Stylized facts

March 4, 2022

1 Propiedades empíricas de los retornos de activos: Hechos estilizados de los retornos financieros y problemas estadísticos

1.1 ¿Qué son los hechos estilizados?

De acuerdo con Rama Cont, los llamados hechos estilizados ("stylized facts"), son aquellas propiedades estadísticas no tan triviales que podemos encontrar en los activos financieros; estas propiedades son comunes entre una gran variedad de instrumentos, mercados y periodos de tiempo.

Entonces pues, los hechos estilizados son obtenidos tomando un común denominador entre las propiedades observadas al estudiar diferentes mercados e instrumentos. Obviamente, al hacer eso uno gana en generalidad, pero tiende a perder en precisión de los enunciados que uno puede hacer acerca de los retornos de los activos. De hecho, los hechos estilizados son usualmente formulados en términos de propiedades cualitativas de los retornos de activos, y puede que no sean lo suficientemente precisos como para distinguir entre diferentes modelos paramétricos. Sin embargo, veremos que, aunque cualitativos, estos hechos estilizados son tan restictivos que no es fácil exhibir inclusive un proceso estocástico que posea el mismo conjunto de propiedades que uno debería de tener para reproducirlos con un modelo.

1.2 ¿Cuáles son estos?

Como vimos en clase, y tal como menciona Rama Cont en su artículo "Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues.", estableciendo un conjunto de hechos estadísticos estilizados los cuales son comunes entre un gran conjunto de activos financieros, podemos encontrar:

- 1. Ausencia de autocorrelaciones: Las autocorrelaciones (lineales) de retornos de activos son frecuentemente insignificantes.
- 2. Colas pesadas: La distribución incondicional de retornos de activos parece tener colas del tipo Pareto.
- 3. Ganar/perder asimetría: Uno observa picos más largos hacia abajo, que no son igual de largos que los movimientos hacia arriba.
- 4. Gausianidad agregacional: Mientras uno incrementa el tiempo de escala t sobre el cual los retornos son calculados, su distribución se parece más y más cada vez a una distribución normal.
- 5. Intermitencia: Los retornos muestran, a cualquier escala de tiempo, un alto grado de variabilidad. Esto está cuantificado por la presencia de estallidos irregulares en la series de tiempo para una amplia variedad de estimadores de volatilidad.

- 6. Clustering de volatilidad: Diferentes medidas de volatilidad muestran una autocorrelación positiva sobre varios días los cuales cuantifican el hecho de que eventos de alta volatilidad tienden a agruparse en el tiempo.
- 7. Colas pesadas condicionales: Incluso después de corregir los retornos para los clusterings de volatilidad (Por ejemplo, vía modelos del tipo GARCH), la serie de tiempo de los residuales siguen exhibiendo colas pesadas. Sin embargo, estas son menos pesadas.
- 8. Lento decaemiento de la autocorrelación en el valor absoluto de los retornos: La función de autocorrelación (ACF) de los retornos absolutos decae lentamente como función del tiempo de lag.
- 9. Efecto de apalancamiento: La mayoría de las medidas de volatilidad de un activo están negativamente correlacionadas con los retornos de dicho activo.
- 10. Correlación volumen/volatilidad: El volumen operado está correlacionado con todas las medidas de volatilidad.

En resumen...

- Los retornos no siguen una distribución normal en tiempos cortos, o medianos
- Los retornos en **periodos largos** sí presentan una distribución normal
- Los returnos usualmente no están correlacionados
- Los retornos **absolutos** están fuertemente correlacionados
- La volatilidad presenta clusteres y fuertemente persistentes

1.3 Verificación con un activo 'real'

Trabajaremos con los retornos de las acciones de américa móvil para este ejercicio. Como breve introducción a la compañía, para dar un poco de 'contexto'; esta es un gigante en la telefonía en América Latina, perteneciente a Carlos Slim

Importamos librerías

```
[1]: #Para los dataframes
  import pandas as pd
  #Para las operaciones
  import numpy as np
  #Para visualizar
  import seaborn as sns
  sns.set()
  import matplotlib.pyplot as plt
  #Para lo relacionado a estadística
  from scipy import stats
  from statsmodels.tsa import stattools as st
  from statsmodels.graphics import gofplots as gofp
```

Leemos el .csv que viene en la carpeta

```
[2]: info_cruda = pd.read_csv("AMX.csv")
info_cruda.head()
```

```
[2]:
                                                               Adj Close
              Date
                         Open
                                   High
                                               Low
                                                       Close
                                                                             Volume
     \cap
        2001-02-12
                    3.817708
                               3.882813
                                          3.757813
                                                    3.867188
                                                                2.750521
                                                                          27473400
     1
        2001-02-13
                     3.765625
                               3.765625
                                          3.617188
                                                    3.632813
                                                                2.583823
                                                                          27755400
     2
        2001-02-14
                     3.458333
                               3.510417
                                          3.216146
                                                    3.382813
                                                                2.406011
                                                                          54537000
                               3.466146
     3 2001-02-15
                     3.382813
                                          3.317708
                                                    3.335938
                                                                2.372672
                                                                          25462800
        2001-02-16
                     3.208333
                               3.666667
                                          3.166667
                                                    3.348958
                                                                2.381932
                                                                          15314400
```

1.3.1 ¿Qué información nos están mostrando?

- Date es la fecha a la que pertenece la información
- Open es el precio con el que abrió dicho activo en el mercado ese día.
- High es el precio más alto que alcanzó dicho activo en el mercado ese día.
- Low es el precio más bajo que alcanzó dicho activo en el mercado ese día.
- Close es el precio con el que cerró dicho activo en el mercado ese día.
- Adj Close es el precio con el que cerró dicho activo en el mercado ese día, después de ajustes
 para todos los splits aplicables (Cuando aumentan el número de acciones sin aumentar el
 importe en circulación) y distribuciones de dividendos. Los datos son ajustados usando los
 correspondientes y apropiados factores de split y dividentos, adheriendose a los estándares
 del Center for Research in Security Prices.
- Volume es la cantidad de acciones que fueron operadas en el mercado ese día.

1.3.2 ¿Cómo consideraremos los tiempos en el mercado?

Por los días que abre el mercado, haremos las siguientes consideraciones: * Los días (evidentemente) los seguiremos considerando iguales. * Las semanas serán de 5 días. * Los meses serán de 28 días. * Los años serán de 252 días.

Primero revisemos si hay na

```
[3]: es_Na=info_cruda[pd.isna(info_cruda)]
    renglon_tiene_Na = es_Na.any(axis=1)
    renglones_con_Na = info_cruda[renglon_tiene_Na]
    print("entradas con na",renglones_con_Na)
    print("Hay ",len(renglones_con_Na), " entradas con na")
```

entradas con na Empty DataFrame

Columns: [Date, Open, High, Low, Close, Adj Close, Volume]

Index: []

Hay 0 entradas con na

En nuestros datos, no hay na

Quitamos los na

```
[4]: info_cruda=info_cruda.dropna()
```

Trabajaremos únicamente con la fecha (Date) y precios de cierre (Close).

```
[5]: info = pd.DataFrame() #Si no lo hacemos así, tenemos un warning medio raro info["fecha"] = pd.to_datetime(info_cruda["Date"], dayfirst=True) #Convertimos

→ a fecha
```

```
info["precio"] = info_cruda["Close"]
info.sort_values(by='fecha', ascending=True) #Ordenamos por fecha
info.head() #Visualizamos
```

```
[5]: fecha precio
0 2001-02-12 3.867188
1 2001-02-13 3.632813
2 2001-02-14 3.382813
3 2001-02-15 3.335938
4 2001-02-16 3.348958
```

1.3.3 ¿Cómo se ve la serie de tiempo?

```
[6]: plt.figure()
  plt.plot(info['fecha'],info['precio'])
  plt.title('Serie de tiempo de AMX')
  plt.xlabel('Fecha')
  plt.ylabel('Precio')
  plt.show()
```



PD: seaborn le da este estilo "más bonito"

2 Analicemos los retornos

2.1 Retornos diarios

Los retornos logarítmos diarios están dados por:

$$r_t^d = ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) = \underbrace{ln(p_t) - ln(p_{t-1})}_{\text{Por propiedades de logarítmo}}$$

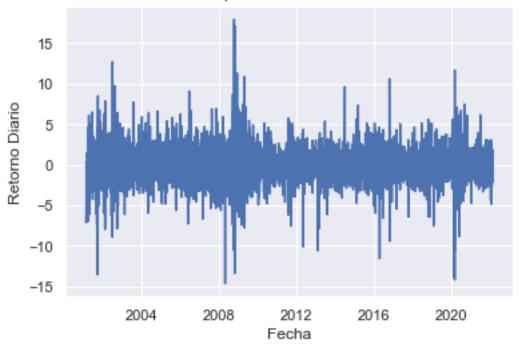
Donde: * p_t es el precio al tiempo t * p_{t-1} es el precio al tiempo t-1 * r_t^d es el retorno diario a tiempo t

```
precio precio_dia_anterior retorno_diario
[7]:
           fecha
     0 2001-02-13 3.632813
                                        3.867188
                                                       -6.252035
     1 2001-02-14 3.382813
                                        3.632813
                                                       -7.129967
     2 2001-02-15 3.335938
                                        3.382813
                                                       -1.395371
     3 2001-02-16 3.348958
                                        3.335938
                                                        0.389535
     4 2001-02-20 3.276042
                                        3.348958
                                                       -2.201327
```

2.1.1 Gráfica

```
[8]: plt.figure()
  plt.plot(info_diaria['fecha'],info_diaria['retorno_diario'])
  plt.title('Serie de tiempo de rendimientos diarios AMX')
  plt.xlabel('Fecha')
  plt.ylabel('Retorno Diario')
  plt.show()
```

Serie de tiempo de rendimientos diarios AMX



2.1.2 Media, desviación estándar, Sesgo y Curtosis

2.1.3 Normalidad

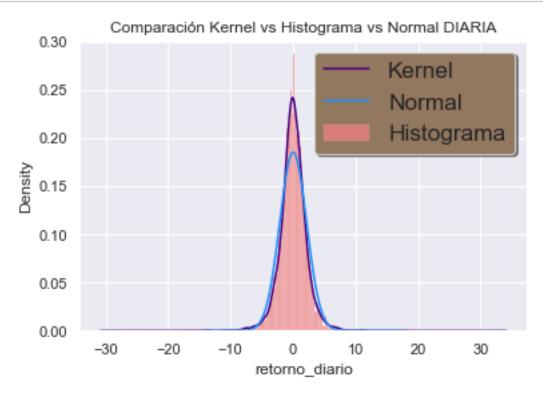
La prueba de Jarque-Bera para normalidad contrasta las siguientes hipótesis:

 H_0 : La población se distribuye normal vs H_a : La población no se distribuye normal

```
[11]: stats.jarque_bera(info_diaria["retorno_diario"])
[11]: Jarque_beraResult(statistic=7309.909105426951, pvalue=0.0)
[12]: gofp.qqplot(info_diaria['retorno_diario'], line="q")
    plt.title('QQ-Plot para retornos diarios')
    plt.show()
```



```
legend.get_frame().set_facecolor('C5')
plt.title("Comparación Kernel vs Histograma vs Normal DIARIA")
plt.show()
```



2.1.4 Autocorrelación

Sin valor absoluto



Con valor absoluto [15]: tsap.plot_acf(np.abs(info_diaria['retorno_diario']), →lags=40,title="Autocorrelación de retornos diarios con valor absoluto") plt.show()



2.2 Retornos semanales

Los retornos logarítmos **semanales** están dados por:

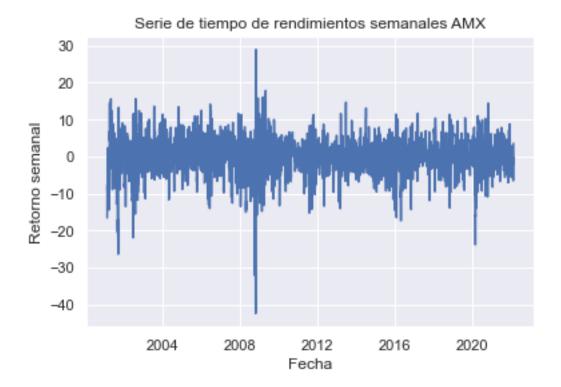
$$r_t^s = ln\left(\frac{p_t}{p_{t-5}}\right) = \underbrace{ln(p_t) - ln(p_{t-5})}_{\text{Por propiedades de logarítmo}}$$

Donde: * p_t es el precio al tiempo t * p_{t-5} es el precio al tiempo t-5 * r_t^s es el retorno semanales a tiempo t

```
[16]:
             fecha
                      precio precio_semana_anterior
                                                      retorno_semanal
      0 2001-02-20 3.276042
                                            3.867188
                                                           -16.589164
      1 2001-02-21 3.166667
                                            3.632813
                                                           -13.732766
      2 2001-02-22 3.132813
                                            3.382813
                                                            -7.677629
      3 2001-02-23 3.041667
                                            3.335938
                                                            -9.234818
      4 2001-02-26 3.033854
                                            3.348958
                                                            -9.881549
```

2.2.1 Gráfica

```
[17]: plt.figure()
   plt.plot(info_semanal['fecha'],info_semanal['retorno_semanal'])
   plt.title('Serie de tiempo de rendimientos semanales AMX')
   plt.xlabel('Fecha')
   plt.ylabel('Retorno semanal')
   plt.show()
```

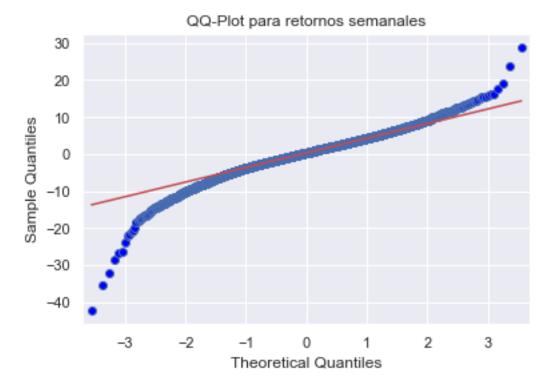


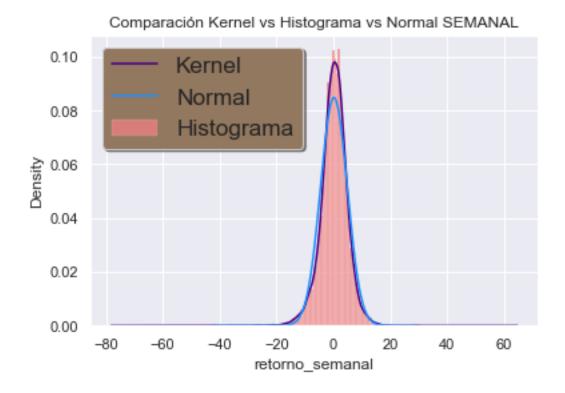
2.2.2 Media, desviación estándar, Sesgo y Curtosis

```
[18]: Media Desviación estándar Skewness Kurtosis Valor(S) 0.155261 4.704572 -0.625115 7.267413
```

2.2.3 Normalidad

```
[19]: stats.jarque_bera(info_semanal['retorno_semanal'])
[19]: Jarque_beraResult(statistic=4350.233339081323, pvalue=0.0)
[20]: gofp.qqplot(info_semanal['retorno_semanal'], line="q")
    plt.title('QQ-Plot para retornos semanales')
    plt.show()
```





2.2.4 Autocorrelación

Sin valor absoluto

```
[22]: tsap.plot_acf(info_semanal['retorno_semanal'], lags=40,title="Autocorrelación_ode retornos semanales sin valor absoluto")
plt.show()
```



Con valor absoluto [23]: tsap.plot_acf(np.abs(info_semanal['retorno_semanal']), →lags=40,title="Autocorrelación de retornos semanales con valor absoluto") plt.show()



2.3 Retornos mensuales

Los retornos logarítmos mensuales están dados por:

$$r_t^m = ln\left(\frac{p_t}{p_{t-28}}\right) = \underbrace{ln(p_t) - ln(p_{t-28})}_{\text{Por propiedades de logarítmo}}$$

Donde: * p_t es el precio al tiempo t * p_{t-28} es el precio al tiempo t-28 * r_t^m es el retorno mensual a tiempo t

2.3.1 Cálculo de rendimientos

```
[24]: info_mensual=info.copy()
info_mensual['precio_mes_anterior'] = info_mensual['precio'].shift(28)

→#Desplazamos una unidad hacia atrás

#Hacemos el cociente y multiplicamos por 100 para tener el porcentaje
info_mensual['retorno_mensual'] = np.log(info_mensual['precio']/

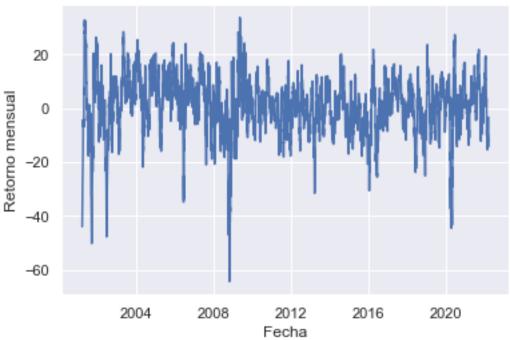
→info_mensual['precio_mes_anterior'])*100
info_mensual = info_mensual.dropna()
info_mensual = info_mensual.reset_index(drop=True)
info_mensual.head()
```

```
[24]:
            fecha
                     precio precio_mes_anterior retorno_mensual
      0 2001-03-23 2.492188
                                        3.867188
                                                       -43.936659
      1 2001-03-26 2.460938
                                        3.632813
                                                       -38.946470
      2 2001-03-27 2.479167
                                        3.382813
                                                       -31.078500
      3 2001-03-28 2.437500
                                                       -31.378098
                                        3.335938
      4 2001-03-29 2.348958
                                                       -35.467743
                                        3.348958
```

2.3.2 Gráfica

```
[25]: plt.figure()
   plt.plot(info_mensual['fecha'],info_mensual['retorno_mensual'])
   plt.title('Serie de tiempo de rendimientos mensuales AMX')
   plt.xlabel('Fecha')
   plt.ylabel('Retorno mensual')
   plt.show()
```



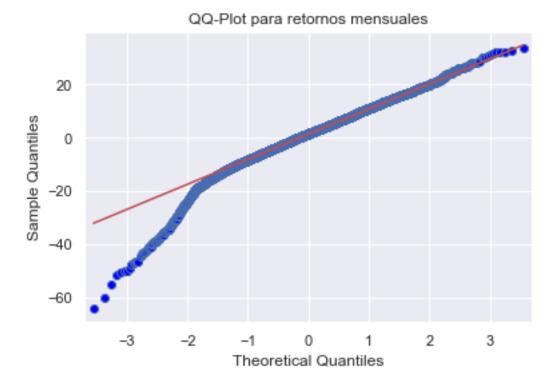


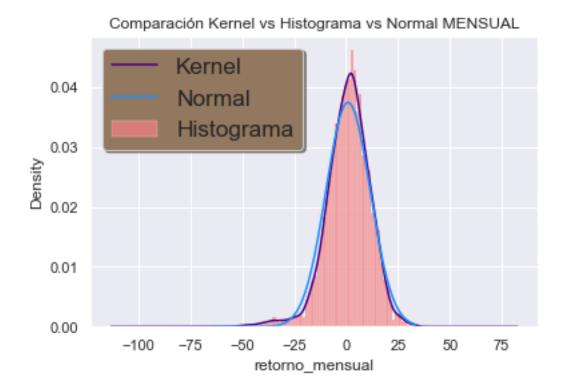
2.3.3 Media, desviación, sesgo y curtosis

```
[26]: Media Desviación estándar Skewness Kurtosis Valor(M) 0.969783 10.663579 -0.758921 5.404612
```

2.3.4 Normalidad

```
[27]: stats.jarque_bera(info_mensual['retorno_mensual'])
[27]: Jarque_beraResult(statistic=1771.318900730158, pvalue=0.0)
[28]: gofp.qqplot(info_mensual['retorno_mensual'], line="q")
    plt.title('QQ-Plot para retornos mensuales')
    plt.show()
```





2.3.5 Autocorrelación

Sin valor absoluto

```
[30]: tsap.plot_acf(info_mensual['retorno_mensual'], lags=40,title="Autocorrelación_ode retornos mensuales sin valor absoluto")
plt.show()
```



Con valor absoluto [31]: tsap.plot_acf(np.abs(info_mensual['retorno_mensual']), →lags=40,title="Autocorrelación de retornos mensuales con valor absoluto") plt.show()



2.4 Retornos anuales

Los retornos logarítmos anuales están dados por:

$$r_t^a = ln\left(\frac{p_t}{p_{t-252}}\right) = \underbrace{ln(p_t) - ln(p_{t-252})}_{\text{Por propiedades de logarítmo}}$$

Donde: * p_t es el precio al tiempo t * p_{t-252} es el precio al tiempo t-252 * r_t^a es el retorno diario a tiempo t

```
[32]: info_anual=info.copy()
info_anual['precio_year_anterior'] = info_anual['precio'].shift(252)

→#Desplazamos una unidad hacia atrás

#Hacemos el cociente y multiplicamos por 100 para tener el porcentaje
info_anual['retorno_anual'] = np.log(info_anual['precio']/

→info_anual['precio_year_anterior'])*100
info_anual = info_anual.dropna()
info_anual = info_anual.reset_index(drop=True)
info_anual.head()
```

```
[32]:
             fecha
                     precio precio_year_anterior retorno_anual
      0 2002-02-19 2.991667
                                          3.867188
                                                       -25.669687
      1 2002-02-20 2.998333
                                          3.632813
                                                       -19.195081
      2 2002-02-21 2.991667
                                          3.382813
                                                      -12.287685
      3 2002-02-22 2.981667
                                          3.335938
                                                       -11.227136
      4 2002-02-25 3.038333
                                          3.348958
                                                        -9.734024
```

2.4.1 Gráfica

```
plt.figure()
  plt.plot(info_anual['fecha'],info_anual['retorno_anual'])
  plt.title('Serie de tiempo de rendimientos anuales AMX')
  plt.xlabel('Fecha')
  plt.ylabel('Retorno anual')
  plt.show()
```



2.4.2 Media, desviación, sesgo y curtosis

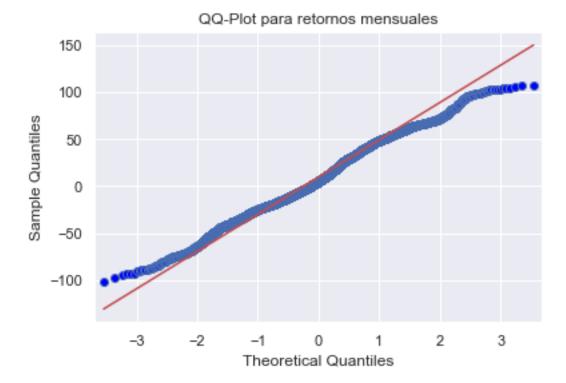
```
[34]: Media Desviación estándar Skewness Kurtosis
Valor(A) 8.676719 35.430095 0.026057 2.605569
```

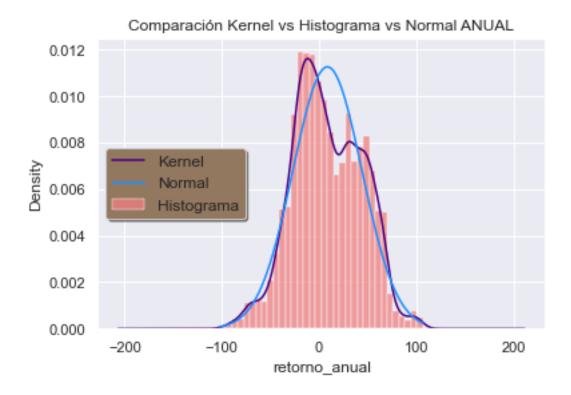
2.4.3 Normalidad

```
[35]: stats.jarque_bera(info_anual['retorno_anual'])

[35]: Jarque_beraResult(statistic=33.40629879827114, pvalue=5.570759187278895e-08)

[36]: gofp.qqplot(info_anual['retorno_anual'], line="q")
    plt.title('QQ-Plot para retornos mensuales')
    plt.show()
```

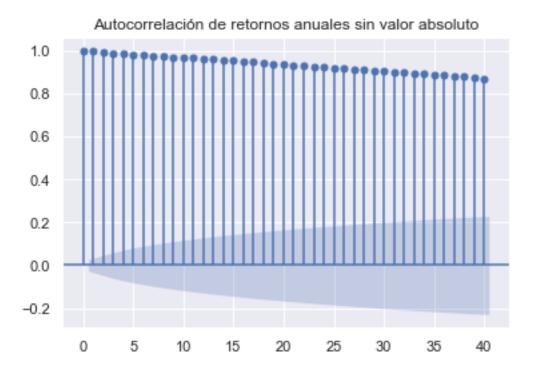




2.4.4 Autocorrelación

Sin valor absoluto

```
[38]: tsap.plot_acf(info_anual['retorno_anual'], lags=40,title="Autocorrelación de⊔ →retornos anuales sin valor absoluto")
plt.show()
```

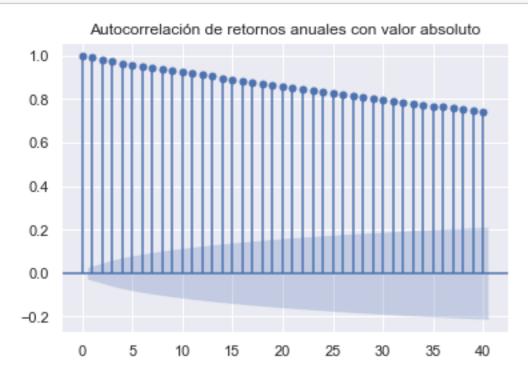


Con valor absoluto

[39]: tsap.plot_acf(np.abs(info_anual['retorno_anual']),

→lags=40,title="Autocorrelación de retornos anuales con valor absoluto")

plt.show()



2.5 Comparando los momentos:

[40]: comparacion

[40]:	Media	Desviación estándar Skewness Kurtosi	is
Valor(D)	0.029657	2.156552 -0.037430 8.76164	1 5
Valor(S)	0.155261	4.704572 -0.625115 7.26741	13
Valor(M)	0.969783	10.663579 -0.758921 5.40461	12
Valor(A)	8.676719	35.430095 0.026057 2.60556	39

3 Fuentes:

- 1. Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. Quantitative finance, 1(2), 223.
- 2. Yahoo Finance (Consultado el viernes 4 de marzo de 2022)