

# Automi e Linguaggi Formali

Sara Feltrin

26-02-18

# Capitolo 1

## Introduzione

Per iniziare, ci sono alcuni concetti di base da tenere a mente:

- **Alfabeto:** insieme finito e non vuoto di simboli, per esempio  $\Sigma = 0,1$  oppure  $\Sigma = a,b,c,d,e,\dots,z$ ;
- **Stringa:** sequenza finita di simboli da un alfabeto  $\Sigma$ , per esempio: 011001 o abc;
- **Stringa vuota:** stringa con zero occorrenze di simboli dell'alfabeto  $\Sigma$ , denotata da  $\varepsilon$ ;
- **Lunghezza di una stringa:** numero di simboli nella stringa, per esempio  $|w|$  denota la lunghezza della stringa  $w$  e  $|01001| = 5$ ;
- **Potenze di un alfabeto:**  $\Sigma^k$  insieme delle stringhe di lunghezza  $k$  con simboli da  $\Sigma$ , per esempio preso l'alfabeto  $\Sigma=0,1$   $\Sigma^0=\varepsilon$ ,  $\Sigma^1=0,1$ ,  $\Sigma^2=00,01,10,11$ . Viene chiamata potenza di un'alfabeto poichè può essere vista come una potenza dove la base è il numero di simboli dell'alfabeto e l'esponente il numero della potenza dell'alfabeto (quindi, nell'alfabeto dei numeri binari con  $\Sigma^3$ , avremo  $2^3 = 8$ );
- **Insieme di tutte le stringhe:** per ottenere l'insieme di tutte le stringhe, usiamo il simbolo  $*$  e scriviamo  $\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \dots$ ;
- **Linguaggio:** dato un alfabeto  $\Sigma$ , chiamiamo linguaggio ogni sottoinsieme  $L \subseteq \Sigma^*$  (compreso anche il linguaggio vuoto che non contiene nessuna parola).

## Capitolo 2

# Automi a stati finiti deterministici

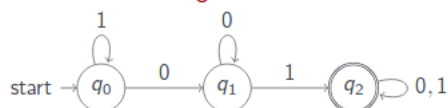
Un automa a stati finiti deterministico, chiamato anche DFA, è una quintupla  $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  dove

- $Q$  è un insieme finito di stati;
- $\Sigma$  è un alfabeto finito, si intende quindi l'insieme di input che può leggere l'automa;
- $\delta$  è una funzione di transizione  $(q, a) \mapsto q'$ , ovvero dallo stato in cui sono, quando leggo il simbolo  $a$ , passo allo stato  $q'$ ;
- $q_0 \subseteq Q$  è lo stato iniziale dell'automa;
- $F \subseteq Q$  è un insieme di stati finiti;

L'automa può essere rappresentato sia come diagramma di transizioni sia come tabella di transizioni:

**Esempio:** costruiamo un automa  $A$  che accetta il linguaggio delle stringhe con 01 come sottostringa

■ L'automa come **diagramma di transizione**:



■ L'automa come **tabella di transizione**:

	0	1
→ $q_0$	$q_1$	$q_0$
$q_1$	$q_1$	$q_2$
* $q_2$	$q_2$	$q_2$

## 2.1 Linguaggio accettato da un DFA

La funzione di transizione prende in input uno stato e una parola dando in output una nuova parola. Definizione:

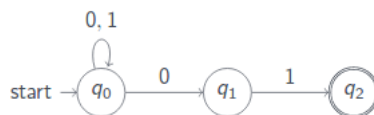
- **base:**  $\delta(q, \varepsilon) = q$  -> ritorna lo stadio in cui è
- **induzione**  $\hat{\delta}(q, w) = \delta(\hat{\delta}(q, x), a)$ , dove  $\hat{\delta}$  rappresenta lo stato attuale e  $\delta$  lo stato in cui mi troverò,  $a$  indica l'ultima lettera della parola che voglio leggere NB: in  $\delta'$  faccio la ricorsione fino ad arrivare al caso base

Detto ciò, possiamo definire il linguaggio accettato da  $A$  in questo modo:  $L(A) = \{w : \hat{\delta}(q_0, w) \in F\}$ . Tutti i linguaggi accettati da DFA vengono chiamati **linguaggi regolari**.

## Capitolo 3

# Automi stati finiti non deterministici

È un automa che può trovarsi contemporaneamente in più stati diversi e le transizioni non devono per forza essere complete, per esempio:



Infatti questo non può essere un DFA perchè da  $q_0$  se leggo 0 posso trovarmi contemporaneamente in  $q_0$  e  $q_1$ , in più da  $q_1$  posso muovermi solo in  $q_2$  e da  $q_2$  non posso proprio muovermi. Un automa a stati finiti non deterministici (NFA) è una quintupla  $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  dove

- $Q$  è un insieme finito di stati;
- $\Sigma$  è un alfabeto finito;
- $\delta$  è una funzione di transizione che prende in input  $(q, a)$  e restituisce un sottoinsieme di  $Q$ ;
- $q_0 \in Q$  è lo stato iniziale;
- $F \subseteq Q$  è un insieme di stati finali;

Anche per i NFA abbiamo una definizione rigorosa:

- **base:**  $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **induzione:**  $\hat{\delta}(q, w) = \bigcup_{p \in \hat{\delta}(q, x)} \delta(p, a)$

Data una parola, il nostro automa potrà trovarsi in uno dei tanti stadi che siamo andati a calcolare.