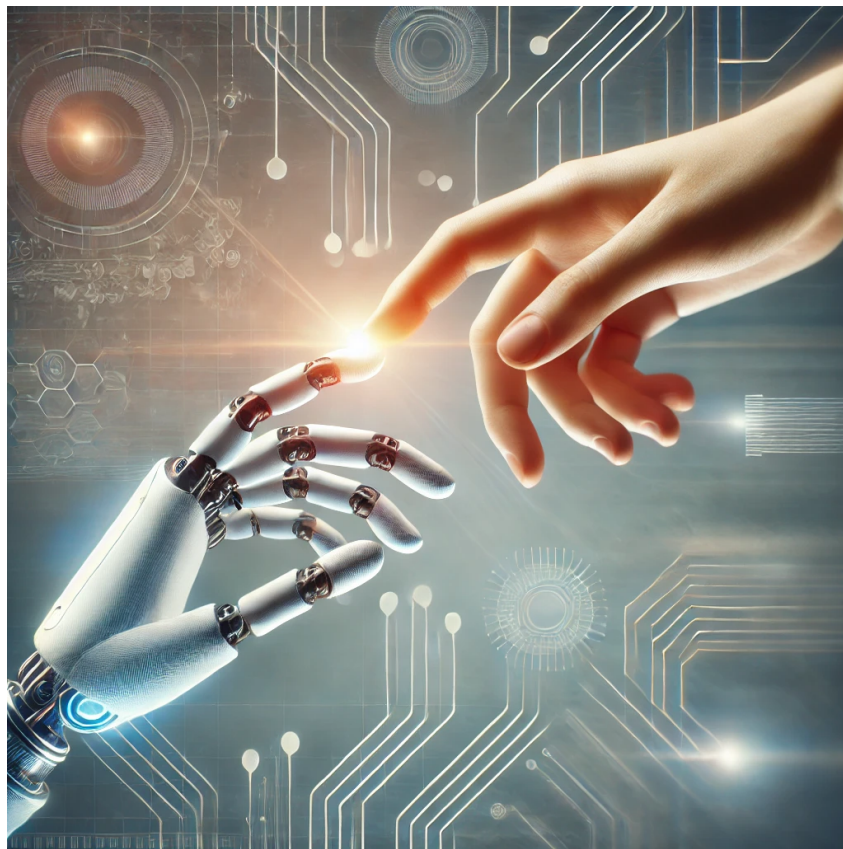


UQAC

Interaction Humain-Robot : Devoir 2



Constance ALOYAU
Erwan MAWART
Benjamin PELLIEUX

16 novembre 2024

ALOC25530200
MAWE14050200
PELB28120100

Table des matières

Introduction	2
Énoncé 1 : Conception du modèle du mécanisme	3
Question 1.1	3
Question 1.2	4
Question 1.3	4
Boucle de vitesse	6
Boucle complète	7
Énoncé 2 : Simulation	10
Question 2.1	10
Question 2.2	10
Question 2.3	10
Annexe	11
Annexe 1 : Liste des valeurs fixes	11
Lien vers le Dépôt GitHub	11

Introduction

Les vibrations dans un mécanisme robotique, lorsqu'il est manipulé par un opérateur humain, peuvent affecter significativement la qualité et la précision de la tâche réalisée. Nous étudions l'impact perceptuel de ces vibrations lorsqu'un opérateur applique une force à l'aide d'une poignée sur un capteur de force fixé à un robot à un degré de liberté...

Énoncé 1 : Conception du modèle du mécanisme

Question 1.1

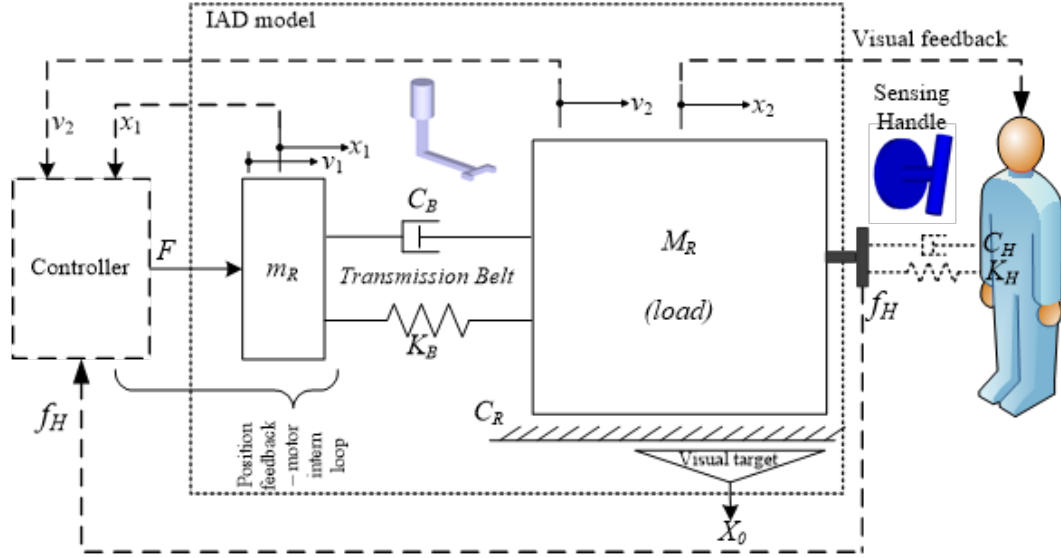


FIGURE 1 – Modèle du mécanisme robotique et de l'humain

La figure 1 présente le mécanisme robotique que nous allons utiliser, où :

- M_R : masse de la charge $[kg]$.
- m_R : masse du système $[kg]$.
- K_B : constante de raideur des courroies $[N/m]$.
- C_B : coefficient d'amortissement des courroies $[N \cdot s/m]$.
- K_H : coefficient de raideur de l'humain $[N/m]$.
- C_H : coefficient d'amortissement de l'humain $[N \cdot s/m]$.
- C_R : coefficient de frottement $[N \cdot s/m]$.
- F : Force commandée par le système $[N]$.
- f_H : Force appliquée par l'humain $[N]$.
- x_1 : position des moteurs $[m]$.
- x_2 : position de la charge $[m]$.
- v_1 : vitesse des moteurs $[m/s]$, la dérivée de la position ($v_1 = \dot{x}_1$).
- v_2 : vitesse de la charge $[m/s]$, la dérivée de la position ($v_2 = \dot{x}_2$).

Ainsi, on déduit les variables d'états ci-dessous.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}$$

En effectuant la somme des forces appliquées sur chaque masse, on obtient le système suivant.

$$\begin{cases} \sum F_{ext/m_R} = m_R \ddot{x}_1 \\ \sum F_{ext/M_R} = M_R \ddot{x}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_R \ddot{x}_1 = F - K_B x_1 + K_B x_2 - C_B \dot{x}_1 + C_B \dot{x}_2 \\ M_R \ddot{x}_2 = K_B x_1 - K_B x_2 + C_B \dot{x}_1 - C_B \dot{x}_2 - C_R \dot{x}_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x}_1 = \frac{F - K_B x_1 + K_B x_2 - C_B \dot{x}_1 + C_B \dot{x}_2}{m_R} \\ \ddot{x}_2 = \frac{K_B x_1 - K_B x_2 + C_B \dot{x}_1 - C_B \dot{x}_2 - C_R \dot{x}_2}{M_R} \end{cases} \quad (1)$$

Grâce à celle-ci, on construit les deux équations de fonctionnement du système :

$$\dot{X} = AX + BU \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-K_B}{m_R} & \frac{K_B}{m_R} & \frac{-C_B}{m_R} & \frac{C_B}{m_R} \\ \frac{K_B}{M_R} & \frac{-K_B}{M_R} & \frac{C_B}{M_R} & \frac{-(C_B+C_R)}{M_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_R} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot F \quad (2)$$

$$Y = CX + DU \Leftrightarrow Y = CX \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

L'équation 3 présente la sortie du système. Dans notre cas, on utilise x_2 (la position de la charge) et v_1 (la vitesse des moteurs) afin d'asservir notre système. Où x_2 permet à l'humain de corriger la trajectoire de la charge et v_1 d'asservir les moteurs.

Question 1.2

Lors d'une étude précédente, nous nous penchions sur la détection des vibrations générées par le système lorsque l'humain se régédifie. Pour cela, nous analysions la vitesse des moteurs pour en extraire des caractéristiques temporelles et/ou fréquentielles qui nous permettent de déterminer la présence des vibrations.

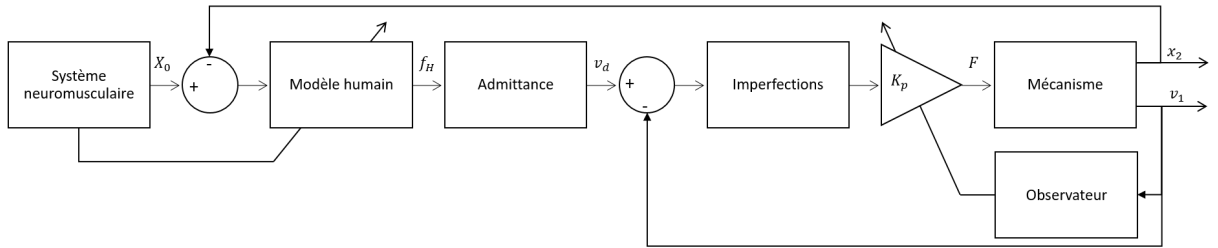


FIGURE 2 – Commande des mécanisme robotique et humain avec observateur

Afin de rendre le système autonome, il est donc nécessaire de rendre automatique cette recherche de caractéristiques. C'est pourquoi, comme le montre la figure 2, on ajoute un observateur qui va influencer sur la valeur du gain K_p , et donc, limiter les vibrations générées par le système.

Dans Simulink, on représentera ce bloc avec le programme suivant :

Question 1.3

Le critère de Routh-Hurwitz est une méthode mathématique permettant déterminer rapidement la stabilité d'un système. Elle consiste à générer un tableau à partir des coefficients du dénominateur de la fonction de transfert tel que présenté au tableau 1. Une fois

construit, on observe sa première colonne. Le nombre de changement de signe détermine la quantité de racines étant dans la partie instable du plan-s (c'est-à-dire dans la partie réel positive).

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots
s^{n-2}	b_{n-1}	b_{n-3}	b_{n-5}	\dots
s^{n-3}	c_{n-1}	c_{n-3}	c_{n-5}	\dots
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
s^0	h_{n-1}	h_{n-3}	h_{n-5}	\dots

TABLE 1 – Tableau théorique du critère de Routh-Hurwitz

Dans le tableau 1, on retrouve :

- a_{n-i} , les coefficients du dénominateur.
- b_{n-i} , donnés par : $b_{n-i} = \frac{-1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-i-1} \\ a_{n-1} & a_{n-i-2} \end{vmatrix} = \frac{a_{n-1}a_{n-i-1} - a_n a_{n-i-2}}{a_{n-1}}$
- c_{n-i} , donnés par : $c_{n-i} = \frac{-1}{b_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-i-2} \\ b_{n-1} & b_{n-i-2} \end{vmatrix} = \frac{b_{n-1}a_{n-i-2} - a_n b_{n-i-2}}{b_{n-1}}$
- etc.

On utilise cette méthode afin de déterminer la plage de valeurs des gain K_p et K_h . Afin de construire le critère de Routh-Hurwitz plus simplement, on utilise cette fonction dans Matlab :

Listing 1 – Fonction Matlab génération du critère de Routh-Hurwitz

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Parametres : %
%   - TF : la fonction de transfert a analyser %
%   - s : la variable de Laplace %
% Sortie : %
%   - S : le tableau construit %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function S = calcTabRH(TF, Oldvars, Newvars, s)
% Extraction des coefficients du denominateur =====
[~, Den] = numden(TF);
[an, terms] = coeffs(Den, s);
l_terms = length(terms);
l = round(l_terms/2);

% Creation du tableau =====
S = sym(zeros(l_terms, l));
% Ajout des coefficients du denominateur
for n=1:l
    i = n*2;
    S(l_terms, n) = an(i-1);
    if i < l_terms

```

```

        S(l_terms-1, n) = an(i);
    end
end
% Calcul des autres elements du tableau
for k=l_terms-2:-1:1
    for n=1:l-1
        S(k, n) = (S(k+1, 1)*S(k+2, n+1)-S(k+2,
            1)*S(k+1, n+1))/S(k+1, 1);
    end
end

% Remplacement des valeurs connues =====
S = simplify(subs(S, Oldvars, Newvars));

% Affichage du tableau =====
disp("Tableau du critere de Routh-Hurwitz :")
disp(S)
end

```

Boucle de vitesse

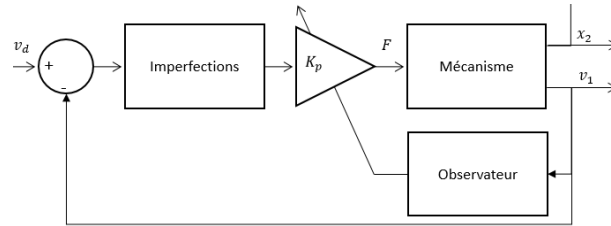


FIGURE 3 – Commande du mécanisme robotique

Dans un premier temps, on étudie uniquement la plage du gain K_p en se focalisant sur la boucle de vitesse présentée à la figure 3. Nous permettant ainsi d'obtenir le tableau :

s^4	2500	...
s^3	27700	...
s^2	$\frac{135000 \cdot K_p + 56889800}{277}$...
s^1	$\frac{94500 \cdot K_p^2 + 13627942860 \cdot K_p + 6219337396000}{675 \cdot K_p + 284449}$...
s^0	$40000 \cdot K_p + 4000000$...

TABLE 2 – Première colonne du critère de Routh-Hurwitz pour la boucle de vitesse

On note deux constantes positives dans le tableau 2, ainsi pour éviter les changements de signes, et donc, s'assurer de la stabilité, on cherche K_p afin que tous les termes soient positifs.

$$\mathbf{s}^2 : \quad \frac{135000 \cdot K_p + 56889800}{277} > 0 \Leftrightarrow \boxed{K_p > -\frac{284449}{675} \approx -421.41} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^1 : \quad & \frac{94500 \cdot K_p^2 + 13627942860 \cdot K_p + 6219337396000}{675 \cdot K_p + 284449} > 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 94500 \cdot K_p^2 + 13627942860 \cdot K_p + 6219337396000 > 0 \\ 675 \cdot K_p + 284449 > 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-681397143 - \sqrt{681397143^2 + 5877273839220000}}{9450} < K_p < \frac{-681397143 + \sqrt{681397143^2 + 5877273839220000}}{9450} \\ K_p > -\frac{284449}{675} \end{cases} \\ & \approx \begin{cases} -144665.97 < K_p < 454.93 \\ K_p > -421.41 \end{cases} \Rightarrow \boxed{K_p \in \langle -421.41, 454.93 \rangle} \quad (5) \end{aligned}$$

$$\mathbf{s}^0 : \quad 40000 \cdot K_p + 4000000 > 0 \Leftrightarrow \boxed{K_p > -\frac{4000000}{40000} = -100} \quad (6)$$

Cela nous permet de déduire que $-100 < K_p < 454.93$.

Boucle complète

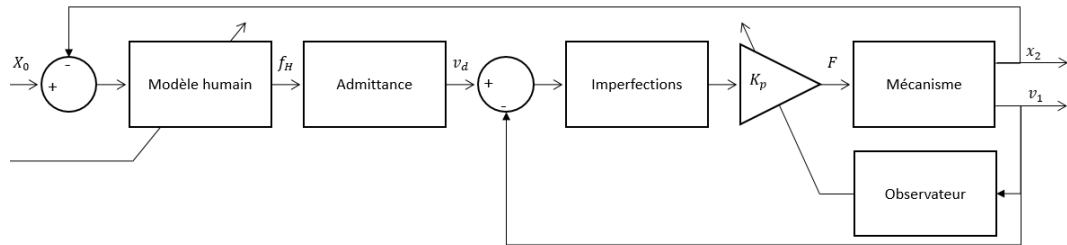


FIGURE 4 – Commande des mécanisme robotique et humain

Une fois la plage du gain K_p trouvée, on utilise la boucle complète, présentée à la figure 4. Grâce à la même méthodologie qu'avec la Boucle de vitesse, nous pourrions ainsi trouver la plage de K_h .

$$\mathbf{s}^4 : \quad \frac{1350000 \cdot K_p + 652552000}{151} > 0 \Leftrightarrow \boxed{K_H > -\frac{326276}{675} \approx -483.37} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^3 : \quad & \frac{303110947200 \cdot K_p + 8640000 \cdot K_p^2 + 151000 \cdot K_p \cdot K_H + 136953189168000}{675 \cdot K_p + 326276} > 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 303110947200 \cdot K_p + \dots + 151000 \cdot K_p \cdot K_H + 136953189168000 > 0 \\ 675 \cdot K_p + 326276 > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\mathbf{K_p} = -100 :$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 303110947200 \cdot (-100) + \dots + 136953189168000 > 0 \\ &\Leftrightarrow K_H < \frac{30311094720000 - 136953189168000 - 86400000000}{-15100000} \\ &\Leftrightarrow \boxed{K_H < 7068110} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{K_p} = 454.93 :$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 303110947200 \cdot (454.93) + \dots + 136953189168000 > 0 \\ &\Leftrightarrow \boxed{K_H > -4027050} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{s^2} :$$

$$\frac{-2500 \cdot K_H^2 \cdot K_p^2 - 1350000 \cdot K_H \cdot K_p^3 + \dots + 356512321418387200000}{1515554736 \cdot K_p + 43200 \cdot K_p^2 + 755 \cdot K_H \cdot K_p + 684765945840} > 0$$

$$\mathbf{K_p} = -100 :$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} -2500 \cdot K_H^2 \cdot (-100)^2 - \dots + 356512321418387200000 > 0 \\ 1515554736 \cdot (-100) + \dots + 755 \cdot K_H \cdot (-100) + 684765945840 > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 48345 < K_H < 179295623 \\ K_H < 7068110 \end{cases} \Rightarrow \boxed{K_H \in \langle 48345, 7068110 \rangle} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\mathbf{K_p} = 454.93 :$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} -2500 \cdot K_H^2 \cdot (454.93)^2 - \dots + 356512321418387200000 > 0 \\ 1515554736 \cdot (454.93) + \dots + 755 \cdot K_H \cdot (454.93) + 684765945840 > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -36000 < K_H < 62900000 \\ K_H > -4027050 \end{cases} \Rightarrow \boxed{K_H \in \langle -36000, 62900000 \rangle} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathbf{s^1} :$$

$$\frac{-(1000 \cdot K_H^3 \cdot K_p^3 + \dots - 2852098571347097600000000000)}{-25 \cdot K_H^2 \cdot K_p^2 - 13500 \cdot K_H \cdot K_p^3 + \dots + 3565123214183872000} > 0$$

$$\mathbf{K_p} = -100 :$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} -(1000 \cdot K_H^3 \cdot (-100)^3 + \dots - 2852098571347097600000000000) > 0 \\ -25 \cdot K_H^2 \cdot (-100)^2 - \dots + 3565123214183872000 > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} ??? < K_H < ??? \\ ??? < K_H < ??? \end{cases} \Rightarrow \boxed{K_H \in \langle ???, ??? \rangle} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{K_p} = 454.93 :$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -(1000 \cdot K_H^3 \cdot (454.93)^3 + \dots - 2852098571347097600000000000 > 0 \\ -25 \cdot K_H^2 \cdot (454.93)^2 - \dots + 3565123214183872000 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ??? < K_H < ??? \\ ??? < K_H < ??? \end{cases} \Rightarrow \boxed{K_H \in \langle ???, ??? \rangle} \quad (13)$$

$$\mathbf{s^0} :$$

$$40000 \cdot K_H \cdot K_p > 0$$

$$\mathbf{K_p} = -100 :$$

$$\Rightarrow \boxed{K_H < 0} \quad (14)$$

$$\mathbf{K_p} = 454.93 :$$

$$\Rightarrow \boxed{K_H > 0} \quad (15)$$

À noter qu'on considère $K_H > 0$ car la rigidité humaine ne peut pas être négative. Par conséquent, $\mathbf{K_H} \in \langle \mathbf{0}, \mathbf{62300000} \rangle$ et $\mathbf{K_p} \in \langle \mathbf{0}, \mathbf{454.93} \rangle$.

Énoncé 2 : Simulation

Question 2.1

Question 2.2

Question 2.3

Annexe

Annexe 1 : Liste des valeurs fixes

$M_R = 500 \text{ kg}$	<i>(masse de la charge)</i>
$m_R = 50 \text{ kg}$	<i>(masse du système)</i>
$K_B = 40000 \text{ N/m}$	<i>(constante de raideur des courroies)</i>
$C_B = 40 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	<i>(coefficient d'amortissement des courroies)</i>
$C_H = 23.45 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	<i>(coefficient d'amortissement de l'humain)</i>
$C_R = 100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	<i>(coefficient de frottement)</i>
$T = 0.1 \text{ s}$	<i>(temps d'échantillonnage)</i>

Lien vers le Dépôt GitHub

https://github.com/BlueWan14/Cours_IHR/tree/main/Devoir_2