

## Tarea 2 Propiedades de los modelos ARMA

Cuéllar, Eduardo, García Jesús, Miranda Areli, Ramirez José, Saldaña Ricardo

10/26/2021

1.- Considere el proceso  $MA(2)$ :

$$X_t = Z_t - 0.4Z_{t-1} - 1.2Z_{t-2}$$

donde  $Z_t$  es un ruido blanco Gaussiano.

- Calcule  $\sigma_X^2$  suponiendo que  $\sigma_Z^2 = 1$ .
- Encuentre la expresión general para la función de autocorrelación  $\rho_k$ .
- Grafique  $\rho_k$  (correlograma ACF), para  $k = 0, 1, 2, \dots, 10$ .
- Encuentre la expresión general para la función de autocorrelación parcial  $\phi_{kk}$ .
- Grafique  $\phi_{kk}$  (correlograma PACF), para  $k = 0, 1, 2, \dots, 10$ .
- En R simule el proceso  $X_t$  para un tamaño de muestra  $n$ , grafique la serie de tiempo y los correlogramas ACF y PACF. Compare los correlogramas simulados con los del proceso original.

Respuesta:

$$a) \text{Var}(X_t) = \text{Var}(Z_t - 0.4Z_{t-1} - 1.2Z_{t-2}) \dots (1) \text{ Como } Z_k \perp Z_j \forall k \neq j$$

Podemos expresar a (1) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} &= \text{Var}(Z_t) + \text{Var}(-0.4Z_{t-1}) + \text{Var}(-1.2Z_{t-2}) \\ &= \text{Var}(Z_t) + (-0.4)^2 \text{Var}(Z_{t-1}) + (-1.2)^2 \text{Var}(Z_{t-2}) \dots (2) \end{aligned}$$

Como  $Z_t$  son *v.a.i.i.d.*, con  $E[Z_t] = 0$  y  $\text{Var}(Z_t) = 1$

$$\begin{aligned} (2) &= 1 + (.16)(1) + (1.44)(1) == \\ &= 1 + .16 + 1.44 \\ &= 2.6 \text{ Cov}(Z_{\{t\}} - 1.4Z_{\{t-1\}} - 1.2Z_{\{t-2\}}, Z_{\{t+k\}} - 0.4Z_{\{t-1+k\}} - Z_{\{t-2+k\}}) \end{aligned}$$

Automatizaremos la obtención de los coeficientes del PACF para el ejercicio 1:

```
#x será el vector con los coeficientes de autocorrelación
coefs_pacf<-function(p,k){
  if(length(p)<k+1){
    for(i in length(p):k){
      p[i+1]=0
    }
  }
  A<-matrix(nrow=k,ncol = k)
  for (j in 1:k){
    for (i in 1:k){
      A[i,j]=p[abs(i-j)+1]
    }
  }
}
```

```

    }
  }
  B<-A
  for (i in 1:k){
    B[i,k]=p[i+1]
  }
  return(det(B)/det(A))
}

```

Aquí deben ir los coeficientes de  $\rho_k$  distintos de 0

```

#cambiar a los que tengo en el pdf, estos son de prueba
x=c(1,-180/269,50/269)
for (i in 1:10){
  print(coefs_pacf(x,i))
}

```

```

## [1] -0.669145
## [1] -0.4742124
## [1] -0.3129476
## [1] -0.1654409
## [1] -0.04696077
## [1] 0.02584587
## [1] 0.05416833
## [1] 0.05203355
## [1] 0.03543657
## [1] 0.01654566

```