Modelo GARCH para Series de Tiempo

Proyecto Series de Tiempo

Modelos de Supervivencia y Series de Tiempo

Intuición e historia del modelo: Series Financieras

El problema del ARMA para series financieras

Las series financieras presentan propiedades estadísticas, algunas son colas pesadas, asimetría, clústeres de volatilidad y dependendia serial sin correlación. El problema con estas propiedades es que no podían ser capturadas con modelos lineales tradicionales (SARIMA).

Arch como predecesor del GARCH

Tenemos un proceso ARCH(q) si:

$$X_t = \sigma_t \epsilon_t$$

Donde

$$\sigma_t = \sqrt{\alpha_0 + \sum_i = 1^p \alpha_i X_t^2{}_{t-i}}$$

Para poder aplicar el modelo ARCH hay que trabajar con:

$$a_t = Z_t - \mu_t$$

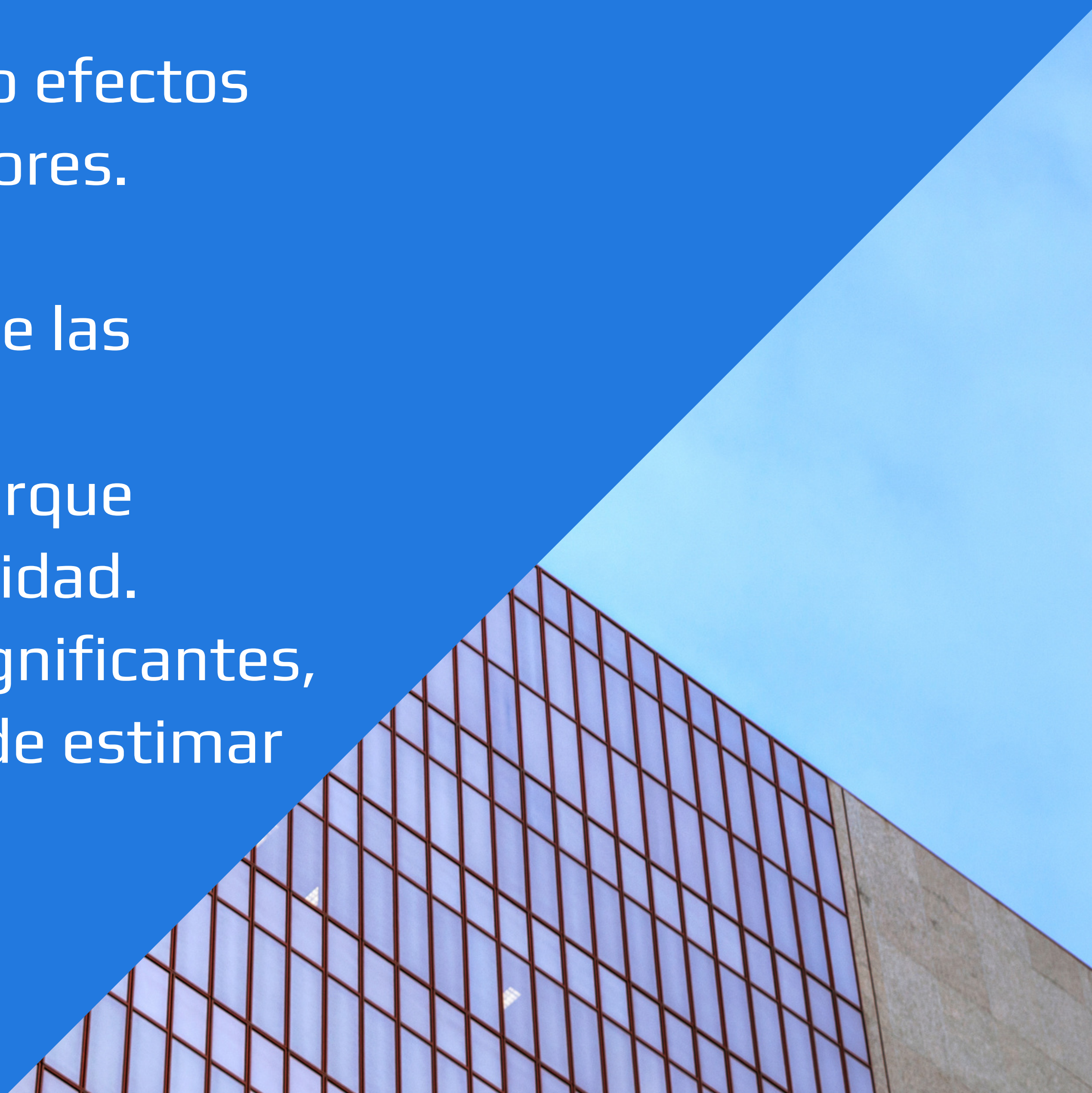
Fortalezas y debilidades del ARCH

Las fortalezas clave son las siguientes:

- Los amortiguadores del modelos tienen colas pesadas
- El modelos pude producir conglomerados de volatilidad

Debilidades del modelo:

- El modelo asume que los choque positivos y negativos tienen los mismo efectos sobre la volatilidad porque depende del cuadrado de los choques anteriores.
- El modelos ARCH es bastatnte restrictivo
- No proporciona ninguna nueva perspectiva para comprender el origen de las variaciones de una serie de tiempo financiera.
- Es probable que los modelos ARCH predigan en exceso la volatilidad porque responden lentamente a grandes shocks aislados en la serie de rentabilidad.
- Un posible sobreajuste, que algunos parámetros terminen siendo no significantes, complejidadal momento de implementar el modelo para forecasting o de estimar los parámetros.



Modelo GARCH

Si X_t es la serie de retornos logarítmicos, definimos el **shock** como $a_t = Xt - \mu_t$, donde a_t sigue un modelo GARCH(p,q) si:

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t$$

con:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

ESTIMACION DEL ORDEN P,Q DE UN MODELO GARCH

El procedimiento de modelaje aplicado al ARCH puede usarse también para construir un modeloGARCH. Sin embargo, existe poco estudio acerca de especificar el orden de un modelo GARCHpara series financieras. Solo órdenes pequeños son usados en la mayoria de las aplicaciones, como(1,1),(1,2) o (2,1). En muchas ocasiones el orden p=1, q=1 suele ser adecuado

Fortalezas y debilidades del GARCH

Veamos el modelos GARCH(1,1) con:

$$\sigma_t^2 + \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

donde:
$0 \leq \alpha_1, \beta_1 \leq 1$, $(\alpha_1 + \beta_1) < 1.$

Primero

Para valores grandes de a_{t-1}^2 o de σ_{t-1}^2, nos da un valor grande de σ_t^2.

Segundo

Podemos ver que si $1 - 2\alpha_1^2 - (\alpha_1 + \beta_1)^2$, entonces:

$$\frac{E(t^4)}{[E(a_1^2)]^2} = \frac{3[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2]}{1 - (\alpha_1 + \beta)^2 - 2\alpha_1^2} > 3$$

Tercero

El modelo proporciona una funciónparametrica simple que puede ser usada para describir la evoluación de la volatilidad.

Una ventaja mas es que las predicciones de un modelo GARCH pueden ser obtenidas por medio de métodos similares a los de un modelo ARMA.

Procesos GARCH modificados

Caracterizticas estilizadas

- Las distribuciones marginales tienen colas pesadas
- Hay persistencia de volatilidad
- Los rendimientos exhiben gaussinidad agregada
- Hay asimetría con respecto a las perturbacionesnegativas y positivas
- La volatilidad exhibe frecuentemente una larga-dependencia de rango .

The exponential GARCH model (EGARCH)

Para permitir que los valores negativos y positivos de la definición del proceso GARCH tengan diferentes impactos en las volatilidades posteriores, Nelson introdujo los modelos EGARCH.

Sea un proceso a_t, el cual lo podemos modelar a través de un EGARCH$(1,1)$, definido por las siguientes ecuaciones:
$a_t = \sigma_t^2 \epsilon_t, \epsilon_t \sim IID(0,1)$, es decir, media 0, varianza 1.

Una de las grandes ventajas que ofrecen los EGARCH a través del uso de logaritmos es la norestricción del signo de los posibles valores de los parámetros obteniendo una adaptación de lasestimaciones de las volatilidades de las series financieras respecto a su comportamiento real observadoen los mercados. Sin embargo, las desventajas de emplear estos modelos se encuentran que lasestimaciones de los parámetros pueden resultar no tan simples como las empleadas en otros métodos.De la misma manera entre mayor sea el periodo de tiempo mayores serán los recursos empleadospara estimar los parámetros. Además, su no linealidad los conviene en modelos más complejos deutilizar

El modelo THRESHOLD GARCH (TGARCH)

Un modelo TGARCH(p,q) adquiere la forma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i}^{p}(\alpha_i + \gamma_i N_{t-i})a_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^{q}\beta_j\sigma_{t-j}^2$$

Donde N_{t-1} is un indicador negativo para a_{t-i} que es:

$$N_{t-1} = \begin{cases} 1 & si \quad a_{t-i}0, \\ 0 & si \quad a_{t-i} \geq 0 \end{cases}$$

Los TGARCH son procesos estacionarios, lo cual puede comprobarse aplicando el mismo análisisque se llevó a cabo para los modelos ARCH Y GARCH. Los modelos TGARCH ofrecen las siguientes ventajas:

- Heredan las fortalezas de los modelos EGARCH. considerando la asimetría de las volatilidades
- Incorporan la estimación de la magnitud de las colas
- Recuperan la linealidad de los parámetros, lo que ayuda en la interpretación del modelo y en lasencilla estimación de los coeficientes

Otros Modelos

- The Nonsymmetric GARCH model (NS-GARCH)
- The integrated GARCH model (IGARCH)
- The GARCH-M (mean) model (GARCH-M)
- The asymmetric power ARCH model (APARCH)
- The Fractionally Integrated GARCH model (FIGARCH)
- Modelos ARIMA(pA, d, qA)/GARCH(pG, qG)

En el año 2000 el empresario Carlos Slim fundador de GrupoCarso, fundaría su segunda empresa, América Móvil enfocándose únicamente en el servicio de lastelecomunicaciones, provocando la separación de los activos y adquiriendo las operadoras como Telcel y Telmex anteriormente pertenecientes a Grupo Carso.

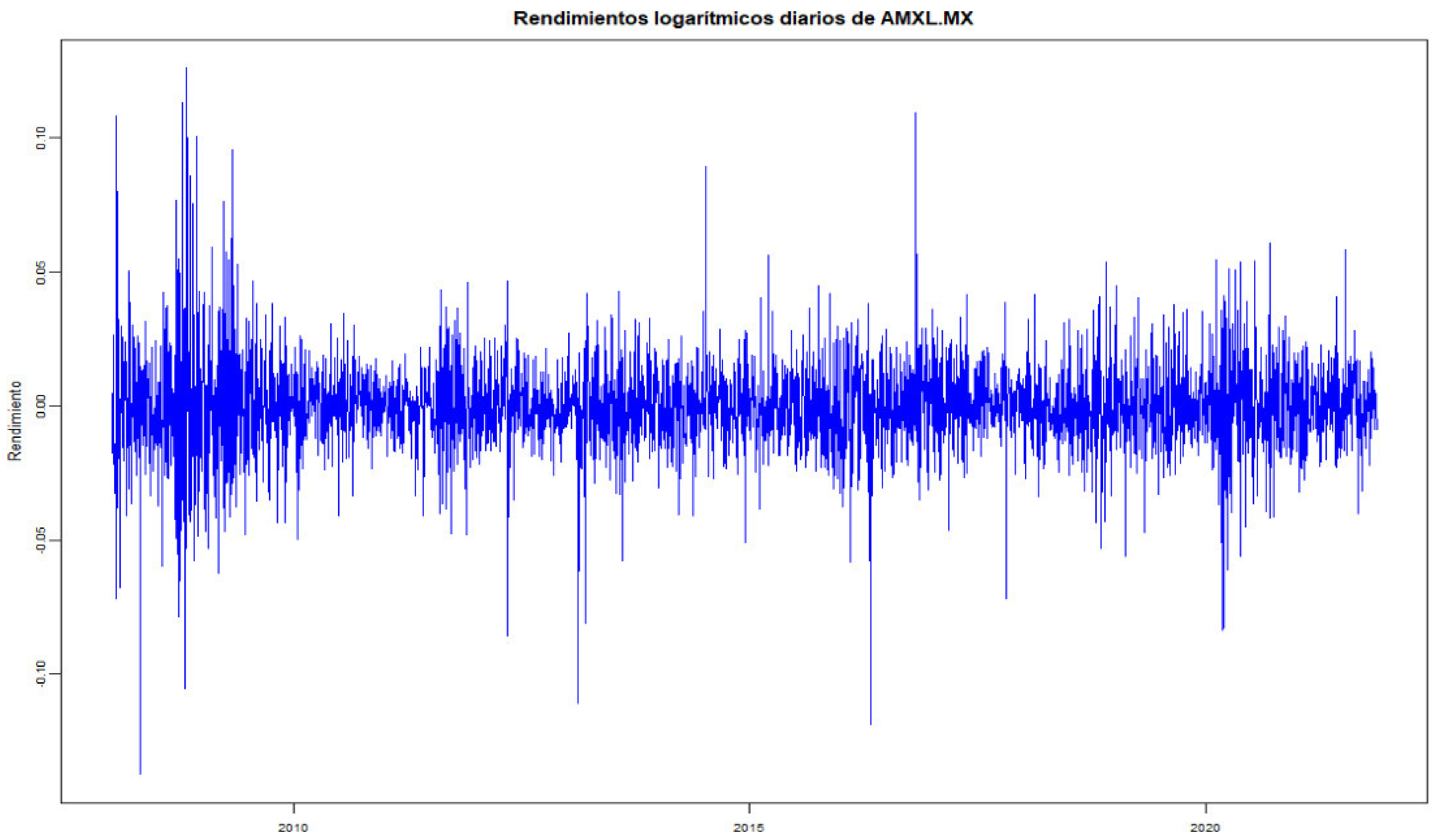
En los últimos 10 años, las ventas de América Móvil crecieron 67%, al pasar de 607,855 millones depesos a 1 billón 16,887 mdp. Esto se debió a la transición del negocio de la telefonía fija a los datosmóviles y la banda ancha y a la manera en que supo aprovechar su posición de predominio en elmercado.

Sin embargo, en la Bolsa la historia es diferente: el valor que los inversionistas le dan a la compañíade telecomunicaciones se ha quedado estancado en la última década.En los últimos años, incluso ha decrecido.

La caída en el valor de mercado de América Móvil también se refleja en el peso que tiene dentro delíndice bursátil más importante de la Bolsa en México, el SP/BMV IPC.

Y si bien América Móvil sigue siendo la principal, su ponderación —el 'peso' que el valor de sus acciones tiene sobre el total— ha bajado

Análisis Descriptivo

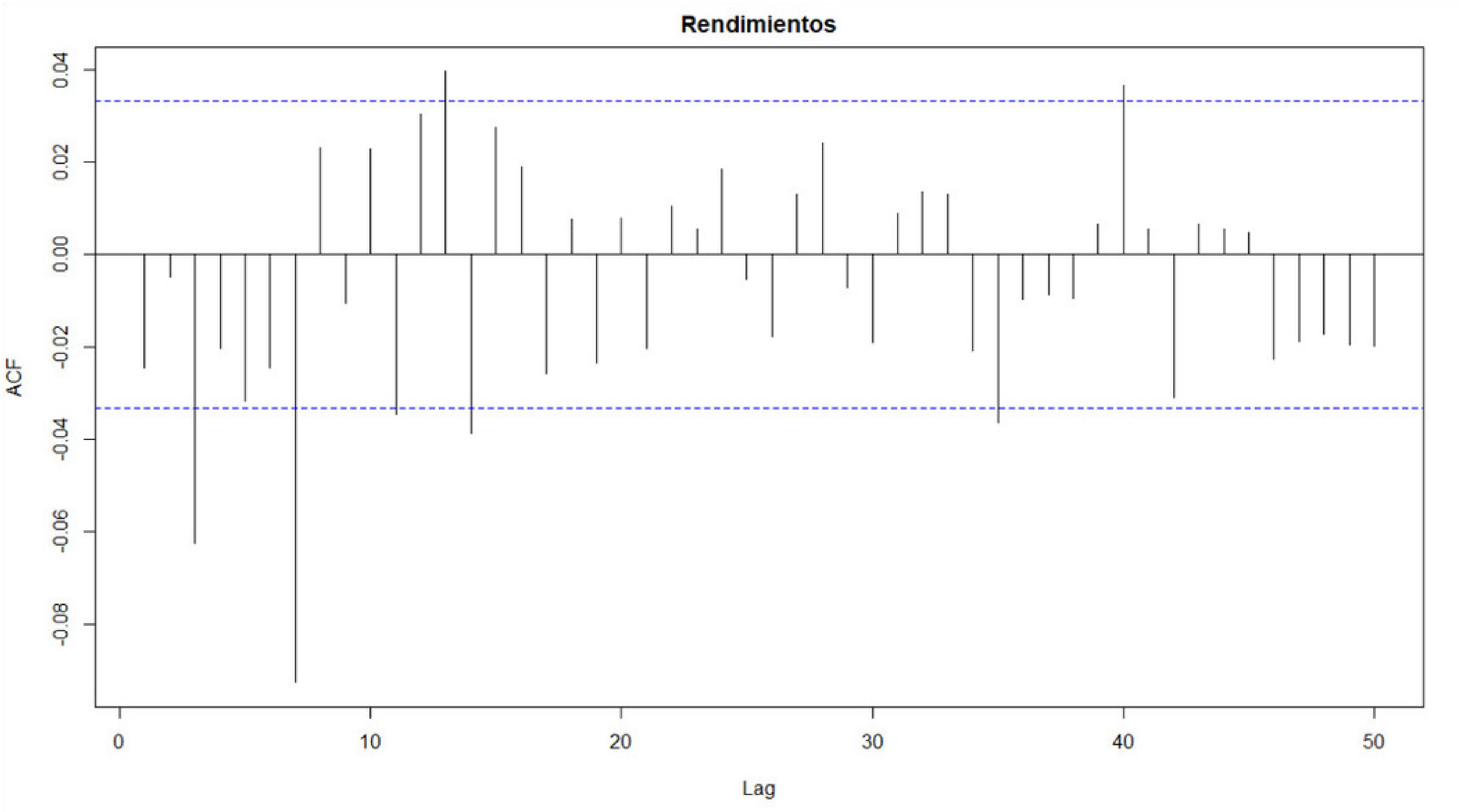


Parece que la media se mantiene constante, siendo esta casi idénticamente 0, pues la serie oscila alrededor de esta cantidad.

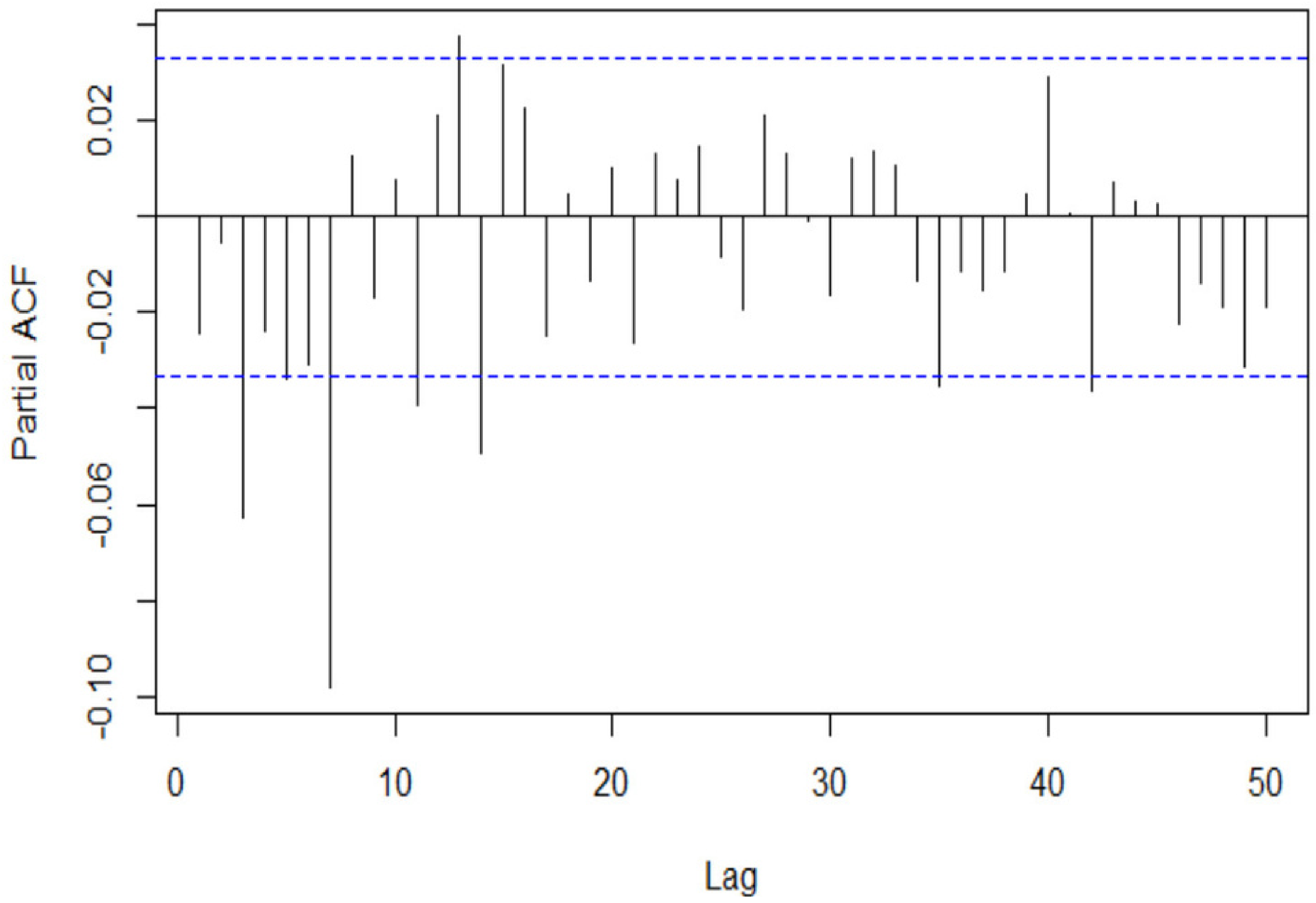
No parece tener tendencia, pues todos los valores oscilan alrededor del 0.

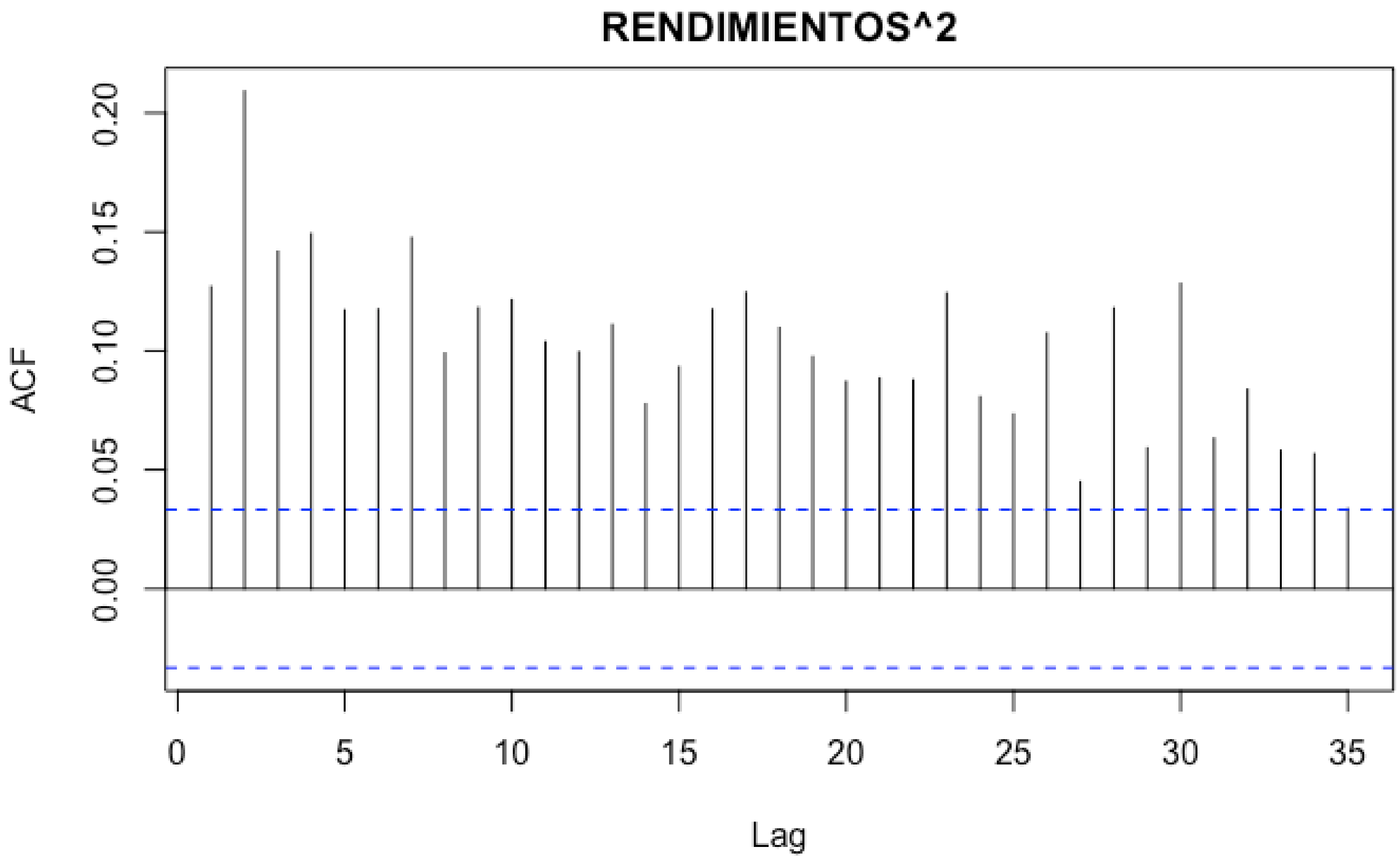
Por otra parte podemos ver que, de manera gráfica e intuitiva, la serie de tiempo es estable a lo largo del tiempo en cuanto a su media, sin embargo la varianza no parece ser estable, lo cual es propio de las series de tiempo, ya que hay periodos con mayor y menor volatilidad.

Por último no parecen haber ciclos, al menos de manera gráfica. Parece tener un comportamientoirregular causado de manera aleatoria

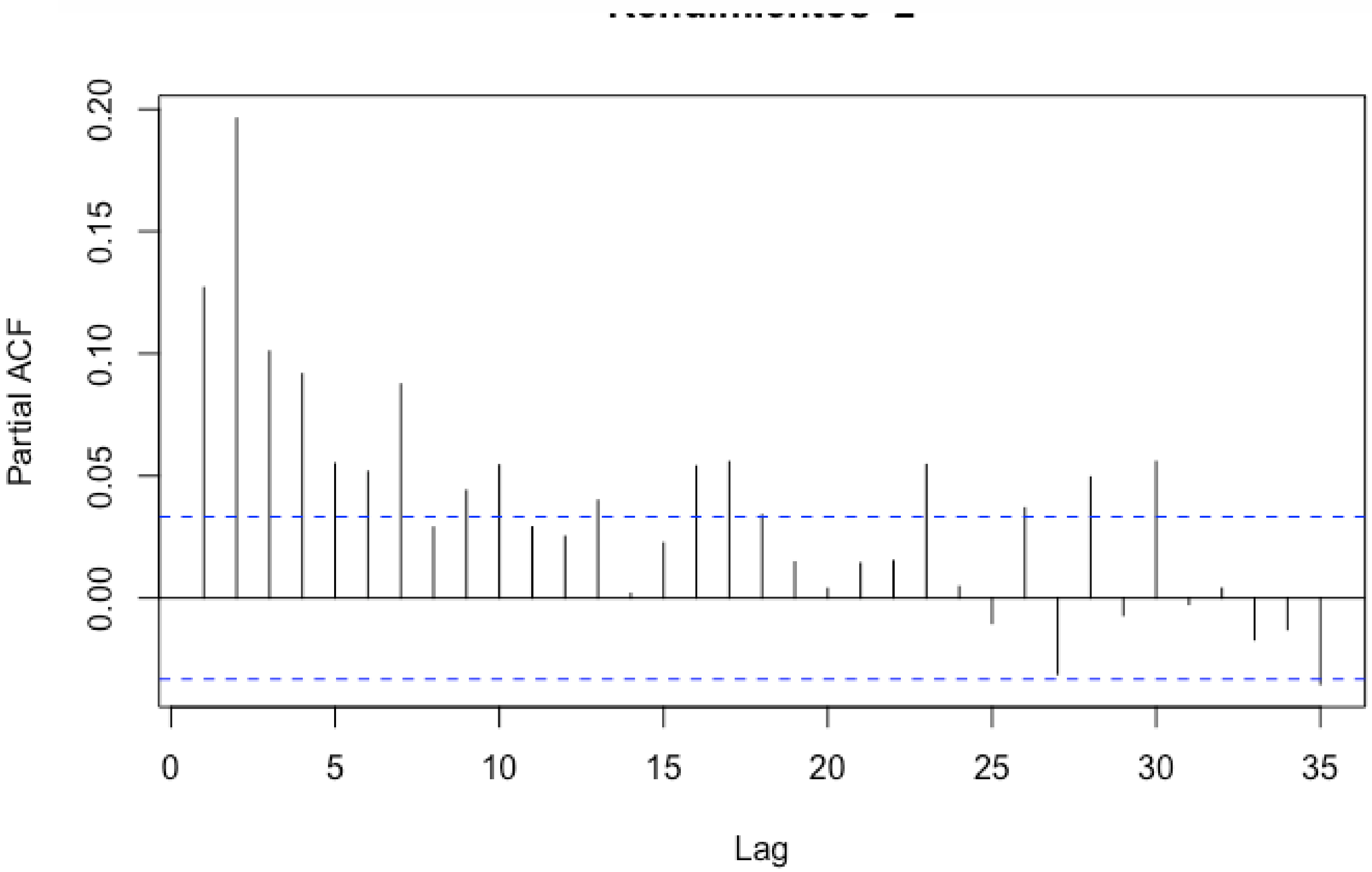


No hay una correlación fuerte entre estos rendimientos; de manera significativa, solo en el lag 3 y 8 se sale de las bandas de confianza tanto del ACF como del PACF de manera significativa.





La serie de rendimientos al cuadrado pasa las pruebas ArchTest y Ljung-Box para verificar el efecto Arch, que es visible desde el ACF y PACF de la serie



¿Es estacionaria la series?

Sí, pasa las pruebas de dickey-fuller con p-value menor a 0.01 y phillips con uno mayor a 0.1,recordando que la hipótesis alternativa de la primera es estacionariedad y de la segunda la nula esestacionariedad.

Modelación

Creemos que el ajuste más apropiado será el de un TGARCH o un EGARCH. Nuestro primer enfoque será el de cuántos coeficientes son significativos. Propusimos unmodelo ARMA(1-1) Combinado con variaciones de GARCH, EGARCH, TGARCH en sus grados(1,1),(1,2),(2,1),(2,2), al inicio con distribución norma

Primeros modelos candidatos

Quienes pasaron el primer filtro (tener todos los coeficientes significativos) fueron:

1. ARMA(1,1)-GARCH(1,1)
2. ARMA(1,1)-GARCH(1,2)
3. ARMA(1,1)-EGARCH(1,2)
4. ARMA(1,1)-TARCH(1,2)

Con dichos modelos propuestos como candidatos, intentamos hacer un análisis de residuos para ver si pasaban todas las pruebas, y efectivamente: Pasaban la prueba t para media 0, Phillips y Dickey-Fuller para estacionariedad, Lgunj-Box para la no correlación de los cuadrados de los residuales estandárizados e inclusive Nyblom para estabilidad de los parámetros en el tiempo. Sin embargo ninguna pasaba normalidad, su p-value era casi un cero numérico para shapiro, anderson-da

Decidimos probar modificando la distribución de estos modelos con una normal ses-gada, una t de student sesgada y una t de student conνgrados de libertad.Cabe destacar que el AIC y BIC de estos modelos era casi indistinguible.

Modificación de los primeros candidatos

El ARMA(1,1)-GARCH(1,1) con distribución normal sesgada tuvo todos sus coeficientes significa-tivos, sin embargo no pasa la prueba de ajuste vía anderson-darling para la normal sesgada

El ARMA(1,1)-GARCH(1,2) con distribución normal sesgada también tuvo todos sus coeficientes significativos, sin embargo no pasa la prueba de ajuste vía anderson-darling para la normal sesgada, además de queμno pasa la prueba Nyblom

El ARMA(1,1)-EGARCH(1,2) con distribución t de student sesgada tuvo todos sus coeficientes significativos, sin embargo no pasa la prueba Ljung-Box para la no correlación de sus residuales alcuadrado estandarizados, además de queμno pasa la prueba Nyblom

El ARMA(1,1)-TGARCH(1,2) con distribución t de student sesgada tuvo todos sus coeficientes significativos y pasó todas las pruebas

El ARMA(1,1)-TGARCH(1,2) con distribución t de student tuvo todos sus coeficientes significativos y pasó todas las pruebasEl ARMA(1,1)-TGARCH(1,2) con distribución normal sesgada tuvo todos sus coeficientes significativos, pero no pasa la prueba de bondad de ajuste vía anderson-darling para la normal sesgada

Candidatos finales

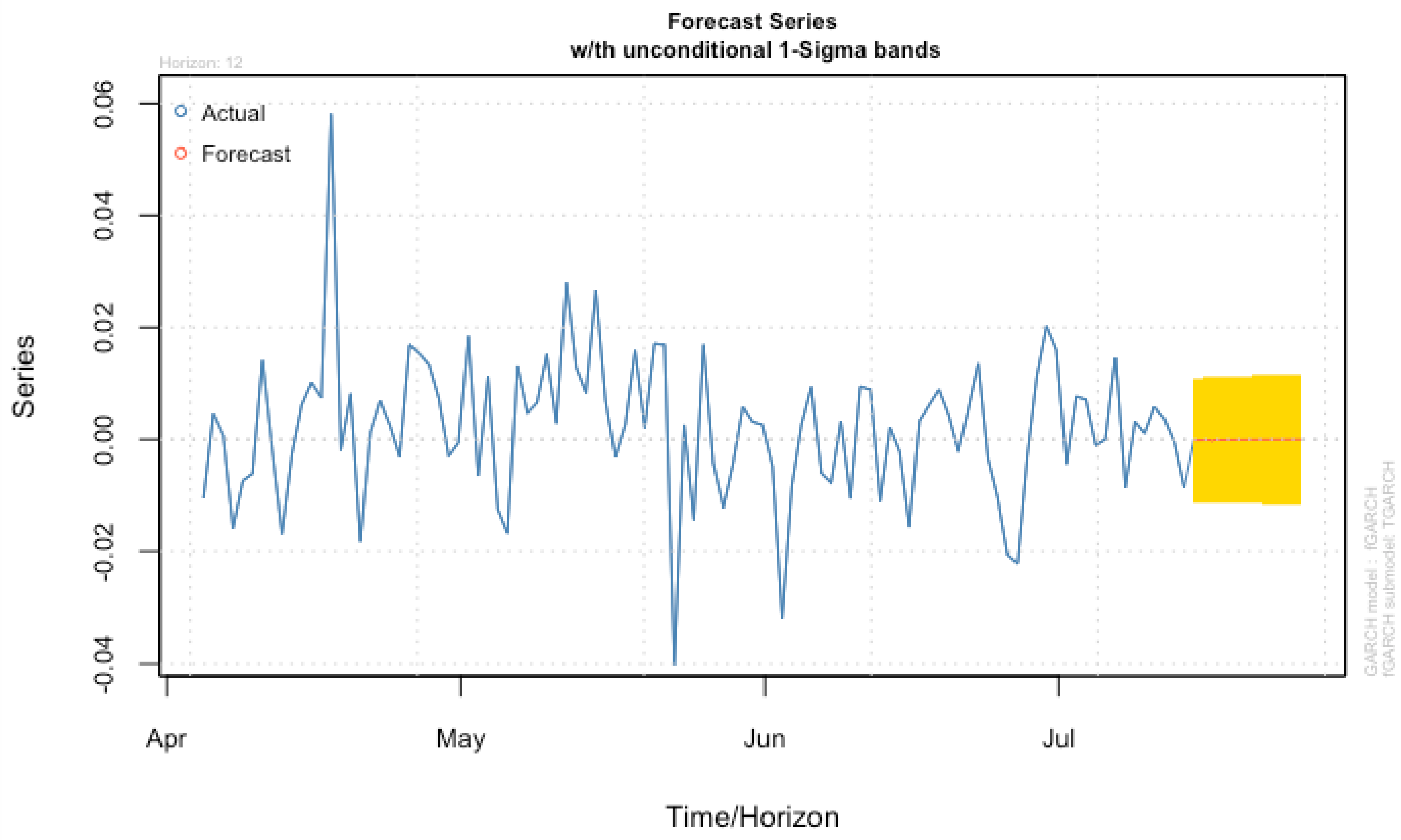
Los candidatos finales, al pasar todas las pruebas para los supuestos y tener sus coeficientes significativos, son:

1. ARMA(1,1)-TGARCH(1,2) con distribución t de student sesgada
2. ARMA(1,1)-TGARCH(1,2) con distribución t de student

Revisando el AIC, BIC y demás criterios de selección de modelos que nos arroja la paquetería rugarchal imrpimir el modelo, notamos que la diferencia entre estos es casi indistinguible, sin embargo, sonligeramente mejores las del ARMA(1,1)-TGARCH(1,2) con distribución t de student, además de quese mantiene un poco más simple en el sentido de que, en la distribución solo estamos estimandov(los grados de libertad) y no más coeficientes. Así que, por estos dos criterios (índices y simplicidad)escogemos el modelo final como ARMA(1,1)-TGARCH(1,2) con distribución t de student

Forecasting

Con el modelo ARMA(1,1)-TGARCH(1,2), haciendo un ajuste para 12 días, lo obtenido es lo siguiente:



CONCLUSION

Los modelos ARCH y GARCH se han aplicado a una amplia gama de análisis de series de tiempo,pero las aplicaciones en finanzas han sido particularmente exitosas y han sido el foco de esta introducción. El análisis de los modelos ARCH y GARCH y sus numerosas extensionesproporciona un escenario estadístico en el que se pueden exhibir y probar muchas teorías de preciosde activos y análisis de carteras.