାୟ ମିଳେ ନାହିଁ । ତେଣୁ ପ୍ରାୟତଃ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଏକ ସୁସ୍ଥ ବାତାବରଣର ଆବଶ୍ୟକତା ଥାଏ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : ତୁମ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ କି କି ଉପଯୁକ୍ତ ପରିବେଶ ଅଛି ତା'ର ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସହାୟକ ପରିବେଶ :

ପିଲାଙ୍କୁ ବୁଝିବା – କେବଳ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ନୁହେଁ ସମସ୍ତ ବିଷୟ ପାଇଁ ପିଲାଙ୍କୁ ବୁଝିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଶିକ୍ଷକ - (କ) ଶ୍ରେଣୀର ସମସ୍ତ ପିଲାଙ୍କୁ ବୁଝିବା (ଖ) ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା (ଗ) ଅତି କଠିନ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପିଲାମାନଙ୍କଠାରୁ ଆଶା ନ କରିବା (ଘ) ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ବେଳେ ପିଲାମାନେ କେଉଁ ତ୍ରୁଟି କରୁଛନ୍ତି ଦେଖିବା (ଙ) ଗଣିତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ସମୟ ଦେବା ଦରକାର ।

ଶିକ୍ଷଣ- ଶିକ୍ଷାଦାନ ଯୋଜନା : ଶ୍ରେଣୀର ଅଧିକାଂଶ ପିଲା ଗଣିତ ବିଷୟକୁ ଏକ ବାଧ୍ୟତାମୂଳକ ବିଷୟ ବୋଲି ମନେ କରନ୍ତି । ପିଲାମାନେ ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷରେ ଆଗ୍ରହ ନ ଥାଇ ବସିବା ପରି ଲାଗନ୍ତି, ତେଣୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକ (କ) ପ୍ରତିଦିନ ପିଲାମାନଙ୍କୁ କଛି ଗାଣିତିକ ଧନ୍ଦା, ମଜାକଥା ବା ଗପ କହିବା (ଖ) ପୁସ୍ତକ ବାହାର ଜୀବନ ସହିତ ସଂପର୍କିତ ତଥ୍ୟ ଯୋଗାଇବା (ଗ) ଫ୍ଲାସ୍ କାର୍ଡ଼ , ଚିତ୍ର, ଚାର୍ଟ ଇତ୍ୟାଦିର ବ୍ୟବହାର କଲେ ଶିକ୍ଷଣ ଅଧିକ ସରସ ହୋଇ ପାରିବ ।

ବିଦ୍ୟାଳୟ ପରିବେଶ : ବିଦ୍ୟାଳୟର ପରିବେଶ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଗଣିତ ପାଇଁ ଆଗ୍ରହ ସୃଷ୍ଟି କରିବାରେ ଏକ ବଳିଷ୍ଠ ଭୂମିକା ନିଏ । ବିଦ୍ୟାଳୟ ପରିବେଶ ଏପରି ହେବା ଉଚିତ ଯେପରି ପିଲା ନିଜେ ନିଜେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ ପ୍ରକାଶ କରିବ । ବିଦ୍ୟାଳୟର କାନ୍ଥ ଗଣିତର ଧାରଣା, ସୂତ୍ର, ଗଣିତଜ୍ଞ ମାନଙ୍କ ଚିତ୍ର, ଗାଣିତିକ ଧନ୍ଦା ଇତ୍ୟାଦି ଦ୍ୱାରା ଚିତ୍ରିତ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ପିଲାମାନଙ୍କର କୃତିତ୍ୱକୁ ବିଦ୍ୟାଳୟର ପରିବେଶରେ ସ୍ଥାନ ଦେବା ଦରକାର ।

ଶିକ୍ଷଣ ଉପକରଣ : ଶିକ୍ଷକ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ସହିତ ଅନ୍ୟ ଗାଣିତିକ ପୁସ୍ତକ, ପତ୍ରପତ୍ରିକା, ଗଣିତ ମ୍ୟାଜିକ୍, ଗପବହି, ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କ ଜୀବନୀ ବହି ଇତ୍ୟାଦି ସଂଗ୍ରହ କରିବା ସହ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ମଧ୍ୟ ଏହି ପ୍ରକାର ପୁସ୍ତକ ସଂଗ୍ରହ କରିବା ଲାଗି ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଶିକ୍ଷଣ କୋଣ - ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଆବଶ୍ୟକ ହୋଉଥିବା ଉପକରଣ ଯଥା - ଫ୍ଲାସ କାର୍ଡ଼, ଗୋଡ଼ି, ଚିତ୍ର, ଚାର୍ଟ, କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର, କାର୍ଡ଼, କାଠି, ବସ୍ତୁ ଇତ୍ୟାଦି ସଂଗ୍ରହ କରି ପ୍ରତି ଶ୍ରେଣୀ ଗୃହରେ ଥିବା ଶିକ୍ଷଣ କୋଣରେ ରଖିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ଶିକ୍ଷକ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଶିକ୍ଷଣ କୋଣରୁ ସାମଗ୍ରୀ ଆଣି ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ବ୍ୟବହାର କଲେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଅଧିକ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଫଳପ୍ରଦ ହୋଇପାରିବ ।

ଅବସର ବିନୋଦନ କାର୍ଯ୍ୟ - ଅନୌପଚାରିକ ଭାବେ ସ୍ୱାଭାବିକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ଭବ ହେଲେ ଏହା ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ହେବା ସହିତ ଫଳପ୍ରଦ ହୋଇଥାଏ । ଅବସର ବିନୋଦନ ସମସ୍ତଙ୍କ ପାଇଁ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ କ୍ରିୟା ତେଣୁ ଯଦି କିଛି ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଅବସର ବିନୋଦନ ସମ୍ଭବ ହୁଏ ତେବେ ଏହା ମାଧ୍ୟମରେ ପରୋକ୍ଷରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ, ଉପଲବ୍ଧ ଜ୍ଞାନର ଦୃଢ଼ୀକରଣ ଓ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇପାରେ । ଗଣିତ କୁଇଜ୍, ଗଣିତ ପ୍ରତିଯୋଗିତା ଇତ୍ୟାଦି ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଅନୁଷ୍ଠିତ କରିବା ବିଧେୟ ।

ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ :- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ନିଜ କାର୍ଯ୍ୟର ମୂଲ୍ୟାୟନ ନିଜେ / ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କରିବାର ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ପିଲାମାନେ ଗଣିତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରି ନ ପାରିଲେ ବା ଭୁଲ୍ କଲେ ସେମାନଙ୍କୁ ଗାଳି / ମାଡ଼ ନ ଦେଇ ବୁଝାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ଦରକାର । ବିଦ୍ୟାଳୟ ଏକ "ଦଣ୍ଡମୁକ୍ତ ଅଞ୍ଚଳ" ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

7.4 ଶିଶୁର ବିକାଶ ଉପଯୋଗୀ ଗାଣିତିକ ଶିକ୍ଷା :

ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟକ୍ତିର ଚିନ୍ତା କରିବା, ଯୁକ୍ତି କରିବା, ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନା କରିବା, ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ଇତ୍ୟାଦିର ଉପାୟ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହୋଇଥାଏ । ସେହିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଚିନ୍ତା କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହୋଇଥାଏ । Piaget ଙ୍କ ମତ ଅନୁସାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାର ଚିନ୍ତନ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅବଧି କ୍ରମରେ ସଂଗଠିତ ହୋଇଥାଏ । ତାଙ୍କ ମତରେ ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ ବିକାଶ ଚାରୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟ / ସ୍ତର ଦେଇ ହୋଇଥାଏ ଯଥା :

- ସମ୍ବେଦୀ - କାରକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ (Sensory-motor period) - ଜନ୍ମ ଠାରୁ 2 ବର୍ଷ ବୟସ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ
- ପ୍ରାକ୍ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ (Pre operation period) - 2 ରୁ 7 ବର୍ଷ ବୟସ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ
- ସ୍ଥୁଳ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ (Concrete operation period) - 7 ରୁ 12 ବର୍ଷ ବୟସ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ
- ଯଥାଯଥ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ (Formal operation period) - 12 ବର୍ଷରୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ।

ସମ୍ବେଦୀ - କାରକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ :-

ବୌଦ୍ଧିକ ବିକାଶର ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟକୁ (ଜନ୍ମ ଠାରୁ 2 ବର୍ଷ ବୟସ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ) ସମ୍ବେଦୀ କାରକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ କୁହାଯାଏ । ଏହି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଶିଶୁ ନିଜର ଇନ୍ଦ୍ରିୟାନୁଭୂତି ସମ୍ବେଦନ କ୍ରିୟା, ପ୍ରତିବର୍ତ୍ତ କ୍ରିୟା, ଆଚରଣର ପୁନରାବୃତ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ବାହ୍ୟ ଜଗତ ବିଷୟରେ ଜ୍ଞାନ ପାଇଥାଏ । ଶିଶୁ ଠାରୁ ଦୂରରେ ଗୋଟିଏ ଖେଳନା ରଖିଲେ ଶିଶୁ ତାକୁ ପାଇବାକୁ, ଧରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରେ । କେଉଁ ବାଟରେ ଗଲେ ଖେଳନାକୁ ଶୀଘ୍ର ଧରିପାରିବ ତାର ଉପାୟ ଚିନ୍ତା କରେ ।

ପ୍ରାକ୍ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ :-

ଶୈଶବିକ ବିକାଶର ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟକୁ ପ୍ରାକ୍ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ କୁହାଯାଏ । ଏହି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ 2 ବର୍ଷରୁ 4 ବର୍ଷ ମଧ୍ୟରେ ଶିଶୁ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ଭାଷା ଶିକ୍ଷା କରିଥାଏ । 4ବର୍ଷରୁ 7 ବର୍ଷ ବୟସ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଶିଶୁ ବସ୍ତୁର ବର୍ଗୀକରଣ କରିବା ଶିକ୍ଷା କରିଥାଏ । ଶ୍ରେଣୀକରଣ ଓ ବର୍ଗୀକରଣ ଦକ୍ଷତା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ବିକଶିତ ହୋଇ ନ ଥାଏ । ତେଣୁ ସେ ବସ୍ତୁ ଗୁଡ଼ିକର ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଲକ୍ଷଣ ବା ଗୁଣ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଶ୍ରେଣୀକରଣ କରିପାରେ । ବସ୍ତୁର ଆକୃତିରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଲେ କିମ୍ବା ଏହାକୁ ଭାଗଭାଗ କଲେ ମଧ୍ୟ ଏହା କ୍ଷୟ ହୁଏ ନାହିଁ ଏହା ଶିଶୁ ଜାଣିପାରେ ନାହିଁ । ଯଥା : ମୋଟା ଓ ଛୋଟ ଗ୍ଲାସରେ ଅପେକ୍ଷା ଲମ୍ବା ଓ ପତଳା ବୋତଲରେ ଅଧିକ ପାଣି ରହିପାରେ ବୋଲି ଧାରଣା ପାଏ ।

ସ୍ଥୂଳ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ :

ଏହି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଶିଶୁର ଜ୍ଞାନ, ଧାରଣା ଓ ଅନୁଭୂତି ସ୍ଥୂଳ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ ହୋଇଥାଏ । ବସ୍ତୁ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କ, ଯଥା ଛୋଟ, ମଧ୍ୟମ ଓ ବଡ଼ ଜାଣିପାରେ, ମାତ୍ର ବସ୍ତୁକୁ ନ ଦେଖି ସଂପର୍କ କରିପାରେ ନାହିଁ । ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଓଲଟା କ୍ରମରେ କହିବା / ଲେଖିବା ଆରମ୍ଭ କରେ । ବହୁମୁଖୀ ଉପାୟରେ ବସ୍ତୁର ଶ୍ରେଣୀକରଣ ଓ ବର୍ଗୀକରଣ କରିବାକୁ ସମର୍ଥ ହୁଏ । ଏହି ସମୟରେ ଶିଶୁ ପ୍ରାଥମିକ ଓ ଉଚ୍ଚପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଥାଏ । ସେତେବେଳକୁ ଶିଶୁ ପ୍ରାୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର, ବିଭିନ୍ନ ଆକାର, କ୍ରମିକ ଧାରା, ମାପ, ଓଜନ ଇତ୍ୟାଦିର କରିବାର କୌଶଳ ଶିଖିଥାଏ । ଉଚ୍ଚପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ନିଜର ଧାରଣାକୁ ଯୁକ୍ତିମାଧ୍ୟମରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରେ ।

ଯଥାଯଥ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ :

ଏହି ପର୍ଯ୍ୟାୟର ପିଲାମାନଙ୍କର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନମୂଳକ ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ । ସେମାନେ ଯୁକ୍ତି ସଙ୍ଗତ ଉପାୟରେ ଚିନ୍ତା କରିବାକୁ ସମର୍ଥ ହୁଅନ୍ତି । ପିଲାମାନେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ, ସମୟ ଦୂରତା, ଜ୍ୟାମିତିକ ସମସ୍ୟା ଇତ୍ୟାଦିକୁ ଆଗ୍ରହରେ ସମାଧାନ କରନ୍ତି । ଏହି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଗାଣିତିକ ଆଦାନ ପ୍ରଦାନର ଧାରାସହ ପରିଚିତ ହୋଇଥାନ୍ତି ଯଥା : ସଂଜ୍ଞା ଓ ତତ୍ତ୍ୱ ର ବ୍ୟାଖ୍ୟା, ପ୍ରତୀକର ବ୍ୟବହାର ଓ ଉପସ୍ଥାପନା, ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବେ ବର୍ଣ୍ଣନା ଇତ୍ୟାଦି ।

ଉପରୋକ୍ତ ଚାରୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ପରସ୍ପର ଠାରୁ ଭିନ୍ନ ନୁହଁନ୍ତି । ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଘଟୁଥିବା ଶୈଶବିକ ବିକାଶର ମୂଳ ଭିତ୍ତି ଏହାର ପୂର୍ବ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଅଟେ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ ବସ୍ତୁର ଆକାର, ଗଣନା, ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଉପସ୍ଥାପନା ଓ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଚିନ୍ତନ ବିଭିନ୍ନ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଘଟିଥାଏ । ଏ ସବୁକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ଗଣିତର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସ୍ଥିର କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା - E_3 : ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ ବିକାଶର କେଉଁ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ପିଲାଟି ବିଭିନ୍ନ ବାସ୍ତବ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହାର କରି ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଆହରଣ କରେ ?

7.5 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ଯେକୌଣସି କାର୍ଯ୍ୟ କଲାବେଳେ ତାହାର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଜାଣିଥିଲେ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ ସହଜରେ ଓ ସଫଳତାର ସହ ସମାପନ କରିହୁଏ । ସେହିଭଳି ଶିକ୍ଷକ ନିଜର କାର୍ଯ୍ୟ ଆରମ୍ଭ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ନିଜ କାର୍ଯ୍ୟର ଲକ୍ଷ୍ୟ ବା ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ବିଷୟରେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ସଚେତନ ହୋଇଥିଲେ ହେଁ, ନିଜ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଠିକ୍ ବାଟରେ ନେଇ ପାରିବେ ଓ ଅବଶେଷରେ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ପହଞ୍ଚିପାରିବେ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ନିଜସ୍ୱ ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ରହିଛି । David Wheelerଙ୍କ ମତରେ "ଅନେକ ଗୁଡ଼ିଏ ଗଣିତ ଜାଣିବା

ଅପେକ୍ଷା ଗଣିତିକରଣ ଜାଣିବା ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ।" ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ରୂପରେଖ 2005 ଅନୁଯାୟୀ ମଧ୍ୟ ଗଣିତିକରଣ ଦକ୍ଷତାର ବିକାଶ ସାଧନ ହେଉଛି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ମୁଖ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ । ଗଣିତିକରଣ (Mathematization) ର ଆକ୍ଷରିକ ଅର୍ଥ ହେଉଛି କୌଣସି ଧାରଣାକୁ ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ର ବା ଫର୍ମୂଲାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା । କିନ୍ତୁ ସାଧାରଣ ଭାବେ ଗାଣିତିକ ପଦ୍ଧତି ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସବୁକୁ ଜ୍ଞାନର ଅନ୍ୟ ପରିସର ବା ଗଣିତ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ବିଷୟରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାକୁ ଗଣିତିକରଣ କୁହାଯାଏ । ଜଣେ ନିଜର ଯାବତୀୟ ଦୈନନ୍ଦିନ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପରି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଧାରାରେ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ବ୍ୟବହାର, ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଉକ୍ତି ଏବଂ ସୁସଙ୍ଗତ ଓ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ ତାଙ୍କର ଗଣିତିକରଣର ଦକ୍ଷତା ଅଧିକ ଅଛି ବୋଲି କୁହାଯିବ । ସେଥିପାଇଁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ମୁଖ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ ହେଉଛି ଗଣିତିକରଣ ଦକ୍ଷତାର ଅଭିବୃଦ୍ଧି ସାଧନ ।

George Polya ଙ୍କ ମତରେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଅଛି, ଯଥା : ବୃହତ୍ତର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ସଂକୀର୍ଣ୍ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ ।

7.5.1. ବୃହତ୍ତର ଓ ସଂକୀର୍ଣ୍ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ :

ବୃହତ୍ତର ଓ ସଂକୀର୍ଣ୍ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଆଗରୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତୁମ ପାଇଁ କାମଟିକୁ ଦେଖ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : (i) କେଉଁ କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ର ବା କାର୍ଯ୍ୟରେ ଗଣିତ ଏକ ମୁଖ୍ୟ ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରିଛି ଲେଖ ।

(ii) ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପିଲାମାନେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇବା ଉଚିତ କି ?

ଆଗରୁ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଛି ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ବିକାଶ ସାଧନର ଦକ୍ଷତା ହେଉଛି ଗଣିତର ମୂଳ ଲକ୍ଷ୍ୟ । ତେବେ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ବିକାଶ ସାଧନ କ'ଣ ?

ଭାଷାଗତ ଭାବରେ କହିଲେ ଏହା ଗଣିତ ସୂତ୍ରର ହ୍ରାସକୁ ବୁଝାଏ । ସାଧାରଣ ଭାବରେ କହିଲେ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାର ପ୍ରୟୋଗ, କୌଶଳ ଓ ପଦ୍ଧତି, ଅନ୍ୟ ବିଷୟ ସହିତ ଗଣିତର ସଂପର୍କକୁ, ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ବିକାଶ ସାଧନ କୁହାଯାଏ । ଯେତେବେଳେ କୌଣସି ଲୋକର କାର୍ଯ୍ୟରେ ଠିକ୍ ଧାରା ଓ କ୍ରମ ଦେଖାଯାଏ ସେତେବେଳେ ତାର ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ବିକାଶ ସାଧନ ହୋଇଛି ବୋଲି କହି ପାରିବା । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା କେବଳ ହିସାବ ବା ଅଙ୍କନ ଠାରୁ ବହୁ ଅଧିକ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଦିଆଯାଉଥିବା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ସଂକୀର୍ଣ୍ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ ହେଲା "ବ୍ୟାବହାରିକ ସାମର୍ଥ୍ୟ" ଯାହା ସଂଖ୍ୟା ଗଣିବା, ମିଶାଣ, ଫେଡ଼ାଣ, ଗୁଣନ, ହରଣ ଇତ୍ୟାଦି ଗାଣିତିକ ସାଧାରଣ କ୍ରିୟା, ମାପ, ଦଶମିକ ଏବଂ ଶତକଡ଼ା ଆଦିକୁ ବୁଝାଇଥାଏ । ଏହାର ବୃହତ୍ତର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହେଲା, ପିଲାର ଚିନ୍ତା ଓ ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି ବୃଦ୍ଧିର ଦକ୍ଷତାକୁ ବିକାଶ କରିବା, ଯୁକ୍ତି ବୃଦ୍ଧିର ସିଦ୍ଧାନ୍ତକୁ ସତ୍ୟରେ ପରିଣତ କରିବା ଏବଂ କାଳ୍ପନିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା । ଏଥିରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଥିବା କାମଗୁଡ଼ିକୁ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରିବା, ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ଗଠନ କରି ସେ ସବୁର ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ସାମର୍ଥ୍ୟ ହାସଲ କରିବା ଓ ମନୋବୃତ୍ତି ଧାରଣ କରିବା ।

ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ (Problem Solving) : ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ଅନେକ ସାଧାରଣ କୌଶଳକୁ କ୍ରମଶଃ ବିଭିନ୍ନ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଶିକ୍ଷା ଦିଆଯାଇପାରିବ । ଯଥା – କଳ୍ପନା, ପରିମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ, ଉପମା ପ୍ରଦାନ, ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା, ସରଳୀକରଣ କରିବା, ଏପରିକି ଅନୁମାନ କରିବା ଏବଂ ଯାଞ୍ଚ କରିବା ଆଦି ଅନେକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ଉପଯୋଗୀ ଅଟନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ଘରର ଲମ୍ବ କିପରି ମାପ କରିବା ? ଆଗରୁ ପିଲାମାନେ ସେମାନଙ୍କର

ଖାତା, ବହି, ଟେବୁଲ ଇତ୍ୟାଦି ମାପ କରିଥିବେ, ତେଣୁ ସେମାନେ ଅଭିଜ୍ଞତାର ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆଙ୍ଗୁଳି, ପାଦ, ହାତ, ଚାଖଣ୍ଡ, ବାଡ଼ି, ଦଉଡ଼ି, ସ୍କେଲ, ମାପ ଫିତା ବ୍ୟବହାର କରିବେ । ବାରମ୍ବାର ମାପ କରିବା ଦ୍ୱାରା ସେମାନେ ଜାଣି ପାରିବେ ଅଧିକ ଲମ୍ବ ମାପ କରିବା ପାଇଁ କ'ଣ କରିବେ । ଏଥିରେ ଫଳାଫଳ ଅପେକ୍ଷା ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

ଅନ୍ୱେଷଣ ପ୍ରବଣତା (Use of Heuristics) : ଗଣିତ ଯେ କେବଳ ଯଥାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ,ଏପରି ଭାବିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଅନ୍ୱେଷଣ ପ୍ରବଣତା କିମ୍ବା ଅନୁଭୂତି ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ ଆନୁମାନିକ ମାପର ବ୍ୟବହାର ଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ପରିଚିତ ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଗୋଟିଏ ସମସ୍ୟାକୁ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ସମାଧାନ କରିବାର କୌଶଳ ହାସଲ କରି ପାରିବ ।

ଆକଳନ ଓ ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Estimation and Approximation) : ସମସ୍ତଙ୍କ ବିଶ୍ୱାସ ଥାଏ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କଲେ ଗଣିତ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଦିଏ । କିନ୍ତୁ ସବୁବେଳେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣ ପାଇବା ସମ୍ଭବ ହୋଇ ନ ଥାଏ । ତେଣୁ ବେଳେ ବେଳେ ଆକଳନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼େ ଓ ଆକଳନ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ପାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ । ଗୋଟିଏ ସାଂସ୍କୃତିକ ଉତ୍ସବରେ କେତେ ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ଠିକ୍ ହିସାବ କରିବା ସହଜ ନୁହେଁ । ମାତ୍ର ଆକଳନ କରିପାରିଲେ ଆମେ ମୋଟ ଖର୍ଚ୍ଚର ନିକଟତର ହୋଇପାରିବା ଅର୍ଥାତ୍ ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚର ଏକ ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା । ତେଣୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗୁଡ଼ିକରେ ଗଣିତ ପଢ଼ାଇବା ବେଳେ ପରିମାଣ ଗୁଡ଼ିକର ଆକଳନ ଏବଂ ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣର କୌଶଳ ଆଲୋଚନା ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଇଷ୍ଟତମୀକରଣ (Optimization) : ଉପଲବ୍ଧ ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟ, ସର୍ତ୍ତ ବା ସମ୍ବଳର ବିନିଯୋଗ କରି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନକୁ ଇଷ୍ଟତମୀକରଣ କୁହାଯାଏ । ଗଣିତର ପ୍ରଶ୍ନ ଓ ତହିଁର ସମାଧାନରେ ସମସ୍ତ ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ସ୍ପଷ୍ଟ ଏବଂ ଉପଯୋଗୀ ହେବା ବିଧେୟ । ଅନାବଶ୍ୟକ ତଥ୍ୟ ବା ସର୍ତ୍ତ କିମ୍ବା ସର୍ତ୍ତାବଳୀରେ ଅଭାବ ରହିବା ଉଚିତ ନୁହେଁ । ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 1 : ବିନୟଙ୍କର ବାର୍ଷିକ ଆୟ 2.5 ଲକ୍ଷ ଟଙ୍କା । ସେ 15 ଲକ୍ଷ ଟଙ୍କାର ଘରଟିଏ କିଣିବାକୁ ଚାହାଁନ୍ତି । କୌଣସି ଋଣ ନ କରି କେତେ ବର୍ଷରେ ସେ ଘରଟିକୁ କିଣି ପାରିବେ ?

ଉଦାହରଣ - 2 : ରଶ୍ମୀ ତା'ର ପାଞ୍ଚଜଣ ସାନ ଭାଇଭଉଣୀଙ୍କ ପାଇଁ ଉପହାର କିଣିବାକୁ ଆଗ୍ରହ କଲା । ତା' ପାଖରେ ମୋଟ 100 ଟଙ୍କା ଥିଲା । ଉପହାର କିଣିବା ବେଳେ ବୟସ ଅନୁସାରେ ଉପହାରର ମୂଲ୍ୟ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହୋଇଥିଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ତା'ର ନିକଟତମ ଅଳ୍ପବୟସର ପିଲାଠାଣୁ 5 ଟଙ୍କା ଅଧିକ ମୂଲ୍ୟର ଉପହାର ପାଇଥିଲେ । ରଶ୍ମୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଇଭଉଣୀ ପାଇଁ କେତେ କେତେ ଟଙ୍କାର ଉପହାର କିଣିଥିଲା ? (100 ଟଙ୍କାର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ବିନିଯୋଗ ହେବ ଯେପରି କିଛି ନଅଣ୍ଟ ବା ବଳକା ନ ହୁଏ) ।

ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣରେ କେବଳ ବାର୍ଷିକ ଆୟ ଓ ଗୃହର ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିଲେ ପ୍ରଶ୍ନଟିର ସମାଧାନ କରିହେବ ନାହିଁ । ଏଥିପାଇଁ ବିନୟଙ୍କର ବାର୍ଷିକ ସଞ୍ଚୟର ପରିମାଣ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସର୍ତ୍ତାବଳୀର ଉପଯୋଗ କରି ପ୍ରଶ୍ନଟି ସମାଧାନ କରିହେବ । ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସର୍ତ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଦକ୍ଷତା ଓ ଏହାର ସମାଧାନ ସର୍ତ୍ତର ପ୍ରୟୋଗ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏପରିକି ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ସମାଧାନ ବେଳେ ଛୋଟ ଛୋଟ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସର୍ତ୍ତର ଅଭାବ ବା ଅନାବଶ୍ୟକତା ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇପାରେ । ଏପରି ଅଭ୍ୟାସ ଦ୍ୱାରା ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଅଧିକ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ଓ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଥାଏ ।

ସଂରଚନାର ବ୍ୟବହାର (Use of patterns) : ପିଲାମାନେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଆକାର, ଚିତ୍ର ଓ ବସ୍ତୁର ସାଧାରଣ ଗୁଣଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ତହିଁରୁ ଏକ ପ୍ରକାର ସଂଚରନା (Pattern) ସ୍ଥିର କରନ୍ତି ଯାହା ବ୍ୟବହାର କରି ସୂତ୍ର ବା ନିୟମମାନ ଅନୁମାନ କରିପାରନ୍ତି । ଯଥା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପରେ କୋଣମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ସମ୍ପର୍କରେ ନିୟମ ଜାଣିବା । 2, 4, 6, 8..... ଏପରି କ୍ରମରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣର ମାପ ବା ପାଖାପାଖି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ସଂପର୍କ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସଂରଚନା ଜାଣିବା ପରେ ଏକ ଗାଣିତିକ ସଂପର୍କ ଧାରଣା କରିହୁଏ । ସଂରଚନାର ବ୍ୟବହାର ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ମାନେ, ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ଓ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରଣ କରିବା ଇତ୍ୟାଦି ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ । ସଂରଚନାର ବର୍ଣ୍ଣନା ମାଧ୍ୟମରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ସହଜ ଓ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ହୋଇପାରିବ ।

ଉପସ୍ଥାପନ (Representation) – ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପରିମାଣ, ଆକୃତି ଓ ଆକାରକୁ ନେଇ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ମଡ଼େଲ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାରେ ଗଣିତର ସର୍ବୋତ୍କୃଷ୍ଟ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥାଏ । ଏପରି ଉପସ୍ଥାପନା ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଦୃଷ୍ଟିଭଙ୍ଗୀ ମାର୍ଜିତ ହୁଏ । ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ବାସ୍ତବ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରେ ଏବଂ ଅନାବଶ୍ୟକ ତଥ୍ୟକୁ ସହଜରେ ଏଡ଼ାଇ ଦେଇପାରେ । ପିଲାମାନଙ୍କ ଆଗରେ ଏପରି ଉଦାହରଣ ରଖାଯାଇପାରେ ଯେଉଁଥିରେ ବହୁ ପ୍ରକାରର ଉପସ୍ଥାପନା ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରେ । ଯଥା, ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ବା ଏକ ପ୍ରକାର ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ସମୁଚ୍ଚୟ ବ୍ୟବହାର କରି ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ବୁଝାଯାଇପାରେ, ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ରକୁ ବିଭିନ୍ନ ଭାଗ କରି ମଧ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶ ଦେଖାଯାଇପାରେ । ପୁନଶ୍ଚ, ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସମାନ ଦୂରତାରେ ଚିହ୍ନ ଦେଇ ମଧ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ । ଭଗ୍ନାଂଶର ଏପରି ବହୁବିଧ ଉପସ୍ଥାପନ ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ବୁଝିବା ସହଜ ହୋଇପାରେ ।

ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା ଓ ପ୍ରମାଣ (Reasoning and Proof) : ଗଣିତ ଯୁକ୍ତି ଏବଂ ପ୍ରମାଣ ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଦୁଇଜଣ ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବା ବେଳେ ଦୁଇ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଯୁକ୍ତି ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରନ୍ତି । ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ।

ଖାଲିଥିବା ସ୍ଥାନଟି ପୂରଣ କର – 3,15,35,63, 99, ----- ?

ସବିତା ନିମ୍ନ ପ୍ରକାର ଯୁକ୍ତି ପ୍ରୟୋଗ କରି ଉତ୍ତର ଦେଲେ –

$2^2 - 1, 4^2 - 1, 6^2 - 1, 8^2 - 1, 10^2 - 1, 12^2 - 1 = 143$

ଅଦିତି ଠିକ୍ ସେହିପରି ଉତ୍ତର ଭିନ୍ନ ଯୁକ୍ତି ବ୍ୟବହାର କରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ।

$3, 3 + 12, 15 + 12 + 8, 35 + 12 + 8 + 8, 63 + 12 + 8 + 8 + 8, 99 + 12 + 8 + 8 + 8 + 8 = 143$

ଗଣିତରେ ଯୁକ୍ତିର ପ୍ରଣାଳୀ ଓ ପ୍ରମାଣ ଉଭୟ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟନ୍ତି । ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ, ପ୍ରମାଣକୁ ଏକ ସଂଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ ଯୁକ୍ତି ଭାବେ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ଦରକାର । ଯୁକ୍ତିର ବିକାଶ, ଯୁକ୍ତିର ମୂଲ୍ୟାୟନ, ଅନୁମାନ କରି ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ମୂଳ ଲକ୍ଷ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ ।

ସଂଯୋଗ ସ୍ଥାପନ (Making Connection) : ଗଣିତର ପରିସର ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟ ଯଥା ଜ୍ୟାମିତି, ବୀଜଗଣିତ, ତ୍ରିକୋଣମିତି ଆଦି ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କ ଏବଂ ଗଣିତ ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପାଠ ବିଷୟ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କକୁ ପିଲାମାନେ ବୁଝିବା ଉଚିତ୍ । ପିଲାମାନେ ଜ୍ୟାମିତି ପଢ଼ିବା ଶ୍ରେଣୀରେ ଅଙ୍କନ କରନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ଯେତେବେଳେ

ଅନ୍ୟ କୌଣସି ପ୍ରକଳ୍ପ ବା ବିଷୟରେ ଏହାର ପ୍ରୟୋଗ ଆମେ ମେ କରି ପାରେନି ନାହିଁ । ତେଣୁ ଗଣିତ ସହିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ସଂପର୍କ ବିଷୟରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଚିନ୍ତା କରିବାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହାଦ୍ୱାରା ସେମାନେ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ଗଣିତରେ ଶିଖିଥିବା ଧାରଣାକୁ ସହଜରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବେ ।

ଗାଣିତିକ ଯୋଗାଯୋଗ (Mathematical Communication) : ଗଣିତ ର ଭାଷା ସ୍ପଷ୍ଟ ଓ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ଏଥିରେ ଭାଷାର କୌଣସି ଜଟିଳତା ନ ଥାଏ । ଗାଣିତିକ ସଂକେତ, ଭାଷା ଏବଂ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆଦି ଜୀବନର ପ୍ରତି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଅଧିକ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ହୋଇଥାଏ । A ର ବୟସ B ବୟସର ଦୁଇଗୁଣରୁ 15 ଅଧିକ ଯଦି B ର ବୟସ 50 ହୁଏ A ର ବୟସ କେତେ ? ଏହି ଉକ୍ତିଟିକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ $A = 2 \times B + 15 = 2 \times 50 + 15 = 115$ ଏହା ଶିକ୍ଷକ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ଭାବର ଆଦାନପ୍ରଦାନ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ।

ଆମର ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗୁଡ଼ିକରେ ଗଣିତର ବୃହତ୍ତର ଲକ୍ଷ୍ୟକୁ ପ୍ରାୟତଃ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଏ ନାହିଁ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷକ ଗଣିତର ଏହି ବୃହତ୍ତର ଲକ୍ଷ୍ୟକୁ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେଇ ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷରେ ଆଲୋଚନା କଲେ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ବିକାଶ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରିବ । ବୃହତ୍ତର ଓ ସଂକୀର୍ଣ୍ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ନିମ୍ନରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ମୁଖ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ ଦିଆଯାଇଛି ।

- ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବେ ଚିନ୍ତା କରିବେ ।
- ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ସାଧାରଣ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବାରେ ଗାଣିତିକ ମୌଳିକ ଧାରଣା ଓ କୌଶଳକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବ ।
- ଶୀଘ୍ର ଓ ଠିକ୍ ଭାବରେ ହିସାବ କରିବେ ।
- ସମୁଚିତ ସଂକେତ ବା ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ଜଟିଳ ଭାଷାକୁ ଗାଣିତିକ ଭାଷା ଏବଂ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରକାଶ କରିବେ ।
- ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବେ ନିର୍ଭୁଲ ଫଳାଫଳ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବେ ଏବଂ ମାପର ଅଙ୍କନ କରିବେ ।
- କ୍ରମାନ୍ୱୟତା (Order) ଏବଂ ସଂଗଠନା (Pattern) କୁ ଚିହ୍ନି ପାରିବେ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା – E_4 :

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଯେକୌଣସି ପାଞ୍ଚଟି ଲକ୍ଷ୍ୟ ଲେଖ ।

7.5.2 : ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ (Specific Aims) :

ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟରେ କୌଣସି ସ୍ତରର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସ୍ଥିର କଲା ବେଳେ ପାଠ ବିଷୟର ପ୍ରକୃତି, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ବୟସ, ପୂର୍ବାନୁଭୂତି ଜ୍ଞାନ, ଆଗ୍ରହ, ଆବଶ୍ୟକତା, ସାମାଜିକ ପୃଷ୍ଠଭୂମି, ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଅବଧି, ଶିକ୍ଷଣ ପରିବେଶ ଇତ୍ୟାଦିକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଏ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକ ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷରେ ଉପଯୁକ୍ତ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତି, ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରସ୍ତୁତି, ଉପକରଣ ପ୍ରସ୍ତୁତି, ମୂଲ୍ୟାୟନ ପଦ୍ଧତି ଇତ୍ୟାଦିରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟର ଶିକ୍ଷାଦାନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଭଳି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ତିନୋଟି ମୁଖ୍ୟଶିରୋନାମରେ ବିଭକ୍ତ କରିହେବ । ଯଥା – ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ (cognitive), ଭାବାତ୍ମକ (affective) ଏବଂ ମନୋକ୍ରିୟାତ୍ମକ (Psychomotor), ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟବହାରିକ ପରିବର୍ତ୍ତନ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ । ତହିଁର କେତେକ ଉଦାହରଣ ଏଠାରେ ଦିଆଯାଇଛି । ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟ / ପ୍ରସଙ୍ଗ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର କ୍ଷମତାର ସ୍ତର ଅନୁଯାୟୀ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସ୍ଥିର କରାଯିବା ଉଚିତ ।

ସାଧାରଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ	ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ
ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ	
ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ :	
ଗାଣିତିକ ତଥ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜ୍ଞାନ ଆହରଣ କରିବେ :	- ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ ଓ ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଡ଼ିବେ । - ବିଭିନ୍ନ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଚିହ୍ନିବେ । - କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସୂତ୍ର କହିବେ ।
ଉପଲବ୍ଧ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାକୁ ବୁଝିପାରିବେ :	- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସଂଖ୍ୟାକୁ ବର୍ଗୀକରଣ କରିବେ । - ପ୍ରକୃତ ଓ ଅପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନାଂଶ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦର୍ଶାଇବେ । - ବର୍ଗଚିତ୍ର ଓ ଆୟତଚିତ୍ରର ଲକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କରିବେ । - ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିରେ ଭୁଲ୍ ଥିଲେ ସଂଶୋଧନ କରିବେ । - ଆୟବ୍ୟୟ ହିସାବ କରି ଫଳାଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବେ ।
ନୂତନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ପ୍ରୟୋଗ କରିବେ :	- ବଜାର ସଉଦା କରିବା ବେଳେ ମୁଦ୍ରାର ଯୋଗ ବିୟୋଗ କରିବେ । - ବିଦ୍ୟାଳୟ ବଗିଚା, ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷର ଚଟାଣ ଆଦିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବେ । - ବିଦ୍ୟାଳୟ ବାର୍ଷିକ ଉତ୍ସବରେ ହେବାକୁ ଥିବା ଖର୍ଚ୍ଚର ଅଟକଳ କରିବେ ।
ଭାବାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :	
ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ :	
ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଆଗ୍ରହ ବୃଦ୍ଧି କରିବେ:	- ଶ୍ରେଣୀରେ ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତରରେ ଅଧିକ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରିବେ । - ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ଖେଳ, କୁଇଜ୍ ଆଦିରେ ଭାଗ ନେବେ । - ଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ରଚନା ସଂଗ୍ରହ କରି ପଢ଼ିବେ ।
ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ମାଧ୍ୟମରେ ନିଜର ବ୍ୟକ୍ତିତ୍ୱର ବିକାଶ ସାଧନ କରିବେ :	- ଅଧିକ ମିତଭାଷୀ ହେବେ । - ଅନାବଶ୍ୟକ କଥା କହିବା ବା ଲେଖିବା କମ୍ କରିବେ । - ଶୃଙ୍ଖଳିତ ହେବାକୁ ପସନ୍ଦ କରିବେ । - ଅଧିକ ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସୀ ହେବେ ।
ମନୋକ୍ରିୟାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :	
ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ :	
ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ କରିବେ :	- ଶୀଘ୍ର ଏବଂ ନିର୍ଭୁଲ ଭାବରେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ଇତ୍ୟାଦି କରିବେ । - ପରିଷ୍କାର ଏବଂ ନିର୍ଭୁଲ ଭାବେ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବେ ।

ଉଦାହରଣ : ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଶୈକ୍ଷିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ :

- ସଂଗ୍ରହ କରାଯାଇଥିବା ବସ୍ତୁକୁ ସମାନ ଦୁଇଭାଗ କରିବେ,
- ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ କରିବେ
- ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦର୍ଶାଇବେ,
- ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ ଦେବେ
- ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ କେଉଁ କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର ହେଉଛି ଉଦାହରଣ ଦେବେ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା E_5: ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ଶୈକ୍ଷିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଦର୍ଶାଇବାର ଦୁଇଟି କାରଣ ଲେଖ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା E_6: ନିମ୍ନୋକ୍ତ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଶୈକ୍ଷିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

(i) ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯୁକ୍ତି ଓ ଭାବନାର ବିକାଶ କରିବା ।

(ii) ବୈଜ୍ଞାନିକ ମନୋବୃତ୍ତି ସୃଷ୍ଟି କରିବା ।

(iii) ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।

(iv) ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ମୁଦ୍ରାକୁ ବୁଝିବା ଓ ଚିହ୍ନିବା

(v) ଶୀଘ୍ର ଓ ନିର୍ଭୁଲ ହିସାବ କରିବା

(vi) ପନ୍ଦର ହେଉଛି ଦଶ ଠାରୁ ପାଞ୍ଚ ଅଧିକ – ପାଇଁ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରିବା

(vii) ଅନୁମାନ କରିବା ଓ ମାପିବା

(viii) ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ସଳଖ ଚଳନର ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରିବା

(ix) କ୍ରମ ଓ ସଂରଚନା ଚିହ୍ନିବା

(x) ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନିବା

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : ନିମ୍ନ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଶୈକ୍ଷିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଲେଖ ।

(i) ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

(ii) ସରଳ ସୁଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

7.6 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ :

- ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ପୁରୋଦୃଷ୍ଟି କୁ ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର 2005 ରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାକୁ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ, ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ, କାଳ୍ପନିକ ଧାରଣାର ପ୍ରୟୋଗ ଇତ୍ୟାଦି ମାଧ୍ୟମରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ଦିଆଯିବା ଉଚିତ୍ ।
- ପିଲାମାନେ କେବଳ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଠାରୁ ଶିଖନ୍ତି ନାହିଁ ସେମାନେ ସାଙ୍ଗସାଥୀମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କଥା ହୋଇ, ପରିବେଶରୁ, ପ୍ରକୃତିରୁ, ବିଭିନ୍ନ ଜିନିଷରୁ ଶିଖିଥାନ୍ତି ।
- ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ବିଦ୍ୟାଳୟ ବାହାର ସହିତ ସଂପର୍କ ରଖି ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ଏକ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ପରିବେଶରେ ପରିଣତ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ବିକାଶ ଚାରୋଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଦେଇ ହୋଇଥାଏ ଯଥା ସମ୍ବେଦୀକାରକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ, ପ୍ରାକ୍ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ, ସ୍ଥୁଳ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଓ ଯଥାର୍ଥ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ।
- ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର ବିକାଶସାଧନ ହେଉଛି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ମୂଳ ଲକ୍ଷ୍ୟ ।
- ଗଣିତ ଜ୍ଞାନର "ବ୍ୟାବହାରିକ ସାମର୍ଥ୍ୟ" ହେଉଛି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ସଂକୀର୍ଣ୍ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ ।
- ପିଲାର ଚିନ୍ତା ଓ ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି ବୃଦ୍ଧିର ଦକ୍ଷତାକୁ ବିକାଶ କରିବା, ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିବା ଓ କାଳ୍ପନିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ବୃହତ୍ତର ଲକ୍ଷ୍ୟ ।
- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ, ଭାବାତ୍ମକ ଓ ମନୋକ୍ରିୟାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଅଛି ।

. ଗଣିତ ଜ୍ଞାନକୁ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ସହିତ ଯୋଡ଼ିବାକୁ ହେବ ।

7.7 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

E_1. କ୍ଷେତ୍ର ପରିଭ୍ରମଣ, ଗାଣିତିକ ଖେଳ, ଧନ୍ଦା, ଗପ, ମ୍ୟାଜିକ୍, ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ସହିତ ଗଣିତକୁ ଯୋଡ଼ିବା, ବିଶ୍ଳେଷଣ, ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ, ଆଲୋଚନା, ବର୍ଗୀକରଣ, ଚିହ୍ନଟି କରଣ, ଅନୁମାନ କରିବା, ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ଇତ୍ୟାଦି ।

E_2: ପାଞ୍ଚଟି 5 କୁ ନେଇ ଏପରି ଲେଖ ଯେପରି 100 ହେବ ।

E_3: ସ୍ଥୁଳ ସଂକାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ

E_4:
- ▼ ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସ ବଢ଼ାଇବା ।
- ▼ ପରିବେଶକୁ ବୁଝିବା
- ▼ ଭବିଷ୍ୟତ କର୍ମ କ୍ଷେତ୍ର ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ।
- ▼ ନୂତନ କିଛି କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ।
- ▼ ମନୋନିବେଶ କରିବା ।

E_5: ଉପଯୁକ୍ତ ପଦ୍ଧତି, ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ, ଶିକ୍ଷା ଉପକରଣ ପ୍ରସ୍ତୁତି, ମୂଲ୍ୟାୟନ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତି ଇତ୍ୟାଦି ।

E_6: (iii) (iv) (vi) (vii) ଓ (x) ହେଉଛି ଶୈକ୍ଷିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ।

7. 8 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ :

1. ଗଣିତଜ୍ଞାନର ଧାରଣା ନ ଥିଲେ କେଉଁ କେଉଁ ଅସୁବିଧା ହେବ ?
2. ସାଧାରଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଓ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଅଛି ?
3. ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ମୂଳ ଲକ୍ଷ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକ ଆଲୋଚନା କର !
4. ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପାଇଁ ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ ବିକାଶର କେଉଁ କେଉଁ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ?

7.9 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ :

Joyce Bruce and well, Marsha (1996), Models of teaching. Needham Heigh MA SImon & Schester

NCERT (2005) National Curriculum Frame work - 2005, NewDelhi, NCERT

NCERT (2008) Source Book for learning assessment in Mathematics for primary schools, NewDelhi, NCERT

BSE Odisha (1999), ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି ।

ଏକକ : 8

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା

ଗଠନକ୍ରମ :

8.1 ଉପକ୍ରମ

8.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

8.3 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣ ପଦ୍ଧତି

8.3.1 ଆରୋହ ଓ ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତି

8.3.2 ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ସଂଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତି

8.3.3 ପ୍ରକଳ୍ପ ପଦ୍ଧତି

8.3.4 ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପଦ୍ଧତି

8.3.5 କ୍ରୀଡ଼ା ପଦ୍ଧତି

8.4 ଶିକ୍ଷଣ ପନ୍ଥା

8.4.1 ଜ୍ଞାନ - ସଙ୍ଗଠନ ପନ୍ଥା

8.4.2 ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ପନ୍ଥା

8.5 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ ଅଧିକ ଆହ୍ୱାନମୂଳକ ଓ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ କରିବା

8.5.1 ଗଣିତ ମେଳା

8.5.2 ଗଣିତ କ୍ଲବ

8.5.3 ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ

8.5.4 ଗଣିତ ସମ୍ବଳ ଗୃହ

8.5.5 ଗଣିତ କୁଇଜ୍

8.6 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ ।

8.7 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ।

8.8 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

8.9 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ

8.1 ଉପକ୍ରମ :

ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନର ବହୁ ଅଭିଜ୍ଞତା ତୁମମାନଙ୍କର ଥିବ । ତୁମେ ଅନୁଭବ କରିପାରୁଥିବ ଯେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ତରରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ସହଜ କାମ ନୁହେଁ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବା ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଏକ ଆହ୍ୱାନ । ଅନେକ ସମୟରେ ଗଣିତ ଏକ କଷ୍ଟ ବିଷୟ ବୋଲି ଆମେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଧାରଣା ଦେଇଥାଉ । ପୁନଶ୍ଚ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଉପରେ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେଇ ଆମେ ଘୋଷା ଶିକ୍ଷଣ (rote learning)କୁ ପ୍ରଧାନ୍ୟ ଦେଉ । ପିଲାର ପୂର୍ବ ଜ୍ଞାନ, ଆଗ୍ରହ, ଆବଶ୍ୟକତା ଏବଂ ଶିକ୍ଷଣ ଧାରାକୁ ବିଚାରକୁ ନ ନେଇ ଏହି ଘୋଷା ଶିକ୍ଷଣ ଦ୍ୱାରା ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଗୁଡ଼ିକ ବୋଧଗମ୍ୟତାକୁ କଷ୍ଟସାଧ କରାଏ । ଫଳରେ ପିଲା ଗଣିତ ବିଷୟକୁ ଭୟ କରେ ।

ପଢ଼ା ଯାଉଥିବା ସମସ୍ତ ବିଷୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗଣିତର କ୍ରମାନୁସାରୀ ଓ ସଂଗଠିତ ସଂରଚନା ଥାଏ । ଏହା ସହିତ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ଅଭିଜ୍ଞତା ସହିତ ସମ୍ପର୍କିତ । ଯଦି ଆମେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ବିଭିନ୍ନ ଧାରଣାକୁ ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ଅଭିଜ୍ଞତା ସହିତ ସମ୍ପର୍କିତ କରିପାରିବା ଓ ପିଲାର ବିଶ୍ଳେଷଣ, ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ ସମାର୍ଥ୍ୟକୁ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ଷମ କରାଇବା, ତେବେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ପାଇଁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଅଧିକ ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ, ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଆଗ୍ରହୋଦ୍ଦୀପକ ହୋଇପାରିବ । ଏହି ସାମର୍ଥ୍ୟ ହାସଲ ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଓ ଶିକ୍ଷଣର ବିଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା ସହିତ ପରିଚିତ ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ଏହି ଏକକରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ-କୈନ୍ଦ୍ରିକ ଓ ଶିକ୍ଷଣ କୈନ୍ଦ୍ରିକ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶିକ୍ଷଣ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଏହା ସହିତ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ କିପରି ଭାବେ ଅଧିକ ଆହ୍ୱାନମୂଳକ ଓ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ମଧ୍ୟ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

8.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ଏକକଟି ପଢ଼ି ସାରିଲା ପରେ ତୁମେ :

- ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ - ଶିକ୍ଷଣର ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା ଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବ ।
- ବିଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥାରେ ଥିବା ସୋପାନଗୁଡ଼ିକ ଏବଂ ଏଥିରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଓ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଭୂମିକା ସବୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବ ।
- ଶ୍ରେଣୀରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ-କୈନ୍ଦ୍ରିକ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା ଅନୁସରଣ କରିବ ।
- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ ଅଧିକ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ, ଆହ୍ୱାନମୂଳକ, ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଫଳପ୍ରଦ କରିବା ପାଇଁ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବ ।

8.3 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ - ଶିକ୍ଷଣ ପଦ୍ଧତି :

ତୁମେ ଶ୍ରେଣୀରେ କିପରି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ କର ତାହା ଚିନ୍ତା କର । ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ନିମ୍ନ ସୋପାନ ଦେଇ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରୁଥିବ ।

- ପ୍ରସଙ୍ଗ ପ୍ରତି ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଆକର୍ଷିତ କରିବା ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କୁ କେତେକ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିଥାଅ ।

- ପ୍ରସଙ୍ଗଟି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ବୁଝାଇବା ପାଇଁ ତୁମେ ବିଭିନ୍ନ ଶିକ୍ଷଣ ଉପକରଣ, ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ, ପରୀକ୍ଷଣ ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରଦର୍ଶନ କରାଇ ଆଲୋଚନା କର ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ଲବ୍ଧଜ୍ଞାନ ଆକଳନ କରିବା ପାଇଁ ତୁମେ ଶେଷରେ କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରି ଥାଅ ।

ଏହିପରି ତୁମେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରିଥାଅ ଯାହାକୁ ଏକ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି କୁହାଯାଇପାରିବ । ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରସଙ୍ଗର ବିଷୟବସ୍ତୁ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ଅନୁଭୂତିଗୁଡ଼ିକ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ସମ୍ମୁଖରେ ଉପସ୍ଥାପନା କରିବା ଶୈଳୀକୁ ପଦ୍ଧତି (method) କହନ୍ତି । ଶିକ୍ଷାଦାନର ପଦ୍ଧତି ନିର୍ବାଚନରେ ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗ ପ୍ରତି ଦୃଷ୍ଟି ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

-ଶିକ୍ଷଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

- ପ୍ରସଙ୍ଗର ପରିସର ଓ ସୀମାବଧାରଣ (Scope and Limitation)
- ଶିକ୍ଷଣ ଅନୁଭୂତି ଗୁଡ଼ିକର ତାଲିକା ଓ ସଂଯୋଜନା
- କେଉଁ ଶିକ୍ଷଣ ପଦ୍ଧତି କମ୍ ଆୟାସ ସାଧ୍ୟ ଓ ଅଳ୍ପ ସମୟ ସାପେକ୍ଷ
- କେଉଁ ପଦ୍ଧତିରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କ୍ରିୟା, ପ୍ରତିକ୍ରିୟା, ଚିନ୍ତା ଓ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାର ଅଧିକ ସୁଯୋଗ ଅଛି
- କେଉଁ ପଦ୍ଧତିରେ ପଢ଼ାଇଲେ ପିଲାମାନେ ଆନନ୍ଦ ଓ ଆଗ୍ରହର ସହିତ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିଜକୁ ନିୟୋଜିତ କରିପାରିବେ

ଆମର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ବିଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତିର ଲକ୍ଷଣ,ସୋପାନ, ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ, ଦୋଷତ୍ରୁଟି ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧ ଉପରେ ବିଶେଷ ଜ୍ଞାନ ରହିବା ଦରକାର, ଫଳରେ ଆମେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ପଦ୍ଧତି ଚୟନ କରିପାରିବା ।

8.3.1 ଆରୋହ ଓ ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତି (Inductive and deductive method) :

ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ଆରୋହ ଓ ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତିର ବହୁଳ ବ୍ୟବହାର ଆମେ କରିଥାଆନ୍ତି । ବାସ୍ତବରେ ଆରୋହ ଓ ଅବରୋହ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତିର ସମ୍ମିଶ୍ରଣ ଅଟେ । ଆସ ଆମେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରଭାବେ ପଦ୍ଧତି ଦୁଇଟିକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଆରୋହ ପଦ୍ଧତି (Inductive method) : କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବିଶେଷ ଓ ବାସ୍ତବ ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ ସାଧାରଣ ସତ୍ୟରେ ଉପନୀତ ହେବା ପଦ୍ଧତିକୁ ଆରୋହ ପଦ୍ଧତି କୁହାଯାଏ । କେତେକ ଅନୁଭୂତିରୁ ଯେଉଁ ସାଧାରଣ ସତ୍ୟ ମିଳେ ବା ବିଭିନ୍ନ ପରୀକ୍ଷା ନିରୀକ୍ଷାରୁ ଯେଉଁ ସାଧାରଣ ନିୟମ ବା ସୂତ୍ର ସଂଗ୍ରହ କରାଯାଏ, ତାହା ହିଁ ଏହି ଆରୋହ ପଦ୍ଧତି ଦ୍ୱାରା ସମ୍ଭବପର ହୋଇଥାଏ । କୌଣସି ନିୟମ ବା ସୂତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ ନିମିତ୍ତ ଏହି ପଦ୍ଧତିର ପ୍ରୟୋଗ ଏକାନ୍ତ ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ ।

ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ଆମେ ଯେଉଁ ବିଶେଷ ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ ମାନ ଦେଇଥାନ୍ତି, ସେଗୁଡ଼ିକ ସାଧାରଣତଃ ମୂର୍ତ୍ତ (Concrete) । ଏହି ମୂର୍ତ୍ତ ଜିନିଷରୁ ଆମକୁ ଅମୂର୍ତ୍ତ (Abstract) ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ପଡ଼େ । ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସତ୍ୟରୁ ସାଧାରଣ ସତ୍ୟଆଡ଼କୁ ଗତିକରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ- 1 : 1+1=2, 1+ 3 = 4, 3 + 5 = 8, 3 + 7 = 10.....

ଏଠାରେ 1,3,5,7 ଗୁଡ଼ିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ଏବଂ ପ୍ରତି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିର ଯୋଗଫଳ 2,4,8,10 ଆଦି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

ଏହି ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକରୁ ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିବା ଯେ ଦୁଇଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ତିନୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ପାଇଁ ସତ୍ୟ କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ- 2 : ପ୍ରତି ପିଲାଙ୍କୁ ସର୍ବନିମ୍ନ ତିନୋଟି ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ କୁହାଯାଉ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ମାପିବାକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଦିଅ । ପ୍ରତି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ସାରଣୀରେ ଲେଖି ସେମାନଙ୍କ ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସୂଚନା ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ଯେ ପ୍ରତି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣତ୍ରୟର ମାପର ସମଷ୍ଟି 180 ଡିଗ୍ରୀ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ହେବ । ତେଣୁ ଆମେ ଏକ ସାଧାରଣ ସତ୍ୟରେ ଉପନୀତ ହେବା ଯେ, ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ମାପର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

ଉଦାହରଣ- 3 : $2+3 = 5$ ଏବଂ $3 + 2 = 5$ ତେଣୁ $2+3 = 3+2$

$5+9 = 14$ ଏବଂ $9 + 5 = 14$ ତେଣୁ $5+9 = 9 + 5$

$-11+ 25 = 14$ ଏବଂ $25 + (-11) =14$ ତେଣୁ $(-11) + 25 = 25 + (-11)$

ଏଠାରେ 2,3,5, 9 ଓ 25 ଗୁଡ଼ିକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

ତେଣୁ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରଣ କରିବା ଯେ a ଓ b ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $\boxed{a + b = b + a}$

ଏହିପରି ଆମେ ପ୍ରତି ଉଦାହରଣରେ କେତେକ ବାସ୍ତବ ଓ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସତ୍ୟ ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ ସାଧାରଣ ସତ୍ୟରେ ଉପନୀତ ହେଲେ । ଏଠାରେ ଧ୍ୟାନ ଦେବାକୁ ହେବ ଯେ ଯେତେ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବାସ୍ତବ ବା ସ୍ଥୁଳ ଉଦାହରଣ ନେବା, ସିଦ୍ଧାନ୍ତୀକରଣ ସେତେ ଦୃଢ଼ ହେବ ।

ଉପଯୋଗିତା (Advantages) :

- ଏହି ପଦ୍ଧତି ମନସ୍ତାତ୍ତ୍ୱିକ ଓ ସ୍ୱାଭାବିକ
- ଏହା ସିଦ୍ଧାନ୍ତୀକରଣର ଭିତ୍ତିପ୍ରସ୍ତର ସ୍ଥାପନ କରିଥାଏ
- ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଅଧିକ ସକ୍ରିୟ ଓ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ହୁଏ ।
- ଏଥିରେ ଆବିଷ୍କାର ମନୋବୃତ୍ତିର ବିକାଶ ସାଧନ ହୁଏ ।
- ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ ।
- ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ପାଇଁ ଏହି ପଦ୍ଧତି ବିଶେଷ ଉପଯୋଗୀ ।

ସୀମିତତା (Limitations) :

- ଏହି ପଦ୍ଧତି ବିସ୍ତାରିତ, ସୁଦୀର୍ଘ, ସମୟ ସାପେକ୍ଷ ଓ ପରିଶ୍ରମ ସାଧ୍ୟ ଅଟେ ।

- ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମାନସିକ କ୍ଲାନ୍ତି ଓ ଅନାଗ୍ରହ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ ।
- ଦକ୍ଷ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତି (Deductive method) : ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତି ଆରୋହ ପଦ୍ଧତିର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟା । ଏଥିରେ ଏକ ସାଧାରଣ ସତ୍ୟ ବା ସିଦ୍ଧାନ୍ତକୁ ନେଇ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥାଏ । ଗଣିତରେ ଆରୋହ ଅପେକ୍ଷା ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତିର ପ୍ରୟୋଗ ସର୍ବାଧିକ । ଏଥିରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଏକ ପୂର୍ବ ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ ସୂତ୍ର ବା ନିୟମ ଦିଆଯାଇ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବାକୁ କୁହାଯାଏ । ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନେ ଏହି ସୂତ୍ର ବା ନିୟମକୁ ପ୍ରମାଣିତ ସତ୍ୟ ଉକ୍ତି ବୋଲି ଗ୍ରହଣ କରିଥାନ୍ତି । ଏହି ପଦ୍ଧତି ସାଧାରଣ ସତ୍ୟରୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସତ୍ୟ ଆଡ଼କୁ ଏବଂ ଅମୂର୍ତ୍ତରୁ ମୂର୍ତ୍ତ ଆଡ଼କୁ ଅଗ୍ରସର ହୋଇଥାଏ । ଏହି ପଦ୍ଧତି ନିର୍ଭୁଲ ଓ ଫଳପ୍ରଦ ହୋଇ ପାରିବ ଯଦି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଥିବା ଉକ୍ତି ଗୁଡ଼ିକର ନିମ୍ନଲିଖିତ ଲକ୍ଷଣମାନ ଥିବ ।

- ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସୁସଙ୍ଗତ ହୋଇଥିବା ଉଚିତ ଅର୍ଥାତ୍ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ବିରୋଧୀ ହେଉ ନ ଥିବେ ।
- ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସରଳ ହୋଇଥିବ ଏବଂ ଏଥିରେ ଦ୍ୱିଅର୍ଥବୋଧକ ଶବ୍ଦ ବା ବାକ୍ୟର ବ୍ୟବହାର ହୋଇ ନ ଥିବ ।
- ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ ତଥ୍ୟାବଳୀ ଓ ଅନୁଭୂତିର ବିରୁଦ୍ଧାଚରଣ କରୁନଥିବ ।

ଉଦାହରଣ- 4 :

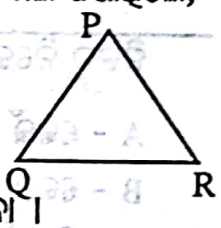
27 ଓ 29 ର ଯୋଗଫଳ ଯୁଗ୍ମ ନା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

ଏଠାରେ "ଦୁଇଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା" ଜଣାଥିଲେ, ତାହା ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆମେ ସହଜରେ କହିପାରିବା ଯେ 27 ଓ 29 ର ଯୋଗଫଳ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ- 5 :

PQR Δ ରେ $m\angle P = 50^0$ ଏବଂ $m\angle Q = 45^0$ ହେଲେ $m\angle R$ କେତେ ହେବ ?

ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଆମ ପାଖରେ "ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ମାପର ସମଷ୍ଟି 180^0" ବୋଲି ଜଣାଥିଲେ,



ଆମେ ତାର ପ୍ରୟୋଗ କରି $m\angle R = 180^0 - (m\angle P + m\angle Q)$

$= 180^0 - (50^0 + 45^0)$

$= 180^0 - 95^0 = 85^0$ ବୋଲି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ - 6 : $a + b = b + a$; a ଓ b ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହାର ସତ୍ୟତା ପ୍ରମାଣ କର ।

ମନେକର $a = 7$ ଓ $b = -12$

$LHS = a + b = 7 + (-12) = -5$

$RHS = b + a = (-12) + 7 = -5$

$\therefore LHS = RHS$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉଦାହରଣରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ ଏକ ସାଧାରଣ ସତ୍ୟ ବା ସିଦ୍ଧାନ୍ତକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମସ୍ୟାରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଉଛି ।

ଉପଯୋଗିତା (Advantages) :

- ଏହି ପଦ୍ଧତି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ କମ୍ ସମୟ ଆବଶ୍ୟକ କରେ ।
- ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସ୍ମୃତି ଶକ୍ତିର ବିକାଶ କରିଥାଏ ।
- ସମସ୍ୟା ସମାଧାନର ଗତି ଓ ଦକ୍ଷତାକୁ ଏହି ପଦ୍ଧତି ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ କରେ ।
- ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କ ପାଇଁ ଏହା ବିଶେଷ ଉପଯୋଗୀ ।
- ଅଭ୍ୟାସ ଓ ପୁନରାଲୋଚନା ପାଇଁ ଏହା ବିଶେଷ ଉପଯୋଗୀ ।
- ପିଲାମାନଙ୍କ ଅଙ୍କ କଷିବା କୌଶଳ, ନିର୍ଭୁଲ ଭାବ ଓ ନିର୍ଭୀକତା ବୃଦ୍ଧି କରିଥାଏ ।

ସୀମିତତା (Limitations) :

ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଚିନ୍ତା ଓ ପ୍ରଜ୍ଞାଶକ୍ତିର ବିକାଶ ସାଧନ ହୋଇ ନ ଥାଏ ।

- ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ଅନେକ ସୂତ୍ର ଓ ନିୟମ ମୁଖସ୍ଥ କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ ଯାହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ହୋଇଥାଏ । ସୂତ୍ର ଭୁଲିଗଲେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ସହଜ ହୋଇନଥାଏ ।
- ଏଥିରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ନିଷ୍କ୍ରିୟ ଓ ଶିକ୍ଷକ ସକ୍ରିୟ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଥାନ୍ତି ।
- ବାସ୍ତବ ଓ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଦାହରଣ ବିନା ସାଧାରଣ ନିୟମ ଓ ସୂତ୍ରକୁ ବୁଝିବା ପିଲାମାନଙ୍କ ପାଇଁ କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ହୋଇଥାଏ ।

ପ୍ରକୃତରେ ଆରୋହ ଓ ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତିଦ୍ୱୟ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତି ନୁହଁନ୍ତି । ଏହା ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ପଦ୍ଧତିର ଦୁଇଟି ମୁଖ୍ୟ ଅଂଶ । ଆରୋହ ପଦ୍ଧତିରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ, ଶିକ୍ଷାଲାଭ ସମୟରେ ଯେଉଁ ସବୁ ସଂପର୍କ ବା ନିୟମ ଆବିଷ୍କାର କରେ ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତିରେ ସେସବୁର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଓ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଫଳରେ ଆରୋହରେ ଉପଲବ୍ଧ ନିୟମ ବା ସମ୍ପର୍କର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦିତ ହୋଇଥାଏ । ଗଣିତର ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷଣ ଆରୋହରେ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ ଏବଂ ଅବରୋହରେ ଶେଷ ହୁଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା : E_1

A – କେଉଁ ପଦ୍ଧତିରେ ଏକ ସୂତ୍ର ବା ନିୟମ ଗଠନ / ପ୍ରସ୍ତୁତି କରାଯାଏ ?

B – କେଉଁ ପଦ୍ଧତିରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ସୂତ୍ରର ପ୍ରୟୋଗ ସିଧାସଳଖ କରାଯାଏ ?

C – ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଆବିଷ୍କାର ମନୋଭାବ କେଉଁ ପଦ୍ଧତିରେ ବିକଶିତ ହୋଇଥାଏ ?

8.3.2 ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ସଂଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତି (Analytic and Synthetic method)

ଅଧିକାଂଶ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟାର ଦୁଇଟି ବିଶେଷ ଅଂଶ ଥାଏ, ଯଥା – ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ବା ପରିକଳ୍ପନା (hypothesis) ଏବଂ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ (Conclusion)। ସମସ୍ୟାରେ ଯାହା ସତ୍ୟ ବୋଲି ଦତ୍ତ ଥାଏ ତାହା ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ଯାହା ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ଥାଏ ତାହାକୁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କୁହନ୍ତି । ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଆଧାରରେ ଆମକୁ ଯୁକ୍ତିମୂଳକ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ । ଆସ ପଦ୍ଧତିର ଏହି ଦୁଇଟି ଅଂଶକୁ ଅଲଗା ଭାବେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତି (Analytic method) :

ବିଶ୍ଳେଷଣର ଅର୍ଥ ଭାଗ ଭାଗ କରିବା । କୌଣସି ଏକ ସମସ୍ୟାକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଅଂଶ ବିଶେଷରେ ପରିଣତ କରିବାକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କୁହନ୍ତି । ଅର୍ଥାତ୍ ଏକ ସମସ୍ୟାକୁ ବିଭିନ୍ନ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମାଧାନରେ ଉପନୀତ ହେବା ହିଁ ବିଶ୍ଳେଷଣ ରୂପେ ପରିଚିତ । ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ସମସ୍ୟାର ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶମାନ ଚିହ୍ନଟ କରିବାପରେ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ ଓ ଧାରଣା ସଙ୍ଗେ ଅଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ବନ୍ଧିତ କରି ସମାଧାନର ପନ୍ଥା ନିରୂପଣ କରାଯାଏ । ଏହାକୁ ମୁଖ୍ୟତଃ ଆମେ ଏକ ଆବିଷ୍କାର ପଦ୍ଧତି ବୋଲି କହିବା ଏବଂ ସମାଧାନର ପନ୍ଥା ଆବିଷ୍କାର କରିବା ଏହାର ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ । ଏହି ପଦ୍ଧତିର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକ ହେଲା-

- ସମସ୍ୟାର ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶମାନଙ୍କୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ ଓ ଅଭିଜ୍ଞତା ସହ ସେମାନଙ୍କର ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିବା
- ସମସ୍ୟା ସମାଧାନର ପନ୍ଥା ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା

E.L. Thorndike ଙ୍କ ମତରେ "Analysis is the highest intellectual performance of the mind"

ଏହି ପଦ୍ଧତି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରୁ ଦତ୍ତ ଆଡ଼କୁ, ଅଜ୍ଞାତରୁ ଜ୍ଞାତ ଏବଂ ଶେଷରୁ ଆରମ୍ଭ ଆଡ଼କୁ ଅଗ୍ରସର ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ – 7 : ଯଦି $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ହୁଏ ତେବେ ପ୍ରମାଣ କର $\frac{ac-2b^2}{b}=\frac{c^2-2bd}{d}$

ବିଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତିରେ ଆମେ ପ୍ରାମାଣ୍ୟ ବା କ'ଣ ପ୍ରମାଣ କରିବାକୁ ହେବ ସେଥିରୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା

$\frac{ac-2b^2}{b}=\frac{c^2-2bd}{d}$ ସତ୍ୟ ହୁଏ

ଯଦି $d(ac-2b^2) = b(c^2-2bd)$ ସତ୍ୟ ହୁଏ

ଯଦି $acd - 2b^2d = bc^2 - 2b^2d$ ସତ୍ୟ ହୁଏ

ଯଦି $acd = bc^2$ ସତ୍ୟ ହୁଏ

ଯଦି $ad = bc$ ସତ୍ୟ ହୁଏ

ଯଦି $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ସତ୍ୟ ହୁଏ, ଯାହାକି ପ୍ରଶ୍ନରେ ଦତ୍ତ ଅଛି ।

ଯେହେତୁ ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତଟି ସତ୍ୟ, ତେଣୁ $\frac{ac-2b^2}{b}=\frac{c^2-2bd}{d}$ ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସମସ୍ୟାର ପ୍ରାମାଣିକ ଉକ୍ତି ନୁହଁନ୍ତି । ବରଂ ଏହି ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରମାଣ ଆବିଷ୍କାର କରିବାର ଉକ୍ତି ଅଟନ୍ତି । ସଂଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତି ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିଥାଏ ।

ଉପଯୋଗିତା :

- ବିଶ୍ଳେଷଣ ଏକ ତର୍କସିଦ୍ଧ ପଦ୍ଧତି
- ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ମନରୁ ସଂନ୍ଦେହ ଦୂରୀଭୂତ କରିଥାଏ
- ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଚିନ୍ତା ଓ ପ୍ରଜ୍ଞା ଶକ୍ତିର ବିକାଶ ସାଧନ କରିଥାଏ
- ଏହା ପ୍ରମାଣ ଧାରା ଆବିଷ୍କାର କରିବାର ଏକ ପଦ୍ଧତି
- ଏଥିରେ ଶିକ୍ଷଣ ଦୀର୍ଘସ୍ଥାୟୀ ହୋଇଥାଏ ।

ସୀମିତତା :

- ବିଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତି ପରିଶ୍ରମ ସାଧ୍ୟ ଅଟେ ।
- ଏହା ଏକ ପରୋକ୍ଷ ପଦ୍ଧତି
- ଶିକ୍ଷକ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ବିଶେଷ ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତିର ଦକ୍ଷତା ଉପରେ ଏହି ପଦ୍ଧତିର ସଫଳତା ନିର୍ଭର କରେ ।

ସଂଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତି (Synthetic method) :

ସଂଶ୍ଳେଷଣ, ବିଶ୍ଳେଷଣର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଟେ । କୌଣସି ସମସ୍ୟାକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରି ସାରିବା ପରେ ତା'ର ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶମାନଙ୍କୁ ଏକତ୍ରିତ କରି ସମସ୍ୟାର ଏକ ସଫଳ ସମାଧାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସଂଶ୍ଳେଷଣ କୁହାଯାଏ । ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ଜ୍ଞାତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ରିତ କରି ଏକ ଧାରଣା/ସତ୍ୟରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ହୁଏ, ଯେଉଁଠାରେ ଅଜ୍ଞାତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ପ୍ରମାଣିତ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ପଦ୍ଧତି ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରାମାଣ୍ୟ ସଙ୍ଗେ ସମ୍ପର୍କିତ କରାଯାଏ । ସଂଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତିରେ ସମାଧାନର ଧାରାକୁ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ଭାବରେ ଏକତ୍ରିତ କରାଯାଉଥିବାରୁ ଏହା ବିଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତି ଅପେକ୍ଷା ଅଧିକ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ଓ ଗ୍ରହଣଯୋଗ୍ୟ । ସାଧାରଣତଃ ଗଣିତ ପୁସ୍ତକମାନଙ୍କରେ କୌଣସି ଗାଣିତିକ ତଥ୍ୟର ପ୍ରମାଣ ଏହି ପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖାଯାଇଥାଏ । ଏହି ପଦ୍ଧତି, ଜ୍ଞାତରୁ ଅଜ୍ଞାତ ଆଡ଼କୁ, ଆରମ୍ଭରୁ ଶେଷ ଆଡ଼କୁ ଏବଂ ଦତ୍ତରୁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଆଡ଼କୁ ଅଗ୍ରସର ହୁଏ ।

ଉଦାହରଣ -7 କୁ ସଂଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତିରେ ଆମେ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ହେଲେ ତଥ୍ୟରୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା

ଦତ୍ତ ଅଛି $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$\Rightarrow ad = bc$ (ବଜ୍ରଗୁଣନ କରି)

$\Rightarrow ad \times c = bc \times c$ ($c \neq 0$ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଗୁଣନ କରି)

$\Rightarrow acd = bc^2$

$\Rightarrow acd - 2b^2d = bc^2 - 2b^2d$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ '$-2b^2d$' ଯୋଗ କରି)

$\Rightarrow d(ac - 2b^2) = b(c^2 - 2bd)$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$\Rightarrow \frac{d(ac-2b^2)}{bd} = \frac{b(c^2-2bd)}{bd}$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ bd ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି)

$\Rightarrow \frac{ac-2b^2}{b} = \frac{c^2-2bd}{d}$ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଏଠାରେ ଆମେ ଜ୍ଞାତ ତଥ୍ୟରୁ ଆରମ୍ଭ କଲେ ଏବଂ ଅଜ୍ଞାତ ତଥ୍ୟରେ ପହଞ୍ଚିଲେ ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରମାଣ କଲେ

ଉପଯୋଗିତା :

- ସଂଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତି ଶୃଙ୍ଖଳିତ ଅଟେ ଓ ସହଜରେ ବୁଝି ହୁଏ ।
- ଏହି ପଦ୍ଧତି ଦ୍ୱାରା ସମାଧାନକୁ ଲିଖିତ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ସହଜ ଓ ବୋଧଗମ୍ୟ ହୋଇଥାଏ ।
- ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକର ପ୍ରସଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକର ଶିକ୍ଷାଦାନ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ କରିବାରେ ଏହା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ସୀମିତତା :

- ସଂଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ମନରେ ଅନେକ ସନ୍ଦେହ ରଖି ଯାଇଥାଏ ।
- ଏହି ପଦ୍ଧତି ପ୍ରତି ସୋପାନରେ କାରଣକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିନଥାଏ ।
- ଏଥିରେ ବୋଧଶକ୍ତି ଅପେକ୍ଷା ସ୍ମୃତି ଶକ୍ତିର ବିକାଶ ହୋଇଥାଏ ।
- ଏଥିରେ ଆବିଷ୍କାର ମନୋଭାବର ବିକାଶ ସାଧନ ସହଜ ହୋଇନଥାଏ ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ସଂଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତିଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । ଗୋଟିଏ ବିନା ଅନ୍ୟର ସ୍ଥିତି ନାହିଁ । ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ ଦ୍ୱାରା ସମସ୍ୟାର ବିଭିନ୍ନ ଅଂଶକୁ ଅଲଗା କରାଯାଏ ଏବଂ ସଂଶ୍ଳେଷଣ ଦ୍ୱାରା ବିଭିନ୍ନ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶକୁ ଏକତ୍ର କରାଯାଏ । ସଂକ୍ଷିପ୍ତରେ କହିବାକୁ ଗଲେ ବିଶ୍ଳେଷଣ ସମସ୍ୟାଟିକୁ ବୁଝିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ ଏବଂ ସଂଶ୍ଳେଷଣ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ । ମାନସିକ ଶକ୍ତିର ପରିପୋଷକ ରୂପେ ବିଶ୍ଳେଷଣର ସ୍ଥାନ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ ଅତି ଉଚ୍ଚରେ ହୋଇଥିଲେ ମଧ୍ୟ ସମାଧାନକୁ ସରଳ, ସାବଲୀଳ, ବୋଧଗମ୍ୟ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ସଂଶ୍ଳେଷଣ ପନ୍ଥା ଅନିବାର୍ଯ୍ୟ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_2) :

କେଉଁ ପଦ୍ଧତିରେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରୁ ପ୍ରମାଣ ଆରମ୍ଭ କରାଯାଇଥାଏ ?

8.3.3 ପ୍ରକଳ୍ପ ପଦ୍ଧତି (Project method) :

ତୁମେ ଅନୁଭବ କରିଥିବ ଶ୍ରେଣୀର ଅଧିକାଂଶ ପିଲା ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ସମସ୍ୟାମାନ ସହଜରେ ସମାଧାନ କରିଦେଇ ପାରନ୍ତି କିନ୍ତୁ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ସେହି ପ୍ରକାର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ଅସମର୍ଥତା ପ୍ରକାଶ କରିଥାଆନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ପିଲାମାନେ ବହିର ଲାଭକ୍ଷତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ସହଜରେ କରିପାରନ୍ତି କିନ୍ତୁ ବଜାରରେ ବିକାକିଣା ସମୟରେ ସେହି ଜ୍ଞାନ ଓ ଧାରଣାକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାରେ ଅସମର୍ଥ ହୋଇଥାଆନ୍ତି । ଏହାର କାରଣ ହେଉଛି ଶ୍ରେଣୀରେ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରଣାଳୀ ତ୍ରୁଟିପୂର୍ଣ୍ଣ । ବାସ୍ତବରେ, ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ବାସ୍ତବ ଜୀବନରେ ତା'ର ଚିନ୍ତା ଓ କାର୍ଯ୍ୟ

କରିବାର ସାମର୍ଥ୍ୟ ବୃଦ୍ଧି କରିବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ । ତେଣୁ ପ୍ରକଳ୍ପ ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷଣ, ତା'ର ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ଅଭିଜ୍ଞତା ହାସଲ କରିବାରେ ଅଧିକ ଫଳପ୍ରଦ ହୋଇଥାଏ । ପ୍ରକଳ୍ପ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷଣ ଏକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କୈନ୍ଦ୍ରିକ ପଦ୍ଧତି ଯେଉଁଥିରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ସାଧାରଣ ଶ୍ରେଣୀ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ବାହାରକୁ ବାହାରି କିଛି ବାସ୍ତବ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାକୁ ପ୍ରୋତ୍ସାହିତ ହୁଅନ୍ତି । ଏହି ପ୍ରକଳ୍ପ ଭିତ୍ତିକ ଶିକ୍ଷଣ ଦୁଇ ପ୍ରକାର ଯଥା

- ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ପ୍ରକଳ୍ପ – ଜଣେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଦ୍ୱାରା ସଂପାଦିତ ହୋଇଥାଏ ।
- ସାମାଜିକ ପ୍ରକଳ୍ପ – ଗୋଟିଏ ଦଳ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସଂପାଦିତ ହୋଇଥାଏ ।

ଏହି ପ୍ରକଳ୍ପକାର୍ଯ୍ୟରେ ଆମେ ଫଳାଫଳ, ଉପସ୍ଥାପନା, ପ୍ରଦର୍ଶନ ଇତ୍ୟାଦି ଉପରେ ପ୍ରାଧାନ୍ୟ ଦେଇଥାଉ । ଗଣିତର ଏକ ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଅଧିକ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ, ସକ୍ରିୟ ଅଂଶଗ୍ରହଣ, ପିଲାମାନଙ୍କୁ ମୁକ୍ତ ପରିବେଶ ପ୍ରଦାନ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ବିଷୟ ସଙ୍ଗେ ସହ ସମ୍ପର୍କ ଇତ୍ୟାଦି ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ଥାଏ । ପ୍ରକଳ୍ପ ପଦ୍ଧତି ଶିକ୍ଷଣରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ଅଧିକ ସାବଧାନତା ଓ ଦକ୍ଷତାର ସହିତ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ । John Deweyଙ୍କ ବାସ୍ତବବାଦୀ ତତ୍ତ୍ୱ ଉପରେ ଏହି ପଦ୍ଧତି ଆଧାରିତ । Dr. Kilpatrik ଙ୍କ ମତରେ "ପ୍ରକଳ୍ପ ହେଉଛି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପର ଏକ ଏକକ ଯାହାକି ଏକ ସାମାଜିକ ପରିବେଶରେ ପରିଚାଳିତ ହୁଏ ।" ଷ୍ଟିଭେନ୍‌ସନ୍‌ଙ୍କ ଭାଷାରେ "Project is defined as a problematic act carried to its completion in its natural setting." ଅର୍ଥାତ୍ ଏହା ଏକ ସମସ୍ୟା ବହୁଳ କାର୍ଯ୍ୟ ଯାହା ପ୍ରାକୃତିକ ଅବସ୍ଥିତିରେ ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇଥାଏ ।

ପ୍ରକଳ୍ପ ପଦ୍ଧତି, କାର୍ଯ୍ୟ ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷଣ ନିୟମ ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ । ଏହାର ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା ଜ୍ଞାନର ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ ବୋଲି ମନେ କରାଯାଇଛି । ଏହା ସ୍ୱତଃପ୍ରବୃତ୍ତ ଓ ସ୍ୱାଭାବିକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଏକ ପଦ୍ଧତି । ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ ଅଗ୍ରଗତି ହେବାରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କିମ୍ବା ଏକ ଦଳ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିଚାଲନ୍ତି, ଯାହାକି ଆବଶ୍ୟକ ଓ ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଉପଲବ୍ଧ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ସମ୍ମିଳିତ କରି ଦତ୍ତ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନର ଏକ ସାମଗ୍ରିକ ରିପୋର୍ଟ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥାନ୍ତି ।

ଏକ ପ୍ରକଳ୍ପ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ସାଧାରଣତଃ ପାଞ୍ଚୋଟି ସୋପାନ ଦେଇ ଗତି କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା :

(1) ପରିସ୍ଥିତି ଯୋଗାଇବା / ପରିବେଶ ସୃଷ୍ଟି (Providing the situation) : ପ୍ରକଳ୍ପଟିଏ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ନିକଟ ପରିବେଶରେ ଉପୁଜୁଥିବା ସମସ୍ୟାରୁ ଉଦ୍ଭବ ହୋଇଥାଏ । ସେଥିପାଇଁ ଶ୍ରେଣୀରେ ପିଲାମାନଙ୍କ ସହ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ବା ନିଜ ଅଞ୍ଚଳର ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିର ଖୋଲା ଆଲୋଚନାରୁ ବିଭିନ୍ନ ସମସ୍ୟାମାନଙ୍କର ଏକ ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇପାରେ ।

(2) ମନୋନୀତ କରିବା / ପ୍ରକଳ୍ପ ଚିହ୍ନଟ (Choosing & Purposing the projects) : ପ୍ରସ୍ତୁତ ତାଲିକାରୁ ପିଲାମାନେ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଭାବେ ବା ଦଳଗତ ଭାବେ ଏକ ପ୍ରକଳ୍ପ ବାଛି ଥାଆନ୍ତି । ଏହା କାହିଁକି ବାଛିଲେ ଓ ତହିଁର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବେ ବ୍ୟକ୍ତ କରିବା ଦ୍ୱାରା ପରବର୍ତ୍ତୀ କାର୍ଯ୍ୟପନ୍ଥା ସୁଗମ ହୋଇଥାଏ ।

(3) ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତି (Planning the projects) : ନିଜ ପାଇଁ ବାଛିଥିବା ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟଟି କିପରି କରାଯାଇ ପାରିବ ତା'ର ଏକ ସୁପରିକଳ୍ପିତ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହି ଯୋଜନାରେ କାର୍ଯ୍ୟର ବିଭିନ୍ନ ସୋପାନ (କ୍ରମାନୁସାରେ), ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୋପାନରେ କି କି କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯିବ ତହିଁର ସମୟ ଅବଧି, ଆବଶ୍ୟକ ସମ୍ବଳ, ସମସ୍ୟା

ସମାଧାନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଗାଣିତିକ ତଥ୍ୟାବଳୀ ଆଦିର ବିସ୍ତୃତ ବିବରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବ । ଆଉ ମଧ୍ୟ ଦଳ ମଧ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ଦାୟିତ୍ୱ ବଣ୍ଟନ ଏଥିରେ ଉଲ୍ଲେଖ ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

(4) କାର୍ଯ୍ୟକାରିତା (Executing the project) : ଉପରୋକ୍ତ ଯୋଜନା ଅନୁସାରେ ପ୍ରକଳ୍ପଟି ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କରାଯିବ । ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ଯୋଜନାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇପାରେ ।

(5) ପ୍ରକଳ୍ପର ମୂଲ୍ୟାୟନ (Evaluating the project) : ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ ସମାପନ ପରେ ତହିଁର ଏକ ବିବରଣୀ ସଂପୃକ୍ତ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ବା ଦଳ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବେ । ସେହି ବିବରଣୀକୁ ଆଧାର କରି ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏଥିରୁ କି କି ନୂତନ ଅଭିଜ୍ଞତା ହାସଲ କରାଗଲା, କେତେ ବିକଳ୍ପ ପନ୍ଥା ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥିଲା, ପିଲାମାନେ କିପରି ନିଜର ଦାୟିତ୍ୱ ତୁଲାଇ ପାରିଲେ ଆଦି ବିଭିନ୍ନ ଦିଗର ଫଳପ୍ରଦ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ପ୍ରକଳ୍ପର କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା, ଯେଉଁ ଗୁଡ଼ିକୁ ଶ୍ରେଣୀ ବା ସ୍ତର ଅନୁଯାୟୀ ସଂପାଦନ କରିବାକୁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଦେଇପାରିବା ।

- ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣେଶ ପୂଜା ପାଳନ
- ନିଜ ଗ୍ରାମ / ପଡ଼ାର ପରିମାପ ପାଇଁ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତି
- ନିଜ ଅଞ୍ଚଳରେ ବସବାସ କରୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିମାନଙ୍କର ବୃତ୍ତି ଓ ଆୟର ବିବରଣୀ
- ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଫୁଲ ବଗିଚା ପ୍ରସ୍ତୁତି
- ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ସମବାୟ ବ୍ୟାଙ୍କ ପରିଚାଳନା କରିବା

ଏହି ପ୍ରକଳ୍ପ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅଧିକ ଆଲୋଚନା ପାଇଁ ଆମେ ପ୍ରଥମ ବର୍ଷର ବିଜ୍ଞାନ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶିକ୍ଷଣ ପଦ୍ଧତିର ଏକକ - ୫ର ସହାୟତା ନେଇ ପାରିବା ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_3) :

ବନ୍ୟାର ପ୍ରକୋପ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ରଚନା ଲେଖିବା ପାଇଁ ଗୃହକାର୍ଯ୍ୟ ଏକ ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ ହେବ କି ? ଉତ୍ତରର କାରଣ ଦିଅ ।

8.3.4 ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପଦ୍ଧତି (Problem solving method) :

ଗଣିତରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ଏକ ପ୍ରଧାନ ଦକ୍ଷତା ଯାହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ହାସଲ କରୁ ବୋଲି ଆମେ ଆଶା କରୁ । କେବଳ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରିଦେଲେ ଯେ ଆମେ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନରେ ପହଞ୍ଚିବା, ଏହା ସର୍ବଦା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ସେହି ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଆମକୁ -

(i) ସମସ୍ୟାଟିର ସ୍ୱରୂପ / ପ୍ରକୃତି ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ହେବ

(ii) ବିଭିନ୍ନ ଉତ୍ସରୁ ସମ୍ପର୍କିତ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ

(iii) ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟର ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ହେବ

ଏବଂ (iv) ସମସ୍ୟାଟିର ଉପଯୁକ୍ତ ସମାଧାନରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ହେବ ।

ତେଣୁ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପଦ୍ଧତି ଏକ ପ୍ରଣାଳୀ ଯହିଁରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ, ଏକତ୍ରୀକରଣ, ବିଶ୍ଳେଷଣ ଏବଂ ବ୍ୟାଖ୍ୟାକରଣ ଦକ୍ଷତା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ତୁମେ ଅନୁଭବ କରିଥିବ ଯେ କେତେକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ଅନନ୍ୟ । କିନ୍ତୁ ଆଉ କେତେକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଏକାଧିକ ପ୍ରଣାଳୀ / ଧାରା ଅନୁସରଣ କରାଯାଇପାରେ । ଆମେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଶିକ୍ଷାଦାନ କଲା ବେଳେ କେଉଁ କେଉଁ ଉପାୟରେ ଏହା ସମାଧାନ ହେଉଛି ତାହା ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଜଣାଇବାକୁ ହେବ ଯେ ଏକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ଏକାଧିକ ଧାରା ଅଛି ଏବଂ ବିକଳ୍ପ ଧାରା ଆବିଷ୍କାର କରିବାକୁ ଆମେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ଦରକାର ।

ବିକଳ୍ପଧାରା ଖୋଜିବା ପାଇଁ ପିଲାମାନଙ୍କ ଚିନ୍ତାଶୀଳ ଓ ସୃଜନଶକ୍ତି ଦକ୍ଷତା ଥିବା ଆବଶ୍ୟକ । ତେଣୁ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପଦ୍ଧତିର ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହେଲା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଚିନ୍ତାଶୀଳ ଓ ସୃଜନ ଚିନ୍ତନକୁ ଉଦ୍ଦୀପିତ (Stimulate) କରିବା । ଗଣିତର ଏକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସୋପାନ ଅନୁସରଣ କରିବାକୁ ହେବ ।

1ମ ସୋପାନ – ସମସ୍ୟା ଚିହ୍ନଟୀକରଣ (Identifying the problem) – ପିଲାମାନେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପୂର୍ବରୁ ସମସ୍ୟାକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ମନେକର ଯେ ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପଢ଼ାଇବା ବେଳେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ବଗିଚାରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ କହିଲେ ଏବଂ ପିଲାମାନେ ଦଳଗତ ଭାବେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କ୍ଷେତ୍ର ଏଥିପାଇଁ ବାଛି ନେଲେ ।

2ୟ ସୋପାନ – ସମସ୍ୟାର ସ୍ପଷ୍ଟୀକରଣ (Defining the problem) : ପିଲାମାନେ ସମସ୍ୟାଟିରେ କ'ଣ ଦତ୍ତ ଅଛି ଓ କ'ଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ବୁଝିବାକୁ ହେବ । ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଳ କ୍ଷେତ୍ରଟି କି ପ୍ରକାରର (ଏହା ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ, ବର୍ଗ ବା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର) ତାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିବେ ।

3ୟ ସୋପାନ – ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ (Collection of relevant information) : ଏଥିରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ଓ ସମ୍ପର୍କିତ ତଥ୍ୟ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀକୁ ସଂଗ୍ରହ କରିବାକୁ ହୁଏ । ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ, ଅଭିଜ୍ଞତା କୌଶଳ, ପ୍ରଣାଳୀ ଇତ୍ୟାଦିକୁ ମନେପକାଇଥାଏ । ଉପରୋକ୍ତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟମାନ ଜାଣିବା ସହିତ ତହିଁର ପ୍ରୟୋଗ କରି ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାର କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବେ ତାହା ବହିରୁ ବା ଅନ୍ୟ କାହାଠାରୁ ସଂଗ୍ରହ କରିବେ । କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର ବାହୁର, ଉଚ୍ଚତାର ବା ଅନ୍ୟ ଆବଶ୍ୟକ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବେ ।

4ର୍ଥ ସୋପାନ – ଅନୁକଳ୍ପନା ଗଠନ (Formulating hypothesis) : ସମସ୍ୟା ସମାଧାନର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ଖୋଜିବା ଅର୍ଥାତ୍ ସମସ୍ୟାଟି କେତେ ଉପାୟରେ ସମାଧାନ ହୋଇ ପାରିବ ତାହା ଚିନ୍ତା କରିବା । ଉପର ଉଦାହରଣରେ ଜଣେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ / ଦଳ ନିଜର କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ପ୍ରକାର ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ମାପି ପାରିବେ ତାହାର ତାଲିକା କରିବେ ।

5ମ ସୋପାନ – ଅନୁକଳ୍ପନାଗୁଡ଼ିକର ପରୀକ୍ଷଣ (Testing the hypothesis) : ସମସ୍ୟା ସମାଧାନର ବିଭିନ୍ନ ଧାରାଗୁଡ଼ିକୁ ପରୀକ୍ଷା ନିରୀକ୍ଷା କରିବା । ଯେଉଁ ପ୍ରଣାଳୀ / ଧାରାଟି ସହଜ, ସଂକ୍ଷିପ୍ତ, ବୋଧଗମ୍ୟ ଓ ବୈଧ ତାହାକୁ

ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କରିବା । ଉପର ସୋପାନରେ ତାଲିକା କରିଥିବା ବିଭିନ୍ନ ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ନିଜର କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମାପିବା ପାଇଁ ସର୍ବୋତ୍କୃଷ୍ଟ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବେ ।

6ଷ୍ଠ ସୋପାନ - ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନିରୂପଣ (Drawing conclusion) : ଧାରା ପ୍ରୟୋଗ କରି ସମସ୍ୟାଟିର ସମାଧାନ କରିବା ଏବଂ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିବା । ଏହି ସୋପାନରେ ବାଛିଥିବା ଉପଯୁକ୍ତ ସୂତ୍ର / ପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କରି କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବେ ।

7ମ ସୋପାନ- ଫଳାଫଳର ପ୍ରୟୋଗ (Applying the result) : ଶେଷରେ ପିଲାମାନେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତର ପ୍ରୟୋଗ କରିବେ । ଅର୍ଥାତ୍ ପାଇଥିବା ପ୍ରଣାଳୀ / ଧାରାକୁ ନୂତନ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବେ ।

ଶ୍ରେଣୀ ମଧ୍ୟରେ ବା ବାହାରେ ପିଲାମାନେ ସମ୍ମୁଖୀନ ହେଉଥିବା ସମସ୍ୟାମାନଙ୍କର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଏହି ପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରେ । ଏଗୁଡ଼ିକ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ବା ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ପ୍ରୟୋଗରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ବାସ୍ତବ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇପାରେ । ପିଲାମାନଙ୍କୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷାର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାରୁ ନିଜର ଛୋଟ ଛୋଟ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଏହି ପଦ୍ଧତିର ସରଳ ବ୍ୟବହାର ସହ ଅଭ୍ୟସ୍ତ କରାଇଲେ, ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅବସ୍ଥାରେ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ଜଟିଳ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ ସେମାନଙ୍କ ପାଇଁ ବିଶେଷ କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ ହୋଇନଥାଏ ।

8.3.5 କ୍ରୀଡ଼ା ପଦ୍ଧତି (Play way method)

ପିଲାମାନେ ସାଧାରଣତଃ କ୍ରୀଡ଼ା ପ୍ରିୟ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଏହା ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ କ୍ରିୟା ଏବଂ ଆନନ୍ଦର ଉତ୍ସ । ସେମାନଙ୍କର କ୍ରୀଡ଼ା ଚଞ୍ଚଳ ମନ ସ୍ୱାଧୀନତା ଓ ସ୍ୱଚ୍ଛନ୍ଦ କର୍ମ ପ୍ରବାହର ପ୍ରୟାସ ହୁଏ । କ୍ରୀଡ଼ା ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କାମ ତାଙ୍କ ପାଇଁ ଏକ ଦଣ୍ଡ ବୋଲି ସେମାନେ ମନେ କରନ୍ତି । ଘର ପରିବେଶ ତଥା ସାଙ୍ଗସାଥୀଙ୍କୁ ଛାଡ଼ି ବିଦ୍ୟାଳୟ ଆସିବାକୁ ଅଧିକାଂଶ ପିଲା ଅନିଚ୍ଛୁକ ହୁଅନ୍ତି । ବିଦ୍ୟାଳୟ ଏପରି ଏକ କ୍ଷେତ୍ର, ଯେଉଁଠାରେ ପାଠପଢ଼ା ଭଳି କଷ୍ଟ କାମ ହୁଏ, ସେମାନେ ଏହା ଭାବି ବିଦ୍ୟାଳୟ ଆସିବାକୁ ଡରନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ସେମାନେ ଯଦି ଅନୁଭବ କରନ୍ତି ଯେ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ମଧ୍ୟ ସଙ୍ଗ ସାଥୀ ହୋଇ ଖେଳିହେବ ତେବେ ସେମାନେ ଆନନ୍ଦରେ ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ଆସିବେ । ବିଭିନ୍ନ କ୍ରୀଡ଼ା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷକ ତାଙ୍କ ଶୈକ୍ଷିକ ଲକ୍ଷ୍ୟ ସାଧନ କରିପାରିବେ । ତେଣୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ପରିବେଶକୁ ଆନନ୍ଦମୟ କରିବା ଏବଂ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମରେ କ୍ରୀଡ଼ାକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାହେଲେ ପିଲାମାନେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ପ୍ରତି ଆକର୍ଷିତ ହେବେ । ଫଳରେ ସେମାନଙ୍କର ପାଠପଢ଼ା ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ ଜାତ ହେବ । କୌଣସି କାର୍ଯ୍ୟ ଆନନ୍ଦମୟ, ସ୍ୱାଧୀନତାପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ସ୍ୱଚ୍ଛନ୍ଦ ଭାବରେ ସମ୍ପାଦିତ ହେଲେ ତାହା କ୍ରୀଡ଼ାରେ ପରିଣତ ହୁଏ । ଯେଉଁ ପଦ୍ଧତିରେ ଗଣିତର ଶୁଷ୍କ, ନିରସ ପ୍ରସଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ସରସ, ଜୀବନ୍ତ ଓ ଫଳପ୍ରଦ ଭାବେ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରାଯାଏ ତାହାକୁ କ୍ରୀଡ଼ାପଦ୍ଧତି କୁହନ୍ତି । ଛୋଟପିଲାମାନଙ୍କୁ ଯେ କୌଣସି ବିଷୟରେ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରିବାକୁ ହେଲେ କ୍ରୀଡ଼ା ସର୍ବୋତ୍କୃଷ୍ଟ ମାଧ୍ୟମ ବୋଲି ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ବ୍ରିଟିଶ୍ ଶିକ୍ଷାବିତ୍ ହାଇଡ୍ରେଲ୍ କୁକ୍ କ୍ରୀଡ଼ା ପଦ୍ଧତି ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରି ଶିଶୁଶିକ୍ଷା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆନ୍ଦୋଳନ ସୃଷ୍ଟି କରିଥିଲେ । ଆଧୁନିକ ମନସ୍ତତ୍ତ୍ୱବିତ୍ ଓ ଶିକ୍ଷାବିତ୍‌ମାନେ ମଧ୍ୟ କ୍ରୀଡ଼ାକୁ ଶିକ୍ଷାର ପ୍ରକୃତ ମାଧ୍ୟମ ଭାବେ ସ୍ୱୀକାର କରନ୍ତି ।

ପ୍ରଣାଳୀ - କ୍ରୀଡ଼ା ଚଞ୍ଚଳ ଓ କଳ୍ପନା ବିଳାସୀ ଶିଶୁକୁ କ୍ରୀଡ଼ା ସାମଗ୍ରୀ ଓ ଆନନ୍ଦଦାୟକ କ୍ରୀଡ଼ା ଜରିଆରେ ଗଣିତର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରସଙ୍ଗ, ସରଳ ଓ ସହଜ ଭାବେ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରାଯାଇ ପାରିବ । ଉପଯୁକ୍ତ କ୍ରୀଡ଼ା ସାମଗ୍ରୀର ସଂଗ୍ରହ, ଶିକ୍ଷକଙ୍କ

ମନସ୍ତାତ୍ତ୍ୱିକ ଚିନ୍ତାଧାରା, ସହଯୋଗ, ସ୍ନେହଶୀଳ ବ୍ୟବହାର ଓ ସର୍ବୋପରି ତାଙ୍କର ବୁଦ୍ଧିମତ୍ତା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ ସାଫଲ୍ୟ ମଣ୍ଡିତ କରିପାରିବ ।

କ୍ରୀଡ଼ାର ବିଶେଷତ୍ୱ :

- ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ରୀଡ଼ାରେ ଏକ ଆଭ୍ୟନ୍ତରୀଣ ଶୃଙ୍ଖଳା ଥାଏ, ଯାହାକୁ ପିଲାମାନେ ସ୍ଥିର କରିଥାଆନ୍ତି ଏବଂ ଖେଳିବା ସମୟରେ ମାନନ୍ତି ।
- କ୍ରୀଡ଼ା ଏକ ସ୍ୱତଃସ୍ଫୁର୍ତ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟା । କ୍ରୀଡ଼ା ପାଇଁ କୌଣସି ବାହ୍ୟଚାପ ଓ ଉଦ୍ଦୀପକର ଆବଶ୍ୟକତା ନ ଥାଏ ।
- ତୃପ୍ତି ଓ ସାର୍ଥକତା କ୍ରୀଡ଼ା ମଧ୍ୟରେ ହିଁ ନିହିତ ଥାଏ । ଏଣୁ ଖେଳ ସରିବା ପରେ ଆନନ୍ଦ ପାଇବା ପାଇଁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଜିନିଷ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିବାକୁ ପଡ଼େ ନାହିଁ ।
- ପିଲାମାନଙ୍କ ମନରେ ଶାନ୍ତି ଓ ସମତା ପ୍ରତିଷ୍ଠା ଦିଗରେ କ୍ରୀଡ଼ା ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।
- କ୍ରୀଡ଼ା ପିଲାମାନଙ୍କର ଶାରୀରିକ, ମାନସିକ, ସାମାଜିକ ତଥା ଅନୁଭୂତିମୂଳକ ବିକାଶ ସହ ଘନିଷ୍ଠ ଭାବେ ସଂଶ୍ଳିଷ୍ଟ ।
- କ୍ରୀଡ଼ା ମାଧ୍ୟମରେ ପିଲାମାନଙ୍କର ସୃଜନ ପ୍ରତିଭାର ବିକାଶ ସାଧନ ହୋଇଥାଏ ।
- ଏହା ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଜ୍ଞାନ ଓ କୌଶଳ ହାସଲ କରିବାର ସୁଯୋଗ ପାଇଥାଆନ୍ତି ।

ଫ୍ରୋବେଲ୍‌ଙ୍କ କିଣ୍ଡରଗାର୍ଟନ, ମଣ୍ଟେସୋରୀ ପଦ୍ଧତି ଓ କିଲ୍ ପାଟ୍ରିକଙ୍କର ପ୍ରୟୋଜନ ପଦ୍ଧତିରେ କ୍ରୀଡ଼ାର ଏହି ସବୁ ବିଶେଷତ୍ୱ ସନ୍ନିବେଶିତ ହୋଇଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ :

୧ – ମନଲୋଭା ଖେଳନା, କାଠି, ଗୋଡ଼ି, ମଞ୍ଜି, ପତ୍ର, ଫଳ, ଫୁଲ ଇତ୍ୟାଦି ବ୍ୟବହାର କରି ପିଲାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟା ଗଣନ ଓ ମୌଳିକ ଚାରିସୂତ୍ର ଶିକ୍ଷାଦାନ କରାଯାଇପାରିବ ।

୨ – ରଙ୍ଗୀନ କାଠିକୁ ୧୦ଟିକିଆ ବିଡ଼ା ବାନ୍ଧି ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଶିକ୍ଷା ଦିଆଯାଇ ପାରିବ ।

୩ – ପିଲାମାନେ ନାଚଗୀତ ସାଙ୍ଗରେ ଅଭିନୟ କରି, ତାଳି ମାରି, ସଂଖ୍ୟା ଗଣନ, ସଂଖ୍ୟା ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ପଣିକିଆ ମନେ ରଖି ପାରିବେ ।

୪ – ପଡ଼ିଆରେ ଦଉଡ଼ିଡିଆଁ, ପୁଚି ଇତ୍ୟାଦି ଖେଳ ବେଳେ ଗଣିବେ ଏବଂ ଘରର କବାଟ, ଝରକା, ପାହାଚ ଇତ୍ୟାଦି ଗଣିପାରିବେ ।

୫ – ବୋହୁଚୋରୀ, କବାଡ଼ି, ଲୁଡ୍ଡୁ, ଚଟାଖେଳ ଇତ୍ୟାଦି ମାଧ୍ୟମରେ ଗଣନା ଏବଂ ଚାରି ମୌଳିକ ସୂତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷା ଦେଇହେବ ।

୬ – ପିଲାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଦୋକାନୀ ଓ ଗରାଖ ସାଜି, ମାଟି ତିଆରି ବଟକରା, କାଗଜ ଟଙ୍କା, ପଇସା, ବାଲି ଗୋଡ଼ିକୁ ଜିନିଷପତ୍ର ଭାବେ ରଖି ପାଣିକୁ ତେଲ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରି ବିକାକିଣା ଓ ହିସାବପତ୍ର ଶିକ୍ଷା ଦିଆଯାଇପାରିବ ।

ଏହିପରି ଅନେକ ଆଞ୍ଚଳିକ ଖେଳ ଏବଂ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ ଖେଳ ମାଧ୍ୟମରେ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଓ ଧାରଣା ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରିହେବ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ତୁମେ ମନରୁ ଦୁଇଟି ଖେଳ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ତାହା ମାଧ୍ୟମରେ କି କି ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଶିକ୍ଷାଦାନ କରି ପାରିବ ଲେଖ ।

8.4 ଶିକ୍ଷଣ ପନ୍ଥା (Learning Approaches) :

ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭିନ୍ନତା ପରିଲକ୍ଷିତ ହୁଏ ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରତି ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ଅନ୍ୟ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଠାରୁ ଭିନ୍ନ । ସମାନ ବୟସର ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନେ ପରସ୍ପରଠାରୁ ଶାରୀରିକ ଓ ମାନସିକ ଦକ୍ଷତା, ଆଗ୍ରହ, ରୁଚି, କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଶୈଳୀ, ବିଭିନ୍ନ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ ଇତ୍ୟାଦିରେ ଭିନ୍ନ ହୋଇଥାଆନ୍ତି । ଏଣୁ ସମସ୍ତଙ୍କ ପାଇଁ ଏକ ପ୍ରକାର ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରାଗଲେ ପିଲାମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ଫଳପ୍ରଦ ହୋଇ ପାରିବନାହିଁ । ଅତଏବ ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷାଦାନ ସମୟରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା ଅନୁସରଣ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶିକ୍ଷଣ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ ନିମିତ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କଲେ ତାହାକୁ ପନ୍ଥା (Approach) କୁହନ୍ତି । ଅନ୍ୟ ଅର୍ଥରେ କହିଲେ ପନ୍ଥା ହେଉଛି ଏକାଧିକ ପଦ୍ଧତିର ସମାହାର । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଉତ୍ତମ ଓ ଫଳପ୍ରଦ ଭାବେ ଜ୍ଞାନଲାଭ କରିବା ଓ କୌଶଳ ହାସଲ କରିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣରେ ଏକାଧିକ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା ଅନୁସରଣ କଲେ ଶିକ୍ଷଣ ଫଳପ୍ରଦ ଓ ଦୀର୍ଘସ୍ଥାୟୀ ହୋଇଥାଏ ।

ଆସ କେତେକ ଶିକ୍ଷଣପନ୍ଥା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣରେ ବିଭିନ୍ନ ପନ୍ଥା

ଶ୍ରେଣୀ ପ୍ରକୋଷ୍ଠରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଓ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ ତଥା କାର୍ଯ୍ୟର ସ୍ୱରୂପକୁ ଦେଖି ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟର ସ୍ୱରୂପ ସଂପର୍କରେ ଜାଣିହେବ । ଏସବୁକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ବ୍ୟବହୃତ ପନ୍ଥାଗୁଡ଼ିକୁ

(i) ଶିକ୍ଷକ-କୈନ୍ଦ୍ରିକ (ii) ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ-କୈନ୍ଦ୍ରିକ ଓ (iii) ଶିକ୍ଷଣ-କୈନ୍ଦ୍ରିକ ପନ୍ଥା ରୂପେ ବିଭାଗୀକରଣ କରାଯାଇପାରେ ।

ଏସବୁ ପନ୍ଥା ଗୁଡ଼ିକର ବିସ୍ତୃତ ଆଲୋଚନା FC-4 ର ୨ୟ ଏକକରେ କରାଯାଇଛି । ଏଠାରେ ଆମେ କେବଳ ଜ୍ଞାନ ସଙ୍ଗଠନ ପନ୍ଥା ଓ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ପନ୍ଥା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

8.4.1 ଜ୍ଞାନ ସଙ୍ଗଠନ ପନ୍ଥା (Constructivist Approach) :

ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ଆସୁଥିବା ସମସ୍ତ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କୁ ଗୁଣାତ୍ମକ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରଦାନ କରିବାକୁ ହେଲେ ଆମକୁ ପାରମ୍ପରିକ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତିରୁ ମୁକ୍ତ ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଏଥିରୁ ମୁକ୍ତ ହେବାକୁ ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଜଣେ ଲେଖାଏଁ ସକ୍ରିୟ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଭାବେ ଆମକୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ହେବ । ଏଥିପାଇଁ ଆମକୁ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେବାକୁ ହେବ ଯେ କିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଅଭିଜ୍ଞତା ଆହରଣ କରି ନିଜେ ନିଜେ ଶିଖିବାର ସାମର୍ଥ୍ୟ ହାସଲ କରିବେ ଏବଂ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ସମ୍ମୁଖୀନ ହେଉଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ସ୍ଥଳୀରେ ଜ୍ଞାନର ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବେ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ଆସିବା ସମୟରେ ଅନେକ ଅଭିଜ୍ଞତା ଧରି ଆସିଥାଆନ୍ତି, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ତା'ର ଶିକ୍ଷଣକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରିଥାଏ । ସେ ତା'ର ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ ଓ ଅଭିଜ୍ଞତାକୁ ନୂତନ ଜ୍ଞାନ ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ କରି ନିଜର ଜ୍ଞାନକୁ ସଂଗଠିତ କରିଥାଏ । ସେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କାର୍ଯ୍ୟ ଯଥା: ଆରୋହ, ଅବରୋହ, ବିଶ୍ଳେଷଣ, ସଂଶ୍ଳେଷଣ, ସମସ୍ୟା

ସମାଧାନ, ପ୍ରକଳ୍ପ, ପରସ୍ପର ସହ ଭାବ ବିନିମୟ, ବୟସ୍କମାନଙ୍କ ସହ କଥାବାର୍ତ୍ତା ଏବଂ ପରିବେଶ ସହ କ୍ରିୟା ପ୍ରତିକ୍ରିୟା କରି ନୂତନ ଅଭିଜ୍ଞତା ହାସଲ କରିଥାଏ । ଏହି ଅଭିଜ୍ଞତା ହାସଲ ମାଧ୍ୟମରେ ସେ ନିଜର ଜ୍ଞାନ ସଂଗଠନ (Construction of knowledge)କରିଥାଏ । ତେଣୁ ଜ୍ଞାନ ସଂଗଠନ ପନ୍ଥା ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷଣ-କୈନ୍ଦ୍ରିକ ଶିକ୍ଷା ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି ।

ଜ୍ଞାନ ସଂଗଠନ ପନ୍ଥାର ମୁଖ୍ୟ ଧାରଣା

ଜ୍ଞାନ ସଂଗଠନର ପନ୍ଥାର ମତକୁ ସମର୍ଥନ କରୁଥିବା ଏବଂ ତା' ଉପରେ ଗବେଷଣା କରୁଥିବା ପ୍ରମୁଖ ଶିକ୍ଷାବିତ୍‌ମାନେ ହେଲେ ଜାଁ ପିଆଜେ (Jean Piaget), ଲେଭ୍ ଭାଇଗୋଟ୍‌ସ୍କି (Lev Vigotsky), ବ୍ରୁନର (Bruner) ଓ ପୋସ୍‌ନର (Posner) । ସେମାନେ ଏହି ପନ୍ଥାକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ମୁଖ୍ୟ ଧାରଣା ଉପରେ ଆଧାରିତ କରିଛନ୍ତି ।

- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସକ୍ରିୟ ହୋଇ ନିଜର ଜ୍ଞାନ ନିର୍ମାଣ କରେ ।
- ଜ୍ଞାନ ସଂଗଠନର ସଂରଚନା ମୁଖ୍ୟତଃ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଅଭିଜ୍ଞତାକୁ ନେଇ ହୋଇଥାଏ ।
- ବ୍ୟକ୍ତିଗତ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପର ସଂଗଠନ ମୁଖ୍ୟତଃ ସ୍ୱନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ଅର୍ଥାତ୍ କୌଣସି ଧରାବନ୍ଧା ନୀତିକୁ ଏହା ପ୍ରତ୍ୟାଖ୍ୟାନ କରିଥାଏ ।
- ସାମାଜିକ ଭାବ ବିନିମୟ (Social Interaction) ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ଭବ ହୋଇଥାଏ ।
- ଉପଯୁକ୍ତ ଶିକ୍ଷଣ ପରିସ୍ଥିତି ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ଦ୍ୱାରା ହିଁ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଫଳପ୍ରଦ ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ଭବ ହୋଇଥାଏ ।

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସଂଗଠନବାଦ (Types of Constructivism)

ବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଦ୍ୱିତୀୟାର୍ଦ୍ଧରେ ସଂଗଠନବାଦ୍, ଉପରେ ଅଧିକ ଆଲୋଚନା ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିଲା । ବହୁ ପ୍ରକାରର ସଂଗଠନବାଦ ମଧ୍ୟରୁ ଶୈକ୍ଷିକ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ସଂଗଠନବାଦ ଯଥା- ମୌଳିକ ସଂଗଠନବାଦ ଓ ସାମାଜିକ ସଂଗଠନବାଦ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଆସ ସେ ଦୁଇ ସଂଗଠନ ବାଦ ଉପରେ ଅଧିକ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

(1) ମୌଳିକ ସଂଗଠନବାଦ (Radical Constructivism)

ଭନ୍ ଗ୍ଲାସରଫେଲଡ଼ (Von Glaserfeld) ମୌଳିକ ସଂଗଠନବାଦର ଜଣେ ପ୍ରମୁଖ ପ୍ରବକ୍ତା । ଜାଁ ପିଆଜେଙ୍କର ବୌଦ୍ଧିକ ବିକାଶ ତତ୍ତ୍ୱକୁ ଭିତ୍ତି କରି ଗ୍ଲାସରଫେଲଡ଼ ମୌଳିକ ସଂଗଠନବାଦ ସପକ୍ଷରେ ମତବ୍ୟକ୍ତ କରିଥିଲେ । ଏହାର ମୁଖ୍ୟ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ହେଲା -

- ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ସକ୍ରିୟ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରି ଜ୍ଞାନ ନିର୍ମାଣ କରେ ।
- ନିଜର ଅଭିଜ୍ଞତାକୁ ପରିବେଶର ଅଭିଜ୍ଞତା ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ କରି ତା'ର ଅଭିଜ୍ଞତାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଏବଂ ପୁନର୍ବିନ୍ୟାସ କରେ ।

ଏହି ମତବାଦରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଠାରେ ଥିବା ଅଭିଜ୍ଞତା ସହ ନୂତନ ଅଭିଜ୍ଞତା ସମ୍ମିଳିତ ହୋଇ ଜ୍ଞାନ ନିର୍ମାଣ ହୋଇଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ଶିକ୍ଷଣ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ବ୍ୟକ୍ତି ଦ୍ୱାରା ପରିଚାଳିତ ଏବଂ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ ହୋଇଥାଏ ।

(2) ସାମାଜିକ ସଂଗଠନବାଦ (Social Constructivism)

ରଷିଆର ମନସ୍ତତ୍ତ୍ୱବିତ୍ ଲେଭ୍ ଭାଇଗୋଟ୍‌ସ୍କି (Lev Vigotsky) ସାମାଜିକ ସଂଗଠନବାଦର ମୁଖ୍ୟ ପ୍ରବକ୍ତା । ଏହା ନିମ୍ନଲିଖିତ ମୁଖ୍ୟ ଧାରଣା ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ ।

- ବାସ୍ତବତା – ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର କାର୍ଯ୍ୟକଳାପରୁ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ ।
- ଜ୍ଞାନ – ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ସାମାଜିକ ଓ ସାଂସ୍କୃତିକ ପରିବେଶରୁ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ ।
- ଶିକ୍ଷଣ – ଶିକ୍ଷଣ ହେଉଛି ଏକ ସାମାଜିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯାହା ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଭାବେ, ନିଷ୍କ୍ରିୟ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଏବଂ ବାହ୍ୟ ଚାପରେ ସମ୍ଭବ ହୋଇନଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ଦଳଗତ ଭାବେ ସାମାଜିକ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପରେ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କଲେ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ଭବପର ହୋଇଥାଏ ।

ଭାଇଗୋଟ୍‌ସ୍କିଙ୍କ ମତ ଅନୁଯାୟୀ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀର ବୌଦ୍ଧିକ ବିକାଶ, ତା'ର ସାମାଜିକ ଓ ସାଂସ୍କୃତିକ ପରିବେଶ ସହିତ ଭାବ ବିନିମୟ ଉପରେ ହିଁ ନିର୍ଭର କରେ । ସେ ତା'ର ସାଙ୍ଗ ସାଥୀ, ଶିକ୍ଷକ ତଥା ଅନ୍ୟମାନଙ୍କ ସହଯୋଗରେ ଏବଂ ଉପଯୋଜନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଅଭିଜ୍ଞତା ଆହରଣ କରେ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ କୌଶଳ ହାସଲ କରେ । ଫଳରେ ତା'ର ଶିକ୍ଷଣ କ୍ଷମତା ଓ ସାମର୍ଥ୍ୟ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ । ଏହା ବ୍ୟତୀତ ଜ୍ଞାନ ସଂଗଠନର ଏକ ସାମାଜିକ ଦିଗ ରହିଛି । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଦଳଗତ ଓ ସହଭାଗୀ ଶିକ୍ଷଣ, ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣତା, ବହୁମୁଖୀ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣ ଓ ବାହ୍ୟବାସ୍ତବତାର ଅନ୍ତର୍ମୁଖୀ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ ପାଇଁ କ୍ଷେତ୍ର ମିଳିଥାଏ । ଏହି ପ୍ରକାର ପୁଷ୍ଟିଦ୍ୱାରା ପ୍ରତି ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଓ ସାମାଜିକ ଭାବେ ଶିକ୍ଷାଲାଭ କରେ ଏବଂ ଜ୍ଞାନ ବୃଦ୍ଧି କରାଏ ।

ସଂଗଠନବାଦ ପନ୍ଥାରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଭୂମିକା :

- ଶିକ୍ଷକ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସମ୍ପର୍କରେ ବୁଝିବେ ।
- ଶିକ୍ଷଣ ସମୟରେ ଶିକ୍ଷକ ସହାୟତା ଦେବେ ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ସହ ମିଶି ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କାର୍ଯ୍ୟ କରିବେ ।
- ଶିକ୍ଷକ-ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ମିଳିତ ଆଲୋଚନା ପାଇଁ କ୍ଷେତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବେ ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଜ୍ଞାନ ନିର୍ମାଣ କରିବାରେ ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ହେବେ ।
- ବିଷୟଗତ ଜ୍ଞାନ ଓ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣ କୌଶଳରେ ଶିକ୍ଷକ ନିଜର ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି କରିବେ ।
- ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଜ୍ଞାନ ସଂଗଠନ କରିବାକୁ ପ୍ରେରଣା ଦେବେ ।
- ସ୍ୱ-ବିଶ୍ଳେଷଣ, ଆତ୍ମସମୀକ୍ଷା, ଆତ୍ମ ପ୍ରତିଫଳନ, ଆତ୍ମ ସଚେତନା ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଭଳି ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ, ସୁଯୋଗ ଓ ପରିବେଶ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଯୋଗାଇ ଦେବା ଉଚିତ୍ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_1) :

ସାମାଜିକ ସଂଗଠନବାଦ ଓ ମୌଳିକ ସଂଗଠନବାଦ ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଟି ପାର୍ଥକ୍ୟ ଉଲ୍ଲେଖ କର ।

ପ୍ରଚଳିତ ଶ୍ରେଣୀ ଗୃହ କାର୍ଯ୍ୟରୁ ଏକ ସକ୍ରିୟ ତଥା ଜୀବନ୍ତ ଶ୍ରେଣୀଗୃହ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବାରେ ସଂଗଠନବାଦର ଆବଶ୍ୟକତା ଯଥେଷ୍ଟ ରହିଛି । ଏହି ପନ୍ଥା ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀକୁ ଶିଖିବା ପାଇଁ ପ୍ରେରଣା ଯୋଗାଇ ଜଣେ ସକ୍ରିୟ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଭାବେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥାଏ । ସେଥିପାଇଁ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଭୌତିକ ଓ ଶୈକ୍ଷିକ ପରିବେଶରେ ନୂତନ ଚିନ୍ତାଧାରା ଆବଶ୍ୟକ । ଶିକ୍ଷକମାନେ ଏଥିପ୍ରତି ସଚେତନ ତଥା ଯତ୍ନବାନ୍ ହୋଇ କାର୍ଯ୍ୟ କଲେ ପ୍ରତି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣକୁ ନିଶ୍ଚିତ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଟୀକା : ଅଧିକ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ FC-3 ର ଦ୍ୱିତୀୟ ଏକକର ସହାୟତା ନେଇପାରିବା ।

8.4.2. ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପନ୍ଥା (Activity based approach)

ପ୍ରଚଳିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକ ଅଧିକ ମାତ୍ରାରେ ଶିକ୍ଷକ-କୈନ୍ଦ୍ରିକ । ଏହିସବୁ ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକରେ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରମୁଖ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଥାଆନ୍ତି ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଭୂମିକା ଗୌଣ ଥାଏ । ତେଣୁ ଶିକ୍ଷଣ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ, ଫଳପ୍ରଦ ଓ ଦୀର୍ଘସ୍ଥାୟୀ ହୋଇପାରେ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ-କୈନ୍ଦ୍ରିକ ପନ୍ଥାରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଆବଶ୍ୟକତା, ବୌଦ୍ଧିକ କ୍ଷମତା, ଆଗ୍ରହ, ସାମାଜିକ ସ୍ଥିତି ଇତ୍ୟାଦି ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଏ । ଏହି ପନ୍ଥାରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ପ୍ରମୁଖ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିବ ଏବଂ ନିଜେ ଶିକ୍ଷଣକାର୍ଯ୍ୟ କରି ନୂତନ ଜ୍ଞାନ ଆହରଣ କରିବ ଫଳରେ ତା'ର ଶିକ୍ଷଣ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଦୀର୍ଘସ୍ଥାୟୀ ହେବ ।

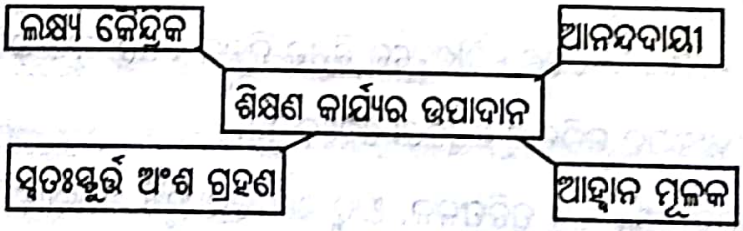
ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପନ୍ଥା ସଂଗଠନବାଦ ବିଶେଷ କରି ଭାଇଗୋଟସ୍କିଙ୍କର ସାମାଜିକ ସଂଗଠନବାଦରୁ ଉଦ୍ଭବ ହୋଇଛି ବୋଲି ଅନେକ ବିଚାର କରିଥାନ୍ତି ।

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ କ'ଣ ?

ଯେଉଁ କାର୍ଯ୍ୟକରି ପିଲାମାନେ କିଛି ଶିଖିଥାଆନ୍ତି ତାହାକୁ ଆମେ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ କହିବା । ଯେକୌଣସି ଶୈକ୍ଷିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହାସଲ ନିମିତ୍ତ ଯେଉଁ କାର୍ଯ୍ୟ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ବା ଦଳଗତ ଭାବେ ସମ୍ପାଦନ କରିବାକୁ ଦିଆଯାଏ, ଯେଉଁଥିରେ ଆହ୍ୱାନମୂଳକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସ୍ୱତଃସ୍ଫୁର୍ତ୍ତ ଭାବେ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରି ଆନନ୍ଦରେ ଶିଖେ, ତାହାକୁ ଶିକ୍ଷଣକାର୍ଯ୍ୟ କୁହନ୍ତି । ଅନ୍ୟ ଅର୍ଥରେ କହିବାକୁ ଗଲେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ଭଲ ଲାଗୁଥିବା ଯେ କୌଣସି କାର୍ଯ୍ୟରେ ଆମେ ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଟି ଖଞ୍ଜିଦେଲେ ତାହା ଏକ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ପରିଣତ ହୋଇଯାଏ ।

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟର ଉପାଦାନ

ଶିକ୍ଷଣକାର୍ଯ୍ୟର ଚାରୋଟି ମୁଖ୍ୟ ଉପାଦାନ ଥାଏ ଯେଉଁମାନେ ପରସ୍ପରଠାରୁ ପୃଥକ ନୁହଁନ୍ତି । ଏମାନେ ପରସ୍ପର ସହ ସମ୍ପର୍କିତ । ଏମାନଙ୍କର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମ ନାହିଁ । ଆସ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ ସମ୍ପର୍କରେ ଅଧିକ କଥା ଜାଣିବା ।



(1) ଲକ୍ଷ୍ୟକୈନ୍ଦ୍ରିକ (Focus centered)

କୌଣସି କାର୍ଯ୍ୟରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ଏକାଗ୍ରଚିତ୍ତରେ ମନୋନିବେଶ କଲେ ସେମାନେ ଅଧିକ ଶିକ୍ଷଣ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ କରିଥାଆନ୍ତି । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ କାର୍ଯ୍ୟଟିର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଜାଣି ପାରିଲେ ଏବଂ ତାହା ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ହାସଲ

ହୋଇପାରିବ ବୋଲି ହୃଦ୍‌ବୋଧ କଲେ କାର୍ଯ୍ୟଟି କରିବାକୁ ସେମାନେ ଆଗ୍ରହୀ ହେବେ । ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକେନ୍ଦ୍ରିତ କରିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ନିମ୍ନ ଲିଖିତ କାମ କରିବେ ।

- ➪ ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଏକ ବା ସ୍ୱଳ୍ପ ସଂଖ୍ୟକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ରଖିବେ; କାରଣ ଅଧିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ରହିଲେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଲକ୍ଷ୍ୟ ଭ୍ରଷ୍ଟ ହେବାର ସମ୍ଭାବନା ଅଧିକ ଥାଏ ।
- ➪ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟର ସମୟସୀମାକୁ ଆବଶ୍ୟକତା ଠାରୁ ଅଧିକ କରିବେ ନାହିଁ । କାରଣ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଅଧିକ ସମୟ ଧରି ଚାଲିଲେ ସେଥିରୁ ପିଲାମାନଙ୍କ ଆଗ୍ରହ କମିଯିବ ଏବଂ ସେମାନେ ଅମନଯୋଗୀ ହେବେ ।
- ➪ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ସମୟରେ ଉପୁଜୁଥିବା ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ ପାଇଁ ପିଲାଙ୍କୁ ଶୈକ୍ଷିକ ସହାୟତା ଦେବେ କାରଣ ଉପଯୁକ୍ତ ସମୟରେ ସାହାଯ୍ୟ ନ ମିଳିଲେ ସେମାନେ ଲକ୍ଷ୍ୟଭ୍ରଷ୍ଟ ହୋଇଥାଆନ୍ତି ।
- ➪ ଦଳଗତ ଓ ସହଭାଗୀ ଶିକ୍ଷଣ ଉପରେ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେବେ । ଲକ୍ଷ୍ୟ ଉପରେ ପିଲାଙ୍କର ଏକାଗ୍ରତା ରକ୍ଷା କରିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ-ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଭାବ ବିନିମୟ ଅନେକ ସମୟରେ ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଥାଏ ।

(2) ସ୍ୱତଃସ୍ଫୂର୍ତ୍ତ ଅଂଶଗ୍ରହଣ (Spontaneous involvement) :

ଶିକ୍ଷଣକାର୍ଯ୍ୟରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ ମୁକ୍ତଭାବେ, ସମାନଭାବେ, ପୂର୍ଣ୍ଣପ୍ରାଣରେ, ସକ୍ରିୟଭାବେ ଓ ସ୍ୱତଃସ୍ଫୂର୍ତ୍ତ ଭାବେ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ସେମାନଙ୍କର ଅଂଶଗ୍ରହଣ ସ୍ୱତଃସ୍ଫୂର୍ତ୍ତ ହେବ, ଯଦି -

- . କାର୍ଯ୍ୟଟି ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ହୋଇଥିବ ।
- . କାର୍ଯ୍ୟଟି ଖେଳ, ଗୀତ,ଗପ, ଅଙ୍ଗଭଙ୍ଗୀ ଆଦି ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଶାରୀରିକ ତଥା ମାନସିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଆଧାରିତ ହେବ ।
- . କାର୍ଯ୍ୟଟି ଅନୁଭୂତି ଆଧାରିତ ହୋଇଥିବ ।
- . କାର୍ଯ୍ୟଟି ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଥିବ ଓ ଏହାର ପ୍ରାସଙ୍ଗିକତା ଥିବ ।
- . କାର୍ଯ୍ୟଟି ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ମାନସିକ ତଥା ଶାରୀରିକ ଦକ୍ଷତା ଅନୁଯାୟୀ ହୋଇଥିବ ।
- . କାର୍ଯ୍ୟଟିରେ ନୂତନତା, ବିବିଧତା ଏବଂ କୌତୂହଳ ସୃଷ୍ଟି କରୁଥିବା ଉପାଦାନ ଥିବ ।

(3) ଆନନ୍ଦଦାୟୀ (Joyful)

ଯେଉଁ କାର୍ଯ୍ୟ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଆନନ୍ଦ ଦେଇଥାଏ, ତାହା ସେମାନେ ଗ୍ରହଣ କରନ୍ତି ଏବଂ ବାରମ୍ବାର କରିବାକୁ ଭଲ ପାଆନ୍ତି । ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ଗୀତ ଗାଇବା ଓ ଶୁଣିବା, ଗପ ଶୁଣିବା ଓ କହିବା, ବିଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗ ଓ ଆକାରର ବସ୍ତୁକୁ ନେଇ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଆକୃତି ସୃଷ୍ଟି କରିବା, ଖେଳ ଖେଳିବା, ଅଭିନୟ ଦେଖିବା ଓ କରିବା ଇତ୍ୟାଦି କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାରେ ଆନନ୍ଦପାଆନ୍ତି । ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ସମୟରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ କୌଶଳ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା, କାର୍ଯ୍ୟର କ୍ରମ ସ୍ଥିର କରିବା, ଦଳଗତ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ନିୟମ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଓ ତାହାକୁ ପାଳନ କରିବା, ନିଜର କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ଆଦି କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ । ଏହି କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକ କରିବା ସମୟରେ ସେମାନଙ୍କୁ ଚିନ୍ତା କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ ଏବଂ କାର୍ଯ୍ୟ ସଫଳ ହେଲେ ସେମାନେ ଆନନ୍ଦ ପାଆନ୍ତି । ତେଣୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଇନ୍ଦ୍ରିୟାନୁଭୂତି ସହ ମାନସିକ ସକ୍ରିୟତା ବୃଦ୍ଧି ହେଲେ ତାହା ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ହେବା ସହିତ ଏକ ଉତ୍ତମ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ପରିଣତ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ଯେଉଁ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ମାନସିକ ସନ୍ତୋଷ ଲାଭ କରେ, ତାହା ତା'ପାଇଁ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ହୋଇଥାଏ ।

4. ଆହ୍ୱାନମୂଳକ (Challenging)

ଯେଉଁ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀକୁ ତା'ର ସମସ୍ତ ବୌଦ୍ଧିକ କ୍ଷମତା ନିୟୋଜିତ କରିବାକୁ ହୋଇଥାଏ, ସେହି କାର୍ଯ୍ୟଟି ତା'ପାଇଁ ଆହ୍ୱାନମୂଳକ ହୋଇଥାଏ । କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ କିଏ କରିପାରିବ ?, କେତେ ଶୀଘ୍ର କରିପାରିବ ?, କେତେ ଅଧିକ କରିପାରିବ ?, କେତେ ଠିକ୍ ଭାବେ କରିପାରିବ ? ଏହିପରି ପ୍ରଶ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ ସହିତ ଜଡ଼ିତ ହେଲେ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଟି ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀର ବ୍ୟକ୍ତିତ୍ୱ, ବୁଦ୍ଧିମତା ଓ ଦକ୍ଷତା ପ୍ରତି ଏକ ଆହ୍ୱାନମୂଳକ ପରିସ୍ଥିତି ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ । କାର୍ଯ୍ୟରେ ଆହ୍ୱାନ ଥିଲେ ତା'ମନରେ ଏକ ଜିଦ୍ ବା ଦୃଢ଼ ମନୋବଳ ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ । ସେ ନିଜର ଉତ୍କର୍ଷତା ପ୍ରତିପାଦନ ପାଇଁ ନିଜକୁ ନିଷ୍ଠାର ସହ କାୟ-ମନୋବାକ୍ୟରେ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଲଗାଇଥାଏ । ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ ଆହ୍ୱାନ ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରିବ ଯଦି ଏହା -

(i) ତା'ର ଦକ୍ଷତା ସ୍ତରର ହୋଇଥିବ ।

(ii) ଆଗ୍ରହ ବୃଦ୍ଧିରେ ସହାୟକ ହେଉଥିବ ।

(iii) ତା' ପାଇଁ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଥିବ ଓ କାର୍ଯ୍ୟଟିର ପ୍ରାସଙ୍ଗିକତା ଥିବ ।

(iv) ଏଥିରେ କିଛି ନୂତନତା ଥିବ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ହେଉଛି ଯେ,

- କାର୍ଯ୍ୟରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେଲେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାରେ ଆଗ୍ରହୀ ହେବେ ।
- କାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହୀ ହେଲେ ଏବଂ ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲ ସେମାନଙ୍କ ଆୟତ୍ତରେ ଥିଲେ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ ସେମାନେ ଏକ ଆହ୍ୱାନ ରୂପେ ଗ୍ରହଣ କରନ୍ତି ।
- କାର୍ଯ୍ୟରେ ଆହ୍ୱାନ ଥିଲେ ଅର୍ଥାତ୍ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ମାନସିକସ୍ତର ଉପଯୋଗୀ ହୋଇ ଥିଲେ, ତାହା ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ହେବ ।
- କାର୍ଯ୍ୟଟି ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ହେଲେ ତା'ର ଅଂଶଗ୍ରହଣ ସ୍ୱତଃ ସ୍ଫୁର୍ତ୍ତ ହେବ ।

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ପନ୍ଥାର କେତେକ ଦିଗ :

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପନ୍ଥାର ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗ ପ୍ରତି ଆମକୁ ଯତ୍ନବାନ ହେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

- ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ସମୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ କିଛି ସାହାଯ୍ୟ ଆବଶ୍ୟକ କରିଥାନ୍ତି । ଏପରି ସାହାଯ୍ୟ ଶିକ୍ଷକ ତଥା ଦଳରେ ଥିବା ସହପାଠୀଙ୍କ ଠାରୁ ମିଳିଥାଏ ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ -ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ମଧ୍ୟରେ ଭାବର ଆଦାନ ପ୍ରଦାନ ହେଲେ ଅଭିଜ୍ଞତା ବିନିମୟ କରି ସେମାନେ ଅଧିକ ଭଲ ଭାବେ ଶିଖିବାକୁ ସୁଯୋଗ ପାଇଥାଆନ୍ତି ।
- ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଅଧିକ ପରିମାଣରେ ଦଳଗତ ଓ ସହଭାଗୀ ଶିକ୍ଷଣ ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ପ୍ରଦାନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଅଧିକ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ଏହି ପାଠ୍ୟକ୍ରମର FC-3 ର ୨ୟ ଏକକର ସହାୟତା ନେଇ ପାରିବେ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_5) :

ଗୋଟିଏ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟର ପ୍ରଧାନ ଲକ୍ଷଣ କ'ଣ ?

8.5 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ ଅଧିକ ଆହ୍ୱାନମୂଳକ ଓ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ କରିବା :

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ଏକ ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହେଲା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ କିପରି ଅଧିକ ଆହ୍ୱାନ ମୂଳକ ଓ ସନ୍ତୋଷ ଜନକ କରିବା ଅର୍ଥାତ୍ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପିଲାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କୌତୁହଳ ସୃଷ୍ଟି କରିବ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କୁ ଏକ ଆହ୍ୱାନ ମୂଳକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ରଖିବ ଯେଉଁଠାରେ ସେମାନେ ସନ୍ତୋଷ ଲାଭ କରିବେ । ପୁନଶ୍ଚ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଅବସର ସମୟରେ ଆନନ୍ଦ ଦେବ ଏବଂ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଥିବା ଦୁଶ୍ଚିନ୍ତା ଓ ଚାପକୁ କମାଇବ । ତୁମେ ଅନୁଭବ କରିଥିବ ଅଧିକାଂଶ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଗଣିତ ବିଷୟପ୍ରତି ଭୟଥିବାରୁ ସେମାନେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଅକୃତକାର୍ଯ୍ୟ ହୋଇଥାଆନ୍ତି । ତେଣୁ ଏହା ତୁମର କର୍ତ୍ତବ୍ୟ କିପରି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ ଆହ୍ୱାନ ମୂଳକ ଓ ଆନନ୍ଦମୟ କରାଇବ, ଯାହାଦ୍ୱାରା ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ସୃଜନ ଦକ୍ଷତା ଓ ସକାରାତ୍ମକ ମନୋଭାବ ବୃଦ୍ଧି ହେବ । ଆମେ ଯଦି କିଛି ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟ କରି ପିଲାମାନଙ୍କର ଅବସର ବିନୋଦନ କରାଇ ପାରିବା ତେବେ ପରୋକ୍ଷରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଉପଲବ୍ଧ ଜ୍ଞାନର ଦୃଢ଼ୀକରଣ ଏବଂ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇପାରିବ । ତୁମେ ଜାଣ ପିଲାମାନେ ଖେଳ, ଗୀତ, ଅଭିନୟ, ସାଜସଜ୍ଜା, ବଗିଚା କାମ ଇତ୍ୟାଦି ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କାର୍ଯ୍ୟ ମାଧ୍ୟମରେ ଅବସର ସମୟକୁ ଆନନ୍ଦରେ ବିତାଇ ଥାଆନ୍ତି । ସେହିସବୁ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଆମେ ଯଦି ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଜଡ଼ିତ କରାଇ ପାରିବା ତେବେ ସେମାନେ ସମୟକୁ ଉପଭୋଗ କରିବା ସହ ସେମାନଙ୍କର ଗାଣିତିକ ଦକ୍ଷତା ହାସଲରେ ଅଭିବୃଦ୍ଧି କରିବେ ।

8.5.1 ଗଣିତ ମେଳା (Mathematics Fair) :

ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ଓ ଗଣିତ ପ୍ରତି ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ଆଗ୍ରହ ବୃଦ୍ଧି କରାଇବା ପାଇଁ ତୁମେ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ବିଭିନ୍ନ ସହ ପାଠ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ପରିଚାଳନା କରୁଥିବ । ବିଜ୍ଞାନ ମେଳା ସଦୃଶ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ ମେଳାର ଆୟୋଜନ କରିପାରିବା । ଅତିକମ୍‌ରେ ପ୍ରତିବର୍ଷ ଥରେ ଆମେ ଏହି ମେଳାର ଆୟୋଜନ କରିବା ।

ଏକ ଗଣିତ ମେଳାରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସାମଗ୍ରୀ ଓ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ଆୟୋଜନ କରାଯାଇଥାଏ । ଏପରି ଏକ ମେଳାରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉପାଦାନମାନ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯାଇପାରେ :

- ପିଲାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକଳ୍ପ, ମଡ଼େଲ, ଚାର୍ଟ ଆଦିର ପ୍ରଦର୍ଶନ
- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଗାଣିତିକ ଖେଳ
- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ମାପର ପ୍ରଦର୍ଶନୀ
- ଗାଣିତିକ କୁଇଜ୍ ଓ ପ୍ରତିଯୋଗୀତା
- ଗାଣିତିକ ତଥ୍ୟ ଓ ଆଖ୍ୟାୟିକା ଉପରେ ଆଧାରିତ ବିଭିନ୍ନ ମନୋରଞ୍ଜନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ
- ବିଶିଷ୍ଟ ଗାଣିତିକମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଲୋକପ୍ରିୟ ବକ୍ତୃତାମାଳା

ଏହିପରି ସ୍ଥାନ ଓ ପରିସ୍ଥିତି ଅନୁସାରେ ଅନ୍ୟ ବହୁ ପ୍ରକାରର ଗଣିତ ସଂପର୍କିତ ଉପାଦାନମାନ ଏପରି ମେଳାର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯାଇପାରେ ।

ଏହା ବିଦ୍ୟାଳୟ ପଡ଼ିଆରେ କିମ୍ବା ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ଆୟୋଜନ କରାଯାଇଥାଏ । ମେଳାର ସୁପରିଚାଳନା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ତଥା ପିଲାମାନଙ୍କୁ ବିଭିନ୍ନ ଦାୟିତ୍ୱ ବଣ୍ଟନ କରାଯାଇଥାଏ । ଗୋଷ୍ଠୀର ସଦସ୍ୟ ଓ ଅଭିଭାବକମାନଙ୍କୁ ଏହି ମେଳାକୁ ନିମନ୍ତ୍ରିତ କରାଯାଇଥାଏ । କୃତୀ କାର୍ଯ୍ୟପାଇଁ ପୁରସ୍କାର ଏବଂ ପିଲାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ ବିଭିନ୍ନ ମନୋରଞ୍ଜନ କାର୍ଯ୍ୟ ର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯାଏ ।

ଗଣିତ ମେଳା ଆୟୋଜନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

- ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ଗଣିତରେ ଥିବା ଆଗ୍ରହକୁ ଉଦ୍ଦୀପିତ କରିବା ।
- କୃତୀ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଚିହ୍ନଟ ଓ ପୁରସ୍କୃତ କରିବା ।
- ପିଲାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଗାଣିତିକ ଧୀଶକ୍ତି ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବାକୁ ସୁଯୋଗ ପ୍ରଦାନ କରିବା ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସହଯୋଗି ଭିତ୍ତିରେ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ ଆୟୋଜନ କରିବା ପାଇଁ ଏବଂ ଦାୟିତ୍ୱ ବହନ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ଦେବା ।
- ଲୋକମାନଙ୍କ ମନରେ ଗଣିତ ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ ବୃଦ୍ଧି କରିବା ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖ (E_6) :

ଗଣିତ ମେଳା ଆୟୋଜନରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପ୍ରଧାନ ଦୁଇଟି ଭୂମିକା ଉଲ୍ଲେଖ କର ।

8.5.2 ଗଣିତ କ୍ଲବ (Mathematics Club)

ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ କ୍ଲବ ଗଠନ କରିବା ପିଲାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଏକପ୍ରକାର ସହପାଠ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ । ଏହା କିପରି ଗଠନ କରାଯାଏ, ଗଠନ କରିବାର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଓ କ୍ଲବର ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

କ୍ଲବର ଗଠନ ପ୍ରଣାଳୀ :-

ବିଦ୍ୟାଳୟର ଶିକ୍ଷକ ଏବଂ ଗଣିତର ଆଗ୍ରହୀ ଥିବା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଣିତ କ୍ଲବ ଗଠନ କରାହେବ । କ୍ଲବର ସୁପରିଚାଳନା ପାଇଁ ଏକ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ସମିତି ରହିବ ଯାହାର ସଭାପତି ହେବେ ବିଦ୍ୟାଳୟର ପ୍ରଧାନ ଶିକ୍ଷକ । ଶିକ୍ଷକ ଓ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସମିତିର ସମ୍ପାଦକ, କୋଷାଧ୍ୟକ୍ଷ ଓ ଅନ୍ୟ ସଦସ୍ୟମାନଙ୍କୁ ନିର୍ବାଚିତ କରାଯିବ ।

କ୍ଲବ ଗଠନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ଗଣିତ କ୍ଲବ ଗଠନ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ନେଇ ହୋଇଥାଏ ।

- ଗଣିତରେ ଆଗ୍ରହୀ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କୁ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ ଏହା ଏକ ମଞ୍ଚ ଯୋଗାଇଥାଏ ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଗାଣିତିକ ଅଭିରୁଚି (Hobby), ଅବସର ବିନୋଦନ ପାଇଁ ଗଣିତ ଏବଂ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକଳ୍ପ, ଖେଳ, ଧନ୍ଦା, ଅଲୋଚନା, ତର୍କ ଇତ୍ୟାଦି ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ପାଆନ୍ତି ।
- ପିଲାମାନେ ଗଣିତ ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହୀ ହେବା ପାଇଁ ଏହା ଏକ ମାଧ୍ୟମ ।
- କ୍ଲବ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ଜ୍ଞାନକୁ ବାସ୍ତବ ଜୀବନର ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ ସହ ସମ୍ପର୍କିତ କରାଏ ।

- ବାହାରର ଶିକ୍ଷକ ଓ ବିଶାରଦ ମାନଙ୍କ ଠାରୁ କିଛି ଶୁଣିବାର ସୁଯୋଗ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ କ୍ଲବ ଜରିଆରେ ପାଇଥାନ୍ତି ।
- ବିଦ୍ୟାଳୟ ଭିତରେ ଏବଂ ବିଦ୍ୟାଳୟ-ବିଦ୍ୟାଳୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରତିଯୋଗିତା ପାଇଁ ଏହା ସୁଯୋଗ ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ ।
- ଏହା ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ର ପରିଭ୍ରମଣ ପାଇଁ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିଥାଏ ।
- ଏହା ଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ପୁସ୍ତକ ଓ ପତ୍ରପତ୍ରିକା ପଢ଼ିବାର ସୁଯୋଗ ଦେଇଥାଏ ।
- ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ନେତୃତ୍ୱ ଓ ସାଂଗଠନିକ ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି କରିବାରେ ଏହା ସୁଯୋଗ ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ ।
- ବିଦ୍ୟାଳୟ ମୁଖପତ୍ରର ଗଣିତ ବିଭାଗର ତଦାରଖ ଏହି କ୍ଲବ କରିଥାଏ ।
- ଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ଚଳଚ୍ଚିତ୍ର କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଏହି କ୍ଲବ କରାଇଥାଏ ।

କ୍ଲବର ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ :

ଅନ୍ତତଃ ପ୍ରତି ସପ୍ତାହରେ ଥରେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ନିର୍ଘଣ୍ଟ ବାହାରେ ଦୁଇଘଣ୍ଟା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କ୍ଲବର ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ କରାଯାଇ ପାରିବ । ନିମ୍ନରେ କ୍ଲବ୍‌ର କେତେକ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

- ଗାଣିତିକ ଖେଳ, ପ୍ରକଳ୍ପ, ପରୀକ୍ଷଣ, ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ, ଆଲୋଚନା ଓ ତର୍କର ଆୟୋଜନ କରିବା ।
- ଗାଣିତିକ କଠିନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ସମାଧାନ ଓ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ ଆବିଷ୍କାର କରିବା ।
- ଗାଣିତିକ ଶିକ୍ଷଣ ଉପକରଣ, ଚିତ୍ର, ରେଖାଚିତ୍ର, ମଡେଲ୍ ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ।
- ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ, ମେଳା, କୁଇଜ୍ ଏବଂ ପ୍ରତିଯୋଗିତାର ଆୟୋଜନ କରିବା ।
- ଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରାଚୀରପତ୍ର ପ୍ରକାଶ କରିବା ।
- ଗଣିତରେ ଦୁର୍ବଳ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ।
- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟବ୍ୟାଙ୍କ, ପ୍ରଶ୍ନବ୍ୟାଙ୍କ, ନାଟିକା, ଗଳ୍ପ ଗୀତ ପ୍ରସ୍ତୁତି ଓ ବ୍ୟବହାର କରିବା
- ଗଣିତ ବିଷୟ ଉପରେ ଆଧାରିତ ଶ୍ରାବ୍ୟ ଓ ଦୃଶ୍ୟଶ୍ରାବ୍ୟ ଟେପ୍ ଉପଭୋଗ କରିବା
- ଗଣିତ, ଗଣିତଜ୍ଞ ଓ ଗଣିତ ସମସ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବିଶାରଦମାନଙ୍କ ଠାରୁ ଶୁଣିବା ।

ଏହିପରି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଗଣିତ କ୍ଲବ ନିୟମିତ ଭାବେ ଓ ସୁଚାରୁରୂପେ ସଂପାଦନ କଲେ, ଗଣିତ ବିଷୟ ପ୍ରତି ପିଲାମାନଙ୍କର ଆଗ୍ରହ ଜାତ ହେବ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଓ ଶିକ୍ଷକମାନେ କ୍ଲବ ଜରିଆରେ ସେମାନଙ୍କର ଗାଣିତିକ ସୃଜନ ଶକ୍ତି ଓ ଦକ୍ଷତାର ବିକାଶ କରିବାର ଯଥେଷ୍ଟ ସୁଯୋଗ ପାଇଥାଆନ୍ତି ।

8.5.3 ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ (Mathematics Exhibition) :

ତୁମ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ବା କ୍ଲଷ୍ଟରରେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ପ୍ରତିବର୍ଷ ବିଜ୍ଞାନ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ଆୟୋଜନ କରୁଥିବ । ତା ମଧ୍ୟରେ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ଆଧାରିତ କିଛି ପ୍ରକଳ୍ପ, ମଡେଲ୍, ଶିକ୍ଷଣ ଉପକରଣ ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଉଥିବ । ଆମେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ବା

କ୍ଲଷ୍ଟର ସ୍ତରରେ ମଧ୍ୟ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଭାବେ ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ଆୟୋଜନ କରିପାରିବା । ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ବ୍ଲକ, ଜିଲ୍ଲା ଓ ରାଜ୍ୟସ୍ତରରେ ଆୟୋଜନ କରାଯାଇ ପାରିବ । ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କର ଇଚ୍ଛାଶକ୍ତି ଥିଲେ ଏହି ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ବିଦ୍ୟାଳୟସ୍ତରରେ ପ୍ରତିବର୍ଷ ଆୟୋଜନ କରିହେବ । ଆନ୍ତଃବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଏହି ପ୍ରକଳ୍ପ ଆୟୋଜନ ପାଇଁ ବିଦ୍ୟାଳୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସୁସମ୍ପର୍କ ଏକାନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ । ସର୍ବଶିକ୍ଷା ଅଭିଯାନ ତରଫରୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ କ୍ଲଷ୍ଟର ସ୍ତରରେ ଏହି ମେଳା ଆୟୋଜନ କରିବା ପାଇଁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଓ ଆର୍ଥିକ ସହାୟତାର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅଛି । ଏହି ପ୍ରଦର୍ଶନୀର ସଫଳତା ନିର୍ଭର କରେ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କର, ଆନ୍ତରିକତା, ଦୃଢ଼ମନୋବଳ, ନିଷ୍ଠା, ଆଗ୍ରହ, ସହଯୋଗ ଓ ସର୍ବୋପରି ଦକ୍ଷତା ଉପରେ ।

ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ଆୟୋଜନ କରିବାର ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହେଲା -

- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଆହରଣ କରିଥିବା ଗାଣିତିକଜ୍ଞାନ ଓ ଧାରଣାର ସୃଜନାତ୍ମକ ପ୍ରୟୋଗ ପାଇଁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ।
- ସେମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କୌତୁହଳକୁ ଜାଗ୍ରତ କରାଇବା ।
- ଗଣିତଜ୍ଞାନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରକଳ୍ପ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ସୁଯୋଗ ପ୍ରଦାନ କରିବା ଏବଂ ପ୍ରକଳ୍ପଗୁଡ଼ିକ ଲୋକପ୍ରିୟ କରାଇବା ।

ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀଟିଏ ଆୟୋଜନ କରିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

- ଏକ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ କମିଟିର ଗଠନ କରାହେବ ।
- କମିଟିରେ ପ୍ରଦର୍ଶନୀର ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ରୂପରେଖ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା, ଯଥା : ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ତାରିଖ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ, ସ୍ଥାନ ଚୟନ, ବିଭିନ୍ନ ସାମଗ୍ରୀର ପ୍ରସ୍ତୁତି ଓ ସଂଗ୍ରହ, ଅତିଥି ଚୟନ ଓ ନିମନ୍ତ୍ରଣ, ଆୟ-ବ୍ୟୟ ହିସାବ, ପାନୀୟଜଳ, ଶୃଙ୍ଖଳା ଓ ନିରାପତ୍ତା ବ୍ୟବସ୍ଥା ।
- ସମସ୍ତ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କୁ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ପ୍ରଦାନ କରିବା ।
- ଦର୍ଶକମାନଙ୍କୁ ପ୍ରକଳ୍ପ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବୁଝାଇବା ପାଇଁ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଅଭ୍ୟାସ କରାଇବା ।
- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରତିଯୋଗିତା ଯଥା ପ୍ରବନ୍ଧ,ବକ୍ତୃତା, ଆର୍ଟ, କୁଇଜ୍ ଏବଂ ସାଂସ୍କୃତିକ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ଆୟୋଜନ ।
- ପ୍ରଦର୍ଶନୀରେ ଆକର୍ଷଣୀୟ କୌତୁହଳପ୍ରଦ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ, ପରୀକ୍ଷା, ମଡ଼େଲ୍ ଏବଂ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ପ୍ରୟୋଗ ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ପ୍ରଦାନ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_7) :

ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ଆୟୋଜନ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ କିପରି ଉପଯୋଗୀ ? ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

8.5.4 ଗଣିତ ସମ୍ବଳ ଗୃହ (Mathematics Resource Room) :

ଗୁଣାତ୍ମକ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ଶିଶୁ କୈନ୍ଦ୍ରିକ ଶିକ୍ଷା ଉପରେ ଆମେ ଗୁରୁତ୍ୱ ପ୍ରଦାନ କରୁଅଛେ । ସେଥିପାଇଁ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ପନ୍ଥାର ଅବଲମ୍ବନ ଅନିବାର୍ଯ୍ୟ । ବିଭିନ୍ନ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାକୁ ପିଲାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଜୀବନ୍ତ, ବାସ୍ତବ, ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଫଳପ୍ରଦ କରିବା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ସାମଗ୍ରୀ (TLM)ର ବ୍ୟବହାର ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ପ୍ରଦାନ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଏହି ସାମଗ୍ରୀଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରସ୍ତୁତି, ସଂଗ୍ରହ, ବ୍ୟବହାର ଓ ସଂରକ୍ଷଣ ଉପରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ

ବିନ୍ୟସ୍ତ ହେବା ଉଚିତ୍ । ଆମେ ଶିକ୍ଷଣ-କୋଣ (Learning Corner) କଥା ଆଗରୁ ଜାଣିଛେ । ସମ୍ବଳଗୃହର ଧାରଣା ଏହି ଶିକ୍ଷଣ-କୋଣରୁ ଜାତ ହୋଇଛି । ଯେଉଁ ଗୃହରେ ଗଣିତ ବିଷୟ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ସମ୍ବଳ ଗଚ୍ଛିତ ଥାଏ ତାହାକୁ ଗଣିତ ସମ୍ବଳ ଗୃହ କହିବା । ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗୋଟିଏ ଗୃହ ଏଥିପାଇଁ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବା ଉଚିତ୍ । ଗଣିତ ପଢ଼ାଉଥିବା ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷକ ତଥା ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବେ । ସମ୍ବଳ ଗୃହରେ ଗଣିତର ବିଭିନ୍ନ ଦକ୍ଷତା ଭିତ୍ତିକ TLM , ମଡେଲ, ଚାର୍ଟ, ଲେଖ ଚିତ୍ର ସହିତ ଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ପୁସ୍ତକ, ମାଗାଜିନ୍, ପତ୍ରିକା, ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ପ୍ରଶ୍ନବ୍ୟାଙ୍କ, ବାସ୍ତବ ଜିନିଷ ଇତ୍ୟାଦି ଗଚ୍ଛିତ ହୋଇ ରହିଥାଏ । ଏହିସବୁ ଉପକରଣ ପାଇଁ ତୁମେ ଅନ୍ୟ ଶିକ୍ଷକ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ, ଗୋଷ୍ଠୀର ସଦସ୍ୟମାନଙ୍କର ସହାୟତା ନେଇ ପାରିବ । ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଏହି ସମ୍ବଳ ଗୃହରୁ TLM ନେଇ ତୁମେ ଶ୍ରେଣୀରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ । ଏହି ସମ୍ବଳ ଗୃହରେ ମଧ୍ୟ ଆମେ ପଠନ କୋଣ (Reading Corner)ର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିପାରିବା ଯାହାକୁ ଉଭୟ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଓ ଶିକ୍ଷକ ଉପଯୋଗ କରିପାରିବେ ।

ଏହି ସମ୍ବଳ ଗୃହ ଉଭୟ ଶିକ୍ଷକ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ବିଶେଷ ଉପଯୋଗୀ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଅଭିବୃଦ୍ଧି ପାଇଁ ଏହା ସହାୟକ । ଅତଏବ ପ୍ରତି ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଏକ ଗଣିତ ସମ୍ବଳ ଗୃହର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବା ପାଇଁ ତୁମେ ଯତ୍ନବାନ ହେବା ଉଚିତ୍ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_8) :

ଗଣିତ ସମ୍ବଳ ଗୃହର ଉପଯୋଗ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ କିପରି କରିପାରିବେ ?

8.5.5 ଗଣିତ କୁଇଜ୍ (Mathematics Quiz)

ଆମେ ଗଣିତ କ୍ଲବ ମାଧ୍ୟମରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରତିଯୋଗିତା କରିବା କଥା ଆଲୋଚନା କରିଛେ । ବହିରେ ଥିବା ଧାରଣା ଠାରୁ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ଅଧିକ ଜ୍ଞାନଲାଭ କରିବା ପାଇଁ ନିୟମିତ ସୁଯୋଗ ପ୍ରଦାନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏଥିପାଇଁ ମାସକୁ ଅନ୍ତତଃ ପକ୍ଷେ ଥରେ କୁଇଜ୍ ପ୍ରତିଯୋଗିତା କରି ସେମାନଙ୍କୁ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିବା ପାଇଁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବାକୁ ହେବ । ଗଣିତ କୁଇଜ୍ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଏକ ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ, ଯାହା ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଶିକ୍ଷକ ପରିଚାଳନା କରିଥାନ୍ତି, ସାଧାରଣତଃ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକ କୁଇଜ୍ ମାଷ୍ଟର ହୋଇ କୁଇଜ୍ ପରିଚାଳନା କରିଥାଆନ୍ତି । ଏହି ପ୍ରତିଯୋଗିତା ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ବା ଦଳଗତ ଭାବରେ କରାଯାଇଥାଏ । ସମୁଦାୟ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମକୁ ଚାରି / ପାଞ୍ଚଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଭାଗ କରି ପ୍ରତି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଗଣିତର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଏକ ବିଭାଗ ଉପରେ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚରାଯାଏ । ପ୍ରତି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଆରମ୍ଭରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ କିଛି ସୂଚନା ଯଥା - ପର୍ଯ୍ୟାୟର ନାମ, ପ୍ରଶ୍ନର ପ୍ରକାର, ଉତ୍ତର ଦେବା ପ୍ରଣାଳୀ, ନମ୍ବର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଇତ୍ୟାଦି ଦିଆଯାଇଥାଏ । ସାଧାରଣତଃ ଶେଷ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଦ୍ରୁତ ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର ହେବା ଉଚିତ, ପ୍ରତି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ସମାପ୍ତ ପରେ ସେମାନେ ରଖିଥିବା ନମ୍ବର ଏବଂ ସମସ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ପରେ ଫଳାଫଳ ଘୋଷଣା କରାଯାଇ ଥାଏ ଏବଂ ପୁରସ୍କୃତ କରାଯାଏ ।

ପ୍ରଶ୍ନର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ :

- ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ଗଣିତର ବିଭିନ୍ନ ବିଭାଗରୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୋଇଥିବା ଆବଶ୍ୟକ
- ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ମାନସିକ ସ୍ତରର ହେବା ଦରକାର ।
- ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ଉପଯୁକ୍ତ କାଠିନ୍ୟତା ସ୍ତରର ହେବା ଦରକାର ।

- କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ଅଧିକାଂଶ ପ୍ରଶ୍ନ ମୌଖିକ ହେବା ଦରକାର ।
- ଦ୍ରୁତ ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର ପର୍ଯ୍ୟାୟର ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ସିଧାସଳଖ ହେବା ଉଚିତ୍ ।
- ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଆକର୍ଷଣୀୟ କରିବା ପାଇଁ ଦୃଶ୍ୟ ଏବଂ ଦୃଶ୍ୟଶ୍ରାବ୍ୟ ଉପକରଣ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ ।
- ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ମାନଙ୍କୁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

କୁଇଜ୍‌ର ଉପକାରିତା :

- କୁଇଜ୍ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଅବସର ବିନୋଦନ କରିବା ସହିତ ସେମାନଙ୍କ ଗଣିତ ଜ୍ଞାନ କୌଶଳ ବୃଦ୍ଧିରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।
- ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସହଯୋଗ ଓ ପ୍ରତିଯୋଗୀ ମନୋଭାବ ବୃଦ୍ଧି କରାଏ ।
- ଅଂଶ ଗ୍ରହଣକାରୀମାନଙ୍କ ମନରେ କୃତକାର୍ଯ୍ୟ ହେବାର ଇଚ୍ଛାଶକ୍ତି ସ୍ୱାଭାବିକ ଭାବେ ଉଦ୍ରେକ ହୁଏ ।
- ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମରେ ଦର୍ଶକ ଭାବେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଗାଣିତକ ଜ୍ଞାନ ମଧ୍ୟ ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ - ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଏବଂ ଶିକ୍ଷକ-ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଭାବ ବିନିମୟ ଦୃଢ଼ୀଭୂତ ହୁଏ ।
- ଶିକ୍ଷକ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ଆବଶ୍ୟକ ଓ ଆଗ୍ରହ ସ୍ତର ଅନୁଯାୟୀ ଗଣିତର ବିଭିନ୍ନ ଦିଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଧାରଣା ସୃଷ୍ଟି କରିବାରେ ସକ୍ଷମ ହୋଇଥାନ୍ତି ।
- ଏହା ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ ବୃଦ୍ଧିରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

କୁଇଜ୍ ମାଷ୍ଟରଙ୍କ ସହଯୋଗ, ବନ୍ଧୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ବ୍ୟବହାର, ଧୈର୍ଯ୍ୟ ଓ ଦକ୍ଷତା ଉପରେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ସଫଳତା ନିର୍ଭର କରେ ।

8.6 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ :

- ଫଳପ୍ରଦ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଶ୍ରେଣୀରେ ପ୍ରସଙ୍ଗ / ବିଷୟବସ୍ତୁ ପରିଚାଳନାର ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକ ଭିନ୍ନ ଅଟନ୍ତି ।
- ଆରୋହ ପଦ୍ଧତି ବାସ୍ତବ ଓ ମୂର୍ତ୍ତ ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତର ବ୍ୟାପକୀକରଣ ତତ୍ତ୍ୱ ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଏଥିରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ନିୟମ / ସୂତ୍ର/ ତତ୍ତ୍ୱ, ସାବସ୍ତ୍ୟ / ପ୍ରତିଷ୍ଠା (establish)କରିବାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରାଯାଏ ।
- ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତି ନୂତନ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନର ବିଭିନ୍ନ ନିୟମ / ସୂତ୍ର/ ତତ୍ତ୍ୱର ପ୍ରୟୋଗ ଉପରେ ଆଧାରିତ ।
- ବିଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତିରେ ଏକ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟାକୁ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରି ସମାଧାନର ପନ୍ଥା ନିରୂପଣ କରାଯାଏ ଏବଂ ସଂଶ୍ଳେଷଣରେ ଅଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ସମସ୍ୟାର ଏକ ସଫଳ ସମାଧାନ କରାଯାଏ ।
- ସମସ୍ୟା-ସମାଧାନ ଏକ ପଦ୍ଧତି ଯେଉଁଥିରେ ସମାଧାନରେ ଉପନୀତ ହେବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ ।
- ପ୍ରକଳ୍ପ ଏକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ-କୈନ୍ଦ୍ରିକ ପଦ୍ଧତି ଯେଉଁଥିରେ ସାଧାରଣ ଶ୍ରେଣୀ ଗୃହକାର୍ଯ୍ୟ ବାହାରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ କିଛି ନିଜେ କରିବାକୁ ଆହ୍ୱାନ ଦିଆଯାଏ ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କୈନ୍ଦ୍ରିକ ପନ୍ଥାରେ ପିଲାମାନେ ନିଜ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ ଓ ଅଭିଜ୍ଞତାକୁ ନେଇ ଜ୍ଞାନ ନିର୍ମାଣ କରନ୍ତି ।
- କ୍ରୀଡ଼ା ପଦ୍ଧତିରେ ଶିକ୍ଷକ ଆନନ୍ଦମୟ କ୍ରୀଡ଼ା ଜରିଆରେ ନିଜର ଶୈକ୍ଷିକ ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲ କରିଥାଆନ୍ତି ।
- ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ପନ୍ଥା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଜ୍ଞାନେନ୍ଦ୍ରିୟର ବ୍ୟବହାର ଉପରେ କେନ୍ଦ୍ରୀଭୂତ ଏବଂ କାର୍ଯ୍ୟ ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷଣଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ ।

- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ ଆହ୍ୱାନ ମୂଳକ ଓ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ କରିବା ପାଇଁ ପିଲାମାନଙ୍କର ଖେଳ, ଅଭିନୟ, ସଂଗୀତ, ସାଜସଜ୍ଜା, ବଗିଚାକାମ ଇତ୍ୟାଦିରେ ଆମକୁ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ପରୋକ୍ଷ ଭାବେ ଜଡ଼ିତ କରାଇବାକୁ ହେବ ।
- ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତର ବିଭିନ୍ନ ସହପାଠ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଯଥା - ଗଣିତମେଳା, ଗଣିତ କ୍ଲବ, ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ, ଗାଣିତିକ କୁଇଜ୍ ଇତ୍ୟାଦି ପରିଚାଳନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ଫଳରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣ ଗୁଣାତ୍ମକ ହୋଇ ପାରିବ ।

8.7 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର :

E_1 - A. ଆରୋହ

B. ଅବରୋହ

C. ଆରୋହ

E_2 - ବିଶ୍ଳେଷଣ ପଦ୍ଧତି

E_3 - ନାଁ, କାରଣ ଏପରି ଗୃହକାର୍ଯ୍ୟ ଏକ ପ୍ରାକୃତିକ ବା ସାମାଜିକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇନଥାଏ ।

E_4 - ସାମାଜିକ ସଂଗଠନ ବାଦ ମୌଳିକ ସଂଗଠନବାଦଠାରୁ ୨ଟି ଭିନ୍ନ ମତ ପୋଷଣ କରେ । ତାହା ହେଉଛି :

(i) ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ନିଜର ଅଭିଜ୍ଞତାର ସଂଗଠନ ଏକ ସାମାଜିକ ପରିବେଶ ମାଧ୍ୟମରେ ସୃଷ୍ଟି କରେ ।

(ii) ସାଙ୍ଗସାଥୀ, ପିତାମାତା, ଶିକ୍ଷକ ଓ ବୟସ୍କମାନଙ୍କ ସହାୟତା ଦ୍ୱାରା ନିଜର ଜ୍ଞାନର ପରିସର ବୃଦ୍ଧି କରିଥାଏ ।

E_5 - ଲକ୍ଷ୍ୟ କୈନ୍ଦ୍ରିକ, ସ୍ୱତଃସ୍ଫୁର୍ତ୍ତ ଅଂଶଗ୍ରହଣ, ଆନନ୍ଦଦାୟୀ, ଆହ୍ୱାନମୂଳକ

8.8 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ :

୧. ପ୍ରାଥମିକସ୍ତର ଗଣିତ, ଜ୍ୟାମିତି ଓ ପରିମିତିରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ଧାରଣା ଦେଇ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଆରୋହ ପଦ୍ଧତିରେ କିପରି ଶିକ୍ଷାଦାନ କରିହେବ ବୁଝାଅ ।

୨. ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତର ଗଣିତର ଏକ ପ୍ରସଙ୍ଗକୁ କିପରି ଆରୋହ ଓ ଅବରୋହ ପଦ୍ଧତିରେ ଶିକ୍ଷା ଦିଆଯିବ ତାର ଏକ ଯୋଜନା କର ।

୩. ପ୍ରକଳ୍ପ ପଦ୍ଧତିରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କର କାର୍ଯ୍ୟ ସବୁ କ'ଣ ?

୪. ଷଷ୍ଠଶ୍ରେଣୀ ଗଣିତର ଯେ କୌଣସି ଏକ ପ୍ରସଙ୍ଗ ନେଇ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ଏକ ଦୈନିକ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

୫. ଏକ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ଶ୍ରେଣୀ ପରିଚାଳନା କରିବାରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଭୂମିକା ଗୁଡ଼ିକ ଆଲୋଚନା କର ।

୬. ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ ଫଳପ୍ରଦ କରିବା ପାଇଁ ଗଣିତ କ୍ଲବର ଭୂମିକା ଦର୍ଶାଅ ।

୭. ଗଣିତ କୁଇଜ୍ ପରିଚାଳନା କରିବାରେ କୁଇଜ୍ ମାଷ୍ଟର କି କି କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନା କରନ୍ତି ?

8.9 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ :

- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି (1999) - ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା

The Teaching of Mathematics - K.S. Sidhu, Sterling Publishers, Pvt. Ltd.

- Pedagogic Process in Elementary Schools (Block-1), New Delhi : NIOS 2012
- Learning Mathematics at Elementary Level (Block-1), New Delhi : NIOS, 2012

ଏକକ : 9

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ

ଗଠନକ୍ରମ :

9.1 ଉପକ୍ରମ

9.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

9.3 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ

9.3.1 ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ମୌଳିକ ନୀତି

9.3.2 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ବିଭିନ୍ନ ଦିଗ

9.4 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ପ୍ରଶ୍ନ

9.4.1 ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ

9.4.2 ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ

9.5 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ

9.5.1 ଗାଣିତିକ ଖେଳ

9.5.2 ପ୍ରଦର୍ଶନୀ

9.5.3 ପ୍ରକଳ୍ପ

9.5.4 ଗାଣିତିକ କୃତି

9.6 ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ଫଳାଫଳର ଲିପିବଦ୍ଧ କରଣ

9.6.1 ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ ଓ ଲିପିବଦ୍ଧ କରଣ

9.6.2 ତଥ୍ୟରୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ସମସ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ

9.6.3 ପ୍ରତିପୁଷ୍ଟିର ଯୋଜନା

9.7 ସମୃଦ୍ଧିମୂଳକ ଓ ପ୍ରତିକାରାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟର ଯୋଜନା

9.8 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ

9.9 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

9.10 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

9.11 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ

9.1 ଉପକ୍ରମ (Introduction) :

ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ (Assessment) ଶବ୍ଦ ସହିତ ତୁମେ ବହୁପୂର୍ବରୁ ପରିଚିତ । ଏହା ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଏକ ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ଅଙ୍ଗ । ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ D.El.Ed. ପାଠ୍ୟକ୍ରମର FC-4 (ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରକ୍ରିୟା) ପତ୍ରରେ ଏ ସଂପର୍କରେ ବିଷଦ ଭାବରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଏହି ଏକକରେ ତୁମେ ବିଶେଷ ଭାବରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ସଂପର୍କରେ ପଢ଼ିବ ।

ସାଧାରଣ ଭାବରେ ଗଣିତକୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତରରେ ଏକ କଷ୍ଟ ଓ ଶୁଷ୍କ ବିଷୟ ଭାବେ ବିବେଚନା କରାଯାଇଥାଏ । ଏହାର ଅମୂର୍ତ୍ତ ସ୍ୱରୂପକୁ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଓ ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଥାଏ । ଯଦିଓ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ତର ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ସମସ୍ତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ପିଲାର ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ଅନୁଭୂତି ସହିତ ସଂପର୍କିତ । ଏହା ସାଧାରଣରେ ବିଶ୍ୱାସ କରାଯାଏ ଯେ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଶିକ୍ଷକ ଶ୍ରେଣୀରେ ନପଢ଼େଇଲେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଶିଖି ହେବ ନାହିଁ । ଯେଉଁଥି ପାଇଁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ମୁଖ୍ୟତଃ ଶିକ୍ଷକ କୈନ୍ଦ୍ରିକ ପନ୍ଥାରେ ସଂଗଠିତ ହୋଇଥାଏ । କିନ୍ତୁ ଏହା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଉନ୍ନତମାନର ଶିକ୍ଷଣ ଉପଲବ୍ଧି ହାସଲ କରି ନଥାନ୍ତି ଓ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ଲକ୍ଷ୍ୟ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗଣିତକୁ ଶିଖିବେ ଓ ଉପଭୋଗ କରିବେ) ହାସଲ ହୋଇ ନଥାଏ । ଏହାକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି, ଏହି ଏକକରେ ଗଣିତରେ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣର କେତେକ କୌଶଳ ସମ୍ପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲ ହୋଇଛି କି ନାହିଁ ତୁମେ ଜାଣିପାରିବ ।

ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ, ଏହି ଏକକରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ ବିଶେଷ କରି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ଓ ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନର ଗଠନ କରିବାର କୌଶଳ ସଂମ୍ପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପରେ ତା'ର ଫଳାଫଳ କିପରି ସୁସଙ୍ଗତ ଭାବେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରାଯାଇପାରିବ ଓ ଫଳାଫଳକୁ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ ସେ ସଂପର୍କରେ ତୁମେ ଜାଣିବ । ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ଫଳାଫଳ ଆଧାରରେ ଶିକ୍ଷକ ପିଲାମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ଅଗ୍ରଗତି ନିମନ୍ତେ କି କି ପଦକ୍ଷେପ ନେଇ ପାରିବେ ସେ ସଂପର୍କରେ ଏହି ଏକକରେ ଆଲୋଚନା କରାଯିବା ପାଇଁ ପରିସ୍ଥିତି ସୃଷ୍ଟି କରାଯାଇଛି ।

9.2 ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ଏହି ଏକକକୁ ପଢ଼ିସାରିବା ପରେ, ତୁମେ -

* ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ମୌଳିକ ନୀତିଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝାଇ ପାରିବ ।
* ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ବିଭିନ୍ନ କୌଶଳଗୁଡ଼ିକର ଉପଯୋଗିତା ବୁଝି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଶ୍ରେଣୀରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ ।
* ଗଣିତରେ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ଓ ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ପାରିବ ।
* ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ଫଳାଫଳକୁ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବାର କୌଶଳଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣିବ ।
* ଫଳାଫଳକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସେମାନଙ୍କର ପିତାମାତା ଓ ଅନ୍ୟ ଉପଭୋକ୍ତାମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନାର ବିଷୟବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣିବ ।
* ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ ଆଧାରରେ ପ୍ରତିକାରାତ୍ମକ ଓ ସମ୍ବନ୍ଧମୂଳକ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନା କରିପାରିବ ।

9.3 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ (Learning Assessment in Mathematics) :

ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କୌଣସି ସମୟରେ ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ଶିକ୍ଷଣ ଲକ୍ଷ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କେତେଦୂର ହାସଲ କରିଛି ସେହି ସଂପର୍କିତ ପରିମାଣାତ୍ମକ ତଥା ଗୁଣାତ୍ମକ ବିବରଣୀ ଉପରେ ଆଧାରିତ ବିଚାରବୋଧ ତଥା ଶିକ୍ଷକ ଅଗ୍ରଗତିର ମୂଲ୍ୟାୟନ କୁହାଯାଏ । ଏହା ଏକ ପ୍ରକ୍ରିୟା । ଏହା ସାମୟିକ ନ ହୋଇ ନିରବଚ୍ଛିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଟେ ।

ପୂର୍ବ ଏକକ (ଏକକ - 6 ଓ 7)ରେ ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ, କେତେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆଚରଣ ଗତ ପରିବର୍ତ୍ତନ ପାଇଁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରାଯାଏ ।

କେଉଁ କେଉଁ ଆଚରଣଗତ ପରିବର୍ତ୍ତନ ପାଇଁ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯାଇଛି ତା'ର ତାଲିକା କର ।

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ କହିବ ଯେ, ପିଲା ଗାଣିତିକ ଧାରଣା, ନିୟମ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜ୍ଞାନ ଆହରଣ କରିବେ ।

. ଗଣିତରେ ଆହରଣ କରିଥିବା ଜ୍ଞାନକୁ ତା'ର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଘଟୁଥିବା ଘଟଣାବଳୀରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବେ ।

. ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଆଗ୍ରହ ବୃଦ୍ଧି କରିବେ

. ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ମାଧ୍ୟମରେ ନିଜର ବ୍ୟକ୍ତିତ୍ୱର ବିକାଶ ସାଧନ କରିବେ ।

. ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ କରିବେ ।

. ଶୀଘ୍ର ଓ ଠିକ୍ ହିସାବ କରିବେ

. ସମୁଚିତ ସଂକେତ ବା ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି କଥିତ ଭାଷାକୁ ଗାଣିତିକ ଭାଷା ଓ ରେଖାଚିତ୍ରରେ ପ୍ରକାଶ କରିବେ ।

. ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବେ ନିର୍ଭୁଲ ଫଳାଫଳ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବେ

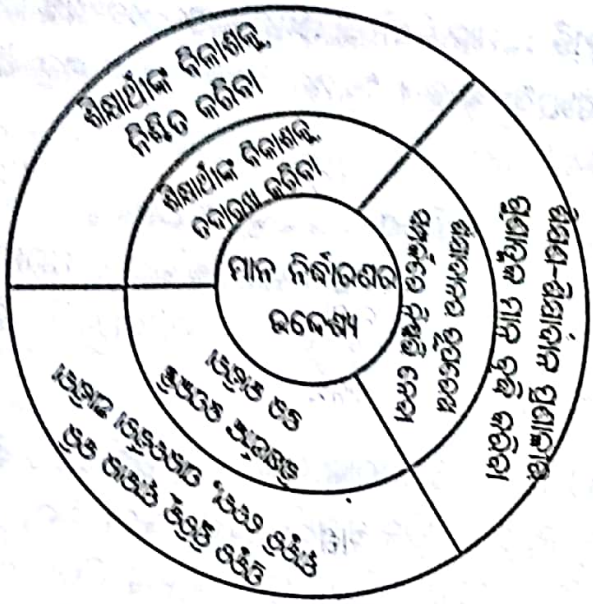
. ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବେ ଚିନ୍ତା କରିବେ

. କ୍ରମାନ୍ୱୟତା (Order) ଓ ସଂରଚନା (Pattern)କୁ ଚିହ୍ନିପାରିବେ । ତୁମେ ଏହି ତାଲିକାରେ ଆହୁରି ଅନେକ ଆଚରଣଗତ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଯୋଡ଼ି ପାରିବ ।

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ଦ୍ୱାରା ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ବ୍ୟବହାରଗତ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଲେ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସାଧିତ ହୋଇଛି ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଏହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ କେତେ ଦୂର ଉପଲବ୍ଧି କରିଛନ୍ତି ତାହାର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ (Evaluation) କୁହାଯାଏ । ଏହା ମୁଖ୍ୟତଃ ଶିକ୍ଷଣ ଅଗ୍ରଗତିର ପରିମାଣାତ୍ମକ ଓ ଗୁଣାତ୍ମକ ବିବରଣୀକୁ ଭିତ୍ତିକରି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣ ସଂପର୍କ ମୂଲ୍ୟବୋଧ ବିଚାର କରିଥାଏ । ଅପରପକ୍ଷେ ଗଣିତରେ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ମୁଖ୍ୟତଃ ସେହି ବିଷୟର ସାମଗ୍ରିକ ସ୍ଥିତିର ଚିତ୍ର ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ ଯାହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିବୃଦ୍ଧି ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଜଣେ ପିଲାର ଶିକ୍ଷଣ ସ୍ଥିତି ଜାଣିବାକୁ ପାଠ୍ୟ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକରେ ତା'ର ଉପଲବ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ସହିତ ପିଲାଟିର ଗଣିତ ଶିଖିବାରେ ଆଗ୍ରହ, ମନୋବୃତ୍ତି ଓ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ (ଯଥା - ଗଣିତ କ୍ୱିଜ୍, ପ୍ରଦର୍ଶନୀ, ଆଲୋଚନା ଚକ୍ର ଇତ୍ୟାଦି)ରେ ଅଂଶଗ୍ରହଣ ଆଦି ସଂପର୍କରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଚିତ୍ର ସଂଗ୍ରହ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହି ସ୍ଥିତି ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଗଣିତରେ ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କୁହାଯାଏ । ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣରୁ ମିଳୁଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ଆଧାର କରି ତା'ର ଶିକ୍ଷଣ ଉନ୍ନତ କରିବା ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ପରବର୍ତ୍ତୀ ପଦକ୍ଷେପ ନିଆଯାଇଥାଏ । କିନ୍ତୁ ଶିକ୍ଷଣ ମୂଲ୍ୟାୟନର

ମାଳାମାଳ ବ୍ୟବହାର କରି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣର ମାନ / ସ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା, ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣମାନର ତୁଳନା କରିବା, ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀକୁ ଉତ୍ତୀର୍ଣ୍ଣ କରିବା ପାଇଁ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବା ଏବଂ ପାଠଧାରା ବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଆଣିବା ଭଳି ଶୈକ୍ଷିକ ତଥା ପ୍ରଶାସନିକ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନିଆଯାଇଥାଏ ।

ଗଣିତରେ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରାଗଲା । ଏହାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।



ଏଠାରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରୁ କ'ଣ ଜାଣୁଛ ?

- ଗଣିତରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ବିକାଶକୁ ତଦାରଖ କରି ତଦନୁଯାୟୀ ସେମାନଙ୍କର ବିକାଶ ସଂକ୍ରାନ୍ତରେ ପଦକ୍ଷେପ ନେବା ।
- ଶିକ୍ଷାଦାନମାନଙ୍କରେ ଶିକ୍ଷଣ ଉପଲବ୍ଧି ଜାଣି ସେଥିରେ ଉନ୍ନତି ଆଣିବା ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟପନ୍ଥା ସ୍ଥିର କରିବା ।
- ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ରୂପରେଖକୁ ସମୀକ୍ଷା କରି ସେଥିରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଆଣିବା । ଯେପରି ତାହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ, ଶିକ୍ଷଣ ଉପଲବ୍ଧି ବୃଦ୍ଧିକରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ।

9.3.1 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ମୌଳିକ ନୀତି (Principle of Assessment in Mathematics Learning):

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ମୌଳିକ ନୀତି ସ୍ଥିର କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଜଣେ ଶିକ୍ଷକ ଭାବେ ତୁମେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ସ୍ୱରୂପ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏ ସଂପର୍କରେ ତୁମେ ଏହି ପୁସ୍ତକର ଷଷ୍ଠ ଓ ସପ୍ତମ ଏକକରେ ପଢ଼ିଛ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ସ୍ୱରୂପଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ?

- ନିଜ ଚାରିପାଖର ଦୁନିଆ ସହିତ ଭାବ ବିନିମୟ କରି ପିଲାମାନଙ୍କର ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତନର ବିକାଶ ହୋଇଥାଏ । ପରିବେଶର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବସ୍ତୁ ଓ ଘଟଣାବଳୀକୁ ପିଲାର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିହେବ ।
- ଗଣିତରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଧାରଣା ବାସ୍ତବ ବସ୍ତୁ (Concrete) ଓ ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ (Contexual) ପରିସ୍ଥିତିକୁ ନେଇ ହୋଇଥାଏ ।

• ବାସ୍ତବ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କ ସହିତ ସକ୍ରିୟ ଭାବେ ଜଡ଼ିତ ହୋଇ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଗଠନ କରିଥାନ୍ତି ।

ତିନୋଟି ମୌଳିକ ଶୈକ୍ଷିକ ନୀତି, ଶିକ୍ଷଣ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣକୁ ସମର୍ଥନ କରେ, ଏ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଏହି ତିନୋଟି ନୀତି ମଧ୍ୟ ଗଣିତରେ ଶିକ୍ଷଣ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

• **ବିଷୟବସ୍ତୁ ସଂପର୍କିତ ନୀତି :** ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ କରିବା ଉଚିତ୍ ଯେ ଗଣିତରେ କେଉଁ ବିଷୟବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଖୁବ୍ ଆବଶ୍ୟକ । "ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କ'ଣ ସବୁ ଶିଖିବେ ଓ ଶିଖିବା ପାଇଁ ସମର୍ଥ", ଏସବୁକୁ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ସ୍ପଷ୍ଟକରିବ ।

• **ଶିକ୍ଷଣ ସଂପର୍କିତ ନୀତି :** ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଓ ତାହାକୁ ସମର୍ଥନକରୁଥିବା ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଉନ୍ନତ କରିବାରେ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ଗୁରୁତ୍ୱ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ରହିଛି । ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ହିଁ ପିଲାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଶିକ୍ଷଣ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ । ଏତତ୍‌ବ୍ୟତୀତ ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଶିକ୍ଷଣର ଉନ୍ନତି ସାଧନ କରିବା ସହିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂପର୍କୀୟ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବାରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ ।

• **ସମତା ନୀତି (Equity) :** ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାଙ୍କ ପାଇଁ ଗୁରୁତ୍ୱ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣିତ ଶିଖିବାରେ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ନିଜ ନିଜର ଗାଣିତିକ ସାମର୍ଥ୍ୟ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିପାରିବ, ଏହା ଉପରେ ସମତା ନୀତି ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେଇଥାଏ । ଏହା କିପରି ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରିବ ? ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କୌଶଳ ଓ ସାଧନୀର ବ୍ୟବହାର ଏବଂ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଆବଶ୍ୟକତା ଥିବା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ଚାହିଁ ମୂଲ୍ୟାୟନ ପଦ୍ଧତି ସ୍ଥିର କରିବା ଦ୍ୱାରା ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସମତା ଅଣାଯାଇପାରିବ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା - E_1 :

ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଆବଶ୍ୟକତା ଥିବା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପାଇଁ ଗଣିତର ମୂଲ୍ୟାୟନ ପଦ୍ଧତି ଦ୍ୱାରା କିପରି ସମତା ଅଣାଯାଇପାରିବ, ଉଦାହରଣ ସହ ବୁଝାଅ ।

ଏହି ତିନୋଟି ନୀତି ବ୍ୟତୀତ ଗଣିତରେ ଉତ୍ତମ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ଆଉ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ମାନଦଣ୍ଡ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।

• ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ଏକ ମୁକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ହେବା ଉଚିତ । ଏଥିରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯିବା ଜରୁରୀ ।

- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ସଂକ୍ରାନ୍ତୀୟ ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟ ଜଣାଇବା ଆବଶ୍ୟକ ।
- ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତରରେ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କ ସଂପୃକ୍ତିକୁ ନିଶ୍ଚିତ କରାଯିବ ।
- ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବୈଧତା ଯାଞ୍ଚ କରିବା ଓ ସେଥିରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଅଣାଯିବା ପାଇଁ ସମସ୍ତ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅବଶ୍ୟମ୍ଭାବୀ ।
- ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣରୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ସଂପର୍କରେ ଆବଶ୍ୟକ ନିଷ୍କର୍ଷ ବା ଯୁକ୍ତିସିଦ୍ଧ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ମିଳୁଥିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ମୌଳିକ ନୀତିଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବାକୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଭିତ୍ତିଭୂମି ଯୋଗାଇବ । ଗଣିତରେ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପାଇଁ ପ୍ରତି ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ଏ ସଂପର୍କରେ ଧାରଣା ଥିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

9.3.2 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ବିଭିନ୍ନ ଦିଗ :

ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ, ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ଏକ ନିରନ୍ତର ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ଏହା ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତା ସହିତ ନିବିଡ଼ ଭାବରେ ସଂପର୍କିତ । ଅର୍ଥାତ୍ ଗଣିତରେ ଶିକ୍ଷଣ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସ୍ୱରୂପ ପରସ୍ପର ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ । ତେଣୁ ଗଣିତର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କିପରି ହେବ ? ତଳ ଅନୁଚ୍ଛେଦଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ପାଇପାରିବା ।

– ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଅନୁକ୍ରମ : ଯେହେତୁ ଗଣିତର ବିଷୟବସ୍ତୁ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଓ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ଥାଏ, ତେଣୁ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସେହି ଶିକ୍ଷଣ କ୍ରମକୁ ଅନୁସରଣ କରିଥାଏ ।

– ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ଓ ଅନୁଭୂତି ଆଧାରିତ : ସ୍ଥୂଳ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ସହ ସିଧାସଳଖ ବ୍ୟବହାର କରି ଓ ଶିଶୁର ପରିବେଶର ଘଟଣାବଳୀ ଗୁଡ଼ିକରୁ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ଶିଖି ହୁଏ । ତେଣୁ ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବାରେ ସେହି ବସ୍ତୁ ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର କରିବା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତ୍ୟେକ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପରିସ୍ଥିତି ଶିଖିବା ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ ।

– ମୂର୍ତ୍ତ ରୁ ଅମୂର୍ତ୍ତ : ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରର ଆରମ୍ଭରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ମୁଖ୍ୟତଃ ମୂର୍ତ୍ତ / ବାସ୍ତବ ଓ ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ଅଭିଜ୍ଞତା ମାଧ୍ୟମରେ ହିଁ ହୋଇଥାଏ ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଗଣିତର ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ପିଲା ଶିଖିଥାନ୍ତି । ଏହାକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ସ୍ଥୂଳବସ୍ତୁର ବ୍ୟବହାରରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ କ୍ରମେ କ୍ରମେ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣାର ବ୍ୟବହାରକୁ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେଇଥାଏ ।

– ମୌଖିକରୁ କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ ଓ ପରେ ଲିଖିତ : ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମୂଲ୍ୟାୟନ ଓ ମୂଲ୍ୟାୟନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମୌଖିକ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନ ଓ ପରେ ଲିଖିତ ପରୀକ୍ଷଣ ମାଧ୍ୟମରେ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

– ଏକାଧିକ ଉପାୟର ବ୍ୟବହାର : ଯେହେତୁ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକର ଶିକ୍ଷଣ ଏକାଧିକ ଉପାୟରେ ହୋଇଥାଏ, ତେଣୁ ଗଣିତର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣରେ ଏକାଧିକ ଉପାୟର ବ୍ୟବହାର ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତରେ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରିବା ଦରକାର । ପିଲାଟି କେବଳ କେତେ ପରିମାଣରେ ବିଷୟଗତ ଜ୍ଞାନ ଆହରଣ କରିଛି ସେତିକିରେ ସୀମିତ ନ ରଖି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ଲକ୍ଷ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କେତେ ଦୂର ହାସଲ କରିପାରିଛି ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ଉପାୟମାନ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଉଚିତ । ଏହି ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ବେଳେ କେଉଁ ସବୁ ଦିଗ ପ୍ରତି ଦୃଷ୍ଟି ଦେବାକୁ ହେବ ?

ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପାଇଁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିଷୟ ଉପରେ ବିଶେଷ ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

- ପିଲାମାନେ କିପରି ଗଣିତ ଶିଖନ୍ତି
- ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହୋଇଥିବା ଗାଣିତିକ ଧାରଣା
- ଗଣିତରେ ପିଲାମାନେ କ'ଣ କ'ଣ ବୁଝିଛନ୍ତି

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର –

ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନର ପ୍ରୟୋଗ କରି ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ :
- ପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ
- ପୁସ୍ତକ ବାହାରର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ
- ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ
- ସମସ୍ୟା ସମାଧାନର ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଧାରଣା

ଗାଣିତିକ ଭାବ ବିନିମୟ
- ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ, ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଓ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ଭାବ-ବିନିମୟ
- ଲେଖିବା ସମୟରେ ଚିତ୍ର, ଗ୍ରାଫ, ସଂକେତର ବ୍ୟବହାର

ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି :
- ଉଭୟ ଆରୋହ ଓ ଅବରୋହ ଉପାୟରେ ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନ
- ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବାରେ ବହୁବିଧ ଉପାୟର ବ୍ୟବହାର
- ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତିକୁ ସଂଗଠିତ ଭାବେ ଉପସ୍ଥାପନା

ଗଣିତରେ କ'ଣ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯିବ ?

ଗଣିତ ପ୍ରତି ପ୍ରବଣତା :
- ଗଣିତ ପାଠ ପ୍ରତି ଦୃଷ୍ଟିକୋଣ
- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ ଓ ମନୋଭାବ
- ଗଣିତ ପ୍ରତି ଭୟ

ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା :
(ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିସରରେ ପିଲାର ଧାରଣା)
- ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତି
- ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା
- ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା (ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ)
- ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ଓ ଚିନ୍ତନ
- ମାପ (ମାନକ ଓ ଅଣମାନକ)
- ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ
- ସଂରଚନା
- ତଥ୍ୟ ପରିଚାଳନା
- ମୌଳିକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା (ଉଚ୍ଚ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତର ପାଇଁ)
- ସରଳ ସମୀକରଣ (ଉଚ୍ଚ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତର ପାଇଁ)

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା ବେଳେ ପିଲାଟି କେବଳ ବିଷୟଗତ ଜ୍ଞାନ କେତେ ଆହରଣ କରିଛି ତାହା ଜାଣିବା ସହିତ ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନରେ ତା'ର ଦକ୍ଷତା, ସମସ୍ୟା ସମାଧାନର ସାମର୍ଥ୍ୟ, ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ବ୍ୟବହାର କରି ଭାବ ବିନିମୟ କରିବାର କୌଶଳ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ପ୍ରବଣତା (Disposition)ର ମଧ୍ୟ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରାଯିବ । ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥବା ଚିତ୍ରରୁ ଏ ସଂପର୍କରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣ କରିହେବ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଏସବୁ ଦିଗର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପାଇଁ ଲିଖିତ ପରୀକ୍ଷଣ, ମୌଖିକ ପରୀକ୍ଷଣ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ହାସଲ କରିଥିବା କୌଶଳକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିବା, ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିବା ସମୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କୃତିର ମୂଲ୍ୟାୟନ, ବିଭିନ୍ନ ଦତ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟ(assignment)ରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଉପଲବ୍ଧି ଜାଣିବା, ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନ କରିବା ଇତ୍ୟାଦି ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

9.4 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ (Different types of test items) :

ପୂର୍ବ ବିଭାଗର ଆଲୋଚନାରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ପ୍ରଗତିର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପକ୍ଷେ ଆବଶ୍ୟକ ଓ ମୂଲ୍ୟାୟନ ଫଳାଫଳକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଜରୁରୀ । ଏଥିପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ସେଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବେ । ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରସ୍ତୁତ ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ର (Teacher made test) ଏଥିପାଇଁ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ ଓ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତିର ନିୟମାବଳୀ ତୁମେ ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର FC-4 ପତ୍ରର ପଞ୍ଚମ ଏକକରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଛ । ସେସବୁକୁ ମନେ ପକାଇବା

- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ପ୍ରଶ୍ନ
  - ରଚନାତ୍ମକ ପ୍ରଶ୍ନ
    - ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ
    - ସୀମିତ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ
  - ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ
    - ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ
    - ସମାପନ ପ୍ରଶ୍ନ
    - ଦ୍ୱି-ବିକଳ୍ପ ଉତ୍ତର ପ୍ରଶ୍ନ
    - ବହୁ-ବିକଳ୍ପ ଉତ୍ତର ପ୍ରଶ୍ନ
    - ମେଳକ ପ୍ରଶ୍ନ

ଏହି ବିଭାଗରେ ତୁମେ ବିଭିନ୍ନ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତି ସମ୍ପର୍କରେ ଶିଖିବ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା – E_2

ନିମ୍ନରେ ଗଣିତର କେତେଗୁଡ଼ିଏ ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକଟି କେଉଁ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ ଲେଖ ।

କ) ଉକ୍ତିଟି ଠିକ୍ କିମ୍ବା ଭୁଲ ଚିହ୍ନାଅ ।

ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମସ୍ତ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180 ଡିଗ୍ରୀ ।

ଖ) ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ? (0,-2,4,0.7)

ଗ) 64ର ଶତକଡ଼ା 50 କେତେ ?

ଘ) 2,3, ଓ 7 ଆଦି ସଂଖ୍ୟାକୁ କାହିଁକି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ?

ଙ) ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

1,4,9,16, _____

ଚ) 6 କୁ ଏକ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା କହିବା କି ? କାହିଁକି .?

ଛ) $\frac{3}{4} = \frac{\cdots\cdots}{12}$ (ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର)

ଜ) "ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ପ୍ରତୀପ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସମାନ" – ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ପ୍ରମାଣ କରି ଏହି ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

9.4.1. ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ (Objective based item) :

ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛ, ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆରମ୍ଭ ହେବା ପୂର୍ବରୁ ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସ୍ଥିର କରାଯାଇଥାଏ । ଏହାକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଶିକ୍ଷକ ବ୍ୟବହାର କରିଥାନ୍ତି । ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହାସଲ ନିମନ୍ତେ ଉଭୟ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଓ ଶିକ୍ଷକ ମିଳିତ ଭାବେ ପ୍ରଚେଷ୍ଟା କରିଥାନ୍ତି ।

ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ହାସଲ ହୋଇଛି କି ନାହିଁ କିପରି ଜାଣିବ ?

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ଶିକ୍ଷଣର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହାସଲ କରିଛି କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଟିକୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବେ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଭଳି ସୂଚକରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଉଚିତ । (ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶିକ୍ଷଣ ବ୍ୟବହାରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।) ଏପରି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲ ହୋଇଛି କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଏହି ଲକ୍ଷ୍ୟ / ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଉପରେ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ପଚରାଯାଇପାରେ । ଏପରି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ (Objective based item) କିପରି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବ ତାହା ପୂର୍ବରୁ FC-4 ରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଗଣିତରେ ଏପରି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନର କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ଏଠାରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ : ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟର ଉଦାହରଣ

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ	ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟବହାର (Behavioural specification)
ଜ୍ଞାନ : Knowledge	- ଘଟଣା, ନିୟମ, ସୂତ୍ର, ସଂଜ୍ଞା, ଶବ୍ଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ମନେ ପକାଇବ । - ତଥ୍ୟ, ସଂପର୍କ, ସଂଜ୍ଞା, ସୂତ୍ରକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବ ।
ବୋଧ : Compre-hension	- ଚିତ୍ର, ଉକ୍ତିରେ ଥିବା ଭୁଲକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଶୋଧନ କରିବ । - ନିୟମ / ସୂତ୍ରକୁ ନିଜ ଭାଷାରେ ଉଦାହରଣ ସହ ବୁଝେଇ ପାରିବ । - ବାକ୍ୟ ବା ଉକ୍ତିକୁ ସଂକେତରେ ପ୍ରକାଶ କରିବ । - କୌଣସି ନିୟମ ବା ସୂତ୍ର ଉପରେ ଅଧିକ ଉଦାହରଣ ଦେବ । - ଗାଣିତିକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତଗୁଡ଼ିକୁ ଯାଞ୍ଚ କରିବ । - ସମାନତା ଥିବା ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦର୍ଶାଇବ ।
ପ୍ରୟୋଗ : Application	- ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ବିକଳ୍ପ ପଦ୍ଧତି ପ୍ରସ୍ତାବନା କରିବ । - ଦିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟରୁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତୀକରଣ କରିବ । - ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତଥ୍ୟର ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତତା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବ । - ଆକଳନ କରିବ ଓ ତା'ର ସତ୍ୟାସତ୍ୟ ପରୀକ୍ଷା କରିବ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

କ) କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାଟି କିଏ ?

ଖ) ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କ ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?

90^0 , 180^0, 270^0, 360^0

ଗ) 10 ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା, କାରଣ –

(i) ଏହା କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା

(ii) ଏହା ଦୁଇ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ

(iii) ଏହାର ଚାରୋଟି ଗୁଣନୀୟକ ଅଛି

(iv) ଏହା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ

ଘ) ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ABC ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ?

(i) AB = 5 ସେ.ମି., BC = 4 ସେ.ମି., CA = 3 ସେ.ମି.

(ii) AB = 6 ସେ.ମି., BC = 5 ସେ.ମି., CA = 3 ସେ.ମି.

(iii) AB = 5 ସେ.ମି., BC = 4 ସେ.ମି., CA = 1 ସେ.ମି.

(iv) AB = 7 ସେ.ମି., BC = 4 ସେ.ମି., CA = 3.9 ସେ.ମି.

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର (କ) (ଖ) (ଗ) ଓ (ଘ)ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ଏକ ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ କେଉଁ ପ୍ରକାରର ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ ତାହା ସ୍ଥିର କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ କେଉଁ ଶିକ୍ଷଣ ଦକ୍ଷତାର ମୂଲ୍ୟାୟନ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ?

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର (କ) ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନଟି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ । ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତଥ୍ୟକୁ ମନେ ପକାଇ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ହେବ । ପୂର୍ବରୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀ (2)କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ତୁମେ ଜାଣି ପାରିବ ଯେ, ଏହା ଏକ ଜ୍ଞାନଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ । ଏହିପରି ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଆଉ କେତୋଟି ଜ୍ଞାନ ଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

- ଆୟତଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ସୂତ୍ର କ'ଣ ?
- ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗସଂଖ୍ୟା କାହାକୁ କୁହାଯାଏ ?
- ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର
  - ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ
  - ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0
  - ତିନୋଟି ଯାକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ନୁହେଁ
  - ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ଥାଏ
- 'ସରଳ କର' ପ୍ରଶ୍ନରେ ମିଶାଣ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଛି । କେଉଁ କ୍ରମରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କାମ ସଂପାଦନ କରାଯିବ ?
  - ଗୁଣନ, ହରଣ, ମିଶାଣ
  - ମିଶାଣ, ଗୁଣନ, ହରଣ
  - ହରଣ, ଗୁଣନ, ମିଶାଣ
  - ମିଶାଣ, ହରଣ, ଗୁଣନ

ତୁମେ ଯଦି ଏହି ଚାରୋଟି ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବ, ତେବେ ଦେଖିବ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା ବେଳେ କିଛି ସୂତ୍ର, ନିୟମକୁ ମନେ ପକାଇବାକୁ ହେବ କିମ୍ବା ତଥ୍ୟ ବା ସଂପର୍କକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ହେବ । ଏପରି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଲେଖିବାକୁ ହେଲେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ମନେ ପକାଇବାକୁ ହୁଏ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ପଞ୍ଚମ ବା ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ ଗଣିତ ବହିରୁ ଯେକୌଣସି ଧାରଣାକୁ ନେଇ ଦଶଟି ଜ୍ଞାନ ଭିତ୍ତିକ ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି କର ।

ଏବେ ପୂର୍ବରୁ ଦିଆଯାଇଥିବା (ଗ) ପ୍ରଶ୍ନ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, (ଗ) ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନ (କ) ଓ (ଖ)ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନ ଭଳି ନୁହେଁ । ତଥ୍ୟ, ସୂତ୍ର ବା ନିୟମକୁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରୁ ସିଧାସଳଖ ମନେ ପକାଇ 'ଗ' ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ ନାହିଁ । ଏହି ପ୍ରଶ୍ନରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସମସ୍ୟାକୁ ଯୁକ୍ତିସଂଗତ ଭାବେ ବୁଝି ତାର ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବ । ଏଭଳି ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ଏକ ବୋଧଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ । ତଳେ ଏ ପ୍ରକାରର କେତୋଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଛି ।

"କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି କୋଣ ଯଥାକ୍ରମେ ନିମ୍ନ ମତେ ହୋଇପାରିବ

- ସ୍ଥୂଳକୋଣ, ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ, ସ୍ଥୂଳ କୋଣ
- ସମକୋଣ, ସ୍ଥୂଳକୋଣ, ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ
- ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ, ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ, ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ
- ସମକୋଣ, ସମକୋଣ, ସୂକ୍ଷ୍ମ କୋଣ

- ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ପରିମାଣ କୋଣମାନଙ୍କୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ହେବ ନାହିଁ ?

  - $75^0, 55^0, 60^0$
  - $60^0, 35^0, 85^0$
  - $90^0, 40^0, 50^0$
  - $5^0, 10^0, 165^0$

- ନିମ୍ନୋକ୍ତ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବା ?

  -ସାଇକେଲ ଚକରେ ଥିବା ସ୍ପୋକ୍‌ଗୁଡ଼ିକରେ
  - ବହିର ଦୁଇ ବିପରୀତ ଧାରରେ
  - ଏକ କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତମାନଙ୍କରେ
  - ଦିନ ବାରଟା ସମୟରେ ଘଣ୍ଟାକଣ୍ଟା ଓ ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟା ମଧ୍ୟରେ

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ କେବଳ ସୂତ୍ର ବା ନିୟମକୁ ମନେ ରଖିଥିଲେ ଯଥେଷ୍ଟ ହେବ ନାହିଁ, ବରଂ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବାକୁ ହେବ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା - E_3 :

ତଳେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଉକ୍ତି ଦିଆଯାଇଛି । ବୋଧଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ପାଇଁ କେଉଁ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛ

କ) ବୋଧଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବା ପାଇଁ କେବଳ ସିଧାସଳଖ ତଥ୍ୟକୁ ମନେ ପକାଇବାକୁ ହୋଇଥାଏ ।

ଖ) ବୋଧଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର କରିବା ନିମନ୍ତେ ଜ୍ଞାନଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ତୁଳନାରେ ଅଧିକ ଚିନ୍ତନ ଦକ୍ଷତାର ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଥାଏ ।

ଗ) ଜ୍ଞାନ ଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ତୁଳନାରେ ବୋଧଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି କରିବା ଅଧିକ ସହଜ ।

ଘ) ବୋଧଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନର ଏକମାତ୍ର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହେଉଛି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସୂତ୍ର ଗୁଡ଼ିକୁ ମନେରଖିଛି କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ।

ଙ) କୌଣସି ଘଟଣା ଉପରୁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିବା ସଂକ୍ରାନ୍ତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ ହେଉଛି ଏକ ବୋଧଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ।

ଏବେ ପ୍ରୟୋଗ ଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଆହରଣ କରିଥିବା ଜ୍ଞାନ ଓ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଧାରଣା ଉପରେ ଯାହା ସବୁ ବୁଝିଥାଏ ତାହାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ସଂକ୍ରାନ୍ତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ପ୍ରୟୋଗ ଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ କୁହାଯାଏ । ଏଭଳି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦେବା ପାଇଁ ଅଧିକ ମାନସିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆବଶ୍ୟକ । ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

- ତ୍ରିଭୁଜର ତିନି କୋଣର ମାପ ସଂକ୍ରାନ୍ତୀୟ ସୂତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର୍ ।
- ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ପ୍ରଶ୍ନରେ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ?
  - ଗୋଟିଏ କଲମର ଦାମ 10 ଟଙ୍କା ହେଲେ 8ଟି କଲମର ଦାମ କେତେ ?
  - ଜଣକୁ ତିନୋଟି ହିସାବରେ 10 ଜଣ ପିଲାଙ୍କୁ ଦେବା ପାଇଁ କେତୋଟି ଚକୋଲେଟ୍ ଆବଶ୍ୟକ ?
  - 10 ଜଣ ଲୋକ ଗୋଟିଏ କାମକୁ 8 ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି । ଜଣେ ଲୋକ ସେହି କାମକୁ କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବ ?
  - ଗୋଟିଏ ପିଲାକୁ ଦୁଇଟି ଚକୋଲେଟ ଦିଆଗଲା, 80ଟି ଚକୋଲେଟ୍ କେତେ ଜଣ ପିଲା ନେବେ ?
- ଯଦି ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥକୁ ଦୁଇଗୁଣ ଲେଖାଏଁ କରାଯିବ, ତେବେ ତା'ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରେ କ'ଣ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ ?

  - 2 ଗୁଣ ବଢ଼ିଯିବ - 2 ଗୁଣ କମିଯିବ

  - 4 ଗୁଣ ବଢ଼ିଯିବ - 4 ଗୁଣ କମିଯିବ

ଏହି ଏକକର ସାରଣୀ – 2 ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ସେଥିରେ ଥିବା ବ୍ୟବହାରଗତ ବିବରଣୀ ତୁମକୁ ପ୍ରୟୋଗଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : ଷଷ୍ଠ ଓ ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକର ବିଭିନ୍ନ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଥିବା ଅଭ୍ୟାସ ପ୍ରଶ୍ନ, ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପ୍ରୟୋଗଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ ମୂଲ୍ୟାୟନ ପାଇଁ ନିଆଯାଉଥିବା ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ (ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ) ସହ ସଂପର୍କିତ ହେବା ଉଚିତ । ଯେହେତୁ ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସ୍ଥିର କଲାବେଳେ ଆମେ ଜ୍ଞାନ, ବୋଧ ଓ ପ୍ରୟୋଗକୁ ଆଧାର କରିଥାଉ, ସେହି ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ହାସଲ ହୋଇଛି କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ଯଥାକ୍ରମେ ଜ୍ଞାନଭିତ୍ତିକ, ବୋଧଭିତ୍ତିକ, ପ୍ରୟୋଗ ଭିତ୍ତିକ ଓ କୌଶଳଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ହେବ । ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ।

ପରିସ୍ଥିତି –1 : ଜ୍ୟୋତିର୍ମୟୀ ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ନିମ୍ନ ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ନେଲେ

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ : ଦିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ଚିତ୍ରରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବେ । ଏହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ନେଇ ସେ ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି କରିବା ବେଳେ କିଛି ତଥ୍ୟ ଦେବାକୁ ହେବ ଓ ସେହି ତଥ୍ୟକୁ ଚିତ୍ର (ଗ୍ରାଫ୍) ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ କହିବାକୁ ହେବ । ଏହା ଏକ କୌଶଳ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ । ଏହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ହାସଲ କରିଛନ୍ତି କି ନାହିଁ ଜାଣିବା ନିମନ୍ତେ ସେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଟି ତିଆରି କଲେ ।

କୌଣସି ଏକ ଦିନରେ ତୁମ ବିଦ୍ୟାଳୟର ବିଭିନ୍ନ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାଙ୍କ ଉପସ୍ଥାନକୁ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖରେ ଦର୍ଶାଅ ।

ପରିସ୍ଥିତି - 2 : ବିଜୟ ପଞ୍ଚମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରନ୍ତି । ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲା ବେଳେ ସେ ନିମ୍ନ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ନେଇଥିଲେ "ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଅଧ୍ୟାୟରେ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ବେଳେ ଏକାଧିକ ଉପାୟରେ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା । ଏହି ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ପିଲାମାନେ ହାସଲ କରିଛନ୍ତି କି ନାହିଁ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ସେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଟି ଦେଇଥିଲେ -

$1\frac{4}{5}$ ଓ $1\frac{1}{5}$ ର ସମଷ୍ଟି ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଏହା ଏକ ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ ନୁହେଁ । କିନ୍ତୁ ଏହା ଏକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ । ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ହୋଇପାରେ । ମାତ୍ର ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ଏହା ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉତ୍ତରମୂଳକ ବା ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ ମଧ୍ୟ ହୋଇପାରେ । ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ, ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହାସଲ ହୋଇଛି କି ନାହିଁ ଜାଣିବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

9.4.2 ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ (Open ended items) :

ତୁମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ ସଂପର୍କରେ ଜାଣିଲ । ତୁମେ ଏହା ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛ, ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତର ଥାଏ ଯେଉଁଥିପାଇଁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବା ସୁବିଧାଜନକ । ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ Close ended items କୁହାଯାଏ । ଏଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରେ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 1 :

କ) 16,20 ଓ 36ରେ ହାରାହାରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଖ) ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ହାରାହାରି ହେଉଛି 24 । ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଏହି ଉଦାହରଣର (କ)ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତର ଅଛି ଓ ତାହା ହେଉଛି 24 । ଏହା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ କିନ୍ତୁ ଏବେ (ଖ)ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତୁମର ଉତ୍ତର ସହ ତୁମ ଅନ୍ୟ ସହପାଠୀମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ତୁଳନା କର । ସମସ୍ତଙ୍କର ଉତ୍ତର ସମାନ ହେଉଛି କି ? ଏପରି କାହିଁକି ହେଉଛି ?

ଉଦାହରଣ - 2

କ) 58କୁ 8ରେ ଭାଗ କରି ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଖ) କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ 8ରେ ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ 2 ରହେ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ହୋଇପାରେ ?

ଏଠାରେ (କ) ଓ (ଖ)ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନ ଦୁଇଟିର ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ (କ) ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତରରେ ଭାଗଫଳ 7 ଓ ଭାଗଶେଷ 2 ଲେଖିଥିବ । କିନ୍ତୁ (ଖ) ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର 58 ହୋଇପାରେ, 42 ହୋଇପାରେ, 36 ମଧ୍ୟ ହୋଇପାରେ । ଏହିଭଳି (ଖ) ପ୍ରଶ୍ନର ଏକାଧିକ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ସମ୍ଭବ । ଅର୍ଥାତ୍ ଏହା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ ନୁହେଁ। ଏ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନକୁ ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ କୁହାଯାଏ ।

ତଳେ କେତୋଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟମୂଳକ ଓ ତା'ର ସଂପର୍କିତ ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଛି ।

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ	ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ
(କ) 10,15,25ର ଗ.ସା.ଗୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।	(କ) ଏପରି ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେଉଁମାନଙ୍କର ଗ.ସା.ଗୁ. 5 ହେବ
(ଖ) 7 ସେ.ମି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 3 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।	(ଖ) 20 ସେ.ମି. ପରିସୀମା ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
(ଗ) 7 + 2 = ☐	(ଗ) .... + ... = 9

ତୁମେ ପାଇଁ କାମ : ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନର ଯେକୌଣସି ୫ଟି ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ଲେଖ ।

ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ଉତ୍ତର ସହ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକୁ ମିଳାଅ ।

- ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତର ନାହିଁ ଅର୍ଥାତ୍ ଏକାଧିକ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ସମ୍ଭବ
- ବିଭିନ୍ନ ସ୍ତରରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରେ । ବିଭିନ୍ନ ଦକ୍ଷତାର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ନିଜ ନିଜର ସାମର୍ଥ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ ଉତ୍ତର ଦେଇଥାଆନ୍ତି ।
- ସ୍ୱାଭାବିକ ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତନ ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି କରିଥାଏ ଓ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ସୁଯୋଗ ଦେଇଥାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ନିଜର ଅଭିଜ୍ଞତା ଅନୁଯାୟୀ ଚିନ୍ତା କରିଥାନ୍ତି ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଚିନ୍ତା କରିବା ଓ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ଦକ୍ଷତା ସଂପର୍କରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ଉପଯୁକ୍ତ ତଥ୍ୟ ମିଳିଥାଏ ।
- ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ସୃଜନଶୀଳତା ଓ ଚିନ୍ତା କରିବା ଦକ୍ଷତା ବିକାଶ କରିଥାଏ ।
- ଏ ପ୍ରକାର ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଭାବ ବିନିମୟର ବିକାଶ ହୋଇଥାଏ ।
- ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ । ଉଚ୍ଚ ଦକ୍ଷତା ସଂପନ୍ନ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କୌଣସି ପ୍ରଶ୍ନର 5/ଟି ଉତ୍ତର ସ୍ଥିର କଲାବେଳେ ଗଣିତରେ କମ୍ ଦକ୍ଷତା ସଂପନ୍ନ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଅତି କମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଥାଏ ବା କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିଥାଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା – E_4 :

ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନର ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ – ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ଏକାଧିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଉତ୍ତରଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

9.5 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ :

ଗଣିତରେ କେତେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିଷୟବସ୍ତୁର ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ହାସଲ କଲେ କି ନାହିଁ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିଥାନ୍ତି । କିନ୍ତୁ, ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ମୂଲ୍ୟାୟନ (Assessment for learning) ଆମ ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କ ପାଇଁ ଏକ ଆହ୍ୱାନ । କେଉଁ ଭଳି ମୂଲ୍ୟାୟନ କଲେ ପିଲାଟି କେତେ ଶିଖିଛି ତାହା ଜାଣିହେବ ଏବଂ ସେ କିପରି ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ଶିଖିବ ତାହା ନିଶ୍ଚିତ କରିହେବ ସେ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଗଣିତରେ ଶିକ୍ଷଣ ଅଗ୍ରଗତିର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ନିମନ୍ତେ ଅନେକ ଗୁଡ଼ିଏ କୌଶଳ ଅଛି । ଏପରି କେତେଗୁଡ଼ିଏ କୌଶଳ ଅଛି ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପିଲାକୁ ଶିଖିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାନ୍ତି । ସେଗୁଡ଼ିକ ମୁଖ୍ୟତଃ ଗଠନମୂଳକ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଚାଲୁଥିବା ସମୟରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଶିକ୍ଷଣ ଅଗ୍ରଗତିକୁ ଜାଣିବା ଓ ପିଲାକୁ ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ଶିଖିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ଏ ପ୍ରକାର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣର ଲକ୍ଷ୍ୟ । ଏଭଳି କେତେଗୁଡ଼ିଏ କୌଶଳ ସଂପର୍କରେ ତୁମେ ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ FC-4 ର ପଞ୍ଚମ ଏକକରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଛ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବା କେତେକ ପ୍ରମୁଖ କୌଶଳ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

9.5.1. ଗାଣିତିକ ଖେଳ :

ଖେଳ ହେଉଛି ଏକ ସ୍ୱତଃ ସ୍ଫୁର୍ତ୍ତ କ୍ରିୟା, ଯେଉଁଥିରେ ପିଲା ବିନା ଭୟରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ଭାବରେ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିଥାନ୍ତି । ସାଧାରଣତଃ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ସହିତ ଭୟ ଏବଂ ଅସଫଳତା (ଅକୃତକାର୍ଯ୍ୟ) ଧାରଣା ଗୁଡ଼ିକ ଯୋଡ଼ି ହୋଇ ରହିଥାଏ । କିନ୍ତୁ ଖେଳରେ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରି ଗଣିତ ଶିଖିବା ଦ୍ୱାରା ପିଲାମନରୁ ଗଣିତ ପ୍ରତି ଥିବା ଭୟ ଓ ଆଶଙ୍କା ଦୂରୀଭୂତ ହୋଇଥାଏ । ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ଘୋଷି ଘୋଷି ମନେ ନରଖି ବରଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଖେଳ ମାଧ୍ୟମରେ ପିଲାମାନେ ସହଜରେ ଆୟତ୍ତ କରିଥାନ୍ତି । ଏହା ଦ୍ୱାରା ପୁସ୍ତକଗତ ଜ୍ଞାନକୁ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଘଟଣାବଳୀ ସହିତ ସଂପର୍କିତ କରାଯାଇଥାଏ ।

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ସୁଚିସ୍ମିତା ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପ୍ରଥମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରନ୍ତି । ଶୂନ୍ୟ(0)ର ଧାରଣା ଦେବାକୁ ସେ ପିଲାଙ୍କୁ କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ଦେଇ ବୁଝାଇଲେ । ଅଳ୍ପ କେତେଜଣ ପିଲା ବୁଝିଲେ ବୋଲି ସେ ଅନୁମାନ କଲେ । କିନ୍ତୁ ଶ୍ରେଣୀର ଅଧିକାଂଶ ପିଲା ବୁଝି ନ ପାରିବା ଭଳି ଚୁପ୍‌ଚାପ ବସିଥାନ୍ତି । ତାଙ୍କ ମୁଣ୍ଡକୁ ଏକ ବୁଦ୍ଧି ଜୁଟିଲା । ସେ ଗୋଟିଏ ଖେଳ ଖେଳାଇବାକୁ ଚିନ୍ତା କଲେ ।

ସେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଖେଳ ପଡ଼ିଆକୁ ନେଲେ । ଖେଳ ପଡ଼ିଆର ମଧ୍ୟ ଭାଗରେଏକ ବଡ଼ ବୃତ୍ତାକୃତି ଅଙ୍କନ କଲେ । ତା ଭିତରେ ରହିବାକୁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ କହିଲେ । ପିଲମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଜଣକୁ ବାଘ ଭୂମିକାରେ ଖେଳିବାକୁ କୁହାଗଲା । ସେ ବାଘ ମୁଖା ପିନ୍ଧିଲା । ଅନ୍ୟ ପିଲାମନେ ହରିଣ ଭାବେ ଖେଳିଲେ । ଖେଳର ନିୟମକୁ ଶିକ୍ଷୟିତ୍ରୀ କହିଲେ । ଶିକ୍ଷୟିତ୍ରୀ ତାଳି ମାରିବା କ୍ଷଣି ବାଘ ଗୋଡ଼ାଇ ଗୋଡ଼ାଇ ହରିଣ ଶିକାର କରିବ । ବାଘ ଶିକାର କରିବା ସମୟରେ ଗୋଟିଏ ଗୋଡ଼ରେ ଦୌଡ଼ିବ ବା ଚାଲିବ, ବାଘର ଦୁଇଟି ଗୋଡ଼ ତଳେ ଲାଗିଗଲେ ସେ ଖେଳରୁ ବିଦାୟ ନେବ । ହରିଣମାନେ ବାଘକୁ ଦେଖିବାମାତ୍ରେ ତାକୁ ଧରା ନ ଦେବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବେ । ବାଘକୁ ଦେଖିବା ମାତ୍ରେ ହରିଣମାନେ ଗୀତ ଗାଇବେ ।

ହରିଣ- ବାଘମାସୁଁ, ବାଘମାସୁଁ । କୁଆଡେ ଆସିଛ ଆଜି ?

ବାଘ - ମୁଁ ଆସିଛି ତୁମ ପାଖକୁ ଶିକାର ଖୋଜି ଖୋଜି ।

ଏହା ପରେ ବାଘ ମାସୁଁ ଶିକାର କରିବେ । ଯେଉଁ କ୍ରମରେ ସେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଛୁଇଁବ, ସେହି କ୍ରମରେ ଏକ, ଦୁଇ ଗଣି କହିବ ।

ଏହିପରି କେତେ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଖେଳ ପରେ ଧୀରେ ଧୀରେ ପିଲା ସଂଖ୍ୟା କମିଯିବ । ଏହା ପରେ ବାଘ ଯେପରି ଆଦୌ ହରିଣ ଶିକାର କରିନପାରିବ ବା 0 ସଂଖ୍ୟକ ହରିଣ ଶିକାର କରିବ ସେଥିପ୍ରତି ଶିକ୍ଷକ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବ । କୌଣସି ହରିଣକୁ ବାଘ ଛୁଇଁବା ପୂର୍ବରୁ ଶିକ୍ଷକ ତାଳି ମାରିଦେଲେ । ଏବେ ପିଲାଙ୍କୁ ପଚାରିଲେ, ବାଘ କେତୋଟି ଶିକାର କଲା ? ପିଲାମାନେ କହିଲେ - ବାଘ ଆଦୌ ଶିକାର କରିପାରିଲା ନାହିଁ । ଏହାକୁ 0 ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ ବୋଲି ସୁଚିସ୍ମିତା (ଶୂନ୍ୟ) କହିଲେ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା 0 ର ଅର୍ଥ ବୁଝି ପାରିଲେ 5 0 କୁ ଲେଖି ପାରିଲେ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ଏହି ଖେଳକୁ ଆଧାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

- ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଶିଖିବାରେ ଏହି ଖେଳ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ କି ? କିପରି ?
- ପିଲାମାନଙ୍କୁ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିବାରେ ଏହା ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ କି ? କିପରି ?
- ଏହି ଖେଳ ଆଧାରରେ ପିଲାମାନେ କିପରି ଅଧିକ ଶିଖିବେ ତା'ର ଯୋଜନା କରିବାକୁ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ କି ?
- ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଏହି ଖେଳଗୁଡ଼ିକ କିପରି ଉପଯୋଗୀ ?

ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷରେ ପାରମ୍ପରିକ ଶିକ୍ଷାଦାନଠାରୁ ଗାଣିତିକ ଖେଳ ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରିବା ନିଶ୍ଚିତ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ଏଥିରେ ସନ୍ଦେହ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଏପରି ଖେଳ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରୁଥିବା ବେଳେ ପିଲାଙ୍କୁ କିପରି ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବେ, ସେଥିପାଇଁ କେତେକ ସାବଧାନତା ଅବଲମ୍ବନ କରିବାକୁ ହେବ । ଖେଳିବା ସମୟରେ କିପରି ପିଲାମାନେ ଖେଳରେ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରୁଛନ୍ତି, ସେମାନେ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ଶିଖୁଛନ୍ତି, ଖେଳିବା ପାଇଁ କିପରି ଯୋଜନା କରୁଛନ୍ତି ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନ କରୁଛନ୍ତି, ପରସ୍ପର ମଧ୍ୟରେ କିପରି ଓ କେଉଁ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରୁଛନ୍ତି ଏହାକୁ ଶିକ୍ଷକ ଖୁବ୍ ସତର୍କତାର ସହ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିବେ । ପିଲାମାନେ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ୟ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପ୍ରୟୋଗ କରି ପାରୁଛନ୍ତି କି ନାହିଁ ତାହା ଶିକ୍ଷକ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବେ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ତୁମ ଅଞ୍ଚଳରେ ପିଲାମାନେ ଖେଳୁଥିବା ଯେକୌଣସି ଆଞ୍ଚଳିକ ଖେଳର ନିୟମାବଳୀ ଲେଖ । ଏହି ଖେଳ ସହିତ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ା ଯାଇ ପାରିବ ତା'ର ତାଲିକା କରି ଏହି ଖେଳରୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର କେଉଁ ସବୁ ଦିଗର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯାଇପାରିବ ଲେଖ ।

9.5.2 ପ୍ରଦର୍ଶନୀ (Exhibition) :

ଗଣିତରେ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ଆୟୋଜନ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ଶିକ୍ଷଣର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯାଇପାରିବ ଓ ସେ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋକପାତ କରାଯାଇ ପାରିବ । ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ସାମର୍ଥ୍ୟକୁ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବା ନିମନ୍ତେ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ । ଏତଦ୍ବ୍ୟତୀତ ଶ୍ରେଣୀ କୋଠରି ବାହାରେ ମଧ୍ୟ ସେମାନେ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ସୁଯୋଗ ପାଇଥାନ୍ତି । ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗଣିତ ବିଷୟ ପ୍ରତି ସଚେତନତା ସୃଷ୍ଟି କରିବ ତାହା ନୁହେଁ ବରଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କୌଶଳ ବୃଦ୍ଧି କରିବା ସହ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଏକ ସକାରାତ୍ମକ ମନୋବୃତ୍ତି ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ ।

ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀରେ ପିଲାମାନେ ସ୍ଥୂଳବସ୍ତୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଆୟତ୍ତ କରିଥାନ୍ତି । ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ ଗାଣିତିକ ନିୟମ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ଧର୍ମକୁ ମଡ଼େଲ (ବସ୍ତୁ) ଆକାରରେ ବ୍ୟବହାର କରି ନିଜେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଶିଖିଥାନ୍ତି । ତେଣୁ ସ୍ପେନସର ଓ ଅଙ୍ଗସ (1994)ଙ୍କ ମତରେ "ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ମାଧ୍ୟମରେ ପିଲାମାନେ ଜଟିଳ ବୌଦ୍ଧିକ କୌଶଳ ଗୁଡ଼ିକୁ ଆୟତ୍ତ କରିଥାନ୍ତି । ଗାଣିତିକ ତଥ୍ୟ ଓ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ସହଭାଗୀ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂଶ୍ଳେଷଣ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିଥାନ୍ତି ଏବଂ ଅନ୍ୟମାନଙ୍କ ସହ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବେ ଭାବ ବିନିମୟ କରିପାରିଥାନ୍ତି ।

କିପରି ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ପରିଚାଳନା କରାଯିବ ?

ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ପରିଚାଳନା କରାଯିବା ପୂର୍ବରୁ ଶିକ୍ଷକ ପିଲାମାନଙ୍କ ସହିତ, ଏହାର ସମୟ ଓ ସ୍ଥାନ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବେ । ଯଦ୍ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ନିଜ ନିଜ ମଧ୍ୟରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହିତ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ସମୟ ପାଇଥାନ୍ତି । ସେମାନେ ପ୍ରଦର୍ଶନୀର ବହୁତ ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରଦର୍ଶନୀରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେବାକୁ ଥିବା ସାମଗ୍ରୀ ଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିଥାନ୍ତି । ପିଲାମାନେ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ମଡ଼େଲ, ଶିକ୍ଷଣ ସାରଣୀ, ଚାର୍ଟ, ବିଭିନ୍ନ କୌତୁକିଆ ଘଟଣା, ପହେଳି, ଧନ୍ଦା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ପ୍ରଦର୍ଶନୀରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ଥାନିତ କରିଥାନ୍ତି । ପିତା ମାତାମାନଙ୍କୁ ମଧ୍ୟ ଏହି ପ୍ରଦର୍ଶନୀରେ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିବା ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ଦିଆଯାଇଥାଏ । ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଇପାରେ ।

- ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ମଡ଼େଲ ଓ ଚାର୍ଟକୁ ଶିକ୍ଷକ ଓ ପିଲାମାନେ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିପାରିବେ ।
- ଫଟୋ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ - ବିଭିନ୍ନ ଗଣିତଜ୍ଞଙ୍କ ଫଟୋ ଯେଉଁଥିରେ ସେମାନଙ୍କର ଅବଦାନ ସଂପର୍କରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଥାଏ ।
- ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୋଇଥିବା ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀର ପ୍ରଦର୍ଶନ, ତଦ୍ ସହିତ ସେହି ସମୟରେ ମଧ୍ୟ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଉଥିବ ଯାହାକୁ ଅନ୍ୟମାନେ ଦେଖିପାରିବେ।
- ନିମନ୍ତ୍ରିତ ଅତିଥିମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ବିଷୟବସ୍ତୁ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା ଚକ୍ର ।
- ଗଣିତରେ ବିଭିନ୍ନ ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ ର ପ୍ରଦର୍ଶନୀ
- ପିତାମାତାଙ୍କୁ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଭାଗ ନେବା ପାଇଁ ସୁଯୋଗ (ଯଥା ପିତାମାତାଙ୍କ ପାଇଁ ପ୍ରତିଯୋଗୀତା, ଖେଳ ଇତ୍ୟାଦି)
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଅବସର ବିନୋଦନ ନିମନ୍ତେ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ

ଏବେ ତୁମ ମନରେ ପ୍ରଶ୍ନ ଉଠୁଥିବ ଏହି ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଏକ ସାଧନ ଓ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ମୂଲ୍ୟାୟନ ପାଇଁ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ?

ଗଣିତରେ ଗଠନମୂଳକ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବାରେ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ । ଏହା ସହିତ ପିଲାମାନେ ଆହରଣ କରିଥିବା ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନକୁ ଅନ୍ୟ ପରିସ୍ଥିତିରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରୁଛନ୍ତି କି ନାହିଁ ତାହା ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀରୁ ଜଣାପଡ଼ିଥାଏ । ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀରେ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରୁଥିବା ସମୟରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ସେମାନେ କେତେ ପରିମାଣରେ ବୁଝିଛନ୍ତି ତାହା ଜାଣିପାରିବେ । ଏହା ବ୍ୟତୀତ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ସେମାନଙ୍କର ମନୋଭାବକୁ ମଧ୍ୟ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିହେବ ।

ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ସମୟରେ କିପରି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ତଳ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମୂଲ୍ୟାୟନ ପାଇଁ କ'ଣ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯିବ ?

- ପିଲାଟି ଯାହା ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିଛି ସେ ସଂପର୍କରେ ତା'ର ଧାରଣା କେତେ ଅଛି ? ସେ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିଥିବା ଲେଖା (Text) ସ୍ୱୟଂ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କି ?
- ମୁଖ୍ୟ ଶିକ୍ଷଣ ଓ ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଉପଯୁକ୍ତ କି ? ଏହା ଠିକଭାବେ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୋଇଛି କି ? କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସହ ସଂପର୍କିତ କି ?
- କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକରେ ବିଭିନ୍ନତା, ନମନୀୟତା, ସୃଜନଶୀଳତା ଓ ଅଭିନବତା ଅଛି କି ?
- ପିଲାଟି ଯେଉଁ କାର୍ଯ୍ୟଟି ନିର୍ବାଚନ କରିଛି, ତାହା ଗାଣିତିକ ନିୟମ / ସୂତ୍ରକୁ ବୁଝିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରୁଛି କି ?
- ପିଲାଟି ଯେତେବେଳେ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରୁଛି ତାହା ଉପଯୁକ୍ତ ତଥ୍ୟଭିତ୍ତିକ ଓ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ହେଉଛି କି ?
- ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ସାମଗ୍ରୀଗୁଡ଼ିକ ଶିଶୁପ୍ରିୟ କି ?
- ପିଲାଟି ତା'ର କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ସାମଗ୍ରୀ ସଂପର୍କରେ ଅନ୍ୟମାନଙ୍କୁ ଠିକ୍ ଭାବେ ବୁଝାଇ ପାରୁଛି କି ?

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା – E_5 :

ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀର କେତୋଟି ଉପଯୋଗିତା ସଂପର୍କରେ ଲେଖ ।

9.5.3 ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ (Project work)

ନିମ୍ନରେ ଏକ ପରିସ୍ଥିତିର ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି, ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଶିକ୍ଷକ ଗୋଟିଏ କାମ କରି ପିଲାଙ୍କ ଠାରେ କିପରି ଗାଣିତିକ ଧାରଣାର ବିକାଶ କରାଇପାରିଥିଲେ ଏବଂ ଗଣିତକୁ କିପରି ପିଲାମାନେ ଉପଭୋଗ କରିପାରିଲେ ତା'ର ଏକ ଉଦାହରଣ ତଳେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଏକ ଛୋଟ ଗାଁରେ ଥିବା ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ସୁଶ୍ରୀସଙ୍ଗିତା ଶିକ୍ଷକତା କରନ୍ତି, ପିଲାମାନଙ୍କ ମନରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ପାଇଁ ସେ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ ସବୁ କରିଥାନ୍ତି । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ ଅଧିକ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ଓ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବା ପାଇଁ ସେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କାର୍ଯ୍ୟର ଯୋଜନା କରିଥାନ୍ତି । ଏକଦା ସେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଏକ ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ ଦେବା ପାଇଁ ଚିନ୍ତା କଲେ । "ସମାଜ ରେ ବସବାସ କରୁଥିବା ଲୋକମାନଙ୍କର ବୃତ୍ତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟକୁ ଗ୍ରାଫରେ ପରିପ୍ରକାଶ

କରିବା" ନାମକ ପ୍ରକଳ୍ପ ବାଛିଲେ । ଏହି ପ୍ରକଳ୍ପକୁ ପିଲାମାନେ କିପରି ସଂପାଦନ କରିବେ ସେ ସଂପର୍କରେ ସେ ପିଲାମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କଲେ । ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରାଗଲା :

- *ଏହି କାମଟିକୁ କାହିଁକି କରିବା ? ଏହି କାମ କଲେ ଆମର କ'ଣ ଲାଭ ହେବ ?*
- *କାମଟିକୁ ଆମେ କିଭଳି କରିବା ?*
- *ଏହି ପ୍ରକଳ୍ପରେ କି କି କାମ ସବୁ କରାଯିବ ?*
- *କେଉଁ କାମକୁ କିଏ କରିବ ?*
- *ଗ୍ରାଫ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ କେଉଁ ସବୁ ତଥ୍ୟ ଆବଶ୍ୟକ ?*
- *ଏହି ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ପରିବାରକୁ ଯିବାକୁ ପଡ଼ିବ ?*
- *ରେକର୍ଡ଼ ପ୍ରସ୍ତୁତ*
- *ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନ*
- *ବିବରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତି*
- *ସମସ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟର ମୂଲ୍ୟାୟନ*

ଏବେ ପିଲାମାନେ ପ୍ରକଳ୍ପଟିକୁ ସଂପାଦନ କଲେ ।

ଏହା ହେଉଛି ଏକ ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟର ଉଦାହରଣ ।

ଏ ପ୍ରକାରର କାର୍ଯ୍ୟ ସାମାଜିକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସଂଗଠନ କରାଯାଇ ଥାଏ । ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଓ ଜ୍ଞାନଗୁଡ଼ିକୁ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଘଟଣାବଳୀରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ ।

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଭିତ୍ତିକରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

- ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଗାଣିତିକ ଧାରଣାର ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ଭବ କି ?
- ଏହି ପ୍ରକଳ୍ପରୁ ପିଲା କେଉଁ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଶିଖିବାର ସମ୍ଭାବନା ଅଛି ?
- ଏହା ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷଣ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ କି ?
- ଶିକ୍ଷଣ ପିଲାଙ୍କ ପାଇଁ ଏକ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ କାର୍ଯ୍ୟ ହେବ କି ?
- ପିଲାଙ୍କ ଶିକ୍ଷଣ ଓ ଅଗ୍ରଗତି ସଂପର୍କୀୟ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବାରେ ଏହା ସହାୟକ ହେବ କି ?
- ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ ମାଧ୍ୟମରେ କ'ଣ ସବୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯାଇପାରିବ ?

ସାଧାରଣତଃ ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ସୀମା ମଧ୍ୟରେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ ଓ ସେହିସବୁ ତଥ୍ୟର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯାଇଥାଏ । ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସାମାଜିକ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ବୁଝିବା, ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବା, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ଓ ସେଥିରୁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିବା ଭଳି କୌଶଳ ହାସଲ କରିବାରେ ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ । ପ୍ରକଳ୍ପ ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କେବଳ ଗାଣିତିକ ତଥ୍ୟ ଗ୍ରହଣ କରିନଥାଏ ବରଂ ଅନ୍ୟ ପାଠ ବିଷୟ ସଂପର୍କିତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଆହରଣ କରିଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ବର୍ଣ୍ଣିତ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଗ୍ରାଫ୍ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାର କୌଶଳ ଶିଖିବା ସହିତ ଲୋକମାନଙ୍କ ସହିତ ଯୋଗାଯୋଗ କରିବାର କୌଶଳ, ବିଭିନ୍ନ ବୃତ୍ତି ସଂପର୍କରେ ଧାରଣା, ବିଭିନ୍ନ ବୃତ୍ତିରେ ବ୍ୟବହାର ହେଉଥିବା ସାମଗ୍ରୀ ସଂପର୍କରେ ମଧ୍ୟ ଜ୍ଞାନ ଆହରଣ କରିଥାଏ ।

ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ସଂପର୍କରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିବା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପକ୍ଷେ ଜରୁରୀ । କାମ କରିବାରେ ତାର ଆଗ୍ରହ, ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ, ସେଗୁଡ଼ିକର ଲିପିବଦ୍ଧକରଣ, ତଥ୍ୟର ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ଅଗ୍ରଗତି ସଂପର୍କରେ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିପାରିବେ । ତଦନୁଯାୟୀ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ସହାୟତା କରିବା ଓ ଅଧିକ ଶିଖିବାରେ ତାକୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବାରେ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରମୁଖ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିପାରିବେ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା – E_6 :

ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟର ଉଦାହରଣ ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କାର୍ଯ୍ୟ ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଉଲ୍ଲେଖ କର ।

9.5.4 ଗାଣିତିକ କୃତି (Mathematical Portfolio) :

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା ପାଇଁ କେବଳ ଲିଖିତ ବା ମୌଖିକ ପରୀକ୍ଷଣ ଯଥେଷ୍ଟ ନୁହେଁ । କାରଣ ଏଥିରୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ସମସ୍ତ ଦିଗର ମୂଲ୍ୟାୟନ ସମ୍ଭବ ହୋଇ ନଥାଏ । ସେଥିପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ଲିଖିତ ଓ ମୌଖିକ ପରୀକ୍ଷଣ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ପଦ୍ଧତି / ଉପାୟର ବ୍ୟବହାର କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏପରି ଏକ ଉପାୟ ହେଲା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ କୃତିର ମୂଲ୍ୟାୟନ ।

ତୁମେ ପ୍ରଥମବର୍ଷ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ FC-4 ପତ୍ରର ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟରେ କୃତି (Portfolio) ସଂପର୍କରେ ପଢ଼ିଛ । ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ସୀମା ମଧ୍ୟରେ ସଂପାଦିତ ଓ କାର୍ଯ୍ୟର ସମାହାରକୁ କୃତି କୁହାଯାଏ । ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଚିତ୍ର, ଉପକରଣ ସଂଗ୍ରହ, ନିଜେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିବା ସାମଗ୍ରୀ, ଗଳ୍ପ, କବିତା, ଆଦି କୃତିର ଉଦାହରଣ । ଏହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ନିଜର ଶିକ୍ଷଣ ଓ ମୂଲ୍ୟାୟନ ସହ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ଭାବରେ ସଂପୃକ୍ତ ହେବାର ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର :

ମଧୁସ୍ମିତା ପିଲାମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ଅଗ୍ରଗତି ଜାଣିବା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ମୂଲ୍ୟାୟନ କୌଶଳ ବ୍ୟବହାର କରିଥାନ୍ତି । ଶ୍ରେଣୀରେ "ଶତକଡ଼ା" ଧାରଣାକୁ ପଢ଼ାଇବା ପାଇଁ ସେ ଏକ ସହଭାଗୀ ମୂଳକ ଉପାୟରେ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାକୁ ପିଲାମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କଲେ । ଗୋଟିଏ ଦିନ ଉଭୟ ମଧୁସ୍ମିତା ଓ ଷଷ୍ଠଶ୍ରେଣୀର ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସ୍ଥିର କଲେ ଯେ, ସେମାନେ ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁ ସଂଗ୍ରହ କରିବେ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସାଇତି ରଖିବେ । ଶତକଡ଼ା ଧାରଣା ଉପରେ ଆଧାରିତ ବିଭିନ୍ନ ରଚନା, ପ୍ରବନ୍ଧ, ଗପ ଲେଖିବାକୁ ଲାଗିଲେ ପିଲାମାନେ । କିଛି ପିଲା ଖବରକାଗଜର ଶତକଡ଼ା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟସବୁ ସଂଗ୍ରହ କଲେ । ଶତକଡ଼ା ସଂପର୍କୀୟ ଗାଣିତିକ ଧନ୍ଦା, ପହେଳୀ, ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ଯୋଗାଡ଼ କରିବାକୁ ଲାଗିଲେ । ଏଥିପାଇଁ 10 ଦିନ ସମୟ ଦିଆଗଲା । ଦଶ ଦିନ ପରେ ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷକ/ଶିକ୍ଷୟିତ୍ରୀ ଓ ପିଲାମାନଙ୍କ ସାମ୍ନାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିବା କୃତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖାଇଲେ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ ସଂପର୍କରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କଲେ । ନିମ୍ନରେ କେତେକ ପିଲାଙ୍କ କୃତି ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

- *ଫିଙ୍କି ଶତକଡ଼ା ଧାରଣା ଉପରେ ଆଧାରିତ ଗୋଟିଏ ଗଳ୍ପ ଲେଖିଥିଲା ।*
- *ସୁଧାଂଶୁର ବାପା ଜଣେ ବ୍ୟାଙ୍କ କର୍ମଚାରୀ । ସେ ତା'ର ବାପାଙ୍କ ପାଖରୁ କେଉଁ ବ୍ୟାଙ୍କ ସଞ୍ଚୟ ଜମା ଉପରେ କେତେ ଶତକଡ଼ା ସୁଧ ଦେଉଛନ୍ତି ସେ ସଂପର୍କରେ ଏକ ବିବରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିଲା ।*

- *ସତ୍ୟଭାମା ଖବରକାଗଜରୁ ଶତକଡ଼ା ସଂକ୍ରାନ୍ତୀୟ ବିଭିନ୍ନ ଖବରକୁ କାଟି-ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଡ୍ରଇଁ ସିଟରେ ଅଠାରେ ଲଗାଇ ଆଣିଥିଲା ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖବର ଉପରେ ତା'ର ମତାମତ ଲେଖିଥିଲା ।*
- *ବିକସିନୀ ତାଙ୍କ ଗାଁର କେତେକ ଘରକୁ ଯାଇ କେତେ ପିଲା ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ଯାଉଛନ୍ତି ତାର ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ମୋଟ ପିଲାସଂଖ୍ୟାର ତାହା କେତେ ଶତକଡ଼ା ସ୍ଥିର କରିଥିଲା ।*

ସମସ୍ତ ପିଲା ଏହି କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଉପଭୋଗ କଲେ ।

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ସାମର୍ଥ୍ୟ, ସକରାତ୍ମକ ମନୋବୃତ୍ତି ଓ ବ୍ୟକ୍ତିତ୍ୱ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା ପାଇଁ କୃତି ଏକ ମଞ୍ଚ ଯୋଗାଇଥାଏ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ନିଜେ ତା'ର ସାମର୍ଥ୍ୟ ଓ ଦୁର୍ବଳତାକୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିଥାଏ । କୃତି ଆକଳନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ସଂଗୃହିତ କାର୍ଯ୍ୟାବଳୀକୁ ସାଧାରଣତଃ ଗଠନମୂଳକ ମୂଲ୍ୟାୟନ ନିମନ୍ତେ ଉପଯୋଗ କରାଯାଇଥାଏ ।

9.6 : ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ଫଳାଫଳର ଲିପିବଦ୍ଧ କରଣ (Recording of the assessment outcomes)

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଆହରଣ କରିଥିବା ଜ୍ଞାନ ଓ କୌଶଳର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବା ସାଧନ ଓ ଉପାୟ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିଛେ । ଲିଖିତ ଓ ମୌଖିକ ପରୀକ୍ଷଣ, ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସହିତ ସାକ୍ଷାତକାର, କୃତିର ବିଶ୍ଳେଷଣ, ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ଓ ଖେଳ ତଥା ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟରେ ତା'ର ଅଂଶଗ୍ରହଣକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରି ଶିକ୍ଷକ ପିଲାର ଶିକ୍ଷଣ ସଂପର୍କରେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିଥାନ୍ତି ।

ଆମେ ଏହା ବିଶ୍ୱାସ କରୁ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ହେଉଛି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଓ ଅନ୍ୟମାନଙ୍କଠାରୁ ଭିନ୍ନ । ତା'ର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ କେବଳ ଶ୍ରେଣୀଗୃହ ମଧ୍ୟରେ ସୀମିତ ହୋଇ ରହିନ ଥାଏ ବରଂ ସେ ତା'ର ନିକଟ ପରିବେଶରୁ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ଶିଖିଥାଏ । ବିଶେଷ କରି ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ସମ୍ବଳଗୁଡ଼ିକ ତା'ର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ପ୍ରମୁଖ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଥାନ୍ତି । ତେଣୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସଂପର୍କରେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବା ବେଳେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତି ତୁମକୁ ଧ୍ୟାନ ଦେବାକୁ ହେବ ।

- କେଉଁ ପ୍ରକାରର ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବା ?
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବା ପାଇଁ କେଉଁଠାରୁ ତଥ୍ୟ ପାଇବା ?
- କେଉଁ ଉପାୟରେ ଏହି ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରାଯିବ ?

9.6.1 ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ ଓ ଲିପିବଦ୍ଧକରଣ :

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ମୂଲ୍ୟାୟନ ବେଳେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର କେଉଁ କେଉଁ ଦିଗର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବା ତାହା ପୃଷ୍ଠା 236ରେ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରାଯାଇଛି । ଏଥିରେ ପାଞ୍ଚଟି ମୁଖ୍ୟ ଦିଗ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଥିଲା । ସେହି ପାଞ୍ଚଟି ଦିଗର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପାଇଁ କେଉଁ କେଉଁ ସାଧନୀ ଓ କୌଶଳର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ ତହିଁର କେତେକ ଉଦାହରଣର ତାଲିକା ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

କେଉଁ ଦିଗରୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯିବ	ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣରେ ବ୍ୟବହୃତ ସାଧନୀ ଓ କୌଶଳ
ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା :	• ଲିଖିତ, ମୌଖିକ ଓ କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପରୀକ୍ଷଣ ଓ ବିଭିନ୍ନ କାମ • ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା ଚାଲିଥିବା ବେଳେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ
ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି	• କିପରି ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କଲ ତା'ର ମୌଖିକ ବର୍ଣ୍ଣନା • ଦଳଗତ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଅଂଶଗ୍ରହଣ ଓ ଆଲୋଚନାକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ • କାମ କରିବା ବେଳେ ଉପଯୁକ୍ତ ସୋପାନ ବା କ୍ରମ ଦେଇ କାମ କରୁଛି କି ନାହିଁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା
ଗଣିତ ପ୍ରତି ପ୍ରବଣତା :	• ଗାଣିତିକ ଖେଳ, ଧନ୍ଦା, ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀରେ ପିଲାର ଅଂଶଗ୍ରହଣକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିବା • ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ସଂଗ୍ରହ ଓ ପ୍ରସ୍ତୁତି ତଥା ଗଣିତ ସଂପର୍କୀୟ ଲେଖ, କୃତିର ସଂଗ୍ରହକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା • ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ବେଳେ ପିଲାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା
ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ ପ୍ରୟୋଗ କରି ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ :	• ଲିଖିତ ଓ ମୌଖିକ କାର୍ଯ୍ୟ • ପ୍ରକଳ୍ପ ଓ ନ୍ୟସ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟ • ସହ ପାଠ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମରେ ପିଲାର ଅଂଶଗ୍ରହଣ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ
ଗାଣିତିକ ଭାବବିନିମୟ	• ପିଲା ସହିତ ଆଲୋଚନା • ବିଷୟଗତ ବିଶ୍ଳେଷଣ / ଆଲୋଚନା ବେଳେ ତାର ସ୍ପଷ୍ଟତା, ଉପସ୍ଥାପନାର କ୍ରମକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ।

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣ ଅଗ୍ରଗତି ସଂପର୍କରେ ବିଭିନ୍ନ ସାଧନୀ ଓ କୌଶଳରେ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବା ବଡ଼ କଥା ନୁହେଁ ବରଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଭାବେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବା ହେଉଛି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଏବେ ମନରେ ପ୍ରଶ୍ନ ଉଠେ

- କାହିଁକି ଆମେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଫଳାଫଳକୁ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବା ?
- ଏହି ଲିପିବଦ୍ଧ କଲେ ଆମର କ'ଣ ସୁବିଧା ହେବ ?

ଏ ସଂପର୍କରେ ତୁମେ FC-4 ର ପଞ୍ଚମ ଏକକରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଛ । ସେସବୁକୁ ମନେ ପକାଅ ।

ଆମ ରାଜ୍ୟର ବିଦ୍ୟାଳୟଗୁଡ଼ିକରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ମୂଲ୍ୟାୟନ ଫଳାଫଳକୁ ଲିପିବଦ୍ଧ କରାଯିବା ପାଇଁ ପ୍ରଗତି ପର୍ଦ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରଗତି ବିବରଣୀ କାର୍ଡ଼ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ଫଳାଫଳ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବା ପାଇଁ ଏଥିରେ କି କି ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅଛି ?

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ତୁମ ବିଦ୍ୟାଳୟ / ତୁମ ଅନୁଷ୍ଠାନ ପାଖରେ ଥିବା ଯେକୌଣସି ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ଯାଇ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରି ପ୍ରଗତି ବିବରଣୀ କାର୍ଡ଼ ସଂଗ୍ରହ କର । ଗଣିତରେ ପିଲାର ଫଳାଫଳ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବା ପାଇଁ ସେଥିରେ କି କି ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅଛି ଦେଖି, ତା ଉପରେ ଏକ ବିବରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଗଣିତରେ ଫଳାଫଳ ଲିପିବଦ୍ଧ ପାଇଁ ଜାତୀୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ, ନୂଆଦିଲ୍ଲୀ (NCERT) ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ ପ୍ରଗତି ବିବରଣ ଫର୍ଦ୍ଦର ନମୁନା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ତାହାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ସାରଣୀ : ପ୍ରଗତି ବିବରଣୀ ଫର୍ଦ୍ଦ

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ନାମ : ଶ୍ରେଣୀ	ଫଳାଫଳର ଲିପିବଦ୍ଧ କରଣ			
	ପ୍ରଶ୍ନ 1	ପ୍ରଶ୍ନ 2	ପ୍ରଶ୍ନ 3	ପ୍ରଶ୍ନ 4
ବିଷୟଗତ ଜ୍ଞାନ :				
- ଗଣନ ଓ ସଂଖ୍ୟାର ଧାରଣା				
- ସଂଖ୍ୟାସୂଚକ ଚିହ୍ନଟ ଓ ସଂଖ୍ୟା ନାମ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜ୍ଞାନ - ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ				
ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି :				
- କୌଣସି ସମସ୍ୟାର ବିକଳ୍ପ ସମାଧାନକୁ ପସନ୍ଦ କରିବାରେ ସମର୍ଥ କି ?				
- ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନୂତନ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କରିପାରିଛି କି ?				
- ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଅନ୍ୟମାନଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ପାଇଁ ସମର୍ଥ କି ?				
- ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଅନ୍ୟ ପାଠ୍ୟ ବିଷୟଗତ ସମସ୍ୟାକୁ ସମାଧାନ କରିବାରେ ସମର୍ଥ କି ?				
ଗାଣିତିକ ଭାବ ବିନିମୟ :				
- କୌଣସି ସମସ୍ୟାକୁ କିପରି ସମାଧାନ କଲା ଓ କାହିଁକି ସମାଧାନ କଲା ତାହା ବୁଝାଇ ପାରୁଛି କି ?				
- ଅନ୍ୟମାନେ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କହୁଥିବା ବେଳେ ସେ ତାହା ଶୁଣି ବୁଝିବାରେ ସମର୍ଥ କି ?				
ମନୋବୃତ୍ତି ଓ ପ୍ରବଣତା :				
- ନୂତନ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଆଗ୍ରହୀ କି ?				
- ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ବେଳେ ଦୃଢ଼ ନିଶ୍ଚିତ ଥାଏ କି ?				
- ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ନ ହେବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସେଥିରେ ଲାଗି ରହିଥାଏ କି ?				
- ନୂତନ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଇଚ୍ଛୁକତା ପ୍ରକାଶ କରିଥାଏ କି ?				
- ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଭଲ ପାଏ କି ?				

ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଗତି ବିବରଣୀ ଫର୍ଦ୍ଦ ଆଧାରରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ -

1. ଏହି ଫର୍ଦ୍ଦରେ କେଉଁ କେଉଁ ବିଷୟଗତ ଧାରଣାର ମୂଲ୍ୟାୟନ ଲିପିବଦ୍ଧ କରାଯାଇଛି ?
2 - ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତିର କେଉଁ କେଉଁ ଦିଗଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯାଇଛି ?
3 - ଗାଣିତିକ ଭାବ ବିନିମୟ କହିଲେ ତୁମେ କଣ ବୁଝ ? ଏହାର ମୂଲ୍ୟାୟନର ବିଭିନ୍ନ ଦିଗଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ?

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ଯାଅ । ସେଠାରେ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ପଢ଼ାଉଥିବା ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କର । ସେମାନେ ଗାଣିତିକ ଭାବ ବିନିମୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ମନୋବୃତ୍ତି ଓ ପ୍ରବଣତା, ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି ଭଳି ପରିସରଗୁଡ଼ିକୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କିପରି କରୁଛନ୍ତି ବୁଝି ଲେଖ ।

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ପ୍ରଗତି ଲିପିବଦ୍ଧ କରିବା ବେଳେ ଶିକ୍ଷକ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସତର୍କତା ଅବଲମ୍ବନ କରିବା ଉଚିତ ।

- କେଉଁ କେଉଁ ବିଷୟଗତ ଧାରଣାର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବାକୁ ହେବ ତାହା ପ୍ରଥମେ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିବା ଉଚିତ ।
- ସେହି ବିଷୟଗତ ଧାରଣାକୁ ନେଇ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଗଲେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିବା ସହଜ ହେବ ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ପ୍ରଗତି ବିବରଣ ଫର୍ଦ୍ଦରେ ବିଷୟଗତ ଜ୍ଞାନ, ବୋଧ ଓ କୌଶଳର ଆହରଣକୁ ନମ୍ବର କିମ୍ବା ଗ୍ରେଡ଼ରେ ପ୍ରତିଫଳିତ କରାଯିବ ।
- ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି, ଭାବ ବିନିମୟ ତଥା ମନୋବୃତ୍ତିକୁ ସତର୍କତାର ସହ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଇ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଭାବେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରାଯିବ ।

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣ ଦକ୍ଷତା ଆହରଣ ଓ ଅଗ୍ରଗତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଏକ ସାମଗ୍ରିକ ଚିତ୍ର ପାଇବାକୁ ହେଲେ କେବଳ ତା'ର ପ୍ରଗତି ବିବରଣ ଫର୍ଦ୍ଦ ଯଥେଷ୍ଟ ନୁହେଁ, ଏହା ବ୍ୟତୀତ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ସମୟରେ ତା'ର କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନର ଗୁଣାତ୍ମକ ଓ ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ ବିବରଣୀ, ପିଲା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ କେତେକ ନମୁନା କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦରେ ସେ ସଂପାଦିତ କରିଥିବା କାର୍ଯ୍ୟର ବିବରଣୀକୁ ମଧ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହା ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ ନିମନ୍ତେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ।

9.6.2 ତଥ୍ୟରୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ସମସ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ :

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଫଳାଫଳ ଲିପିବଦ୍ଧ ପରେ ଶିକ୍ଷକ ସେହି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଦୁଇଜଣ ଶିକ୍ଷକ କିପରି ମୂଲ୍ୟାୟନ ଫଳାଫଳ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିଛନ୍ତି ତାହା ତଳେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଶିକ୍ଷକ – 1

ମିନାକ୍ଷୀ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଧାରଣାକୁ ନେଇ ପଞ୍ଚମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଏକ ପରୀକ୍ଷଣ କଲେ । ସେ ପିଲାମାନଙ୍କର ଫଳାଫଳକୁ ନିମ୍ନମତେ ଲିପିବଦ୍ଧ କଲେ ।

କ୍ର.ନଂ	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ନାମ	ପାଇଥିବା ନମ୍ବର			
		ଲିଖିତ	ମୌଖିକ	କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ	ମୋଟ
1	ସଂଜୟ	23	6	6	35
2.	କମଳ	24	9	8	41
3.	ଧବଳ	12	3	5	20
4.	ଲଭ୍‌ଲି	17	6	3	26
5.	ଗୁଗୁଲି	16	8	4	28

ସେହି ପରୀକ୍ଷଣର ଫଳାଫଳକୁ ସୁଜିତ୍ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉପାୟରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କଲେ । ସେ କିପରି ତାହାକୁ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିଛନ୍ତି ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

କ୍ର.ନଂ.	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ନାମ	ପାଇଥିବା ନମ୍ବର					
		ପୁରା ଜିନିଷର ଅଂଶ ଭାବେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା	ସମୂହର ଅଂଶ ଭାବେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା	ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଓ ହରଣ	ସମଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଧାରଣା	ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଆକଳନ	ମୋଟ
1	ସଞ୍ଜୟ	10	9	8	6	2	35
2	କମଳ	10	10	7	10	4	41
3	ଧର୍ବଳ	7	6	5	2	0	20
4	ଲଭଲି	7	7	6	4	2	26
5	ଗୁଗୁଲି	8	8	6	4	2	28

ଏବେ ତୁମେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର :

- ଏହି ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଲିପିବଦ୍ଧ କରଣ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ଭିନ୍ନତା ଅଛି କି ?
- ପ୍ରଥମ ପ୍ରକାର ଲିପିବଦ୍ଧକରଣ ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରକାରଠାରୁ କେଉଁ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଭିନ୍ନ ?

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ପ୍ରଥମ ଉପାୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର କେଉଁ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ (ଲିଖିତ, ମୌଖିକ, କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ)ରେ ଦୁର୍ବଳତା ଅଛି ତାହା ଜାଣି ହେଉଛି, କିନ୍ତୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଉପାୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର କେଉଁ କେଉଁ ବିଷୟ ଓ ଧାରଣାରେ ଦୁର୍ବଳତା ଅଛି ତାହା ଜାଣି ହେଉଛି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଆକଳନ ଧାରଣାରେ ସମସ୍ତ ପିଲାମାନେ ଭଲ ଫଳାଫଳ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିନାହାନ୍ତି ଓ ସେହି ଧାରଣାରେ ପିଲାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ବିକଳ୍ପ ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତା ଓ ଅଧିକ ଅଭ୍ୟାସ ଆବଶ୍ୟକ ।

ମୂଲ୍ୟାୟନ ବା ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା ବେଳେ ସାଧାରଣତଃ ମାର୍କ ବା ନମ୍ବରର ଓ ଅକ୍ଷର ଗ୍ରେଡ୍‌ର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଏପରି ବ୍ୟବସ୍ଥା ସହ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷା ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ସମସ୍ତେ ଉତ୍ତମ ଭାବେ ପରିଚିତ । କିନ୍ତୁ ଜଣେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣରେ ଥିବା ଦୁର୍ବଳତା ବା ବିଶେଷ ଲକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବେ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ସହଜ ହୋଇ ନଥାଏ । ବରଂ ଶିକ୍ଷଣ ସମୟରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରୁଥିବା ବିଶିଷ୍ଟ ଲକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକର ବିବରଣୀ ସଂକ୍ଷେପରେ ଲିପିବଦ୍ଧ କରୁଥିଲେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ସେସବୁ ଶିକ୍ଷଣର ମାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣରେ ପ୍ରଭୂତ ସହାୟକ ହୋଇଥାନ୍ତି । ଏଥି ସହିତ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ସହ ଜଡ଼ିତ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଜୀବନରେ ଘଟିଥିବା ବିଶେଷ ଘଟଣା, କୃତି, ସଫଳତା / ବିଫଳତା ଆଦି ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟର ବିବରଣୀ ସଂଗ୍ରହ କରି ଧାରାବାହିକ ଭାବେ ଲିପିବଦ୍ଧ କଲେ ସେଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣକୁ ସମୃଦ୍ଧ କରିବା ପାଇଁ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତିରେ ପ୍ରଭୂତ ସାହାଯ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରିଥାନ୍ତି । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ନିରନ୍ତର ଓ ସାମଗ୍ରିକ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ପାଇଁ ଏଥି ପ୍ରତି ବିଶେଷ ଯତ୍ନ ଦେବା ଉଚିତ ହେବ ।

ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଭାବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ସାମର୍ଥ୍ୟ ଓ ଦୁର୍ବଳତାକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ପରେ ଶିକ୍ଷକ ନିମ୍ନ ପଦକ୍ଷେପମାନ ଗ୍ରହଣ କରିପାରିବେ ।

– ଯେଉଁ ଧାରଣା ଗୁଡ଼ିକରେ ପିଲାମାନେ ନୈପୁଣ୍ୟତା ହାସଲ କରିନାହାନ୍ତି ସେଗୁଡ଼ିକ ଶିଖିବା ପାଇଁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ

ଅଭିପ୍ରେରିତ କରାଯିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ପାଇଁ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ବିକଳ୍ପ ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତା ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯିବ ।

- ପିଲାମାନେ ଯେଉଁ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଶିଖିଛନ୍ତି ସେମାନଙ୍କୁ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାର କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରାଯାଇ ପାରିବ । ଯଥା - ଅନ୍ୟ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଶିଖାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା, ସେହି ଧାରଣା ଉପରେ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା, ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ଶ୍ରେଣୀ କାର୍ଯ୍ୟରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ଇତ୍ୟାଦି ।

- ଗାଣିତିକ ଭାବବିନିମୟ କୌଶଳ ତଥା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ସକରାତ୍ମକ ମନୋବୃତ୍ତି ଥିବା ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଗଣିତ କ୍ଲବ, ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ଆୟୋଜନ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

9.6.3 ପ୍ରତିପୁଷ୍ଟିର ଯୋଜନା (Planning for feedback) :

ବିଦ୍ୟାଳୟ ମୂଲ୍ୟାୟନ ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଏକ ମୁଖ୍ୟ ଅଂଶ ହେଉଛି ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ ଆଧାରରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷଣରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ଓ ପିତାମାତାଙ୍କୁ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା । ଆମେ ସାଧାରଣତଃ ତଥ୍ୟ ଆଧାରରେ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେଇଥାଉ । ତେଣୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରି ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ (ତଥ୍ୟ) ଆଧାରରେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ପିଲାମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନିଆଯାଇପାରିବ ।

(କ) ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ପ୍ରତିପୁଷ୍ଟି : ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ହେଉଛି ବିଦ୍ୟାଳୟର ସମସ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଆବଶ୍ୟକତା ଓ ଆଗ୍ରହକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ସମସ୍ତ ଶୈକ୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟର ଯୋଜନା ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ସେଥିପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ପ୍ରତିପୁଷ୍ଟିର ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ରହିଛି । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପାଇଁ ପ୍ରତିପୁଷ୍ଟିର ଦୁଇଟି ଭାଗ ରହିଛି (1) ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କେତେ ପରିମାଣରେ ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ହାସଲ କରିଛି (2) ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସହ ଆଲୋଚନା କରିବାର ପନ୍ଥା

ମୂଲ୍ୟାୟନ ଫଳାଫଳ ଆଧାରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ସମର୍ଥ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ । ନିମ୍ନଲିଖିତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉପଯୁକ୍ତ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବା ନିମନ୍ତେ ସେମାନଙ୍କୁ ପଥ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରାଯାଇପାରେ ।

- ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରସ୍ତୁତିର ସ୍ୱରୂପ ସଂପର୍କରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ କିପରି ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେଇ ପାରିବ ସେ ଦିଗରେ ତାକୁ ସହାୟତା ଦିଆଯାଇପାରିବ ।

- ଯେଉଁ ଯେଉଁ ପାଠ୍ୟ ବିଷୟବସ୍ତୁରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମସ୍ୟା ଅଛି, ସେ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ଜଣାଇ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଯଦି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ହରଣ ସଂପର୍କରେ ସମସ୍ୟା ଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯିବ, ତେବେ ତାକୁ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ପୁଣି ଥରେ ଶିଖା ନ ଯାଇ କେବଳ ହରଣର ଧାରଣାକୁ ଶିଖିବା ପାଇଁ ବିକଳ୍ପ ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତା ଦିଆଯିବାର ଯୋଜନା କରାଯିବ ।

- ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳକୁ ଆଧାର କରି ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଅସୁବିଧାଗୁଡ଼ିକ ଚିହ୍ନଟ କରିବେ । ସେହି ଆଧାରରେ ଶିକ୍ଷକ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଆଲୋଚନା ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

- ଯଦିଓ ଗଣିତରେ ଗଠନମୂଳକ ମୂଲ୍ୟାୟନ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ତା ନିଜର ସମସ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ କରି ସେହି ସମସ୍ୟାର ଦୂରୀକରଣ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ, ଅପର ପକ୍ଷରେ ସମାପ୍ତି ସୂଚକ ମୂଲ୍ୟାୟନ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଦୀର୍ଘ ମିଆଦି ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ଦୀର୍ଘମିଆଦି ଯୋଜନା ଗଣିତରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଫଳାଫଳ ବୃଦ୍ଧି କରାଇଥାଏ ।

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସହିତ ଶିକ୍ଷଣ ଫଳାଫଳ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା ବେଳେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସତର୍କତା ଅବଲମ୍ବନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

- ମୂଲ୍ୟାୟନର ଫଳାଫଳକୁ ଠିକ୍ ଭାବେ ଓ ନିର୍ଭୁଲ ଭାବେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଜଣାଇବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏଥିରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ଅଣାଯିବା ଅନୁଚିତ ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଭାବେ ତା'ର ଫଳାଫଳ ସଂପର୍କରେ ଜଣାଇବା ଆବଶ୍ୟକ । ଦଳରେ କିମ୍ବା ଅନ୍ୟମାନଙ୍କ ସମ୍ମୁଖରେ ଏ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯିବା ଅନୁଚିତ ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ସ୍ୱାଭିମାନକୁ ନ୍ୟୂନ କରିବା ବା ତା'ର ମର୍ଯ୍ୟାଦା ହାନୀ ହେବା ଭଳି କୌଣସି ମତାମତ ଦିଆଯିବ ନାହିଁ ।
- ଏଭଳି ଏକ ବାତାବରଣ ବା ପରିସ୍ଥିତିରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସହ ଫଳାଫଳ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯିବା ଉଚିତ ଯାହା ତାହାକୁ ଅଧିକ ଶିଖିବା ପାଇଁ ଅଭିପ୍ରେରିତ କରିବ ।

(ଖ) ପିତାମାତାଙ୍କୁ ପ୍ରତିପୁଷ୍ଟିର ଯୋଜନା

ଶିକ୍ଷା ଅଧିକାର ଅଧିନିୟମ 2009ର ଧାରା 24 (ଘ) ଓ 24(ଙ)ରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପର୍କରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଛି । ଏଥିରେ ଉଲ୍ଲେଖ ଅଛି ଯେ, ଶିକ୍ଷକ, ପିତାମାତା ଓ ଅଭିଭାବକଙ୍କ ସହ ନିୟମିତ ଭାବେ ଆଲୋଚନା କରି ପିଲାର ନିୟମିତ ଉପସ୍ଥାନ, ଶିକ୍ଷଣର ସାମର୍ଥ୍ୟ, ଅଗ୍ରଗତି ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବେ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ଅଗ୍ରଗତି ନିମନ୍ତେ ଶିକ୍ଷକ ଓ ପିତାମାତାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଆଲୋଚନା ମୁଖ୍ୟତଃ ନିମ୍ନ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷିତ ହେବ ।

- କେତେ ପରିମାଣରେ ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ହାସଲ କରିଛି ।
- ଘରେ ପିଲାକୁ ଗଣିତ ପଢ଼ିବା ଓ ଅଭ୍ୟାସ କରିବା ପାଇଁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ଓ ତାର ଯତ୍ନ ନେବା ।
- ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତରେ ଦିଆଯାଉଥିବା ଦତ୍ତ କର୍ମ (Assignment), ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ (Project work) ଓ ଗୃହ କାର୍ଯ୍ୟ (Home work) ପିଲା ନିୟମିତ ଭାବେ ସଂପାଦନ କରୁଛି କି ନାହିଁ ତାହାର ତଦାରକ୍ଷ କରିବା
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣ ଓ ବିକାଶ ସଂପର୍କରେ ପିତାମାତା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରିପାରିବେ
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ନିମନ୍ତେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସହାୟତା ପୁସ୍ତକ ଆବଶ୍ୟକ ସେ ସଂପର୍କରେ ପିତାମାତାଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଅଭିଭାବକ-ଶିକ୍ଷକ ସଂଘ (PTA), ମାତା-ଶିକ୍ଷକ ସଂଘ (MTA) ବୈଠକ ଗୁଡ଼ିକରେ ମଧ୍ୟ ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ ଘରେ ବାପା, ମା କି ପଦକ୍ଷେପ ନେଇ ପାରିବେ ସେ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

୨.7 ସମୃଦ୍ଧିମୂଳକ ଓ ପ୍ରତିକାରାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟର ଯୋଜନା :

ପ୍ରତିଭାବାନ୍ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଅନ୍ୟ ପିଲାଙ୍କ ତୁଳନାରେ ଖୁବ୍ ଶୀଘ୍ର ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଆୟତ୍ତ କରିଥାନ୍ତି । ଅପରପକ୍ଷେ, କେତେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଅଛନ୍ତି ଯେଉଁମାନେ ନିମ୍ନମାନର ଫଳ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିଥାନ୍ତି ଓ ଅଧିକାଂଶ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାକୁ ଆୟତ୍ତ କରିନଥାନ୍ତି । ଏହି ପ୍ରକାରର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣର ଅଭିବୃଦ୍ଧି ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ପରିପୂରଣ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଗଣିତର ପ୍ରତିଭାବାନ୍ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷକ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଲକ୍ଷଣ ଦେଖି ଚିହ୍ନି ପାରିବେ । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା,

- ଭାଷା ବା ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ସିଦ୍ଧାନ୍ତୀକରଣ କରିବାର ଦକ୍ଷତା ଥିବ
- ଅମୂର୍ତ୍ତ ଚିନ୍ତନ କରିବାର ଦକ୍ଷତା ଥିବ ଓ ସେଥିପାଇଁ ସେ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିପାରୁ ଥିବ ।
- ସ୍ପଷ୍ଟ, ସରଳ ଓ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବେ ବ୍ୟକ୍ତ କରିପାରୁଥିବ ।
- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଚିନ୍ତା କରିବାରେ ଦକ୍ଷତା, ବୁଦ୍ଧିମତା ଓ ଉଦ୍ଭାବନ କରିବାର କ୍ଷମତା ଥିବ ।
- ନୂତନ ଧାରଣା ଖୁବ୍ ଶୀଘ୍ର ଆୟତ୍ତ କରିବା ଓ ଏହାକୁ ଯଥାଶୀଘ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରିବାର ଦକ୍ଷତା ଥିବ ।
- ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ପନ୍ଥା ଅବଲମ୍ବନ କରିବା ପାଇଁ ଆଗ୍ରହ ଥିବ ଏବଂ ସେ ପ୍ରମାଣର ଧାରାକୁ ଆୟତ୍ତ କରିପାରୁଥିବ ।
- ଗଣିତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଆୟତ୍ତ କରିବା ପାଇଁ ଏମାନଙ୍କର ପ୍ରଖର ସ୍ମରଣ ଶକ୍ତି ଥିବ ।
- ଗାଣିତିକ ଚେତନାଯୁକ୍ତ ମନ ଥିବ ଅର୍ଥାତ୍ ସମସ୍ତ ଘଟଣାବଳୀକୁ ଗାଣିତିକ ତର୍ଜମା କରିବାର ପ୍ରବଣତା ଥିବ ।

ଏଭଳି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ଉଭୟ ଶ୍ରେଣୀ ଭିତରେ ଓ ଶ୍ରେଣୀ ବାହାରେ ଉପଯୁକ୍ତ ପଦକ୍ଷେପ ନିଆ ନ ଗଲେ ସେମାନଙ୍କଠାରେ ଥିବା ପ୍ରତିଭାର ବିକାଶ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ । ଏଭଳି କେତେକ ସମୃଦ୍ଧିମୂଳକ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ସଂପର୍କରେ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି :

- କୌଣସି ପ୍ରଶ୍ନର ଏକାଧିକ ଉପାୟରେ ସମାଧାନ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ଏମାନଙ୍କୁ କୁହାଯାଇପାରେ
- କୌଣସି ଏକକର ଶିକ୍ଷାଦାନ ପରେ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକରେ ନ ଥିବା ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ କୁହାଯାଇପାରେ ।
- କୌଣସି ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ଅନ୍ୟ ପିଲାଙ୍କୁ ସହାୟତା କରିବା ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ଦିଆଯାଇପାରେ ।
- ନୂତନ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ପ୍ରସ୍ତୁତି କରିବା ସମୃଦ୍ଧିମୂଳକ କାର୍ଯ୍ୟର ଏକ ଦିଗ ।
- କାର୍ଯ୍ୟ ନିର୍ଘଣ୍ଟ ବାହାରେ ଶିକ୍ଷକ ସମୟ ଦେଇ ଏହିଭଳି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ବିଶେଷ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରଚେଷ୍ଟା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।
- ଗାଣିତିକ କୁଇଜ୍, ତର୍କ ସଭା, ପ୍ରଦର୍ଶନୀ, ଆଲୋଚନା ଚକ୍ରର ଆୟୋଜନ କରିବା ପାଇଁ ଏହି ପିଲାଙ୍କୁ ସୁଯୋଗ ଦିଆଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ।
- ବିଭିନ୍ନ ସହାୟକ ପଠନ ସମାଗ୍ରୀ (ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ, କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକା ବ୍ୟତୀତ) କୁ ପଢ଼ି ସେଥିକୁ ଯାହା ବୁଝିଲେ ସେ ସଂପର୍କରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରିବା ସମୃଦ୍ଧିମୂଳକ କାର୍ଯ୍ୟର ଏକ ଉପାଦାନ

ଉନ୍ନତମାନର ଶିକ୍ଷଣ ଉପଲବ୍ଧି ଆହରଣ କରୁଥିବା ପିଲାଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷକ ଉପଯୁକ୍ତ ଦିଗଦର୍ଶନ ଦେବା ପାଇଁ ନିଜକୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଅପର ପକ୍ଷରେ ଯେଉଁ ପିଲାମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଅଂଶଗ୍ରହଣର ମାନ ଓ ପରିମାଣ ସନ୍ତୋଷଜନକ ହୋଇ ନ ଥାଏ ଓ ଉପଲବ୍ଧି ପରୀକ୍ଷଣ (Achievement Test) ରେ କ୍ରମାଗତ ନିମ୍ନମାନର ଫଳାଫଳ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିଥାନ୍ତି ସେମାନଙ୍କ ପାଇଁ ପ୍ରତିକାରାତ୍ମକ ଶିକ୍ଷଣ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯିବା ନିମନ୍ତେ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତି ଆବଶ୍ୟକ । ଏହି ଯୋଜନାରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ ।

- ଦୁର୍ବଳତାକୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବେ ଚିହ୍ନଟ କରି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସାମର୍ଥ୍ୟ, ଶିକ୍ଷଣ ସ୍ତର, ଶାରୀରିକ ତଥା ମାନସିକ ପରିପକ୍ୱତା ଆଦି ବିଚାରକୁ ନେଇ ସେମାନଙ୍କର ଦୁର୍ବଳତା ଦୂର କରିବା ପାଇଁ ବିକଳ୍ପ ଶିକ୍ଷା ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିହେବ ।

- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ନିମନ୍ତେ ସେମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ ଶିକ୍ଷଣ ପରିବେଶ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ସହିତ ଶିକ୍ଷଣ କୈନ୍ଦ୍ରିକ ପନ୍ଥାରେ ଶିକ୍ଷଣ - ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

- ନିକଟ ପରିବେଶରେ ଉପଲବ୍ଧ ବସ୍ତୁ, ଚିତ୍ର, ଆଦି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ ।

-ପିଲାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଅଧିକ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରି ସେମାନଙ୍କୁ ଶିଖିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରାଯାଇପାରିବ ।

- ଶିକ୍ଷକ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ପାରସ୍ପରିକ ସୁସମ୍ପର୍କ ରହିଲେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ନିଜର ଅସୁବିଧାକୁ ଖୋଲାଖୋଲି ଭାବେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରିପାରନ୍ତି ଓ ଶିକ୍ଷକ ସେମାନଙ୍କର ଦୁର୍ବଳତା ଦୂର କରିବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାନ୍ତି ।

୨.୮ ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ :

-ଗଣିତରେ ଶିକ୍ଷଣର ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ମୁଖ୍ୟତଃ ବିଷୟବସ୍ତୁ ସଂପର୍କି ନୀତି, ସମତା ନୀତି, ଶିକ୍ଷଣ ସଂପର୍କିତ ନୀତି ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିଥାଏ ।

-ଗଣିତରେ ମାନନିର୍ଦ୍ଧାରଣରେ ପିଲାର ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା, ଭାବ ବିନିମୟ, ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ, ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି ଓ ଗଣିତ ପ୍ରତି ପ୍ରବଣତା ଦିଗର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯାଇଥାଏ ।

- ଜ୍ଞାନ, ବୋଧ, ପ୍ରୟୋଗ ଓ କୌଶଳ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ବ୍ୟବହାରଗତ ବିବରଣୀକୁ ଶିକ୍ଷକ ଜାଣିଲେ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଭିତ୍ତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିବେ ।

- ମୁକ୍ତ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଚିନ୍ତା କରିବା ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି କରିବା ସହ ସେମାନଙ୍କର ସୃଜନଶୀଳତା ଓ ଭାବ ବିନିମୟ କୌଶଳର ବିକାଶ କରାଇଥାଏ ।

- ଗାଣିତିକ ଖେଳ, ପ୍ରଦର୍ଶନୀ, ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ, କୃତି ଆଦି ଦ୍ୱାରା ମୂଲ୍ୟାୟନ ହେବା ସହିତ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ ।

- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଫଳାଫଳକୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଭାବେ ଲିପିବଦ୍ଧ ଓ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ ଯୋଜନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

- ପ୍ରତିଭାବାନ୍ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ସମୃଦ୍ଧିମୂଳକ କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଦୁର୍ବଳ ଫଳାଫଳ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରୁଥିବା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ପ୍ରତିକାରାତ୍ମକ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟ ଅଙ୍ଗ ହେବା ଉଚିତ ।

୨.୯ ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର :

E_1. ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଆବଶ୍ୟକତା ବିଶିଷ୍ଟ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଦୃଷ୍ଟିବାଧିତ ପିଲାଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନ ସଂପର୍କିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ବଦଳାଇ ସେଗୁଡ଼ିକର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଲେଖିବାକୁ କୁହାଯାଇପାରେ । ଏତଦ ବ୍ୟତୀତ ସେମାନେ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉପକରଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଗାଣିତିକ ହିସାବ କରିପାରିବେ । ପରୀକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଏମାନଙ୍କୁ ଅଧିକ ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇପାରିବ ।

ସେହିପରି ଶ୍ରବଣ ବାଧିତ ପିଲାଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ସରଳ ଭାଷାରେ ହେବା ଉଚିତ । ଏହା ସହିତ ପ୍ରଶ୍ନ ସହିତ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇ ପାରିବ ।

E_2.(କ) ଦ୍ୱି-ବିକଳ୍ପମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ (ଖ) ବହୁ ବିକଳ୍ପ ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ (ଗ) ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ (ଘ) କ୍ଷୁଦ୍ର

ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ (ଙ) ସମାପନ ପ୍ରଶ୍ନ (ଚ) କ୍ଷୁଦ୍ର ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ (ଛ) ସମାପନ ପ୍ରଶ୍ନ (ଜ) ଦୀର୍ଘଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ

E_3. (ଖ) (ଙ)

E_4. (କ) ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯାହା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ । ଏହାର ଏକାଧିକ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ହେଲା 123, 303, 402 ଇତ୍ୟାଦି ।

(ଖ) $\Delta + \square + \Delta = 24$

Δ ମଧ୍ୟରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଓ $\square$ ମଧ୍ୟରେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେପରି ଯୋଗଫଳ 24 ହେବ

7+14+3=24, 9+10+5=24, 7+12+5=24 ଇତ୍ୟାଦି

E_5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ଉପଯୋଗୀ :

-ଗଣିତ ପ୍ରତି ଥିବା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ମନର ଭୟକୁ ଏହା ଦୂର କରି ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରିବାକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଅଭିପ୍ରେରିତ କରେ

- ଗଣିତ କେବଳ ନ ପଢ଼ି, କାମ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଶିଖି ହୁଏ
- ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟର ଯୋଜନା ଉଭୟ ଶିକ୍ଷକ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ମିଶି କରିଥାନ୍ତି
- ଗାଣିତିକ ନିୟମକୁ ପରୀକ୍ଷା ନିରୀକ୍ଷା କରିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ସୁଯୋଗ ପାଇଥାନ୍ତି

(ତୁମେ ଆଉ କେତେକ ଉପଯୋଗୀତା ମଧ୍ୟ ଲେଖିପାରିବ)

E_6.(କ) ନିକଟସ୍ଥ ବଜାରରୁ ଜିନିଷମାନଙ୍କର ଦର ତାଲିକା 10 ଦିନ ଅନ୍ତରରେ ସଂଗ୍ରହ କରି ଦାମ୍‌ରେ ଶତକଡ଼ା ବୃଦ୍ଧି ହ୍ରାସ ହିସାବ କରିବେ ।

(ଖ) ନିଜ ଗ୍ରାମରେ ଥିବା କୁଟୀର ଶିଳ୍ପର ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରି ସେଥିରୁ ବ୍ୟାବସାୟିକ ଗଣିତର ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ପଢ଼ାଯାଇପାରିବ ।

9.10 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ :

1. ପ୍ରକଳ୍ପ ଓ କୃତି ମାଧ୍ୟମରେ ମୂଲ୍ୟାୟନରେ କ'ଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଅଛି ଉଦାହରଣ ସହ ଲେଖ ।
2. ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ମାଧ୍ୟମରେ ମୂଲ୍ୟାୟନ କିପରି କରାଯାଇପାରିବ ?
3. ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଗଣିତରେ ଫଳାଫଳକୁ ପିତାମାତାଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରାଯିବ, ଏଥିପାଇଁ ଏକ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।
4. ଜଣେ ଶିକ୍ଷକ ହିସାବରେ ଗଣିତରେ ପ୍ରଗତି ବିବରଣୀ ଫର୍ଦ୍ଦ ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲା ବେଳେ କେଉଁ ସବୁଦିଗ ପ୍ରତି ଦୃଷ୍ଟି ଦେବ ?

9.11. ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ :

NCERT(2009), Source Book on assessment for class I - V, New Delhi, NCERT

CBSE (2010) Continuous and Comprehensive Evaluation manual for teachers classes VI to VII, New Delhi, CBSE

NCERT (2005), National Curriculum Framework, New Delhi, NCERT

Gronlund, NE and Linn, R.L. (2000) Measurement and assessment in teaching, Singapore : Pearson Education.

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି (ମାଧ୍ୟମିକ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ବିଦ୍ୟାଳୟ ନିମନ୍ତେ) ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ (1999)

NCERT (2012) Padagogy of Mathematics, New Delhi, NCERT

ଏକକ : 10
ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଯୋଜନା

ଗଠନକ୍ରମ :

10.1 : ଉପକ୍ରମ

10.2. ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

10.3. ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ବାର୍ଷିକ ଯୋଜନା

10.4. ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ଏକକ ଯୋଜନା

10.5. ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ପାଠ ଯୋଜନା

10.5.1 ଏକ ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପାଠ ଯୋଜନା

10.5.2 ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପାଠ ଯୋଜନା

10. 6 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ ସମ୍ବଳ

10.6.1 ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ

10.6.2 କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକା

10.6.3 ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକା

10.6.4 ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ସମ୍ବଳ

10.7 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ସମ୍ବଳ ଯୋଗାଡ଼ ଓ ବ୍ୟବହାର

10.8 ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ

10.9 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

10.10 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

10.11 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ

10.1. ଉପକ୍ରମ :

ଯେ କୌଣସି କାର୍ଯ୍ୟର ସଫଳତା ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ଯୋଜନା ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ । କୌଣସି ଉଦ୍ୟୋଗ (କାରଖାନା, ଅନୁଷ୍ଠାନ, ଦେଶ, ଗୋଷ୍ଠୀ) ତା'ର ବିକାଶ ଓ ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲ ନିମନ୍ତେ ଉପଯୁକ୍ତ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥାନ୍ତି ଓ ତାହାକୁ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରିଥାନ୍ତି । ସେହିପରି, ଫଳପ୍ରଦ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ନିମନ୍ତେ ଯୋଜନାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି । କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ପରିଚାଳନା ସକାଶେ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବା ଏବଂ ସେହି ନିଷ୍ପତ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରିବା ହିଁ ଯୋଜନା । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ଶିକ୍ଷକ ଉପଯୁକ୍ତ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଅବଶ୍ୟମ୍ଭାବୀ ।

ଅନ୍ୟଥା ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହାସଲ ହୋଇପାରିନଥାନ୍ତା । "ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗଣିତକୁ ଉପଭୋଗ କରିବେ ଓ ଗଣିତ ଶିଖିବେ" - ଏହି ପୂରୋଦୃଷ୍ଟିକୁ (Vision) ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ସାକାର କରିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ଏକ ଦୀର୍ଘମିଆଦି ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହି ଯୋଜନାର ଫଳପ୍ରଦ ରୂପାୟନ ନିମନ୍ତେ ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନା, ପ୍ରତି ଏକକ ନିମନ୍ତେ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନା ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ନିର୍ଘଣ୍ଟ ନିମନ୍ତେ ପାଠ ଯୋଜନାର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । କିପରି ଯୋଜନା କଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଶିକ୍ଷଣକୁ ନିଶ୍ଚିତ କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ଜାଣିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ଜରୁରୀ । ଏହି ଏକକରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ବାର୍ଷିକ ଯୋଜନା, ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନା ଓ ଦୈନିକ ପାଠ ଯୋଜନା ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା ପାଇଁ ପରିସ୍ଥିତି ସୃଷ୍ଟି କରାଯାଇଛି । ଉଭୟ ଏକ ଶ୍ରେଣୀ (monograde) ଓ ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ (Multigrade) ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ନିମନ୍ତେ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ବେଳେ କେଉଁ ସବୁ ଦିଗ ପ୍ରତି ଦୃଷ୍ଟି ଦେବାକୁ ହେବ ସେ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋକପାତ କରାଯାଇଛି । ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ, ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ଓ ଏକ ଶ୍ରେଣୀ ପରିଚାଳନା ପାଇଁ ନମୁନା ପାଠଯୋଜନାର ରୂପରେଖ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଇଛି ।

ଫଳପ୍ରଦ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କେବଳ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଶ୍ରେଣୀ କାର୍ଯ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ । ଏଥିପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସମ୍ବଳ ସଂଗ୍ରହ କରିବା, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପାଇଁ ଉପଲବ୍ଧ କରାଇବା, ସମ୍ବଳର ବ୍ୟବହାର କରିବା, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଉପଯୋଗୀ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସମ୍ବଳକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର କରିବାର କୌଶଳ ତୁମେ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଏହି ଏକକରେ "ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ସମ୍ବଳ" ସଂପର୍କରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି । ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ବୁଝିବା ଓ ତାହାର ବ୍ୟବହାର ସମ୍ପର୍କରେ ଜାଣିବା, କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକାର ଉପଯୋଗିତା ଜାଣି ତାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବାର କୌଶଳକୁ ଜାଣିବା, ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକାର ଗୁରୁତ୍ୱକୁ ବୁଝି ତାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଓ ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ସମ୍ବଳକୁ ଗଣିତ ଶିଖିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିବା ସମ୍ପର୍କରେ ଏହି ଏକକରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝି କାର୍ଯ୍ୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଲଗାଇବା ଖୁବ୍ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ।

10.2. ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ଏହି ଏକକର ଅଧ୍ୟୟନ ପରେ ତୁମେ -

- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟଯୋଜନା, ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନା ଓ ଦୈନିକ ପାଠ ଯୋଜନାର ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ବୁଝାଇପାରିବ ।
- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନା ଓ ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିବ ।
- ଏକକ ଶ୍ରେଣୀ ଓ ବହୁଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନ ନିମନ୍ତେ ପାଠଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିବ ।
- ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ସମ୍ବଳ ଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଉନ୍ନତ ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ ସେଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ ।

10.3. ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ବାର୍ଷିକ ଯୋଜନା (Annual Plan for teaching mathematics)

ଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଏକ ସୁଚିନ୍ତିତ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଥାଏ । ଫଳପ୍ରଦ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନର ଯୋଜନା ତିନୋଟି ସ୍ତରରେ କରାଯାଇଥାଏ । ପ୍ରଥମେ, ଗୋଟିଏ ଶିକ୍ଷାବର୍ଷରେ

ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଥିବା ପାଠ୍ୟ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ବର୍ଷକ ପାଇଁ ଏକ ବାର୍ଷିକ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଏ । ଦ୍ୱିତୀୟରେ ଏହି ବିଷୟବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ପରସ୍ପର ସଂପର୍କିତ କେତେକ ଏକକ (Unit) ରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଏ । ଶେଷରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିରିଅଡ଼ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଏ । ଏହିପରି ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଥିବା ବିଷୟବସ୍ତୁ ଗୁଡ଼ିକର ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଏକ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ । ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରିବା । ଦୁଇଜଣ ଶିକ୍ଷକ ସେମାନଙ୍କ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିବା ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟଯୋଜନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ।

ପରିସ୍ଥିତି - 1 :

ଧର୍ମେନ୍ଦ୍ର ଗୋଟିଏ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଶିକ୍ଷକତା କରନ୍ତି । ତାଙ୍କୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶିକ୍ଷାବର୍ଷ ଆରମ୍ଭରେ ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ଗଣିତ ବିଷୟରେ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଦାୟିତ୍ୱ ଦିଆଗଲା । ଧର୍ମେନ୍ଦ୍ର ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଓ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ । ସେହି ଶିକ୍ଷାବର୍ଷ ପାଇଁ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଥିବା ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିଷୟବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ସେହିବର୍ଷରେ ମିଳୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟଦିବସ ମଧ୍ୟରେ ଅନୁମାନିକ ଭାବେ ବାଣ୍ଟିଲେ । ଶିକ୍ଷାବର୍ଷରେ ମିଳୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଦିବସମାନଙ୍କର ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲେ । ସେହି ବର୍ଷରେ ଥିବା ଛୁଟିଦିବସ, ପରୀକ୍ଷା ଓ ସାଂସ୍କୃତିକ ଉତ୍ସବ ପାଇଁ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ଦିବସଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବାଦ୍ ଦେଇ କାର୍ଯ୍ୟ ଦିବସ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କଲେ । ବିଷୟବସ୍ତୁର ଏକକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁପାତିକ ଭାବେ ନିର୍ଣ୍ଣିତ କାର୍ଯ୍ୟଦିବସଗୁଡ଼ିକରେ ବଣ୍ଟନ କଲେ । ଯେଉଁ ବିଷୟ ଏକକ ଗୁଡ଼ିକର ଗୁରୁତ୍ୱ ଅଧିକ ବୋଲି ବିବେଚନା କଲେ ସେଗୁଡ଼ିକ-ପାଇଁ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ଅଧିକ ସମୟର ବ୍ୟବସ୍ଥା କଲେ ।

ପରିସ୍ଥିତି -2 :

ଅଙ୍କିତାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶିକ୍ଷାବର୍ଷ ଆରମ୍ଭରେ ତୃତୀୟଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତ ବିଷୟ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଦାୟିତ୍ୱ ଦିଆଗଲା । ସେ ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଓ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କଲେ । ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ପଢ଼ାଯିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ ଓ ପୂରୋଦୃଷ୍ଟି (Vision) ସଂପର୍କରେ ଚିନ୍ତା କଲେ । ଗଣିତ ବିଷୟରେ ନିଜ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନଙ୍କ ଠାରୁ ସେ କ'ଣ କ'ଣ ଆଶା କରୁଛନ୍ତି ସେ ସଂପର୍କରେ ଚିନ୍ତା କରିବାକୁ ଲାଗିଲେ । ଧର୍ମେନ୍ଦ୍ରଙ୍କ ପରି ସେ ମଧ୍ୟ ଛୁଟିଦିବସ, ପରୀକ୍ଷା ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସାଂସ୍କୃତିକ ଉତ୍ସବ ପାଇଁ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ଦିବସ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କରି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବାଦ୍ ଦେଇ ବର୍ଷର କାର୍ଯ୍ୟ ଦିବସଗୁଡ଼ିକୁ ହିସାବ କଲେ । ବିଷୟବସ୍ତୁର ଏକକ ଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣିତ କାର୍ଯ୍ୟଦିବସ ଗୁଡ଼ିକରେ ବଣ୍ଟନ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକକ ପାଇଁ ଆନୁମାନିକ ସମୟ ଧାର୍ଯ୍ୟ କଲେ । ଶିକ୍ଷାବର୍ଷ ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ଏକକପରୀକ୍ଷଣ କରାଯିବ ଓ କେଉଁ ସମୟରେ ଏ ା କରାଯିବ ତାହା ସ୍ଥିର କଲେ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାକୁ ଅଧିକ ଆକର୍ଷଣୀୟ କରିବା ନିମନ୍ତେ କେଉଁ ସମୟରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଏବଂ ପିତାମାତାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଣିତ ମେଳା, ଗଣିତ ସଂପର୍କୀୟ ଆଲୋଚନାଚକ୍ର, ଗଣିତ କ୍ଲବ କାର୍ଯ୍ୟାବଳୀ, ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ସଂଗ୍ରହ, ପ୍ରସ୍ତୁତି ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରଦର୍ଶନୀ କରିବେ ତାହା ସ୍ଥିର କଲେ । କେଉଁ କେଉଁ ଏକକର ଶିକ୍ଷାଦାନରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ନିକଟ ପରିବେଶରେ ଥିବା ସ୍ଥାନ, କାର୍ଯ୍ୟକ୍ଷେତ୍ରକୁ ବୁଲାଇ ନିଆ ଯାଇପାରିବ, ଗୋଷ୍ଠୀର ସଦସ୍ୟଙ୍କୁ ଶ୍ରେଣୀକୁ ଡାକି ପିଲାମାନଙ୍କ ସହ ଭାବ ବିନିମୟ କରାଯାଇ ପାରିବ ତାହା ସ୍ଥିର କରି ଏକ ସାମଗ୍ରୀକ କାର୍ଯ୍ୟଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ପ୍ରଧାନ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ନିକଟରେ ଉପସ୍ଥାପନ କଲେ । ଏହି କାମ କରିବା ପାଇଁ ସେ ନିଜର ସହକର୍ମୀ ଶିକ୍ଷକ / ଶିକ୍ଷୟିତ୍ରୀଙ୍କ ପରାମର୍ଶ ନେଇଥିଲେ ।

ଏହି ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତିରୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଖୋଜିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

- ଧର୍ମେନ୍ଦ୍ର ଓ ଅଙ୍କିତାଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନା ସମାନ ଥିଲା କି ?
- ଉଭୟ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନା ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସବୁ ଭିନ୍ନତା ଅଛି ?
- ଦୁଇଜଣଙ୍କର କାର୍ଯ୍ୟଯୋଜନା ମଧ୍ୟରୁ ତୁମକୁ କେଉଁ କାର୍ଯ୍ୟଯୋଜନାଟି ପସନ୍ଦ ଲାଗୁଛି ? ପସନ୍ଦ ଲାଗିବାର କାରଣ କ'ଣ ?
- ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲାବେଳେ କେଉଁ ସବୁ ଦିଗ ପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦିଆଯିବ ?

ପୂର୍ବରୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଥିବା ପରିସ୍ଥିତି ଦୁଇଟିର ବିଶ୍ଳେଷଣ କଲେ, ଆମେ ନିଶ୍ଚୟ ଜାଣିବା ଯେ, ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କାଯାଇଥିବା ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନା ହେଉଛି ଏକ ସାମଗ୍ରିକ ଯୋଜନା, ଯେଉଁଥିରେ ସିଲାବସ୍‌ରେ ଥିବା ପାଠ ବିଷୟବସ୍ତୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ସୀମା ମଧ୍ୟରେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କରାଯିବାର ଯୋଜନା କରାଯିବା, ପାଠ୍ୟବିଷୟ ବସ୍ତୁ ସମାପ୍ତି ସହିତ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ପିଲାମାନଙ୍କର ଆଗ୍ରହି ବୃଦ୍ଧି କରିବା, ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ସଂପର୍କୀୟ କାର୍ଯ୍ୟାବଳୀରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଏବଂ ଅଭିଭାବକଙ୍କୁ ସଂପୃକ୍ତ କରାଇବା, ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାକୁ ଏକ ନିୟମିତ ଆନନ୍ଦଦାୟୀ କାର୍ଯ୍ୟରେ ପରିଣତ କରିବା, ପାଠ୍ୟ ବିଷୟକୁ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ କରାଯିବା ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଛି ।

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଶିକ୍ଷକ ଗୋଟିଏ ଶିକ୍ଷାବର୍ଷରେ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଥିବା ପାଠ୍ୟବିଷୟକୁ ନେଇ ବର୍ଷକ ପାଇଁ ଏକ ପାଠଖସଡ଼ା (Scheme of Lesson) ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିଲେ । ଏହି ପାଠ ଖସଡ଼ାର ଆବଶ୍ୟକତା ଏକ ସାମଗ୍ରିକ ଯୋଜନା ପାଇଁ ଅପରିହାର୍ଯ୍ୟ । ଏହା ଦ୍ୱାରା କେଉଁ ପରି ପାଠବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବଣ୍ଟନ ହୋଇଛି ଜାଣିବା ସହ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ କିପରି ଗୁରୁତ୍ୱ ଆରୋପ କରାଯାଇଛି ତାହା ଅଟକଳ କରିହୁଏ । କେଉଁ ମାସରେ କ'ଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରାଯିବ ତାହା ପାଠଖସଡ଼ାରୁ ଜାଣିହୁଏ । ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ଅଗ୍ରଗତି ତଦାରଖ କରିବାରେ ଏହି ପାଠଖସଡ଼ା ବିଶେଷ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟଯୋଜନା ହେଉଛି ପାଠଖସଡ଼ାର ଏକ ସଂପ୍ରସାରିତ ରୂପ । ଏହା ପାଠଖସଡ଼ା ଠାରୁ ବ୍ୟାପକ । ଏଥିରେ ପାଠ ଖସଡ଼ାରେ ଥିବା ତଥ୍ୟ ସହିତ ଏକକ ପରୀକ୍ଷଣର ସମୟ, ଗଣିତ ପାଠକୁ ଅଧିକ ଶିଶୁପ୍ରିୟ ତଥା ଆନନ୍ଦଦାୟୀ କରିବା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟାବଳୀ, ପିତାମାତା ତଥା ଅଭିଭାବକଙ୍କ ସଂପୃକ୍ତି ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମକୁ ସନ୍ନିବେଶିତ କରାଯାଇଥାଏ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ଯେ କୌଣସି ଏକ ଶ୍ରେଣୀର ଗଣିତ ସିଲାବସକୁ ନେଇ ପାଠଖସଡ଼ା ତିଆରି କର । ଏହି ପାଠ ଖସଡ଼ା ତିଆରି କରିବା ବେଳେ କେଉଁ ସବୁ ଦିଗ ପ୍ରତି ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେଇଛ ଉଲ୍ଲେଖ କର ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା - E_1

ଗଣିତ ପାଠଖସଡ଼ାର ଉପଯୋଗୀତାଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

(କ) ଏହା ପାଠ ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ସାରିବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

(ଖ) ଏହା ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ପାଠ ସମାପ୍ତିର ଅଗ୍ରଗତି ସଂପର୍କରେ ସତତ ସୂଚନା ଦେଇଥାଏ ।

(ଗ) ଏଥିରୁ ପିଲାମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ଅଗ୍ରଗତିର ସୂଚନା ମିଳିଥାଏ ।

(ଘ) କେଉଁ ଅଧ୍ୟାୟ / ପାଠ ପରେ ଏକକ ପରୀକ୍ଷଣ କରାଯିବ ପାଠଖସଡ଼ାରୁ ଜଣାପଡ଼େ ।

(ଙ) ମେଧାବୀ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ସମୃଦ୍ଧିମୂଳକ କାର୍ଯ୍ୟର ବିବରଣୀ ପାଠଖସଡ଼ାରୁ ମିଳିଥାଏ ।

(ଚ) ତଦାରଖକାରୀମାନେ ପାଠଖସଡ଼ାରୁ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସମାପ୍ତି ସଂପର୍କରେ ସୂଚନା ପାଇଥାନ୍ତି ।

(ଛ) ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା ଚୟନ ପାଠ ଖସଡ଼ାରୁ ଜଣାପଡ଼େ ।

10.4 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ଏକକ ଯୋଜନା (Unit Plan for learning-teaching in mathematics) :

ପୂର୍ବରୁ କରାଯାଇଥିବା ଆଲୋଚନାରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ - ଗଣିତରେ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନର ଯୋଜନା ତିନୋଟି ସ୍ତରରେ କରାଯାଇଥାଏ । ପ୍ରଥମ ସ୍ତରରେ ପାଠ ଖସଡ଼ା (Scheme of Lesson) ଏବଂ ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନା (Annual Plan for Mathematics Education) ର ପ୍ରସ୍ତୁତି ପରେ, ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ତରରେ ପାଠବିଷୟବସ୍ତୁ ଗୁଡ଼ିକୁ ପରସ୍ପର ସଂପର୍କିତ କେତେକ ଏକକ ରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଏକକ ପାଠଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଏ ।

ଏବେ ତୁମ ମନରେ ପ୍ରଶ୍ନ ଆସୁଥିବ ଯେ -

- ପାଠ ଏକକ କ'ଣ ?
- ପ୍ରତି ପାଠ ଏକକ ପାଇଁ ଲିଖିତ ଯୋଜନା କରାଯିବ କି ?
- ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନାରେ କି କି ତଥ୍ୟ ରହିବ ?
- ପ୍ରତି ପାଠ ଏକକ ପାଇଁ ଲିଖିତ ଯୋଜନା କିପରି କରାଯିବ ?
- ଏହି ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନା କରିବା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ଅତିରିକ୍ତ ବୋଝ ହୋଇଥାଏ କି ?

ଏହି ବିଭାଗରେ ଏହି ସବୁ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଠ୍ୟ ବିଷୟକୁ ଶିକ୍ଷଣ ଓ ଶିକ୍ଷାଦାନର ସୁବିଧା ଦୃଷ୍ଟିରୁ କେତୋଟି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଥାଏ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗକୁ ଗୋଟିଏ ପାଠ ଏକକ (Unit) କୁହାଯାଏ । ଯଦିଓ ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ାଯାଉଥିବା ଗଣିତର ବିଷୟବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସହିତ ସଂପର୍କିତ, ତେବେ ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଅଧିକ ସଂପର୍କିତ ପାଠଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟିକୁ ଗୋଟିଏ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସ୍ୱାଧୀନ ଏକକ ରୂପେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ଏହିପରି ଚିନ୍ତାକରି ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ଏକକର ପରିକଳ୍ପନା କରାଯାଇଛି ।

ନିମ୍ନରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଏକକ ଯୋଜନାର ନମୁନା ଦିଆଯାଇଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର -

ବିଷୟ - ଗଣିତ

ଶ୍ରେଣୀ - ଦ୍ୱିତୀୟ

ଏକକ - ସିଧାଗାର ଟାଣିବା

ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ : ଏହି ଏକକର ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପରେ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ

- ସିଧାଗାର (Straight Line) ଓ ବକ୍ରରେଖା (ନାମକୁ ନଜାଣି)କୁ ଚିହ୍ନାଇ ପାରିବେ ।

- ଭୂମି ଉପରେ ଠିଆ ହୋଇ ରହିବା ଭଳି ସିଧାଗାର(vertical), ଭୂମି ଉପରେ ଶୋଇଥିବା ଭଳି ସିଧାଗାର (Horizontal), ଭୂମି ଉପରେ ତେରେଛା ଭାବେ ଥିବା ସିଧାଗାର (Slanted Line)କୁ ଚିହ୍ନିବେ ।

- କାଗଜଭାଙ୍ଗି, ତଟ ଗ୍ରୀଡ଼ ଓ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ଓ ଖାଲି ହାତରେ ଏଭଳି ତିନି ପ୍ରକାରର ଗାର ତିଆରି କରି ପାରିବେ ।

- ନିକଟ ପରିବେଶରେ ଏଭଳି ଗାରକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବେ ।

ଉପଏକକ / ପ୍ରତ୍ୟୟ :	ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :	ପରିଅଡ଼ ସଂଖ୍ୟା	ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ
ସିଧାଗାର ଓ ବଙ୍କାଗାର	- ସିଧାଗାର ଓ ବଙ୍କାଗାରକୁ ଚିହ୍ନାଇ ପାରିବେ - ତିନି ପ୍ରକାରର ସିଧାଗାରକୁ ଚିହ୍ନାଇ ପାରିବ । - ନିକଟ ପିରବେଶରେ ବିଭିନ୍ନ ଜିନିଷରେ ଏହି ତିନିପ୍ରକାରର ଗାରକୁ ଦର୍ଶାଇ ପାରିବେ	8	ନିକଟ ପରିବେଶର ବିଭିନ୍ନ ଜିନିଷର ଚିତ୍ର
ସିଧାଗାର ଅଙ୍କନ	- ବିନ୍ଦୁଯୋଡ଼ି ତିନି ପ୍ରକାରର ସିଧାଗାର ଅଙ୍କନ କରିପାରିବେ । - କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି ସିଧାଗାର ଅଙ୍କନ କରିପାରିବେ । - ବିନ୍ଦୁଗ୍ରୀଡ଼୍‌ରେ ତିନିପ୍ରକାରର ଗାର ଅଙ୍କନ କରିପାରିବେ - ପରିବେଶରେ ମିଳୁଥିବା ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଗାର ଅଙ୍କନ କରିପାରିବେ । - ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ସିଧାଗାର ଅଙ୍କନ କରିପାରିବେ । - ଖାଲି ହାତରେ ତିନିପ୍ରକାରର ସିଧା ଗାର ଅଙ୍କନ କରିପାରିବେ ।	12	କାଗଜ, ସ୍କେଲ, ବିନ୍ଦୁଗ୍ରୀଡ଼ ଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ପର୍ଦ୍ଦ, ପରିବେଶରେ ମିଳୁଥିବା ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁ (ନଡ଼ିଆ ଖଡ଼ିକା, ବେଲଣା କାଠି, ବହି ଇତ୍ୟାଦି)

ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର -

- ଏହି ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନାରେ କି କି ତଥ୍ୟ ସବୁ ରହିଛି ?
- ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ବେଳେ କେଉଁ ସବୁ ସୋପାନ ଦେଇ ଯିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ ?

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖି ତୁମର ସହପାଠୀ ଓ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କର । ନିମ୍ନରେ ଏକକ ପାଠଯୋଜନାର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ସୋପାନ - 1 → ଏକକରେ ଥିବା ବିଷୟବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଉପଏକକରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା

↓

ସୋପାନ - 2 → ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୁଖ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟୟ (ଉପ-ଏକକ)ର ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ଥିର କରିବା

↓

ସୋପାନ - 3 → ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରତ୍ୟୟର ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ସମୟ ଧାର୍ଯ୍ୟ କରିବା (ପିରିଅଡ଼)

↓

ସୋପାନ - 4 → ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରତ୍ୟୟର ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିବା

↓

ସୋପାନ - 5 → ତଥ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା

କେତେକ ଏକକ ପାଠଯୋଜନାରେ ମଧ୍ୟ ଶିକ୍ଷକ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା, ମୂଲ୍ୟାୟନର କୌଶଳ ସଂପର୍କରେ ସୂଚନା ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା - E_2 :

ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନାର ଉପାଦେୟତା ଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଠ ଏକକର ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନର କାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଏହାର ଏକ ଲିଖିତ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଜରୁରୀ । ଏହା ଶିକ୍ଷକ-ଶିକ୍ଷୟିତ୍ରୀଙ୍କୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦିଗରେ ଅଗ୍ରସର ହେବା ନିମନ୍ତେ ବାଟ ଦେଖାଇଥାଏ । କେତେକ ଶିକ୍ଷକ ଏ ପ୍ରକାର ଏକକ ପାଠଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ଅତିରିକ୍ତ କାମ ବା ବୋଝ ଭାବେ ବିବେଚନା କରିଥାନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ଏହା ଅମୂଳକ । ଖୁବ୍ କମ୍ ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଏକକ ପାଇଁ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିହେବ । ବାରମ୍ବାର ଏହି କାମ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି ହୋଇଥାଏ ଓ ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ କମ୍ ସମୟ ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଥାଏ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ ପ୍ରର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ନେଇ ଗୋଟିଏ ପାଠ ଏକକ ବାଛ । ଏହି ପାଠ ଏକକର ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

10.5 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ପାଠ ଯୋଜନା (Lesson Planning for teaching mathematics) :

ପାଠଖସଡ଼ା ଏବଂ ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତି କରିବା ପରେ ଯୋଜନାର ତୃତୀୟ ସ୍ତରରେ ଶ୍ରେଣୀରେ ପ୍ରକୃତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟର ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଥାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିରିଅଡ଼ ପାଇଁ ଏକ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଯୋଜନାର ଆବଶ୍ୟକତା ସଂପର୍କରେ ଶିକ୍ଷାବିତ୍‌ମାନେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଆରୋପ କରିଥାନ୍ତି । ପ୍ରଥମେ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନାର ଏକ ନକ୍‌ସା (Blue Print) ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ମିଳୁଥିବା ପିରିଅଡ଼ ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ପାଠଯୋଜନାରେ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପର୍କରେ ଆଗରୁ ଚିନ୍ତା କରାଯାଇଥାଏ । ଉପଯୁକ୍ତ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷକ ଯଥେଷ୍ଟ ପୂର୍ବରୁ ନିଜର କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପର୍କରେ ଜାଣିପାରିଥାନ୍ତି ଏବଂ ସେ ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସ ଓ ଦୃଢ଼ ମନୋବଳ ସହ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନା କରିଥାନ୍ତି ।

ପାଠଯୋଜନାର ଉପଯୋଗିତା :

- ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଚିନ୍ତାଧାରାରେ ସ୍ପଷ୍ଟୀକରଣ ଆଣିଥାଏ ।
- ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଠାରେ ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ ।
- ଉପଯୁକ୍ତ ଯୋଜନା ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନା କରିବାରେ ମାର୍ଗ ଦର୍ଶନ କରିଥାଏ ।
- ପାଠଯୋଜନା ନିମନ୍ତେ ବିଷୟବସ୍ତୁ ନିର୍ବାଚନ, ବିଷୟବସ୍ତୁର ସଂଗଠନ କରିବା, ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ସଜାଇବା ଏକାନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ । ଅର୍ଥାତ୍ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲେ ପାଠ୍ୟବିଷୟ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ନିପୁଣତା ଆସିଥାଏ ଓ ତାହାକୁ ବୁଝି ତଦନୁଯାୟୀ ଶ୍ରେଣୀକାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନା କରିବା ସୁବିଧାଜନକ ହୋଇଥାଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା - E_3 :

ପାଠଯୋଜନାର ଉପଯୋଗିତାଗୁଡ଼ିକର ଏକ ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

ଏବେ ପାଠଯୋଜନାର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା । ପାଠଯୋଜନାର ମୁଖ୍ୟ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ହେଲା:

(କ) ଶିକ୍ଷାଦାନର ବିଷୟବସ୍ତୁ ବା ପ୍ରସଙ୍ଗ

(ଖ) ଶିକ୍ଷାଦାନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

(ଗ) ସାଧାରଣ ଯୋଜନା

(ଘ) ବାସ୍ତବ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ (ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତାର ବ୍ୟବସ୍ଥା)

(କ) ଶିକ୍ଷାଦାନର ବିଷୟବସ୍ତୁ ବା ପ୍ରସଙ୍ଗ :

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପିରିଅଡ଼ରେ କେତେ ପରିମାଣର ବିଷୟବସ୍ତୁର ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯିବ ତାହା ସ୍ଥିର କରିବା ସବୁଠାରୁ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଏଥିପାଇଁ ଏକକ ପାଠଯୋଜନାର ସହାୟତା ନିଆଯିବା ଜରୁରୀ । ଏକକ ପାଠ ଯୋଜାନାରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପ୍ରତ୍ୟୟ / ଉପଏକକର ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ସ୍ଥିର କରାଯାଇଥିବା ପିରିଅଡ଼ ସଂଖ୍ୟା, ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପିରିଅଡ଼ରେ କେତେ ପରିମାଣର ବିଷୟବସ୍ତୁ ନିର୍ବାଚନ କରାଯିବ ତାହା ପ୍ରଥମେ ସ୍ଥିର କରାଯିବ । ଏହାପରେ ଏହି ବିଷୟବସ୍ତୁ ସମ୍ପର୍କରେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ କ'ଣ କ'ଣ ପଢ଼ାଯାଇଥିଲା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପକ୍ଷେ ତାହା ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହା ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ପଢ଼ାଯିବାକୁ ଯାଉଥିବା ବିଷୟବସ୍ତୁର ପରିସର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବେ ସୂଚାଇ ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

(ଖ) ଶିକ୍ଷାଦାନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ାଇବାର ସାଧାରଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ (General Aim) ଓ ବିଶେଷ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ (Specific Aim) ସ୍ପଷ୍ଟଭାବରେ ସ୍ଥିର କରାଯାଇଥାଏ । ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହେଲେ-ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହୁଏ ଓ ମୂଲ୍ୟାୟନ ମଧ୍ୟ ଠିକ୍ ଭାବେ କରାଯାଇଥାଏ । ସାଧାରଣ ଓ ବିଶେଷ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସ୍ଥିର କରିବା ବେଳେ ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ, ଭାବାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଓ ମନୋକ୍ରିୟାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଇଥାଏ ।

ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ (Cognitive Objective) : ନୂତନ ତଥ୍ୟ, ନିୟମ ଆଦି ସଂପର୍କରେ ଜାଣିବା, ବୁଝିବା ଓ ଆହରିତ ଜ୍ଞାନକୁ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାର ଦକ୍ଷତା ହାସଲ ଆଦି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଜ୍ଞାନ ଆହରଣ, ଆତ୍ମୀକରଣ ଓ ବ୍ୟବହାରରେ ପ୍ରତିଫଳିତ ଇତ୍ୟାଦି କାର୍ଯ୍ୟ ସହିତ ଜଡ଼ିତ ହୋଇଥାଏ । ଏପରି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରର ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ପରିଚାଳନା ଓ ମୂଲ୍ୟାୟନ ପାଇଁ ଏହାର ତିନୋଟି ମୁଖ୍ୟକର୍ମ ଯଥା - ଜ୍ଞାନ ଆହରଣ (Knowledge), ବୋଧ (understanding), ପ୍ରୟୋଗ (application)ର ସାଧାରଣତଃ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ ।

ଭାବାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ (Affective objective) : ଶିଖିବା ପାଇଁ ଆଗ୍ରହ ବୃଦ୍ଧି, ଶିକ୍ଷଣୀୟ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ ପାଇଁ ଇଚ୍ଛା ପ୍ରକଟ କରିବା, ଉତ୍ତର ଦେବା ପାଇଁ ଉତ୍ସାହ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବା, ଶିଖିବାର ମନୋବୃତ୍ତିର ପ୍ରକାଶ ଆଦି ଭାବାତ୍ମକ ଦିଗର ଉପଯୁକ୍ତ ବିକାଶ କରିବା ଶୈକ୍ଷିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟର ପରିସର ।

ମନୋ-କ୍ରିୟାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ (Psycho-motor objectives) : ମାନସିକ ଓ ଆବେଗିକ ବିକାଶ ସହ ଶାରୀରିକ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି ମଧ୍ୟ ଶୈକ୍ଷିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟର ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିସର । ନିୟମାନୁସାରେ ବିଭିନ୍ନ ଖେଳ ପରିଚାଳନା କରିବା, ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବା, ମାପାନୁସାରେ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଂକନ କରିବା ଇତ୍ୟାଦି ମନୋକ୍ରିୟାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟର ଉଦାହରଣ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ କେତେକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟର ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି ।

ପରିସର		ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟର ଉଦାହରଣ :-
ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ	ଜ୍ଞାନ	- ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସଂଜ୍ଞା କହିପାରିବେ । - ତ୍ରିଭୁଜର ତିନି କୋଣର ମାପର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° ବୋଲି କହିପାରିବେ । - ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ସୂତ୍ରକୁ ମନେପକାଇ କହିବେ ।
	ବୋଧ	- ପ୍ରକୃତ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ଶତକଡ଼ାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବେ । - ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରଲେଖରୁ ମିଳୁଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରି ପାରିବେ । - ପରିପୂରକ କୋଣକୁ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଦର୍ଶାଇବେ । - ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉକ୍ତିରେ ଥିବା ତ୍ରୁଟି ଦର୍ଶାଇ ତା'ର ସଂଶୋଧନ କରିବେ । - ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ବିଭିନ୍ନ ଉଦାହରଣ ଦେବେ ।
	ପ୍ରୟୋଗ	- ଗ.ସା.ଗୁ. ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବେ । - ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ବ୍ୟବହାର କରିବେ । - ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ଚାର୍ଟ ଓ ଗ୍ରାଫ ଅଙ୍କନ କରିବେ

ଭାବାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ	– ଗଣିତ କ୍ଲବ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିବେ – ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କର ଜୀବନୀ ସଂକ୍ରାନ୍ତୀୟ କାହାଣୀ ସଂଗ୍ରହ କରି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବେ । – ଖବରକାଗଜରୁ ଶତକଡ଼ା ସଂକ୍ରାନ୍ତୀୟ ଖବର ଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଗ୍ରହ କରି ତା' ସଂପର୍କରେ ନିଜସ୍ୱ ମତ ଦେବେ ।
ମନୋ-କ୍ରିୟାତ୍ମକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ	– କାଗଜ ଓ ମାଟିରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତି ପ୍ରସ୍ତୁତି – ବିଭିନ୍ନ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକୃତି ବ୍ୟବହାର କରି ମଡ଼େଲ ଓ ଚିତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତି

ପାଠଯୋଜନା ପାଇଁ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଲେଖିବା ବେଳେ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସୂଚକ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସରଳ, ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଏପରି ହେବା ଉଚିତ ଯେପରି ଶିକ୍ଷକ ଆଶାକରୁଥିବା ଫଳାଫଳକୁ ସ୍ପଷ୍ଟଭାବେ ବୁଝିପାରୁଥିବେ । ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଏପରି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରାଯିବ ଯେପରି ଶ୍ରେଣୀର ଅଧିକାଂଶ ପିଲା ସେଗୁଡ଼ିକୁ ହାସଲ କରିପାରିବେ । ସେଥିପାଇଁ ମିଳୁଥିବା ସମୟକୁ ଚାହିଁ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ସୀମିତ କରାଯିବା ବିଧେୟ । ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଏପରି ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବା ଉଚିତ ଯଦ୍ୱାରା ଏହା ପରିମାପ ଯୋଗ୍ୟ ହୋଇପାରିବ ।

(ଗ) ସାଧାରଣ ଯୋଜନା : ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିଷୟବସ୍ତୁ / ପ୍ରତ୍ୟୟଗୁଡ଼ିକର ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ କେଉଁ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥାରେ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନା କରାଯିବ ଓ କେଉଁ କ୍ରମରେ କରାଯିବ ତା'ର ଏକ ସାମଗ୍ରିକ ତଥା ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଧାରଣା ପାଠଯୋଜନାର ପ୍ରାରମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥାଏ । ଅନେକ ପାଠଯୋଜନାରେ ଏ ପ୍ରକାରର ସାଧାରଣ ଯୋଜନାକୁ ମଧ୍ୟ ଦିଆଯାଇନଥାଏ ।

(ଘ) ବାସ୍ତବ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ (ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତାର ବ୍ୟବସ୍ଥା) :

ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟର ଏହା ହେଉଛି ଏକ ଦର୍ପଣ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ନିମନ୍ତେ କି କି କାର୍ଯ୍ୟର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯାଇଛି, କେଉଁ ପ୍ରକାରର ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତା ଦେବାର ଯୋଜନା କରାଯାଇଛି, ଯୋଜନା କରାଯାଇଥିବା କାମଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମ, ଶିକ୍ଷକ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ, ସାମଗ୍ରୀର ବ୍ୟବହାର, ମୁଖ୍ୟତଃ ଏହାର ପରିସର ଭୁକ୍ତ । ଏହାକୁ ତିନୋଟି ସୋପାନରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଥାଏ ।

ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା :

(୧) ଉପକ୍ରମ (Introduction)

(୨) ଉପସ୍ଥାପନା (Presentation)

(୩) ମୂଲ୍ୟାୟନ ବା ପ୍ରୟୋଗ (Evaluation / Application)

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ ଏହି ସୋପାନଗୁଡ଼ିକ ସଂପର୍କରେ ବିବରଣୀ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହୋଇଅଛି ।

ସୋପାନ	ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ	କି ପ୍ରକାରର କାମ କରାଯାଇପାରିବ
ଉପକ୍ରମ	- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ଠାରେ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ପୂର୍ବ ଅଭିଜ୍ଞତା ଅଛି କି ନାହିଁ ଜାଣିବା - ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ମାନସିକ ସ୍ତରରେ ସକ୍ରିୟ କରିବା । - ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଅଭିପ୍ରେରିତ କରିବା ।	- ସକ୍ରିୟାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟ ମୁଖ୍ୟତଃ ଖେଳ, ଗୀତ, ଆବୃତ୍ତି, ପରିସ୍ଥିତି ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା, ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର କାର୍ଯ୍ୟ ଇତ୍ୟାଦି ।
ଉପସ୍ଥାପନା	- ବିଷୟବସ୍ତୁର ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକର ଉପସ୍ଥାପନା କରିବା - ସିଦ୍ଧାନ୍ତୀ କରଣ କରିବା - ଶିଖିଥିବା ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଅଭ୍ୟାସ ମାଧ୍ୟମରେ ଦୃଢ଼ୀକରଣ କରିବା - ଶିଖିଥିବା ବିଷୟବସ୍ତୁର ସଂକ୍ଷେପଣ କରିବା ।	- ବିଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତି ଓ ପନ୍ଥା ବ୍ୟବହାର କରି ବିଷୟବସ୍ତୁର ଉପସ୍ଥାପନା କରିବା । ଏଥିପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଇ ପାରିବ । ଲିଖିତ, ମୌଖିକ, ସାମଗ୍ରୀଭିତ୍ତିକ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯିବ । ସେହିପରି ଦଳଗତ କାର୍ଯ୍ୟ, ବ୍ୟକ୍ତିଗତ କାର୍ଯ୍ୟ, ସମଗ୍ର ଶ୍ରେଣୀ କାର୍ଯ୍ୟର ଯୋଜନା କରାଯାଇଥାଏ ।
ମୂଲ୍ୟାୟନ	- ଶିକ୍ଷାଦାନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକ କେତେଦୂର ସାଧିତ ହୋଇଛି ତାହା ଜାଣିବା - ଏହା ଦ୍ୱାରା ପରବର୍ତ୍ତୀ କାର୍ଯ୍ୟ ପନ୍ଥା ଗ୍ରହଣ କରିବା ପାଇଁ ବାଟ ଦେଖାଇବା - ଗୃହକର୍ମର ବନ୍ଦୋବସ୍ତ କରିବା ।	- ବସ୍ତୁ ନିଷ୍ଠ, ସୀମିତ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନର ବ୍ୟବହାର । - କାର୍ଯ୍ୟ ଫର୍ଦ୍ଦର ବ୍ୟବହାର ଇତ୍ୟାଦି ।

ସାଧାରଣତଃ ପାଠଯୋଜନା 40/45 ମିନିଟ୍‌ର ପିରିଅଡ଼ ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଥାଏ । ପ୍ରକୃତ ପକ୍ଷେ ଏକ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ଶ୍ରେଣୀ ଓ ଶିକ୍ଷଣ-କୈନ୍ଦ୍ରିକ ପନ୍ଥାରେ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ସମୟ ସୀମାକୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ନାହିଁ । ଅର୍ଥାତ୍ ଯଦି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ କୌଣସି ଶିକ୍ଷଣକାର୍ଯ୍ୟରେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ମାନସିକ ସ୍ତରରେ ସଂପୃକ୍ତି ଥାଇ ମଜ୍ଜିଯାଇଥାନ୍ତି ତେବେ ସମୟ ଆଳରେ ସେମାନଙ୍କୁ ସେଥିରୁ ନିବୃତ୍ତି କଲେ ସେମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ବାଧାପ୍ରାପ୍ତ ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତି ନକାରାତ୍ମକ ମନୋବୃତ୍ତି ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ । ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର କେନ୍ଦ୍ର ହେଉଛନ୍ତି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ।

ସେମାନେ କୌଣସି କାର୍ଯ୍ୟରେ ସ୍ୱତଃ ସ୍ଫୁର୍ତ୍ତି ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରି ଶିଖିବା ପାଇଁ ଆଗ୍ରହୀ ହୋଇଥାନ୍ତି, ତେବେ ସେହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଶେଷ ହେବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସେମାନେ ସମ୍ପାଦନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

10.5.1 ଏକ-ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପାଠ ଯୋଜନା :

ପାଠଯୋଜନାର ବିଭିନ୍ନ ସୋପାନ, ଏହାର ପ୍ରସ୍ତୁତି ପ୍ରଣାଳୀ ସଂପର୍କରେ ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଏକ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ଗଣିତ ପାଠଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲାବେଳେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗ ପ୍ରତି ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

- ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ ସାଧାରଣତଃ 30 ଜଣ ପିଲା ରହିଥାନ୍ତି । (ଶିକ୍ଷା ଅଧିକାର ଅଧିନିୟମରେ ପ୍ରାଥମିକ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ 30 ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ଜଣେ ଶିକ୍ଷକର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅଛି) । ଏହି ପିଲାମାନେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସ୍ତରର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାର ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ଆଖି ଆଗରେ ରଖି ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ ହେବା ବିଧେୟ ।

- ପାଠଯୋଜନାରେ ପ୍ରସ୍ତାବିତ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ପ୍ରକାରର ନହୋଇ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଗୋଟିଏ ପ୍ରକାରର କାର୍ଯ୍ୟରେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଅଧିକ ସମୟ ବାନ୍ଧି ରଖିବା ସମ୍ଭବ ହୋଇନଥାଏ । ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର କାର୍ଯ୍ୟରୁ ପିଲାମାନେ ଭିନ୍ନ ସ୍ୱାଦ ପାଇଥାନ୍ତି ଯାହା ସେମାନଙ୍କୁ କାମରେ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିବା ପାଇଁ ଅଭିପ୍ରେରିତ କରିଥାଏ ।

- ବିଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାର ଅଂଶଗ୍ରହଣକୁ ନିଶ୍ଚିତ କରିବା ଖୁବ୍ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ମେଧାବୀ, ମନ୍ଥରଗାମୀ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ଅଂଶଗ୍ରହଣ ନିମନ୍ତେ ସୁଯୋଗ ଥିବା ଦରକାର ।

- ପାଠ ଯୋଜନାର ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଦିଗ ହେଉଛି ଶ୍ରେଣୀ ପରିଚାଳନା । ଏ ସଂପର୍କରେ ପାଠଯୋଜନାରେ ସବିଶେଷ ବିବରଣୀ ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ । ସାମଗ୍ରୀ ପରିଚାଳନା ଓ ପିଲାମାନଙ୍କର ବସିବା ପ୍ରଣାଳୀ ସଂପର୍କରେ ପାଠଯୋଜନାରେ ସୂଚନା ଦିଆଯିବ (ଏ ସଂପର୍କରେ ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର FC-4 ପତ୍ରର ଚତୁର୍ଥ ଏକକରେ ତୁମେ ପଢ଼ିଛ)

- ପାଠଯୋଜନାରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିବା ଭାଷା, କାର୍ଯ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକ ସମସ୍ତଙ୍କ ବୁଝି ହେବା ଭଳି ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଯେପରି କୌଣସି ତଦାରଖକାରୀ ତାହାକୁ ପଢ଼ି ଶ୍ରେଣୀ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପର୍କରେ ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟ ପାଇ ପାରୁଥିବେ ।

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଏକ ଶ୍ରେଣୀ - ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଏଠାରେ ଏକ ନମୁନା ପାଠ ଯୋଜନା ଦିଆଯାଇଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ ଏକ ଶ୍ରେଣୀ ପାଠ ଯୋଜନା (ଗଣିତ)

ଶ୍ରେଣୀ - ୭ମ

ସାଧାରଣ ତଥ୍ୟ

ବିଦ୍ୟାଳୟ -

ତାରିଖ -

ଶ୍ରେଣୀ - ସପ୍ତମ

ସମୟ ୪୫ ମିନିଟ୍

ନିର୍ଘଣ୍ଟ

ବିଷୟ - ଗଣିତ

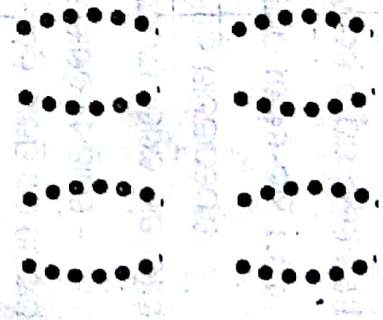
ପ୍ରସଙ୍ଗ - "ସଳଖ ଚଳନର ଧାରଣା"

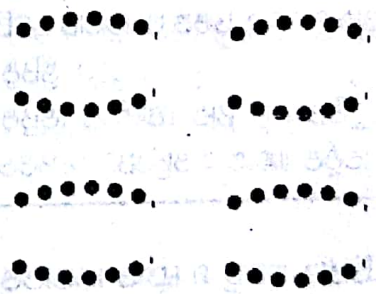
ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ :

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ -

- ସଳଖ ଚଳନ କ'ଣ ତାହା ଉଦାହରଣ ସହ ବୁଝାଇବେ ।
- ସଳଖ ଚଳନରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିବା ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକୁ (ଯଥା - ଚଳରାଶି, ଧ୍ରୁବାଙ୍କ, ସଳଖଚଳନ) ବୁଝାଇବେ ।

ପ୍ରଣାଳୀ : ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ

ସୋପାନ	ବିଷୟ / ଶିକ୍ଷଣ ଜନିତ ଫଳାଫଳ	ପ୍ରଣାଳୀ		କଳାପଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ
		ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	
ଉପକ୍ରମ	• ଅଭିପ୍ରେରଣା • ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ ପରୀକ୍ଷା (ଗୁଣିତକ ସଂପର୍କୀୟ ଧାରଣାର ପୁନର୍ବଳନ)	**ସକ୍ରିୟାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟ :** ଶିକ୍ଷକ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ବୃତ୍ତାକାରରେ ଠିଆ କରାଇ ୧ ରୁ ଗଣିବାକୁ କହିବେ । ଶିକ୍ଷକ ମଝିରେ ଛିଡ଼ା ହେବେ । ଶିକ୍ଷକ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା କହିବେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣିତକ ସ୍ଥାନରେ ଯେଉଁ ପିଲାମାନେ ଠିଆ ହୋଇଥିବେ, ସେମାନେ ପରସ୍ପର ମଧ୍ୟରେ ସ୍ଥାନ ଅଦଳ ବଦଳ କରିବେ । ଏହି ସମୟରେ ଶିକ୍ଷକ ଯେ କୌଣସି ଏକ ସ୍ଥାନ (ଗୁଣିତକ ସଂଖ୍ୟା) ଅଧିକାର କରିବେ, ଫଳରେ ଜଣେ ପିଲା ସ୍ଥାନ ନ ପାଇ ମଝିକୁ ଆସି ପୂର୍ବଭଳି ଖେଳାଇବ । ଏହି ଖେଳ ଚାଲୁରହିବ । ଯେଉଁ ପିଲା ଭୁଲ କରୁଥିବ, ସେ କାହିଁକି ଭୁଲ କଲା ତାହା ଉପରେ ଆଲୋଚନା ହେବ ।	• ପିଲାମାନେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ଖେଳରେ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରିବେ ।	
ଉପସ୍ଥାପନା	ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ -୧ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ସଳଖ ଚଳନର ଅର୍ଥ ଜାଣିବେ ।	**ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟର ବର୍ଣ୍ଣନା :** • ପିଲାମାନଙ୍କୁ ୪ଟି ଦଳରେ ଭାଗ କରାଯିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଳରେ ଥିବା ପିଲାଙ୍କୁ ପୁଣି ଦୁଇ ଭାଗ କରାଯାଇ ସାମନା-ସାମନି ବସିବାକୁ କୁହାଯିବ ।	• ପିଲାମାନେ ବିଭିନ୍ନ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ କାମ କରିବେ ।	

ସୋପାନ	ବିଷୟ / ଶିକ୍ଷଣ ଜନିତ ଫଳାଫଳ	ପ୍ରଣାଳୀ		କଳାପଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ
		ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	
		• ଶିକ୍ଷକ କଳାପଟାରେ ଗୋଟିଏ ସାରଣୀ ଲେଖିବେ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାକୁ ସେହି ସାରଣୀ (ସାରଣୀ-୧)କୁ ନିଜଖାତାରେ ଲେଖିବାକୁ କହିବେ । • ଦଳରେ ଖାତା ଅଦଳ ବଦଳ କରି ସାରଣୀକୁ ପୂରଣ କରି ନିଜ ସାମ୍ନାରେ ବସିଥିବା ଦଳକୁ ଦେବେ । ବିଭିନ୍ନ ଦଳର ସହାୟତାରେ କଳାପଟାରେଲେଖାଥିବା ସାରଣୀର ଖାଲି ଘର ପୂରଣ କରାଯିବ । • ଏହା ପରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସାରଣୀଟି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପଦଳକୁ ଦିଆଯିବ । ୫ ମିନିଟ୍ ମଧ୍ୟରେ ସାରଣୀ ପୂରଣ କରି ସାମ୍ନାରେ ବସିଥିବା ଦଳକୁ ତାହା ହସ୍ତାନ୍ତର କରିବେ । ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ସାରଣୀ ପୂରଣ କରି ନ ଦେଲେ ତାହାକୁ ଗ୍ରହଣ କରାଯିବ ନାହିଁ । ଯେଉଁ ଦଳ ଠିକ୍ କରିଥିବ ସେମାନଙ୍କୁ ବିଜୟୀ ଘୋଷଣା କରାଯିବ । ପରେ ପ୍ରତ୍ୟେକଦଳ ସହ ଆଲୋଚନା କରି ଶିକ୍ଷକ କଳାପଟାରେ ଲେଖା ହୋଇଥିବା ସାରଣୀ-୨କୁ ପୂରଣ କରିବେ ।		ସାରଣୀ - ୧ କଲମ ସଂଖ୍ୟା: ୩, ୪, ୮, , ୧୪, , ୧୯, , ଦାମ୍: ୧୨, ୧୬, , ୪୪, , ୨୭, , ୯୨ ସାରଣୀ - ୨ ପେନ୍‌ସିଲ ସଂଖ୍ୟା: ୨୯, ୨୭, , ୧୯, ୧୧, ୭, , ୩, , ଦାମ୍: , , ୪୬, ୩୮, , ୧୪, ୧୮, ୬, ୨୪
[273]	ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ -୨ ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଚଳରାଶି, ସମାନୁପାତିକ ଧ୍ରୁବକ, ସଳଖ ଚଳନ ପ୍ରଭୃତି ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକର ଅର୍ଥ ବୁଝିବେ ।	• ଏହାପରେ ଶିକ୍ଷକ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ପ୍ରଥମରୁ ଗଠିତ ହୋଇଥିବା ୪ଟି ଦଳରେ ବୃତ୍ତାକାରରେ ବସିବାକୁ କହିବେ ।	• ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ପିଲାମାନେ ପର୍ଯ୍ୟାୟ କ୍ରମେ କାମ କରିବେ ।	

ସୋପାନ	ବିଷୟ / ଶିକ୍ଷଣ ଜନିତ ଫଳାଫଳ	ପ୍ରଣାଳୀ		କଳାପଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ
		ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	
		(କ) ବ୍ୟକ୍ତିଗତ କାର୍ଯ୍ୟ – ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ସାରଣୀରୁ ତୁମେ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ଲେଖ । (ଖ) ଦଳରେ ଆଲୋଚନା – ପିଲାମାନେ ଯାହା ନିଜେ ଲେଖିଛନ୍ତି ଦଳରେ ଆଲୋଚନା କରି ଗୋଟିଏ ଚିଠା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ କହିବେ । (ଗ) ଉପସ୍ଥାପନା – ଦଳର ଯେ କୌଣସି ସଦସ୍ୟଙ୍କୁ ଦଳ ଚିଠା ଉପସ୍ଥାପନା କରିବାକୁ କୁହାଯିବ ଓ ଗୋଟିଏ ଦଳ ଯେଉଁ ତଥ୍ୟ ଉପସ୍ଥାପନା କରି ନ ଥିବେ ଅନ୍ୟ ଦଳକୁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ କହିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ କହିବେ । ଶିକ୍ଷକ ଏହି ସମୟରେ ପିଲାମାନଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କରି ଉପସ୍ଥାପିତ ତଥ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକୁ କଳାପଟାରେ ଲେଖିବେ ।	• ପିଲାମାନେ କଳାପଟାରେ ଲେଖାଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ନିଜ ଖାତାରେ ଲେଖିନେବେ ।	• କଲମ ଓ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା ବଢ଼ିବା ଓ କମିବା ଅନୁଯାୟୀ ଦାମ୍ ମଧ୍ୟ ବଢୁଛି ଓ କମୁଛି । • ପ୍ରଥମ ସାରଣୀରେ କଲମ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଦାମ୍‌ର ଅନୁପାତ, ସବୁବେଳେ ସମାନ । • ସେହିପରି ଦ୍ୱିତୀୟ ସାରଣୀରେ ପେନସିଲ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା ଓ ଦାମ୍‌ର ଅନୁପାତ ସବୁବେଳେ ସମାନ ।
		ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଆଲୋଚନା • ଏହିପରି ଦୁଇଟି ରାଶିକୁ ଚଳରାଶି କୁହାଯାଏ । x, y ରାଶି ଦୁଇଟି ଏକା ଅନୁପାତରେ ବଢ଼ିଲେ ବା କମିଲେ $\frac{x}{y}$ ଧ୍ରୁବକ ଅଟେ । ଏହାକୁ ସମାନୁପାତିକ ଧ୍ରୁବକ କୁହାଯାଏ । • x ଓ y ର ଅନୁପାତିକ ରୀତିରେ ଏକ ସଙ୍ଗେ ବଢ଼ିବା ବା କମିବା କ୍ରିୟାକୁ ସଳଖ ଚଳନ କୁହାଯାଏ ।	ପିଲାମାନେ ଏହାକୁ ନିଜ ଖାତାରେ ଲେଖିନେବେ ।	
	ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ –୩ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ –	ଶିକ୍ଷକ ଏକ ଅଭ୍ୟାସ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ସମାଧାନ କରିବାକୁ କହିବେ । • ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଭାବେ ଏହି ସମସ୍ୟାଟିକୁ ସମାଧାନ କରିବେ । • ନିଜନିଜ ଦଳରେ ଖାତା ଅଦଳ ବଦଳ କରି ସଂଶୋଧନ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବେ । • ପିଲାମାନଙ୍କ ସହଯୋଗରେ ଶିକ୍ଷକ ଆଲୋଚନା କରି ଠିକ୍ ଉତ୍ତରକୁ କଳାପଟାରେ ଲେଖିବେ ।	ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ପିଲାମାନେ କାମ କରିବେ ।	ପ୍ରଶ୍ନ : ନିମ୍ନରେ ଚକୋଲେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା, ଏହାର ଦାମ୍ ଓ ଧ୍ରୁବକ ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟିର ପରିମାଣ ଦିଆଯାଇଛି । ତୃତୀୟଟିର ପରିମାଣ ଖାଲିଘରେ ଲେଖ ।

ସୋପାନ	ବିଷୟ / ଶିକ୍ଷଣ ଜନିତ ଫଳାଫଳ	ପ୍ରଣାଳୀ		କଳାପଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ
		ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	
	ସଂକ୍ଷେପଣ	• ଏହି ଆଲୋଚନାରୁ ଆଜି ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ ?	• ପିଲାମାନେ ଯାହା ଶିଖିଲେ ତାହା କହିବେ ।	• ଦୁଇଟି ରାଶି ଯଦି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅନୁପାତରେ ବଢ଼ନ୍ତି ବା କମନ୍ତି ତେବେ ସେହି କ୍ରିୟାକୁ ସଳଖ ଚଳନ କୁହାଯାଏ ।
ମୂଲ୍ୟାୟନ	ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ -୪ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ କେଉଁ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ କଲେ ତାହା ଜାଣିବା ନିମନ୍ତେ ମୂଲ୍ୟାୟନ ହେବ ।	• ଗୋଟିଏ ବ୍ରୁଇଂସିଟରେ ବା କଳାପଟାରେ ୬ଟି ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି ଲେଖି ଦିଆଯିବ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ କୁହାଯିବ ଯେ ଯେଉଁ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସଳଖ ଚଳନ ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଇବେ । ଏହା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ନିଜଖାତାରେ ଲେଖିବେ । • ଲେଖି ସାରିବା ପରେ ପରସ୍ପର ମଧ୍ୟରେ ଖାତା ଅଦଳବଦଳ କରି ଏହି କାର୍ଯ୍ୟର ସଂଶୋଧନ କରିବେ । • ଶିକ୍ଷକ ଉଭୟ ସଂପର୍କରେ ପିଲାମାନଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରିବେ ।	• ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବେ ↓ ସଳଖ ଚଳନ ସଂପର୍କୀୟ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଇବେ । ↓ ଖାତା ଅଦଳବଦଳ କରି ସଂଶୋଧନ କାମ କରିବେ । ↓ ନିଜ ଭିତରେ ଆଲୋଚନା କରିବେ । ↓ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କରିବେ ।	ସାରଣୀ - ୧ ଏକାପ୍ରକାରର ଚକୋଲେଟ: ୪, ୧୬, ୩୬, , ୫୦, ୬୮, ଦାମ୍: ୬, , ୫୪, ୬୦, ୭୫, , ୧୨୫ ଧ୍ରୁବକ $\frac{x}{y}$: $\frac{୨}{୩}$, $\frac{୨}{୩}$, , $\frac{୨}{୩}$, , $\frac{୨}{୩}$, $\frac{୨}{୩}$ • ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଉଥିବା ରାଶି ଦୁଇଟିକୁ ଚଳରାଶି କୁହାଯାଏ ଓ ସେମାନଙ୍କ ଅନୁପାତକୁ ସମାନୁପାତିକ ଧ୍ରୁବକ କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଶ୍ନ - ୧ • ଗୋଟିଏ ବହିରୁ ୫ଟିର ଦାମ ୩୦ ଟଙ୍କା ହେଲେ ସେହିବହିରୁ ୩ଟିର. ଦାମ୍ ୧୮ ଟଙ୍କା । • ଜଣେ ଲୋକ ୨ ଦିନକୁ ୬ ମିଟର ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ି ବଳିଲେ, ସେ. ୭ ଦିନରେ ସେହି ସମୟରେ ୧୪ ମିଟର ଲମ୍ବର ଦଉଡ଼ି ବଳିବେ ।

ସୋପାନ	ବିଷୟ / ଶିକ୍ଷଣ ଜନିତ ଫଳାଫଳ	ପ୍ରଣାଳୀ		କଳାପଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ
		ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	
				• ଜଣେ ଲୋକ ଗୋଟିଏ କାମକୁ ୮ ଦିନରେ ସାରିଲେ, ଦୁଇଜଣ ଲୋକ ସେହି କାମକୁ ୪ ଦିନରେ ସାରିବେ । • x = ୪ ୨x = ୮ • ଗୋଟିଏ ଟେବୁଲର ଦାମ୍ ୩୦୦ ଟଙ୍କା ହେଲେ ସେହିଭଳି ୫ଟି ଟେବୁଲର ଦାମ ୧୫୦୦ ଟଙ୍କା ପ୍ରଶ୍ନ - ୨ ଉପରୁ ମିଳିଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଳଖ ଚଳନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉକ୍ତିରେ ଚଳରାଶି ଓ ସମାନୁପାତିକ ଧ୍ରୁବକ ଗୁଡ଼ିକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଏହି ପାଠଯୋଜନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ନିଜେନିଜେ ଲେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

- ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଥିବା ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟଗୁଡ଼ିକ କେଉଁ ପ୍ରକାରର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ? (ଜ୍ଞାନାତ୍ମକ, ଭାବାତ୍ମକ ବା ମନୋକ୍ରିୟାତ୍ମକ)
- ଯେଉଁ ସକ୍ରିୟାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଇଛି, ତାହା ଉପଯୁକ୍ତ କି ଓ କାହିଁକି ?
- ଉପସ୍ଥାପନା ସୋପାନର ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ – 1ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଅଂଶଗ୍ରହଣ ପାଇଁ କି କି ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯାଇଥିଲା ଓ ପିଲା ବସିବା ପ୍ରଣାଳୀ କିପରି ଥିଲା ?
- ଉପସ୍ଥାପନା ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଦଳଗତ ଓ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ କାର୍ଯ୍ୟର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଥିଲା କି ? ଏପରି କଲେ କି ସୁବିଧା ହେବ ?
- ନୂତନ ପାଠ ବିଷୟବସ୍ତୁର ଉପସ୍ଥାପନା ଶିକ୍ଷକ ନିଜେ କରିବା ପାଇଁ ଯୋଜନା କରିଥିଲେ ନା ସେହି ପାଇଁ ଅନ୍ୟ ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରୁଥିଲେ ?
- ଏହି ପାଠଯୋଜନାରୁ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ ସବୁ ସ୍ପଷ୍ଟଭାବେ ଜଣାପଡୁଛି କି ? କିପରି ?

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ଗୋଟିଏ ପିରିଅଡ଼ ପାଇଁ ଗଣିତର ଏକ ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଏକ ପାଠଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର । ତୁମେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିବା ପାଠଯୋଜନାକୁ ତୁମର ସହପାଠୀମାନଙ୍କୁ ଦେଖାଇ ତାହା କିପରି ଅଧିକ ଉନ୍ନତ ହୋଇପାରିବ ସେ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କର ଓ ଆଲୋଚନା ଭିତ୍ତିରେ ଯୋଜନା ପୁଣି ଥରେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର । ଏବେ ତାହା ତୁମ ଅନୁଷ୍ଠାନ (ବିଦ୍ୟାଳୟ) ର ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ଦେଖାଇ ତାଙ୍କର ମତାମତ ନିଅ ।

10.5.2 ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପାଠଯୋଜନା :

ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନା ସଂପର୍କରେ ତୁମେ ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର FC-4 ପତ୍ରର ଚତୁର୍ଥ ଏକକରେ ପଢ଼ିଛ । ସେସବୁକୁ ଏବେ ମନେ ପକାଇ କୁହ ବହୁଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତି କହିଲେ କ'ଣ ବୁଝ ? ତୁମେ ନିଶ୍ଚୟ କହିବ ଯେ, ଜଣେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ବେଳେ ବେଳେ ଏକ ସମୟରେ ଦୁଇ ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ଶ୍ରେଣୀର ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନା କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ । ସେହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତି (Multigrade situation) କୁହାଯାଏ । ଏ ପ୍ରକାର ପରିସ୍ଥିତି ଏକ ବାସ୍ତବତା ଏକାଧିକ ଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତ ପଢ଼ାଇବା ପାଇଁ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ସଂପର୍କରେ ତୁମେ ଏହି ଉପବିଭାଗରେ ଜାଣିବ । ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିସ୍ଥିତି ଦୁଇଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

ପରିସ୍ଥିତି – 1 : *ମୀନା ଗୋଟିଏ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତ ପଢ଼ାନ୍ତି । ଏକ ସମୟରେ ଦୁଇଟି ଶ୍ରେଣୀରେ ପିଲାଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଦେବାକୁ ସେ ବୋଝ ବୋଲି ମନେକରିଥାନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ ପିଲାଙ୍କୁ ପଢ଼ାଉଥିବା ବେଳେ ଅନ୍ୟ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନେ ବିଶୃଙ୍ଖଳିତ ହୋଇଥାନ୍ତି । ସେ ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାଙ୍କୁ ପଢ଼ାଇବାକୁ ଗଲାବେଳେ ଅନ୍ୟ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାଙ୍କୁ ପୂର୍ବରୁ ପଢ଼ିଥିବା ପାଠରୁ କିଛି ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ ଦେଇଥାନ୍ତି, ଯେପରି ସେମାନେ ପିରିଅଡ଼ର ସବୁ ସମୟଯାକ ସେହି ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟରେ ବ୍ୟସ୍ତ ରହିବେ । କିଛି ପିଲା ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ କଲାବେଳେ ଅଧିକାଂଶ ପିଲା ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନ କରି ଚୁପଚାପ୍ ବସିରହନ୍ତି ବା ଶ୍ରେଣୀରେ ପାଟିତୁଣ୍ଡ କରିଥାନ୍ତି । ମୀନା ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀକୁ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶ୍ରେଣୀଭାବେ (teaching class) ଅନ୍ୟ ଶ୍ରେଣୀକୁ ନିଯୁକ୍ତି ଶ୍ରେଣୀ (Engagement class) ଭାବେ ବିବେଚନା କରିଥାନ୍ତି ।*

ପରିସ୍ଥିତି – 2 : *ବିଦ୍ୟାଧର ଦୁଇଟି ଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରିବାର ଦାୟିତ୍ୱ ନେଇଥାନ୍ତି । ଏକ ସମୟରେ ଦୁଇଟି ଶ୍ରେଣୀର ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନା କରିବା ପାଇଁ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲାବେଳେ ସେ ଏକାଧିକ କୌଶଳର ବ୍ୟବହାର କରିଥାନ୍ତି । କେତେକ ସମୟରେ ଉଭୟ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାଙ୍କୁ ନେଇ ସବୁପିଲାଙ୍କ ପାଇଁ ଗ୍ରହଣୀୟ ହେବା ଭଳି ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ କରିଥାନ୍ତି । (ଯେପରି – ଉଭୟ ଶ୍ରେଣୀ ପିଲାଙ୍କୁ ଗପକହି ତାହାକୁ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ସହ*

ସଂଜ୍ଞିତ କରିବା) । ଦୁଇଟି ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାଙ୍କ ପାଇଁ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ସେମାନଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରିଥାନ୍ତି । ସେ ଭାବିଥାନ୍ତି ଯେ, ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ ଶିକ୍ଷାଦାନ (teaching) କାର୍ଯ୍ୟ କଲେ ଅନ୍ୟ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନେ ଠିକ୍ ରୂପେ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମରେ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରିପାରିବେ ନାହିଁ ବା ସେ ଅନ୍ୟ ଶ୍ରେଣୀ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ପଢ଼ାଇବା ପାଇଁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ସମୟ ପାଇବେ ନାହିଁ । ତେଣୁ ସେ ଉଭୟ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାଙ୍କ ପାଇଁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ସେଥିରେ ସେମାନଙ୍କୁ ନିୟୋଜିତ କରିଥାନ୍ତି । ଯେଉଁ ସମୟରେ ପିଲାମାନଙ୍କର ସହାୟତାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ ସେହି ସମୟରେ ସେହି ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନଙ୍କୁ ସହାୟତା ଦେଇଥାନ୍ତି । ପିଲାମାନଙ୍କୁ ସ୍ୱ-ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରିଥାନ୍ତି । ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ଦେଇ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ପିଲାଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରିଥାଆନ୍ତି । ସେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀକୁ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶ୍ରେଣୀ ଓ ଅନ୍ୟକୁ ନିଯୁକ୍ତି ଶ୍ରେଣୀ ନ ଭାବି ଉଭୟ ଶ୍ରେଣୀକୁ ଶିକ୍ଷଣଶ୍ରେଣୀ ଭାବେ ବିବେଚନା କରି ପିଲାଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରିଥାନ୍ତି ।

ଏଠାରେ ବର୍ଣ୍ଣିତ ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ତଳ ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

1. କେଉଁ ଶିକ୍ଷକ ବା ଶିକ୍ଷୟିତ୍ରୀଙ୍କର ଯୋଜନା ତୁମର ପସନ୍ଦ ହେଉଛି ? କାହିଁକି ?

2. ବହୁଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲାବେଳେ ନିଯୁକ୍ତି ଶ୍ରେଣୀ ଓ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶ୍ରେଣୀର ଯୋଜନା ପିଲାଙ୍କ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଫଳପ୍ରଦ ହେବ କି ?

3. ବହୁଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗଣିତ ପାଠଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲାବେଳେ ପିଲାମାନଙ୍କର ଫଳପ୍ରଦ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ କେଉଁ କେଉଁ ଦିଗ ପ୍ରତି ଦୃଷ୍ଟି ଦିଆଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ?

ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ତୃତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତରକୁ ତଳ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ଲେଖାଥିବା ବିଷୟବସ୍ତୁ ସହ ତୁଳନା କର ।

ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଗଣିତ ପାଠଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲାବେଳେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତି ଦୃଷ୍ଟି ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

– ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀକୁ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଶ୍ରେଣୀ ଓ ଅନ୍ୟ ଶ୍ରେଣୀକୁ ନିଯୁକ୍ତି ଶ୍ରେଣୀ ଭାବେ ବିବେଚନା ନକରି ଉଭୟ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନେ କିପରି ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ବ୍ୟସ୍ତ ରହିବେ ତାହା ସବୁଠାରୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ।

– ଆବଶ୍ୟକସ୍ଥଳେ ଉଭୟ ଶ୍ରେଣୀ ପିଲାଙ୍କୁ ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଭାଗନେବା ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ । ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତରେ ଏପରି ଅନେକ ପ୍ରତ୍ୟୟ ଅଛି ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଏକାଧିକ ଶ୍ରେଣୀର ସିଲାବସରେ ଥାଏ ।

– ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀକୁ ଦେଖି ସେଥିରୁ ଶିଖିଲେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ କାମରେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ ନିୟୋଜିତ ହୋଇପାରିବେ, ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ପ୍ରସ୍ତୁତି କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରାଯାଇପାରେ ।

– ବହୁଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ସାଧାରଣତଃ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଇଥାଏ ଯେ, ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସାରି ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସୂଚନାକୁ ଅପେକ୍ଷା କରିଥାନ୍ତି, ଏହା ସେମାନଙ୍କର କେତେକ ସମୟ ନଷ୍ଟ କରିଥାଏ । ସେହି ଶ୍ରେଣୀରେ ସମୟର ସଦୁପଯୋଗ ହୋଇନଥାଏ । ଏହି ଅପେକ୍ଷା ସମୟ (Waiting time)କୁ କମ୍ କରାଯାଇ ପାରିଲେ, ପିଲାମାନେ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ସମୟ ପାଇବେ ।

– ଦଳଗତ କାର୍ଯ୍ୟରେ ପିଲାଙ୍କୁ ନିୟୋଜିତ କରିପାରିଲେ ପିଲାମାନେ ଅଧିକ ଶିଖିଥାନ୍ତି । ଯେଉଁ ଶ୍ରେଣୀରେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ଅଧିକ ସମୟ ଉପସ୍ଥିତ ରହିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଥିବ ସେହିଶ୍ରେଣୀ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟଶ୍ରେଣୀ ଗୁଡ଼ିକରେ ପିଲାଙ୍କୁ ଦଳଗତ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରି ଶିକ୍ଷକ ସମୟର ସଦୁପଯୋଗ କରିବା ସହିତ ପିଲାମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣକୁ ନିଶ୍ଚିତ କରି ପାରିବେ ।

ବହୁଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଦୁଇଟି ଶ୍ରେଣୀରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ-ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଏକ ନମୁନା ପାଠ ଯୋଜନା (lesson plan) ଦିଆଯାଇଛି । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ପାଠ ଯୋଜନା (ଗଣିତ)

ସାଧାରଣ ତଥ୍ୟ

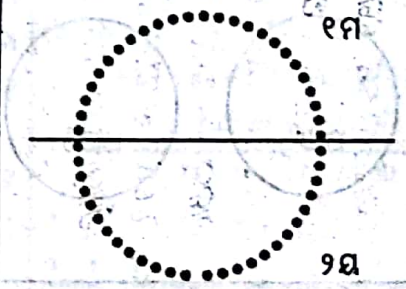
ବିଦ୍ୟାଳୟ -
ତାରିଖ -
ଶ୍ରେଣୀ - ୨ୟ ଓ ୩ୟ
ସମୟ ୪୫ ମିନିଟ୍
ପିରିଅଡ୍ - ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ
ବିଷୟ - ଗଣିତ
ପ୍ରସଙ୍ଗ - ୨ୟ ଶ୍ରେଣୀ - ୪ର ଗୁଣନଖନ୍ଦା
୩ୟ ଶ୍ରେଣୀ - ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଧାରଣା

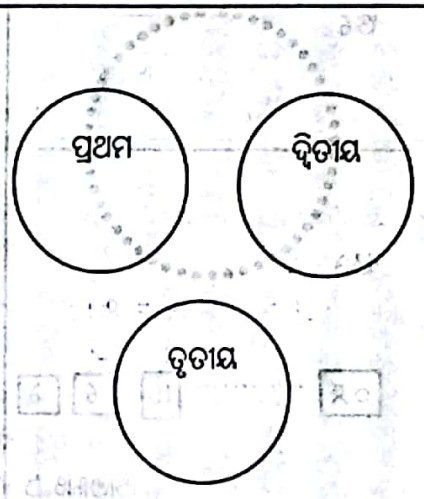
ଶ୍ରେଣୀ - ୨ୟ ଓ ୩ୟ

ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ : (ଦ୍ୱିତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ)
ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ -
- ୪ର ଗୁଣନଖନ୍ଦା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବେ ।
- ୪ର ଗୁଣନ ଖନ୍ଦା ଲେଖି ପାରିବେ ।

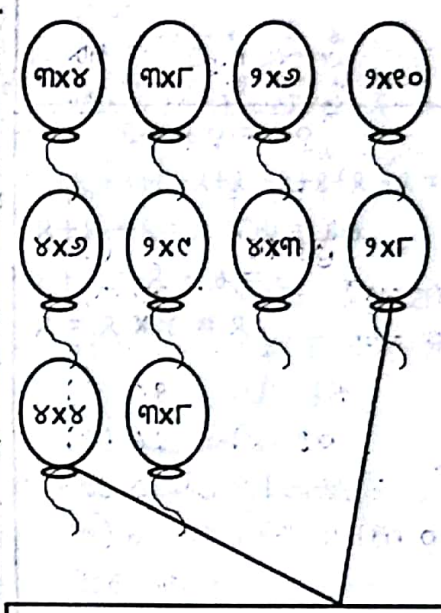
ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ : (ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ)
ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ -
- ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କାହାକୁ କୁହାଯାଏ - କହିପାରିବେ ।
- ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବେ ।

ପ୍ରଣାଳୀ : ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଭିତ୍ତିକ

ସୋପାନ	ବିଷୟ / ଶିକ୍ଷଣ ଜନିତ ଫଳାଫଳ	ପ୍ରଣାଳୀ		କଳାପଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ
		ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	
ଉପକ୍ରମ	ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ : ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହୀ କରିବା ।	**ସକ୍ରିୟାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟ :** • ଶିକ୍ଷକ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ବୃତ୍ତାକାରରେ ଠିଆ ହେବାକୁ କହିବେ । ମଝିରେ ୧ ରୁ ୪୦ ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ଗୁଡ଼ିକ ରହିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ନେବେ । ଶିକ୍ଷକ ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷରେ ଦୁଇଟି ବା ତିନୋଟି ବୃତ୍ତ ଆଙ୍କିବେ । ଯେଉଁ ସୂଚନା ଦେବେ, ସେହି ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ଯେଉଁ ପିଲାମାନଙ୍କ ପାଖରେ କାର୍ଡ଼ଟି ଥିବ ସେହି ପିଲାମାନେ ସେହି ବୃତ୍ତ ନିକଟରେ ଆସି ଛିଡ଼ା ହେବେ । ଯେଉଁ ପିଲାମାନେ ଠିକ୍ ଭାବେ ନ ଆସିବେ, ସେମାନଙ୍କ ଭୁଲ୍ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା ହେବ ।	• ବୃତ୍ତାକାରରେ ଠିଆ ହେବେ ଓ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବେ ।	୧ ରୁ ୪୦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଲେଖାଥିବା ଅଲଗା ଅଲଗା ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ୧ ୨ ୩ ..... ୪୦ 

ସୋପାନ	ବିଷୟ / ଶିକ୍ଷଣ ଜନିତ ଫଳାଫଳ	ପ୍ରଣାଳୀ		କଳାପଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ
		ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	
		ଯଥା (-) ● ଏକକ ଘରେ ୨,୪,୬,୮ ଥିବା କାର୍ଡ଼ ଧରିଥିବା ପିଲାମାନେ ପ୍ରଥମ ଗୋଲେଇରେ, ଏକକ ଘରେ ୩.୫,୭,୯ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ଧରିଥିବା ପିଲାମାନେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଗୋଲେଇରେ ରହିବେ । ● ୧୨ ରୁ ୧୯ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ଧରିଥିବା ପିଲାମାନେ ପ୍ରଥମ ଗୋଲେଇରେ ୨୦ରୁ ଅଧିକ କିନ୍ତୁ ୨୭ରୁ କମ୍ ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ଼ ଧରିଥିବା ପିଲାମାନେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଗୋଲେଇରେ ରହିବେ, ଇତ୍ୟାଦି । ଏହିପରି ଗୋଟିଏ ଖେଳ କରାଯାଇପାରେ ।	● ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ଶିକଙ୍କ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ କାମ କରିବେ ।	
ଉପସ୍ଥାପନା	ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ -୧ (ଦ୍ୱିତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ) ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ● ପିଲାମାନେ ୪ର ଗୁଣନ ଖନ୍ଦା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର କୌଶଳ ଶିଖିବେ । ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ - (ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ) ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ● ପିଲାମାନେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କାହାକୁ କୁହାଯାଏ ଜାଣିବେ ।	(୨) ଦ୍ୱିତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ : ପ୍ରତ୍ୟେକ ୪-୪ ଜର ଦଳରେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କାଠି ବିଧା ଦିଆଯିବ (ପ୍ରତ୍ୟେକ କାଠିକୁ ରଙ୍ଗ ଦେଇ ୪ ଭାଗ କରାଯାଇଥିବ ଓ ବିଡ଼ାରେ ୧୦ଟି କାଠି ଥିବ) ଓ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ଡାଇସ ଦିଆଯିବ (ଡାଇସର ୬ଟି ପାଖରେ ୧ ରୁ ୬ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଲେଖାଥିବ) ୪ ଜଣ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇ ଜଣ ଗୋଟିଏ ଉପଦଳରେ ରହିବେ । ଗୋଟିଏ ଉପଦଳ ଏକାଥରେ ଦୁଇଟିଯାକ ଡାଇସ ଗଡ଼େଇବେ । ଡାଇସ ଦୁଇଟିରେ ମିଳିଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ମିଶାଇ ଅନ୍ୟ ଦଳ ସେତେ ସଂଖ୍ୟକ କାଠି ବାହାର କରିବେ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକରେ କେତୋଟି ଖଣ୍ଡ (ଭାଗ) ଅଛି ତାହାକୁ ଗଣି ମିଶାଣ ଆକାରରେ ଲେଖିବେ (ଯେପରି କଳାପଟାରେ ଦେଖାଯାଇଛି)	● ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ନିଜ ଖାତାରେ ସଂଖ୍ୟାଚାର୍ଟକୁ ଲେଖିବେ । ● ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଳ ୪ ଭାଗ ହୋଇ ଡାଇସ୍ ଖେଳ କରିବେ ଯେଉଁ ଦଳ ଠିକ୍‌ରେ କହିପାରିବେ ସେମାନେ ନମ୍ବର ପାଇବେ, ଯେଉଁମାନେ ଠିକ୍‌ରେ କହିପାରିବେ ନାହିଁ ସେମାନେ ନମ୍ବର ପାଇବେ ନାହିଁ । ଖେଳ ଚାଲୁ ରହିବ ।	(ପ୍ରତ୍ୟେକ ୪ ଜଣିଆ ଦଳ ପାଇଁ ୧୦ଟି କାଠି ଓ ଦୁଇଟି ଡାଇସ୍) ୪+୪+୪+୪ = ୧୬ ୪+୪+୪+୪ +୪+୪= ୨୪

ଅଧ୍ୟାୟ	ବିଷୟ / ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ	ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ	ମୂଲ୍ୟାୟନ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ	ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଓ ଶିକ୍ଷକ ପାଇଁ ମନ୍ତବ୍ୟ
		।ଛାତ୍ର ଓ ଛାତ୍ରୀମାନେ ଏକ ଏକ ଭାବେ ଗୁଣନ ଫଳ ଗୁଣନ ଫଳ ଗୁଣନ ଫଳ

ସୋପାନ	ବିଷୟ / ଶିକ୍ଷଣ ଜନିତ ଫଳାଫଳ	ପ୍ରଣାଳୀ		କଳାପଟା କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ
		ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	
	ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ -୨ (ଅଭ୍ୟାସ) ୨ୟ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ : ● ୪ର ଗୁଣନ ଖନ୍ଦାର ଧାରଣାର ପୁନର୍ବଳନ ହେବ । ● ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀରେ ନିୟମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତୀକରଣ ହେବ । ● ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ଅଭ୍ୟାସ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ : ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନେଇ ପାରିବେ ।	(୬) ଦ୍ୱିତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ : ଚିତ୍ରରେ କେତୋଟି ବେଲୁନ୍ ଦିଆଯାଇଛି । ଯେଉଁ ବେଲୁନ୍ ଗୁଡ଼ିକରେ ସମାନ ପରିମାଣର ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିଏ ସୂତାରେ ବାନ୍ଧ, ଯେପରି ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି । (୭) ତୃତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ : ତୁମେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ଚିହ୍ନିବ ? ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କଟି ୦,୨,୪,୬,୮ ହୋଇଥିବ, ସେଗୁଡ଼ିକ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା । ● ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାଚାର୍ଟ ଦିଆଯିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ସେହି ସଂଖ୍ୟାଚାର୍ଟକୁ ନିଜ ଖାତାରେ ଲେଖିବେ ଓ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଚାରିପଟେ ଗୋଲ ବୁଲେଇବେ । (୮) ଦ୍ୱିତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ : ଶିକ୍ଷକ ଦ୍ୱିତୀୟ ଶ୍ରେଣୀ ପିଲାମାନଙ୍କର ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟର ଆଲୋଚନା କରିବେ ଓ ପିଲାମାନଙ୍କ ସହାୟତାରେ ସଂଶୋଧନ କାମ କରିବେ ।	ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ କାମ ହେବ । ● ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ନିଜ ନିଜ ଖାତାରେ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କିବେ ଓ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବେଲୁନ୍‌କୁ ଗୋଟିଏ ସୂତାରେ ବାନ୍ଧି ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଇବେ । ● ପିଲାମାନେ ଯାହା ଲେଖିଥିବେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିବେ ଓ ତା ଉପରେ ଆଲୋଚନା ହେବ । ● ଏହାକୁ ପିଲାମାନେ ଖାତାରେ ଲେଖିବେ । ↓ ● ପିଲାମାନେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଖାତାରେ ଲେଖିବେ । ↓ ● ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଚାରିପଟେ ଗୋଲ ବୁଲେଇବେ । ↓ ● ଦଳରେ ଖାଦା ଅଦଳବଦଳ କରି ସଂଶୋଧନ କରିବେ । ↓ ● ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କରିବେ ।	 ● ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ୦,୪,୬ ବା ୮ ହୋଇଥାଏ ତାହା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା । ୨୬ ୩୫ ୫୮ ୯ ୭୩ ୭୬ ୧୦୩ ୧୦୦ ୧୦୧ ୧୧୦ ୯୫୩ ୬୫୨ ୩୭୩ ୨ ୬୪୧ ୩୫୩ ୪୧୧ ୬୬୪ ୮୫୦ ୩୫୦ ୫୦୩

ଘଣ୍ଟା	ବିଷୟ / ବିଷୟ ଏକାଧିକ ଏକକ	ପ୍ରଣାଳୀ	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	ଶିକ୍ଷକଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ	କଳାପତ୍ର / କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ
ଏଗାରମ୍ବାରି	ଗଣିତ ଗ୍ରେଡ୍ - ୩ ଅଙ୍କ ଗଣନା ଓ ଗଣିତ • ଅଙ୍କ ଗଣନା ଓ ଗଣିତ । ଅଙ୍କ ଗଣନା ଓ ଗଣିତ ।	(୧) ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ପଦ୍ଧତି (

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ଏହି ପାଠଯୋଜନାରେ ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଦୁଇଟିଯାକ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାଙ୍କ ଫଳପ୍ରଦ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ କେଉଁ କେଉଁ ଦିଗ ପ୍ରତି ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଛି ତା'ର ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

10.6 ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାରେ ସମ୍ବଳ :

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀର ଫଳପ୍ରଦ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ କେବଳ ଉପଯୁକ୍ତ ପାଠଯୋଜନାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି ତାହା ନୁହେଁ, ବରଂ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ନିମନ୍ତେ ଉଭୟ ଶିକ୍ଷକ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ନିମନ୍ତେ ସମ୍ବଳର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ଏବେ ମନରେ ପ୍ରଶ୍ନ ଉଠେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାପାଇଁ କେଉଁ ସବୁ ସମ୍ବଳର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି । କେଉଁ ସମ୍ବଳଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ଉପଯୋଗୀ ? କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ପାଇଁ ? ଏସବୁ ସମ୍ବଳ କେଉଁ ଠାରୁ ମିଳିବ ? ଇତ୍ୟାଦି ।

ପିଲାଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ ବା ଶ୍ରେଣୀ ବାହାରେ ଶିଖିବା ବେଳେ କିଛି ସାମଗ୍ରୀ ଆବଶ୍ୟକ କରିଥାଏ ଏବଂ କେତେକ ସମୟରେ ସାଙ୍ଗସାଥୀ, ଶିକ୍ଷକ ବା ଅନ୍ୟମାନଙ୍କର ସହାୟତା ଲୋଡ଼ିଥାଏ । ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଏପରି ସାମଗ୍ରୀ ଓ ସହାୟତାକୁ ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ବଳ (Learning Resource) କୁହାଯାଏ । କୌଣସି ବିଷୟର ଶିକ୍ଷଣ, ସମ୍ବଳର ଉପଲବ୍ଧତା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିଥାଏ, ଯେଉଁ ସମ୍ବଳଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ବୁଝିବାରେ ଓ ଦୃଢ଼ୀଭୂତ କରିବାରେ ପ୍ରମୁଖ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଥାଏ । ଗଣିତର ଭାଷା ଓ ପ୍ରକୃତି ଅନ୍ୟସବୁ ବିଷୟଠାରୁ କିଛି ମାତ୍ରାରେ ଭିନ୍ନ । ଗଣିତରେ ସାଧାରଣତଃ ଆମେ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଚିନ୍ତନ ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ । ଗାଣିତିକ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକ ମୁଖ୍ୟତଃ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ଅମୂର୍ତ୍ତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ବୁଝିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ବଳର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି । ଗଣିତରେ ବିଷୟଗତ ଧାରଣାକୁ ବୁଝିବା, ଦୃଢ଼ୀକରଣ କରିବା ବା ଏହାକୁ ପରିବର୍ଦ୍ଧିତ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରୁଥିବା ସାମଗ୍ରୀ ଓ ସହାୟତାକୁ ଆମେ 'ସମ୍ବଳ' ବୋଲି କହୁ । ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହାସଲ କରିବାରେ ଏଗୁଡ଼ିକ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ । ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାକ୍ଷେତ୍ରରେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ, କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକା, ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକା, ଦୃଶ୍ୟ-ଶ୍ରାବ୍ୟ ସାମଗ୍ରୀ, ଗଣମାଧ୍ୟମ, ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷାଗାର, ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ, ପରିଭ୍ରମଣ, କଂପ୍ୟୁଟର, ଇଣ୍ଟରନେଟ୍, ଏପରିକି ଗୋଷ୍ଠୀ (Community)କୁ ସମ୍ବଳଭାବେ ବିବେଚନା କରାଯାଇଥାଏ । ଏହି ବିଭାଗରେ ତୁମେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ, ଅଭ୍ୟାସପୁସ୍ତିକା, ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ ତଥା ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ସମ୍ବଳ ସଂପର୍କରେ ଜାଣିବ ।

10.6.1 ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ (Text Book) :

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷାରେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଏକ ଅବିଚ୍ଛିନ୍ନ ଅଂଗ ଭାବେ ବିଚାର କରାଯାଇଥାଏ । ସାଧାରଣତଃ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଲୋକ ଭିନ୍ନ ଭାବେ ବୁଝିଥାନ୍ତି । ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେତେକ ନିମ୍ନରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଇଛି ।

- ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଏକ ପୁସ୍ତକ ଯାହା ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିଷୟର ଔପଚାରିକ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ ।
- ଏହା ଏକ ବହି ଯାହାକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିଷୟ ସଂପର୍କିତ ତଥ୍ୟର ଉତ୍ସ ଭାବେ ବିବେଚନା କରାଯାଇଥାଏ ।
- ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ହେଉଛି କେତେକ ପ୍ରସଙ୍ଗ ଓ କିଛି ତଥ୍ୟର ସମାହାର
- ପିଲାମାନଙ୍କର ପାଠପଢ଼ା ପାଇଁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଏକମାତ୍ର ସମ୍ବଳ, ଯାହା ବିନା ଶିକ୍ଷାଦାନ ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ଭବ ହୋଇନଥାଏ, ଇତ୍ୟାଦି ।

ବିଭିନ୍ନ ଲୋକ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ଯେପରି ଭାବେ ବୁଝନ୍ତି ବା ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଯାହା ହେଉନା କାହିଁକି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ, ଶିକ୍ଷକ ତଥା ଅଭିଭାବକ ପାଠ ଶିଖିବାର ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ମାଧ୍ୟମଭାବେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ବିବେଚନା କରିଥାନ୍ତି । ଏହା ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରିବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ଶିକ୍ଷାର ବୃହତ୍ତର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲ କରିବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ଆମ ରାଜ୍ୟରେ ଜିଲ୍ଲା ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ (DPEP) ଓ ସର୍ବଶିକ୍ଷା ଅଭିଯାନ (SSA) ଯୋଜନା କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହେବା ପରେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ଶିଶୁ ଉପଯୋଗୀ ଓ ଶିଶୁପ୍ରିୟ କରିବାର ପଚେଷ୍ଟା ଆରମ୍ଭ ହୋଇଛି । ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ (Activity based) କରାଯାଇଛି ।

ତୁମେ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀ (ଦ୍ୱିତୀୟରୁ ସପ୍ତମ) ର ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ସେହି ପୁସ୍ତକର ଯେ କୌଣସି 5-6ଟି (ଅଧ୍ୟାୟ)କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଅନ୍ୟ ବିଷୟର ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଅପେକ୍ଷା ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବିଶେଷ ଲକ୍ଷଣ ଥିବ ଏଥିରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବ । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା -

- ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ବିଷୟବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସହିତ ସଂପର୍କିତ ଓ ଏକ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ କ୍ରମରେ ଥିବାରୁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ବିଷୟବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ସେହି କ୍ରମରେ ରଖାଯାଇଛି ।

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଗାଣିତିକ ସଂଜ୍ଞା, ତଥ୍ୟ, ସୂତ୍ର ଓ ତତ୍ ସଂପର୍କୀୟ ଉଦାହରଣ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି । ସୂତ୍ର ବା ତଥ୍ୟ ପ୍ରୟୋଗ କରି ସମାଧାନ କରିଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନମାନ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟରେ ସନ୍ନିବେଶିତ କରାଯାଇଛି ।

- ତଥ୍ୟ ବା ସୂତ୍ରକୁ ବୁଝାଇବା ପାଇଁ ବା ଉଦାହରଣ ଦ୍ୱାରା ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଅଧିକ ବୋଧଗମ୍ୟ କରିବା ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିତ୍ର, ରେଖାଚିତ୍ର, ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ଆଦିର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି ।

- ଗୋଟିଏ ପାଠ (ଅଧ୍ୟାୟ) ରୁ ଶିଖୁଥିବା ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ୟ ପାଠ (ଅଧ୍ୟାୟ)ରେ ବହୁଳ ବ୍ୟବହାର କରି ସେହି ଧାରଣାର ଦୃଢ଼ୀକରଣ କରାଯାଇଛି ।

ଏସବୁ ବ୍ୟତୀତ ତୁମେ ଦେଖିଥିବା ଅନ୍ୟ ଲକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକର ଏକ ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର 2005ରେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ଲକ୍ଷଣ ସଂପର୍କରେ କ'ଣ କୁହାଯାଇଛି ?

- ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ କେବଳ ତଥ୍ୟଗତ ସୂଚନା ନଥିବ ବରଂ ପିଲାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ପାରସ୍ପରିକ ଭାବବିନିମୟ ପାଇଁ ଅବକାଶ ଥିବ ।

- ବିଷୟଗତ ପରିଭାଷା, ଶବ୍ଦାବଳୀ ଦ୍ୱାରା ପିଲାକୁ ଭାରାକ୍ରାନ୍ତ କରାନଯାଇ ଶିଖିବା ପାଇଁ ପିଲାର ପ୍ରଚେଷ୍ଟାକୁ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଉଥିବ ।

- ମୂଳଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା, ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା, ମନନ କରିବା, ଛୋଟ ଛୋଟ ଦଳରେ କାମ କରିବାକୁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଥିବ ।

- ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଅଭ୍ୟାସ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ ଉପରେ ଧ୍ୟାନ ଦିଆଯାଇଥିବ, ଯାହା ଉପଯୁକ୍ତ ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ସହାୟକ ହେଉଥିବ ଏବଂ ଅତ୍ୟଧିକ ଗୃହକାର୍ଯ୍ୟକୁ ନିରୁତ୍ସାହିତ କରୁଥିବ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ଆମ ରାଜ୍ୟରେ ପ୍ରଚଳିତ ଯେ କୌଣସି ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର (2005)ରେ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ସମ୍ପର୍କରେ ଯାହା ସବୁ କୁହାଯାଇଛି ସେଗୁଡ଼ିକ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ପ୍ରତିଫଳିତ ହୋଇଛି କି ନାହିଁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ଏକ ବିବରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

ଏବେ ମନରେ ପ୍ରଶ୍ନ ଆସେ, ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ବଳ ଭାବେ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରିବା ?

- ଶିକ୍ଷକ ନିଜର ପାଠଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାରେ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀରେ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟରେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଆନ୍ତି ।
- ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ମାଧ୍ୟମରେ ସମସ୍ତ ଅଭିଜ୍ଞତା ଦେବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ତେଣୁ ଶିକ୍ଷକ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ପିଲାକୁ ଦିଆଯାଉଥିବା ଅଭିଜ୍ଞତାଗୁଡ଼ିକ ବାହାରକୁ ଯାଇ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଭିଜ୍ଞତା ଗୁଡ଼ିକୁ ପିଲାପାଇଁ ଉପଲବ୍ଧ କରାଇବା ଆବଶ୍ୟକ ।
- ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ସ୍ୱ-ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ ।
- ମୂଲ୍ୟାୟନ (ବିଶେଷତଃ ଏକକ ପରୀକ୍ଷଣ) ପାଇଁ ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାରେ ପ୍ରଧାନତଃ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରୁ ଆବଶ୍ୟକ ତଥ୍ୟ ମିଳିଥାଏ ।
- ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଦଳଗତ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଓ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଭାବେ ସଂପାଦନ କରାଯିବ ।
- ପରିବାରର ସଦସ୍ୟ ବା ଅନ୍ୟ କେହି ପିଲାମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ବେଳେ କେବଳ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ସମ୍ବଳ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରିଥାନ୍ତି ।
- ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକରେ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଭିଜ୍ଞତାକୁ ସମନ୍ୱିତ କରି ଶିକ୍ଷଣକୁ ଅଧିକ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଓ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ସହଜ କରିହେବ । ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଅନୁମୋଦିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶିକ୍ଷଣ ଦକ୍ଷତା ଅନୁସାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଠ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଥାଏ । ଆଞ୍ଚଳିକ ବା ସ୍ଥାନୀୟ ଭିତ୍ତିରେ ଏହି ପୁସ୍ତକକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା ସମ୍ଭବ ହୁଏ ନାହିଁ । ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ସନ୍ନିବିଷ୍ଟ ସମସ୍ତ ଅଭିଜ୍ଞତା ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଆୟତ୍ତ କରିବା ଆଦୌ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ପାଠ ବ୍ୟତିରେକ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ତଥା ଆଞ୍ଚଳିକ ଅଭିଜ୍ଞତା ମାଧ୍ୟମରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ସମୃଦ୍ଧ କରିହେବ । ବିଶେଷ କରି ଗଣିତରେ ଯେ କୌଣସି ପାଠରେ ସ୍ଥାନୀୟ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ଅର୍ଥ ପୂର୍ଣ୍ଣଭାବେ କରାଯାଇପାରିବ ।

10.6.2 କାର୍ଯ୍ୟ / ଅଭ୍ୟାସ ପୁସ୍ତିକା (Work Book) :

ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତର୍କରେ ଥିବା ବିଷୟଗୁଡ଼ିକୁ କ୍ରମାନୁସାରେ ଅଭ୍ୟାସ ପୁସ୍ତିକାରେ ମଧ ରଖାଯାଇଥାଏ । ଏଥିରେ ତଥ୍ୟ ବା ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଣ୍ଣନା ବା ଉଦାହରଣ ସବୁ ଦିଆଯାଇଥାଏ । ଏଥିରେ ପଠିତ ବିଷୟବସ୍ତୁ ଉପରେ ଅନେକଗୁଡ଼ିଏ ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଥାଏ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ପାଇଁ ସ୍ଥାନ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ । ଗୋଟିଏ ବିଷୟ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପରେ ଶ୍ରେଣୀରେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ସମାଧାନ ପିଲାମାନେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହାୟତାରେ ବା ସହପାଠୀଙ୍କ ସହାୟତାରେ ବା ନିଜେ ନିଜେ କରିଥାନ୍ତି । ଶିକ୍ଷଣକୁ ଦୃଢ଼ୀଭୂତ କରିବା ପାଇଁ ଅଭ୍ୟାସ ପୁସ୍ତିକାରେ ସେହି ବିଷୟରେ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯାଇଥାଏ । ଘରେ ଏବଂ ନିଜର ସମୟ ସୁବିଧା ଅନୁସାରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ନିଜେ ଏହି ପ୍ରଶ୍ନସବୁ ସମାଧାନ କରନ୍ତି ।

ଏହା ଦ୍ୱାରା ସ୍ୱଶିକ୍ଷଣ ସାଧିତ ହେବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ପଠିତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ଦକ୍ଷତାବୃଦ୍ଧି ହୋଇଥାଏ । ବିଶେଷକରି ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକର ସଂଗଠନର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାରେ ଏହାର ଉପଯୋଗିତା ସର୍ବାଧିକ ହୋଇଥାଏ । ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକାକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି ନିମନ୍ତେ ଏକ ଉପଯୁକ୍ତ ସମ୍ବଳ ଭାବେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ଆମ ରାଜ୍ୟରେ ବିଦ୍ୟାଳୟମାନଙ୍କରେ କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକାର ପ୍ରଚଳନ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତିକାକୁ ଉଭୟ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଓ କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକା ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଛି ।

• ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ପିଲାମାନଙ୍କର ଅଭ୍ୟାସ ନିମନ୍ତେ କେତେକ କାମ ଦିଆଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ କାର୍ଯ୍ୟ ତଳେ ତା'ର ଉତ୍ତର ଲେଖିବା ପାଇଁ ସ୍ଥାନର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅଛି । ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ଚାଲିଥିବା ସମୟରେ ପିଲାମାନେ ନିଜର ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ଉପଯୁକ୍ତ ସ୍ଥାନରେ ପେନସିଲ୍‌ରେ ଉତ୍ତର ଲେଖିବେ । ପିଲାମାନେ ଲେଖିଥିବା ଉତ୍ତରକୁ ଶିକ୍ଷକ ସଂଶୋଧନ କଲେ ପିଲାମାନେ ସେମାନଙ୍କର ତ୍ରୁଟିକୁ ଜାଣି ତାହାକୁ ସୁଧାରି ପାରିବେ । ଏହା ନିରନ୍ତର ମୂଲ୍ୟାୟନରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

• ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଅଧିକ ଅଭ୍ୟାସର ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକା ବଦଳରେ, ଶିକ୍ଷକ କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦ (worksheet) ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଯୋଗାଇ ଦେଇପାରିବେ । କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକା ହେଉଛି କେତେକ କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦର ସମାହାର । କାର୍ଯ୍ୟ ପୁସ୍ତିକା ବଦଳରେ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଧ୍ୟାୟ / ପାଠ ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦ ପ୍ରସ୍ତୁତକରି ପିଲାଙ୍କ ଶିକ୍ଷଣରେ ସହାୟତା ଦେଇପାରିବେ ।

– ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସମ୍ବଳ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର ହୋଇଥାଏ । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଫଳପ୍ରଦ ତଥା ଅର୍ଥ ପୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରିବା ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଥାଏ ।

– ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣ ସ୍ତର ଅନୁଯାୟୀ ଶିକ୍ଷକ କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରିପାରିବେ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ମେଧାବୀ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଅଧିକ ଆହ୍ୱାନମୂଳକ (challenging) କାର୍ଯ୍ୟ ଦିଆଯାଇ ପାରିବ ଓ ମନ୍ଥରଗାମୀ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ସହଜ କାମରେ ସଂପୃକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ ।

– କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ ହେଉଥିଲେ ସେଥିରେ ଆଞ୍ଚଳିକ / ସ୍ଥାନୀୟ ଅଭିଜ୍ଞତାଗୁଡ଼ିକୁ ସନ୍ନିବେଶିତ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

– ଉପର ଶ୍ରେଣୀ (6ଷ୍ଠ, 7ମ ଓ 8ମ) ମାନଙ୍କରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପାଠ / ଅଧ୍ୟାୟର ଶିକ୍ଷାଦାନ ପରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇ ପାରିବ । ଯେହେତୁ ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି ଉଚ୍ଚତର ଚିନ୍ତନ ଦକ୍ଷତା ଆଧାରିତ ପିଲାମାନେ ଏପରି କାମରୁ ଅଧିକ ଶିଖିବାର ସୁଯୋଗ ପାଇଥାନ୍ତି । ପିଲାଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦକୁ ଶିକ୍ଷକ ଆବଶ୍ୟକ ସଂଶୋଧନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହାପରେ ଜଣେ ପିଲା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦକୁ ଅନ୍ୟ ଜଣେ ପିଲାକୁ ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଦିଆଯାଇପାରେ । ଏହା ଦ୍ୱାରା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା (E_3) :

କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକାରେ ଥିବା କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦର ବିଶେଷତ୍ୱ ଓ ବ୍ୟବହାର ସଂପର୍କିତ ଠିକ୍ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ବାଛ ।

(କ) କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦରେ ଥିବା କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ମୁଖ୍ୟତଃ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଭାବେ କରାଯାଇଥାଏ ।

(ଖ) କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦରେ ଥିବା କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ କେବଳ ଶ୍ରେଣୀ ପ୍ରକୋଷ୍ଠରେ କରିବା ପାଇଁ ପିଲାମାନଙ୍କୁ କୁହାଯାଇଥାଏ ।

(ଗ) କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦରେ ଥିବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ପିଲା ନିଜ ବେଗରେ ସଂପାଦନ କରିବାକୁ ସୁଯୋଗ ପାଏ ।

(ଘ) କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦରେ ଥିବା ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।

(ଙ) କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦରେ ପିଲା, ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଲେଖିସାରିବା ପରେ ଶିକ୍ଷକ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଶୋଧନ କରି ନିଜସ୍ୱ ମତାମତ ଦେବେ ।

(ଚ) ଗୋଟିଏ ମାସରେ 3/4ଟି ଅଧ୍ୟାୟ (ପାଠ) ପଢ଼ାସରିବା ପରେ ମାସ ଶେଷରେ ସେହି 3 / 4ଟି ଅଧ୍ୟାୟର କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦଗୁଡ଼ିକୁ କରିବାକୁ ପିଲାଙ୍କୁ କୁହାଯିବ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ :

ଗଣିତର ଯେ କୌଣସି ଧାରଣା (ପ୍ରତ୍ୟୟ)କୁ ନେଇ 3ଟି କାର୍ଯ୍ୟଫର୍ଦ୍ଦ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

10.6.3 ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକା :

ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ସଫଳ ସଂଚାଳନ ଓ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ଠାରେ ଥିବା ଦକ୍ଷତାର ବିକାଶ ଘଟାଇବାରେ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକାର ଭୂମିକା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ପିଲାମାନଙ୍କ ଗଣିତ ବିଷୟରେ ଶିକ୍ଷଣ ଉପଲବ୍ଧି ବୃଦ୍ଧି କରିବା ଓ ସେମାନଙ୍କ ଠାରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହ ବୃଦ୍ଧି କରିବା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ଲକ୍ଷ୍ୟ । ଏଥିପାଇଁ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଦକ୍ଷତା ଥିବା ଆବଶ୍ୟକ । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା, (1) ବିଷୟଗତ ଜ୍ଞାନର ଅଭିବୃଦ୍ଧି (2) ପଦ୍ଧତିଗତ ଜ୍ଞାନ (କିପରି ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ, ଶିକ୍ଷଣକାର୍ଯ୍ୟ ପରିଚାଳନା କରାଯିବ) । ଏ ସଂପର୍କରେ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କୁ ସହାୟତା ଦେବା ପାଇଁ ଗଣିତରେ ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ ।

ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଅନୁସାରେ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଲେଖାଯାଇଥାଏ । ଶ୍ରେଣୀରେ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଓ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ସମୟରେ ଶିକ୍ଷକ ମୁଖ୍ୟତଃ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରିଥାନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ବିଷୟବସ୍ତୁ ଠାରୁ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ସଂପୃକ୍ତ ବିଷୟରେ ଅଧିକ ଜ୍ଞାନ ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହା ଦ୍ୱାରା ପିଲାମାନଙ୍କ ମନରେ ଉପୁଜୁଥିବା ସନ୍ଦେହ ଦୂର କରିବାରେ ସେ ସମର୍ଥ ହୋଇ ପାରିବେ । ଏହା ବ୍ୟତୀତ କେଉଁ ବିଷୟକୁ କିଭଳି ପଢ଼ାଇଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଶିଖି ପାରିବେ, ପିଲାମାନଙ୍କୁ କି' କି ପ୍ରକାରର ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତା ଦିଆଯିବ, କେଉଁ କେଉଁ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ବ୍ୟବହାର ହେବ, ମୂଲ୍ୟାୟନ ପଦ୍ଧତି କ'ଣ ହେବ ଆଦି ଜାଣିବା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପକ୍ଷେ ଜରୁରୀ । ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକାରେ ଏସବୁ ତଥ୍ୟ ସନ୍ନିବେଶିତ ହୋଇ ରହିଥାଏ ।

ଏବେ ଚିନ୍ତା କରି କୁହ, ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକା ଜଣେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ପ୍ରକୃତ ପକ୍ଷେ ଆବଶ୍ୟକ କି ? ଏହାକୁ ସେ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରିବେ ?

ଆମ ଶିକ୍ଷା ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ନିଯୁକ୍ତି ପାଉଥିବା ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ଗଣିତରେ ସମାନ ଦକ୍ଷତା ନଥାଏ କିନ୍ତୁ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷକଙ୍କୁ ଗଣିତ ପଢ଼ାଇବାର ଦାୟିତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଥାଏ । ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକା ଏକ ପ୍ରମୁଖ ସମ୍ବଳ ।

ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକାରୁ କି କି ତଥ୍ୟ ମିଳିବ ?

– ପିଲାମାନେ ପାଠରୁ କ'ଣ କ'ଣ ଶିଖିବେ (ଶିକ୍ଷଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ)

- ଏହି ପାଠର ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ପୂର୍ବରୁ କିପରି ପ୍ରସ୍ତୁତ ହେବେ
- ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟକୁ କିପରି ପରିଚାଳନା କରାଯିବ
- ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ବାହାରର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ
- ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀର ତାଲିକା ଓ ବ୍ୟବହାର
- ପାଠ ସଂପର୍କୀୟ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକଳ୍ପ କାର୍ଯ୍ୟ ଯାହା ପିଲା ସାମାଜିକ ପରିବେଶରେ ସଂପାଦନ କରିବ
- ମୂଲ୍ୟାୟନ ପାଇଁ ସାଧନୀ
- ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ସେହି ପାଠ ସଂପର୍କୀୟ ଅଧିକ ବିଷୟ ଜ୍ଞାନ ଅଭିବୃଦ୍ଧିର ଯୋଜନା

ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକା ବ୍ୟତୀତ ଶିକ୍ଷକ ନିଜର ସ୍ୱ-ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ଗଣିତର ବିଭିନ୍ନ ପତ୍ର ପତ୍ରିକା, ଅଧିକ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବହି ଯେଉଁଥିରେ ସବିଶେଷ ତଥ୍ୟ ଥାଏ (Reference book) ସଂଗ୍ରହ କରି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଅଧ୍ୟୟନ କରି ନିଜର ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି କରିବେ । ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଫଳପ୍ରଦ ସହାୟତା ଦେବା ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଏ ପ୍ରକାରର ପୁସ୍ତକ ରହିବା ଦରକାର । ନହେଲେ ବ୍ଲକସ୍ତରରେ ବା ଆଞ୍ଚଳିକ ସାଧାନ କେନ୍ଦ୍ର (BRC/CRC) ସ୍ତରରେ ପାଠାଗାରରେ ଏ ପ୍ରକାର ପୁସ୍ତକ ରଖାଯାଇ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କୁ ସହାୟତା ପାଇଁ ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

10.6.4 ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ସମ୍ବଳ (Community Resources) :

ଗୋଷ୍ଠୀ ହେଉଛି ସମ୍ବଳର ଉତ୍ସ । ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ସମ୍ବଳ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିଲେ ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଫଳପ୍ରଦ ହୋଇଥାଏ । ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷାର ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆଧାର (2009)ରେ ଗୋଷ୍ଠୀର ଉପଲବ୍ଧ ସମ୍ବଳର ଭୂମିକାକୁ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଛି । ଏଥିରେ କୁହାଯାଇଛି, "ବିଦ୍ୟାଳୟର ଜ୍ଞାନକୁ ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ଜ୍ଞାନ ସହିତ ସଂପର୍କିତ କରାଗଲେ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଜ୍ଞାନକୁ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବେ । ଏହା ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ସୃଷ୍ଟି କରିବାରେ ଖୁବ୍ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ" । ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ଜ୍ଞାନ କହିଲେ ଆମେ ତାହାକୁ ବୁଝିଯାଉ ଯାହାକୁ ଲୋକମାନେ ନିଜେ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାନ୍ତି, ତା'ର ବିକାଶ କରିଥାନ୍ତି ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଲଗାଇଥାନ୍ତି । ନିମ୍ନରେ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦିଆଗଲା ।

- ଗୋଷ୍ଠୀର ସଦସ୍ୟମାନେ ନିଜ ଅଞ୍ଚଳରେ ଅନେକ ପ୍ରକାରର ଆଞ୍ଚଳିକ ଖେଳ ଖେଳିଥାନ୍ତି । ଏହି ଖେଳଗୁଡ଼ିକ ସେମାନଙ୍କୁ ସ୍ୱତଃ ସ୍ଫୁର୍ତ୍ତ ଆନନ୍ଦ ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ । କାହିଁ ଅନାଦିକାଳୁ ଏହି ଖେଳଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରଚଳିତ । ଏହି ଖେଳଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ କି ? ଏପରି ଗୋଟିଏ ପାରମ୍ପରିକ ଖେଳର ଉଦାହରଣ ଦେଇ ତାହାକୁ କେଉଁ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ଦକ୍ଷତା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ତା'ର ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

- ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ବିକାଶ କରିବାରେ ଯୁକ୍ତି, ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ, ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିଥିବା ବିଷୟବସ୍ତୁର ଉପସ୍ଥାପନା ପ୍ରଭୃତିର ଭୂମିକା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ସମାଜରେ ଘଟୁଥିବା ଘଟଣାବଳୀରୁ ଏସବୁ ଅତି ସ୍ୱାଭାବିକ ଭାବେ ଶିଖିହୋଇଥାଏ । ସମାଜରେ ଘଟୁଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘଟଣାକୁ ଯଦି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିବାକୁ ପିଲାକୁ ସୁଯୋଗ ଦିଆଯିବ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯିବ ଓ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ସହ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସଂପର୍କିତ କରାଯାଇପାରିବ, ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ଅତି ସହଜ ହୋଇପାରିବ । ଅର୍ଥାତ୍, ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି ଓ ଘଟଣାବଳୀକୁ ଶିକ୍ଷଣ ସମ୍ବଳ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ।

- ଗୋଷ୍ଠୀର ସଦସ୍ୟମାନଙ୍କୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଇ ସେମାନଙ୍କର ଅଭିଜ୍ଞତାକୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ । ଗୋଷ୍ଠୀ, ଡଗଡ଼ମାଳି, ଧଜା, ପହେଲିର ଗନ୍ତାଘର । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଶ୍ରେଣୀ କୋଠରି ମଧ୍ୟକୁ ଆଣିବାକୁ ହେଲେ ଗୋଷ୍ଠୀର ସଦସ୍ୟମାନଙ୍କୁ ବିଦ୍ୟାଳୟକୁ ନିମନ୍ତ୍ରଣ କରାଯାଇପାରିବ ।

- ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ସଂଗ୍ରହ, ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାରେ ଗୋଷ୍ଠୀର ସଦସ୍ୟ, କୁଶଳୀ କାରିଗରମାନଙ୍କୁ ସଂପୃକ୍ତ କରାଯାଇ ପାରିବ । ବିଶେଷକରି ମହିଳାମାନଙ୍କୁ ଏଭଳି କାର୍ଯ୍ୟର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ ।

- ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ଉପକରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ । ବଳଦଗାଡ଼ିର ଚକକୁ ବୃତ୍ତାକୃତି ଚିତ୍ର ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ ।

- ଯେହେତୁ ସ୍ଥାନୀୟ ଉପକରଣ ଓ କାର୍ଯ୍ୟାବଳୀ ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ଅଞ୍ଚଳର ଅଧିବାସୀ ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସାମାଜିକ ଅନୁଷ୍ଠାନ ଓତଃପ୍ରୋତ ଭାବେ ଜଡ଼ିତ, ସେଥିପାଇଁ ପିଲାଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସହିତ ସମାଜର ବହୁ ସ୍ଥାନରୁ ଓ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ଠାରୁ ଶିକ୍ଷାଗ୍ରହଣ କରିବାର ଏକ ବିସ୍ତୃତ ପରିସର ପାଇପାରିବ । ଶିକ୍ଷଣ କେବଳ ବିଦ୍ୟାଳୟ ପରିସର ମଧ୍ୟରେ ସୀମିତ ନରହି ପିଲାର ଜୀବନ ସହ ଯୋଡ଼ା ହୋଇଥିବା ସମସ୍ତଙ୍କ ସହିତ ସଂପୃକ୍ତ ହୋଇଯିବ । ଜୀବନ କୌଶଳ ହାସଲ କରିବା ବାସ୍ତବ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରିବ ।

10.7. ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ସମ୍ବଳ ଯୋଗାଡ଼ ଓ ବ୍ୟବହାର :-

ଆମର ପ୍ରତିଦିନର ଅଭିଜ୍ଞତାଗୁଡ଼ିକ ଉଭୟ ମୂର୍ତ୍ତ ଓ ଅମୂର୍ତ୍ତ ଶିକ୍ଷଣ ଉତ୍ସ ଭାବେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିଥାଏ । ଆମ ଚାରିପଟେ ଘଟୁଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘଟଣା ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଜ୍ଞାନ ସଂଗଠନ (Meaningful knowledge construction) ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ । ସେହିପରି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଆମ ଚାରିପଟରେ ଉପଲବ୍ଧ ସୁଯୋଗ ଓ ସମ୍ବଳ ଗୁଡ଼ିକ ଖୁବ୍ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କିନ୍ତୁ ଆମେ ସେହି ସୁଯୋଗ ଓ ସମ୍ବଳଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବିଶେଷ ଭାବେ ସଚେତନ ହୋଇନଥାନ୍ତି, ଫଳରେ ସେଗୁଡ଼ିକ ଆବଶ୍ୟକ ଅନୁଯାୟୀ ବ୍ୟବହାର କରିବାରେ ସମର୍ଥ ହୋଇନଥାଉ । ପିମ୍ ଓ ଜନଷ୍ଟନ (2005)ଙ୍କ ମତରେ "ଏହି ସମ୍ବଳଗୁଡ଼ିକର ସୁବିନିଯୋଗ ପାଇଁ ବିଦ୍ୟାଳୟ, ବ୍ଲକ, ଜିଲ୍ଲା, ରାଜ୍ୟ ସ୍ତରରେ ନିଶ୍ଚିତ କରାଯାଇପାରିବ । ଗଣିତ ଓ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ବିଭିନ୍ନ ସମ୍ବଳ ଯଥା ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ, ପାଠଖସଡ଼ା, ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ, ଗୃହକାର୍ଯ୍ୟ, ଟେଲିଭିଜନ ଓ ଭିଡ଼ିଓ ସୋ, ଗଣିତ କ୍ଲବ, ଗଣିତ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ ପ୍ରଭୃତି ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ବେଳେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଧାରଣାକୁ ଦୃଢ଼ୀଭୂତ କରିବ ।"

ବିଭିନ୍ନ ସ୍ତରରେ ବ୍ୟବହାର ହେଉଥିବା ସମ୍ବଳଗୁଡ଼ିକର ତାଲିକା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା ।

<u>ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତର</u>	<u>ବ୍ଲକ ସ୍ତର</u>	<u>ଜିଲ୍ଲା ସ୍ତର</u>
- ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷାଗାର - ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶ୍ରେଣୀର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ କୋଣରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ସାମଗ୍ରୀ - ଗଣିତ କ୍ଲବ - ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠାଗାରରେ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକ, କାର୍ଯ୍ୟପୁସ୍ତିକା, ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ, ବ୍ୟାଙ୍କ୍, ପତ୍ରପତ୍ରିକା	- ଅନ୍ତଃବିଦ୍ୟାଳୟ ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଆୟୋଜନ - ଅନ୍ତଃ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସହଯୋଗୀତା (ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଆଲୋଚନାର ସୁଯୋଗ) - ଗଣିତ ସଂପର୍କୀୟ ପ୍ରଦର୍ଶନୀ - ଆଲୋଚନା ଚକ୍ର	- ଜିଲ୍ଲାସ୍ତରୀୟ ସମ୍ବଳ ଗୋଷ୍ଠୀ ଗଠନ - ଜିଲ୍ଲା ଶିକ୍ଷା ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନରେ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ସମ୍ବଳ ଯୋଗାଡ଼ ଓ ତା'ର ବ୍ୟବହାର ସମ୍ପର୍କୀୟ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ - ଜିଲ୍ଲା ସ୍ତରରେ ଗଣିତ କେନ୍ଦ୍ର - ଜିଲ୍ଲା ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ ପତ୍ରିକା ପ୍ରସ୍ତୁତି

ଉପଲବ୍ଧ ସମ୍ବଳଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର ନିମନ୍ତେ ବିଦ୍ୟାଳୟ, ବ୍ଲକ୍ ଓ ଜିଲ୍ଲାସ୍ତରରେ ଶିକ୍ଷକ / ଶିକ୍ଷୟିତ୍ରୀ, ଗୋଷ୍ଠୀର ସଦସ୍ୟ ବିଷୟ ବିଶେଷଜ୍ଞ, ଶିକ୍ଷାବିତ୍, ପ୍ରଶାସକ, ତଦାରଖକାରୀମାନଙ୍କୁ ନେଇ କର୍ମଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ । କେବଳ ସମ୍ବଳର ଚିହ୍ନଟ ନୁହେଁ, ବରଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପିଲାଙ୍କର ଶିକ୍ଷଣରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ପାଇଁ ସୁସଂଗଠିତ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ତାହାକୁ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ସମ୍ବଳର ଉପଲବ୍ଧତାକୁ ନିଶ୍ଚିତ କରି ଶିକ୍ଷକ / ଶିକ୍ଷୟିତ୍ରୀ କିପରି ସେଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର କରିବେ ତାହା ଦେଖିବା ଦରକାର । ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କ ପାଇଁ ନିୟମିତ ବ୍ୟବଧାନରେ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିବା, ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କୁ ଆବଶ୍ୟକ ସହାୟତା ପ୍ରଦାନ କରିବା, କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ନିୟମିତ ତଦାରଖ କରାଯାଇପାରିଲେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଏକ ଅନୁକୂଳ ବାତାବରଣ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇ ପାରିବ । ଏହା ଜାତୀୟ ପାଠକ୍ରମ ଆଧାର (2005)ରେ କୁହାଯାଇଥିବା ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ବୃହତ୍ତର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲରେ ସହାୟକ ହୋଇପାରିବ ।

10) ଏହି ଏକକରୁ ତୁମେ ଯାହା ଶିଖିଲ :

– ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ବାର୍ଷିକ ପାଠଖସଡ଼ା ଓ ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ପାଠ ଖସଡ଼ାରୁ କେଉଁ ମାସରେ କେଉଁ କେଉଁ ପାଠର ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ କରାଯିବ, ସେଗୁଡ଼ିକର ଅଗ୍ରଗତି ଯୋଜନା ଅନୁଯାୟୀ ହେଉଛି କି ନାହିଁ , କେଉଁ ପାଠର ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ କେତେ ସମୟ ଆବଶ୍ୟକ ସେ ସମ୍ପର୍କରେ ସୂଚନା ମିଳିଥାଏ ।

–ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାର ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନାର ପରିସର, ପାଠ ଖସଡ଼ାଠାରୁ ବ୍ୟାପକ । ଏଥିରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ କେତେ କ'ଣ ପଢ଼ାଯିବ ତାହା ନୁହେଁ ବରଂ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ କି କି କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯିବ ତାର ସବିଶେଷ ବିବରଣୀ ଲିପିବଦ୍ଧ କରାଯାଇଥାଏ ।

– ଏକ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲା ବେଳେ ଗୋଟିଏ ଏକକରେ ଥିବା ଉପଏକକ ବା ପ୍ରତ୍ୟୟଗୁଡ଼ିକୁ ବାହାର କରିବାକୁ ହେବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପଏକକର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ, ସେହି ଉପଏକକର ଶିକ୍ଷଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ପିରିଅଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀକୁ ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନାରେ ପ୍ରତିଫଳିତ କରାଯାଏ ।

–ଦୈନିକ ପାଠ ଯୋଜନାର ମୁଖ୍ୟ ଉପାଦାନ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା (କ) ଶିକ୍ଷାଦାନର ବିଷୟବସ୍ତୁ ବା ପ୍ରସଙ୍ଗ, (ଖ) ଶିକ୍ଷାଦାନର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ, (ଗ) ସାଧାରଣ ଯୋଜନା (ଘ) ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତାର ବ୍ୟବସ୍ଥା

– ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲା ବେଳେ ପିଲାମାନଙ୍କ ଶିଖିବାର ଆଗ୍ରହ, ବିଷୟବସ୍ତୁର ପରିମାଣ, ଶିକ୍ଷଣ - ଶିକ୍ଷାଦାନ ପାଇଁ ସମୟ, ସାମଗ୍ରୀର ଉପଲବ୍ଧତା ଓ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତତା ତଥା ସ୍ଥାନକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖିବାକୁ ହେବ ।

– ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲା ବେଳେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶ୍ରେଣୀରେ ଯେପରି ସବୁ ପିଲା ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ ହୋଇପାରିବେ ଓ ପିଲାମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସୂଚନା ପାଇବା ପାଇଁ ଅପେକ୍ଷା ସମୟକୁ କମ୍ କରିବା ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

–ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକକୁ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ପ୍ରମୁଖ ସମ୍ବଳ ଭାବେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ । କିନ୍ତୁ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ସମସ୍ତ ଅଭିଜ୍ଞତା ଦେବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଶିକ୍ଷକ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକ ବାହାରକୁ ଯାଇ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ପ୍ରସଙ୍ଗ ଭିତ୍ତିକ ଅଭିଜ୍ଞତା ଦେବେ ।

– ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟଧାରଣାକୁ ଦୃଢ଼ୀକରଣ କରିବା ନିମନ୍ତେ ସେହି ଧାରଣା ଆଧାରିତ କାର୍ଯ୍ୟ ଫର୍ଦ୍ଦ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଅଭ୍ୟାସ କରିବାକୁ ଦିଆଯିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

– ଶିକ୍ଷକଙ୍କର ବିଷୟଗତ ଜ୍ଞାନ ବୃଦ୍ଧି ଓ ଶିକ୍ଷାଦାନ କୌଶଳର ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି ପାଇଁ ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକାରେ ସୂଚନା ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

- ବିଦ୍ୟାଳୟର ଜ୍ଞାନକୁ ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ସମ୍ବଳ ସହ ସଂପର୍କିତ କରାଯାଇପାରିଲେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଗାଣିତିକ ଧାରଣା ଦୃଢ଼ ହୋଇଥାଏ ।

- ଆମ ଚାରିପଟେ ଘଟୁଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘଟଣା / ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଶିକ୍ଷଣ - ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସମ୍ବଳ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରେ । ଏହା ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଜ୍ଞାନ ସଂଗଠନ ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ ।

- ବିଦ୍ୟାଳୟ ସ୍ତରରେ, ବ୍ଲକ ସ୍ତରରେ ଓ ଜିଲ୍ଲା ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ସମ୍ବଳଗୁଡ଼ିକ ଚିହ୍ନଟ କରି ପିଲାଙ୍କ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରେ ।

10.9 ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର :

E_1 (କ) (ଖ) (ଘ) (ଚ)

E_2 ଏକକ ପାଠ ଯୋଜନାର ଉପାଦେୟତା ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା

-ଏହା ଦ୍ୱାରା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ବିଷୟବସ୍ତୁର ସୀମା ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା

-ବିଷୟବସ୍ତୁ ଗୁଡ଼ିକୁ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବେ ଓ କ୍ରମାନୁସାରେ ଉପ ଏକକରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯିବା ଦ୍ୱାରା ପାଠଦାନର କ୍ରମ ସ୍ଥିର କରାଯାଇପାରେ

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟକୁ ପଢ଼ାଇବାର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ

- ପାଠଦାନର ସମୟ ସୀମା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ

- ଆବଶ୍ୟକ ସହାୟକ ସାମଗ୍ରୀ ଶିକ୍ଷାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟ ପୂର୍ବରୁ ସଂଗ୍ରହ କରିହୁଏ

- ଏକକ ପରୀକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାରେ ଏହା ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

E_3 (କ), (ଗ), (ଙ)

10.10 ଏକକ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର 100ଟି ଶବ୍ଦ ମଧ୍ୟରେ ଲେଖ ।

1. ଗଣିତ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ବାର୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଯୋଜନା କିପରି ପାଠ ଖସଡ଼ାଠାରୁ ଭିନ୍ନ ?
2. ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ-ଶିକ୍ଷାଦାନ ନିମନ୍ତେ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲା ବେଳେ ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଲେଖିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଲେଖ ।
3. ବହୁ ଶ୍ରେଣୀ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପାଠ ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲା ବେଳେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଫଳପ୍ରଦ ଶିକ୍ଷଣ ନିମନ୍ତେ କେଉଁ କେଉଁ ଦିଗଗୁଡ଼ିକୁ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେବାକୁ ହେବ ?
4. ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକରେ ଆଞ୍ଚଳିକ ଅଭିଜ୍ଞତାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ସଂପର୍କିତ କରାଯାଇପାରିବ ଉଦାହରଣ ସହ ଲେଖ ।
5. ପାଠ ବିଷୟକୁ ଘୋଷା ପଦ୍ଧତିରୁ ମୁକ୍ତ କରିବା ପାଇଁ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକରେ କି କି ବ୍ୟବସ୍ଥା ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ?
6. "ଶିକ୍ଷକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତିକା ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଗଣିତ ପଢ଼ାଇବା ପାଇଁ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ" - ଏହି ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।
7. ଗୋଷ୍ଠୀରେ ଉପଲବ୍ଧ ସମ୍ବଳ କହିଲେ କ'ଣ ବୁଝ ? ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣରେ ଏହାର ଗୁରୁତ୍ୱକୁ ଆଲୋଚନା କର ।

10.11 ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକସୂଚୀ :

Sidhu K.S. (1989) The Teaching of Mathematics, New Delhi, Sterling Publishers

NCERT (2005), National Curriculum Frame Work, New Delhi

NCERT (2012) Pedagody of Mathematics, New Delhi

ଗଣିତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି (1999), ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା,

SCERT (2003), ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ପରିଚାଳନା ଓ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପଦ୍ଧତି, ଭୁବନେଶ୍ୱର