

# KREU 15

## INTEGRALET

### Integrali i pacaktuar

$F'(x) = f(x) \Rightarrow \int f(x)dx = F(x) + c$ , ku  $c$  është konstantja e integrimit.

### Vetitë

$$1. \quad \int kf(x)dx = k \int f(x)dx$$

$$2. \quad \int [f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx + \dots + \int f_n(x)dx$$

### Tabela e integraleve

$$1. \quad \int dx = x + c \quad 2. \quad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

$$3. \quad \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + c \quad 4. \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + c$$

### Formula e Njuton-Laibnicit

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ ku } F'(x) = f(x)$$

### Syprina e figurës

$S = \int_a^b f(x)dx$  (Figura kufizohet nga grafiku i funksionit  $f(x)$ , boshti i abshisave dhe drejtëzat

$x = a$  dhe  $x = b$ ) (fig. 15.1).

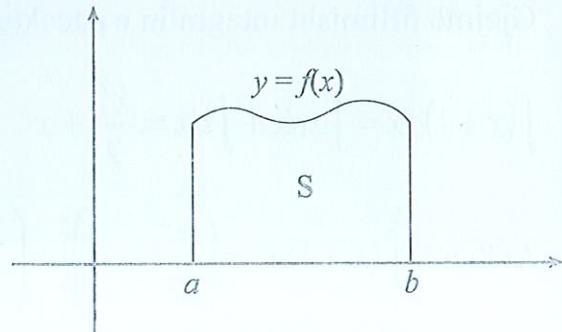


Fig. 15.1

### Ushtrime të zgjidhura

I Njeħsoni:  $\int (3x^2 - 2x + 5)dx$

### Zgjidhje

$$\begin{aligned} \int (3x^2 - 2x + 5)dx &= \int 3x^2 dx - \int 2x dx + \int 5 dx = 3 \int x^2 dx - 2 \int x dx + 5 \int dx = \\ &= \frac{3x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 5x + c = x^3 - x^2 + 5x + c \end{aligned}$$

**2** Njehsoni:  $\int \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx$

Zgjidhje

$$\begin{aligned}\int \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx &= \int \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x-1} dx = \int (x^2 + x + 1) dx = \int x^2 dx + \int x dx + \int 1 dx = \\ &= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c\end{aligned}$$

**3** Njehsoni:  $\int \left( \frac{2x^4 - 3x^2 - x}{x} \right) dx$

Zgjidhje

$$\begin{aligned}\int \left( \frac{2x^4 - 3x^2 - x}{x} \right) dx &= \int \left( \frac{2x^4}{x} - \frac{3x^2}{x} - \frac{x}{x} \right) dx = \int 2x^3 dx - \int 3x dx - \int 1 dx = \\ &= \frac{2x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} - x + c = \frac{x^4}{2} - \frac{3x^2}{2} - x + c\end{aligned}$$

**4** Njehsoni:  $\int_1^2 (x+1) dx$

Zgjidhje

Gjejmë fillimisht integralin e pacaktuar të funksionit  $f: y = x+1$

$$\int (x+1) dx = \int x dx + \int 1 dx = \frac{x^2}{2} + x$$

$$\text{Atëherë: } \int_1^2 (x+1) dx = \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_1^2 = \left( \frac{2^2}{2} + 2 \right) - \left( \frac{1^2}{2} + 1 \right) = 2 + 2 - \frac{1}{2} - 1 = \frac{5}{2}$$

**5** Njehsoni:  $\int_1^3 \left( x^2 + x + \frac{1}{x^2} \right) dx$

Zgjidhje

$$\begin{aligned}\int_1^3 \left( x^2 + x + \frac{1}{x^2} \right) dx &= \left( \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^3 = \left( \frac{3^3}{3} + \frac{3^2}{2} - \frac{1}{3} \right) - \left( \frac{1^3}{3} + \frac{1^2}{2} - 1 \right) = \\ &= 9 + \frac{9}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{40}{3}.\end{aligned}$$

6 Jepet  $\int_2^5 f(x)dx = 3$ . Gjeni  $\int_2^5 [f(x) + 2x]dx$ .

Zgjidhje

$$\int_2^5 [f(x) + 2x]dx = \int_2^5 f(x)dx + \int_2^5 2xdx = \int_2^5 f(x)dx + x^2 \Big|_2^5 = 3 + (25 - 4) = 3 + 21 = 24$$

7 Jepet  $\int_1^3 [x + f(x)]dx = 10$ . Gjeni  $\int_1^3 f(x)dx$ .

Zgjidhje

$$\begin{aligned} \int_1^3 [x + f(x)]dx &= 10 \Rightarrow \int_1^3 xdx + \int_1^3 f(x)dx = 10 \Rightarrow \left[ \frac{x^2}{2} \right]_1^3 + \int_1^3 f(x)dx = 10 \\ &\Rightarrow \left( \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \right) + \int_1^3 f(x)dx = 10 \Rightarrow \int_1^3 f(x)dx = 6 \end{aligned}$$

8 Jepet  $\int_1^m (2x+1)dx = 18$ . Gjeni  $m$  me kushtin  $m > 1$ .

Zgjidhje

$$\begin{aligned} \int_1^m (2x+1)dx &= (x^2 + x) \Big|_1^m = m^2 + m - (1+1) = m^2 + m - 2. \text{ Nga kushti:} \\ m^2 + m - 2 = 18 &\Rightarrow m^2 + m - 20 = 0. \end{aligned}$$

Duke zgjidhur këtë ekuacion gjejmë  $m_1 = -5$  ose  $m_2 = 4$ .

Për kushtet e ushtrimit pranohet  $m = 4$ .

9 Njehsoni syprinën e figurës së kufizuar nga parabola  $y = x^2 - 2x$ , boshti i abshisave dhe drejtëzat  $x = 2$  dhe  $x = 3$ .

Zgjidhje

Zona, së cilës duam t'i gjejmë syprinën, është dhënë në figurën 15.2.

Vëmë re se ajo ndodhet mbi boshtin e abshisave.

Kemi:

$$S = \int_2^3 (x^2 - 2x)dx =$$

$$\left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right)_2^3 = \left( \frac{27}{3} - 9 \right) - \left( \frac{8}{3} - 4 \right) = \frac{4}{3} \text{ njësi katrore}$$

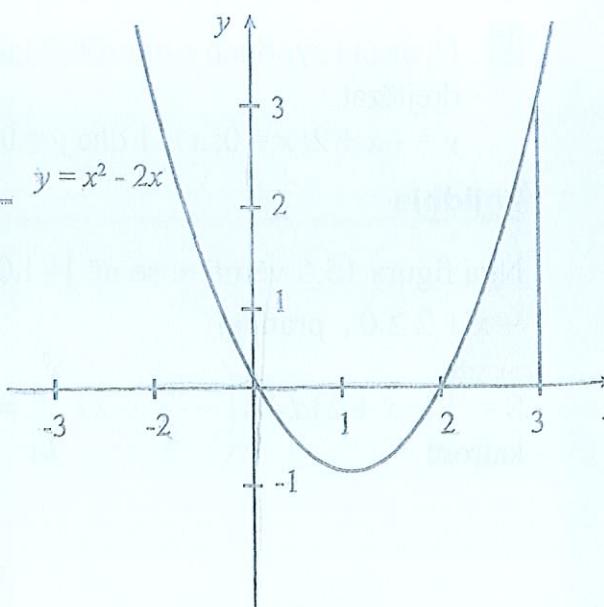


Fig. 15.2

- 10** Njehsoni syprinën e figurës kufizuar nga parabola  $y = x^2 - 2x$ , boshti i abshisave dhe drejtëzat  $x=0$  dhe  $x=2$ .

Në figurën 15.3 vëmë re që zona ndodhet nën boshtin e abshisave, prandaj:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 -(x^2 - 2x) dx = - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx \\ &= - \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 = \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \left( 4 - \frac{8}{3} \right) - 0 = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

njësi katrore.

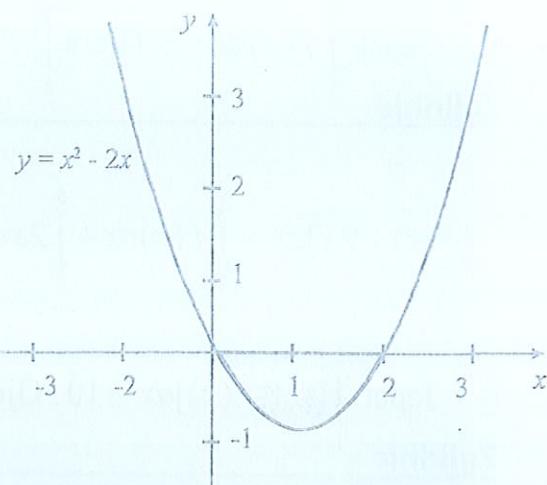


Fig. 15.3

- 11** Njehsoni syprinën e figurës së kufizuar nga parabola  $y = x^2 - 2x$ , boshti i abshisave dhe drejtëza  $x = 3$ .

#### Zgjidhje

$$x^2 - 2x \geq 0$$

Nga figura 15.4 vëmë re se në  $[0, 2]$  kemi  $x^2 - 2x \leq 0$ , ndërsa në  $[2, 3]$  kemi  $x^2 - 2x \geq 0$ , prandaj

$$S = \int_0^2 -(x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx. \text{ Duke marrë}$$

përfundimet e ushtrimeve 6 dhe 7, kemi

$$S = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

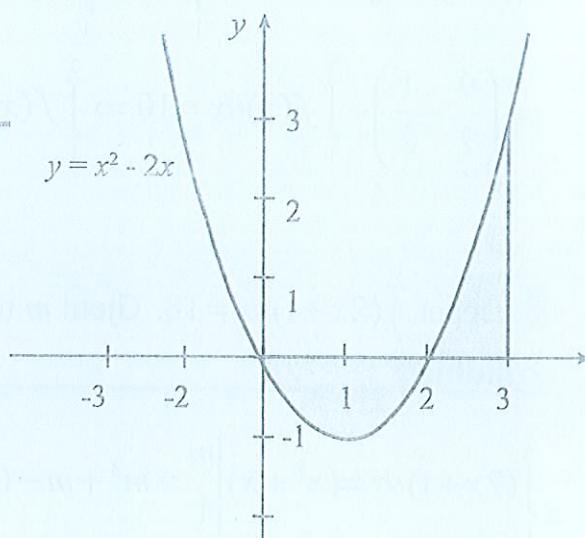


Fig. 15.4

- 12** Njehsoni syprinën e figurës së kufizuar nga drejtëzat  $y = -x + 2$ ;  $x = 0$ ;  $x = 1$  dhe  $y = 0$ .

#### Zgjidhje

Nga figura 15.5 vëmë re se në  $[-1, 0]$  kemi

$$-x + 2 \geq 0, \text{ prandaj:}$$

$$S = \int_{-1}^0 (-x + 2) dx = \left( -\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \text{ njësi katrore}$$

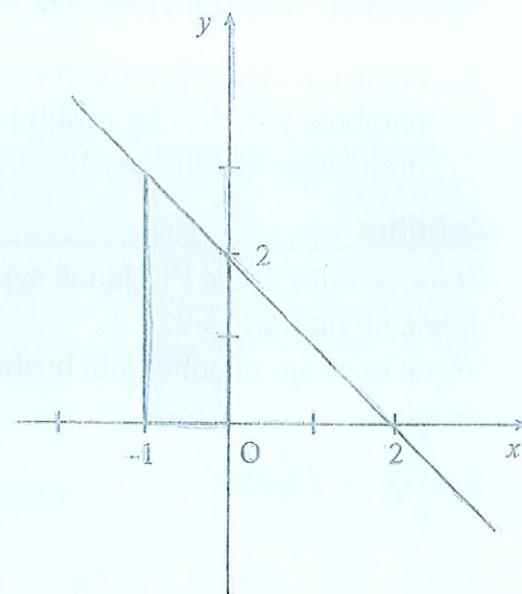


Fig. 15.5

Xhesione

- 13** Njehsoni syprinën e figurës së kufizuar nga vija  $y = -x^2 + 2x$  dhe boshti i abshisave.

### Zgjidhje

Gjejmë pikat e prerjes së vijës  $y = -x^2 + 2x$  me boshtin Ox.

$$\begin{cases} y = -x^2 + 2x \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow -x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x = 0; x = 2$$

Nga figura 15.6 vihet re se në  $[0, 2]$   $-x^2 + 2x \geq 0$

prandaj,  $S = \int_{-x^2+2x}^0 dx$

$$S = \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + x^2 \right)_0^2 = -\frac{2^3}{3} + 2^2 = \frac{4}{3}$$

njësi katrore.

- 14** Njehsoni syprinën e figurës së kufizuar nga parabola  $y = x^2 + 4x$  dhe drejtëza  $y = 0$ .

### Zgjidhje

Gjejmë pikat ku grafiku pret boshtin Ox. Për këtë formojmë sistemini:

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = x^2 + 4x \end{cases} \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = -4; x = 0$$

Nga figura 15.7 duket se në  $[-4, 0]$   $x^2 + 4x \leq 0$

$$\text{prandaj } S = \int_{-4}^0 (x^2 + 4x) dx$$

$$\text{Atëherë: } S = \int_{-4}^0 (x^2 + 4x) dx = \left( -\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right) \Big|_{-4}^0$$

$$= 0 - \left( -\frac{(-4)^3}{3} - 2(-4)^2 \right) = \frac{32}{3} \text{ njësi katrore.}$$

- 15** Njehsoni syprinën e figurës së kufizuar nga vijat  $y = x^2 - 4x + 5$  dhe  $y = x + 1$  (fig. 15.8).

### Zgjidhje

Gjejmë pikat e prerjes së grafikëve, abhisat e të cilave, do të jenë kufijtë e integrimit

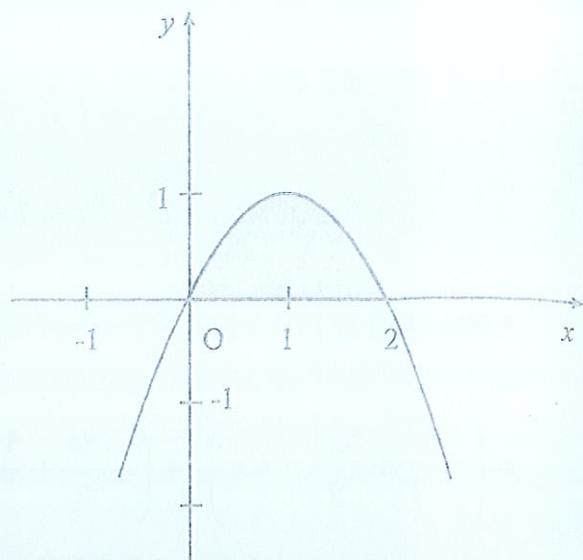


Fig. 15.6

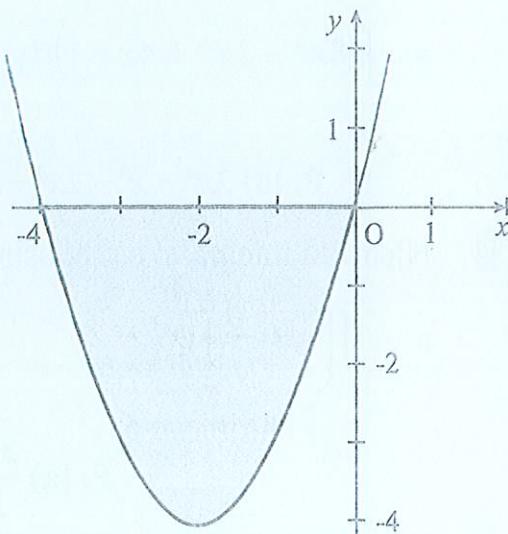


Fig. 15.7

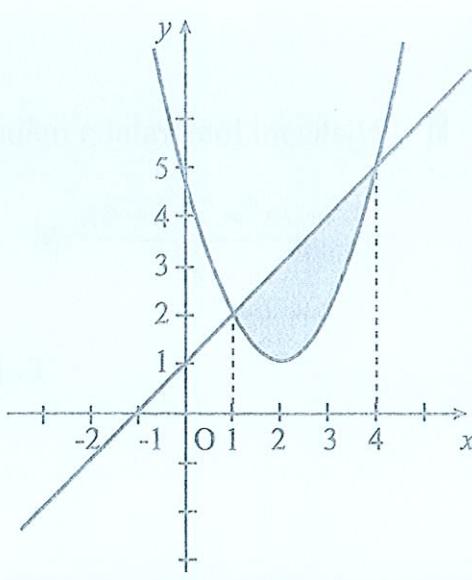


Fig. 15.8

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 5 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

$$x^2 - 4x + 5 = x + 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = 1, x = 4$$

Atëherë:  $S = \int_1^4 [x+1 - (x^2 - 4x + 5)] dx = \int_1^4 (-x^2 + 5x - 4) dx$

$$= \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 4x \right)_1^4 = \left( -\frac{64}{3} + \frac{5 \cdot 16}{2} - 16 \right) - \left( -\frac{1}{3} + \frac{5}{2} - 4 \right) = \frac{9}{2}$$
 njësi katrore

### ● USHTRIME PËR VETËKONTROLL

1 Njehsoni integralet e mëposhtme:

a)  $\int (8x^3 - 3x^2 + 4x - 1) dx$     b)  $\int (1 - \sqrt{x})^2 dx$     c)  $\int \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x}} dx$

P. [a)  $2x^4 - x^3 - 2x^2 - x + c$ ; b)  $x - \frac{4}{3}x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} + c$ ; c)  $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + c$ ]

2 Njehsoni integralet e mëposhtme:

a)  $\int \left( x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$     b)  $\int \frac{1 + 2\sqrt[3]{x^2} - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}} dx$

P. [a)  $\frac{x^3}{3} + \frac{4x\sqrt{x}}{3} + \ln|x| + c$ ; b)  $-\frac{2}{\sqrt{x}} + 12\sqrt[6]{x} - 3\ln|x| + c$ ]

3 Njehsoni integralet e mëposhtme:

a)  $\int (3+x)(3-x) dx$     b)  $\int \frac{(x-1)(x+2)}{x} dx$

P. [a)  $9x - \frac{x^3}{3} + c$ ; b)  $\frac{x^2}{2} + x - 2\ln|x| + c$ ]

4 Njehsoni integralet e mëposhtme:

a)  $\int \frac{7x^4 - 3x^2 + 4x}{x^2} dx$     b)  $\int \frac{x^4 + 2x^2 + 2x - 1}{x} dx$

P. [a)  $\frac{7x^3}{3} - 3x + 4\ln|x| + c$ ; b)  $\frac{x^4}{12} + \frac{x^2}{3} + \frac{2x}{3} - \frac{1}{3}\ln|x| + c$ ]

5 Pasi të realizoni thjeshtimet e duhura, njehsoni integralet:

a)  $\int \frac{x^2 - 1}{x+1} dx$     b)  $\int \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx$     c)  $\int \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1} dx$

P. [a)  $\frac{x^2}{2} - x + c$ ; b)  $\frac{2}{3} x \sqrt{x+1} + x + c$ ; c)  $\frac{x^2}{2} - x + c$ ]

6 a) Jepet  $f'(x) = 3x^2 - 2x + 5$  dhe  $f(1) = 0$ . Gjeni  $f(2)$ .

b) Jepet  $f'(x) = \frac{2}{x} + 3x^2 - 2x$  dhe  $f(1) = 4$ . Gjeni  $f(2)$ .

P. [a) 9; b)  $2\ln 2 + 8$ ]

7 Njehsoni:

a)  $\int_0^1 (3x^2 - 4x + 2) dx$     b)  $\int_1^2 \frac{3x^3 - 2x^2 + 2}{x} dx$     c)  $\int_0^2 (2x - 4)^2 dx$

P. [a) 1    b)  $4 + 2\ln 2$     c)  $\frac{32}{3}$ ]

8 Gjeni  $a$ , në qoftë se  $\int_0^1 (3x^2 - 2x - 2) dx = \int_0^a (x+2) dx$ .

P. [ $a = -2$ ]

9 Gjeni syprinën e figurës së kufizuar nga grafiku i funksionit  $y = x^2$ , boshti i abshisave dhe drejtëzat  $x = 1$  dhe  $x = 2$ .

P. [ $\frac{7}{3}$ ]

10 Gjeni syprinat e figurave të kufizuara nga vijat:

a) $y = 5x; y = 0; x = 2; x = 4$	b) $y = -x^2; y = 0; x = -3$
c) $y = x^2 - x; y = 0$	d) $y = -x^2 - 1; y = 0; x = 0; x = 2$

P. [a) 30; b) 9; c)  $\frac{1}{6}$ ; d)  $\frac{14}{3}$ ]

11 Jepet  $\int_0^1 (2x+1) dx = \int_1^a dx$ . Gjeni  $a$ .

P. [ $a = 3$ ]

12 Jepet  $\int_0^1 [1 + f(x)] dx = 4$ . Gjeni  $\int_0^1 f(x) dx$ .

P. [3]

# KREU 16

## PROBABILITETI

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(E)}$$

$n(A)$  numri i rezultateve të favorshme;  $n(E)$  numri i rezultateve të mundshme

$$0 \leq p(A) \leq 1$$

S: ngjarje e sigurt:  $\Rightarrow p(S) = 1$

D: ngjarje e pamundur:  $\Rightarrow p(D) = 0$

$A'$ : ngjarja e kundërt e ngjarjes  $A$ :  $\Rightarrow p(A') = 1 - p(A)$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

A, B ngjarje të papajtueshme:  $\Rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

A, B ngjarje të pavarura:  $\Rightarrow p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$

Probabiliteti me kusht

$$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} \Rightarrow p(A \cap B) = p(B/A) \cdot p(A)$$

Përcaktimet kryesore dhe shënimet përkatëse në lidhje me ngjarjet

Në vend të:	ne themi:	dhe shënojmë:
$A$ është nënbashkësi e $E$	$A$ është një ngjarje	$A \subset E$
$A$ është boshe	ngjarja $A$ është e pamundur	$A = \emptyset$
$A$ është $E$	ngjarja $A$ është e sigurt	$A = E$
$C$ është bashkimi i $A$ me $B$	$C$ është ngjarja ( $A$ ose $B$ )	$C = A \cup B$
$C$ është prerje e $A$ me $B$	$C$ është ngjarja ( $A$ dhe $B$ )	$C = A \cap B$
$A$ dhe $B$ nuk priten	$A$ dhe $B$ janë ngjarje të papajtueshme	$A \cap B = \emptyset$
$A$ dhe $B$ janë plotës të njëra-tjetrës	$A$ dhe $B$ janë ngjarje të kundërta	$B = A'$

## Ushtrime të zgjidhura

- 1** Hidhet një zar i irregullt kubik. Tregoni se probabiliteti që të bjerë numër më i vogël se 3 është  $\frac{1}{3}$ .

### Zgjidhje

Kur zari është i irregullt, rëniet e numrave nga 1 në 6 kanë secila mundësi të barabarta që të ndodhin, prandaj:

$$p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = p(5) = p(6) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{rezultati} < 3) = p(1 \text{ ose } 2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

- 2** Një zar i zi, dhe një zar i bardhë kubik hidhen njëkohësisht. Paraqitni të gjithë rezultatet e mundshme. Gjeni probabilitetin e ngjarjes:
- Shuma e pikëve në të dyja zaret është 5.
  - Shuma e pikëve në të dyja zaret është numër i thjeshtë.
  - 2 pikë te zari i zi dhe 6 pikë te zari i bardhë.
  - Dy zaret tregonjë të njëjtin numër pikësh.
  - Shuma e pikëve në të dyja zaret është shumëfish i numrit 3.

### Zgjidhje

Ka gjithsej 36 rezultate të mundshme (çifte të radhitura numrash) që paraqiten në tabelën e mëposhtme (në secilën kllapë shifra e parë tregon numrin e pikëve në zarin e zi dhe e dyta tregon numrin e pikëve në zarin e bardhë).

(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)
(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)
(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)
(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)
(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)
(1, 6)	(2, 6)	(3, 6)	(4, 6)	(5, 6)	(6, 6)

Në të gjitha rastet  $n(E) = 36$

- a Ka 4 çifte që jepin shumën 5:  $A = \{(1, 4); (2, 3); (3, 2); (4, 1)\}$   $p(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ .

- b Ka 15 çifte shuma e të cilëve është numër i thjeshtë:

$$B: \{(1, 1); (1, 2); (1, 4); (1, 6); (2, 1); (2, 3); (2, 5); (3, 2); (3, 4); (4, 1); (4, 3); (5, 2);$$

$$(5, 6); (6, 1); (6, 5)\}$$
  $p(B) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

- c Ka vetëm një çift që tregon 2 pikë te zari i zi dhe 6 pikë te zari i bardhë.

$$C: \{(2, 6)\}$$
  $p(C) = \frac{1}{36}$

- d Ka 6 çifte kur të dyja zaret tregonjë të njëjtin numër pikësh:

$$D: \{(1, 1); (2, 2); (3, 3); (4, 4); (5, 5); (6, 6)\}$$
  $p(D) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

e Ka 12 çifte ku shuma e numrit të pikkëve është shumëfish i numrit 3:

$$E = \{(1, 2); (1, 5); (2, 1); (2, 4); (3, 3); (3, 6); (4, 2); (4, 5); (5, 1); (5, 4); (6, 3); (6, 6)\}$$

$$p(E) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

3 Hidhet një monedhë dhe një zar kubik. Gjeni probabilitetin:

- a Bie stemë dhe numër tek. b Bie lek dhe numër më i madh se 4.

### Zgjidhje

Ka gjithsej 12 raste të mundshme që paraqiten në tabelën e mëposhtme:

Monedha	L	L	L	L	L	S	S	S	S	S	S
Zari	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5

a Ka tri çifte që tregojnë stemë dhe numër tek. A:  $\{(S, 1); (S, 3); (S, 5)\}$ .

$$p(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

b Ka dy çifte që tregojnë lek dhe numër më i madh se 4.

$$B: \{(L, 5); (L, 6)\} \quad p(B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

4 Ngjarjet A dhe B janë të pavarura. Jepet  $p(A) = \frac{1}{3}$ ;  $p(A \cap B) = \frac{1}{4}$ . Gjeni  $p(A \cup B)$ .

### Zgjidhje

Meqë A dhe B janë ngjarje të pavarura kemi  $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$  nga ku

$$p(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}. \text{ Atëherë:}$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$$

5 Një kuti përmban 5 sfera të kuqe dhe 3 sfera jeshile. Nga kutia, nxirret rastësisht një sferë, rikthehet dhe pastaj nxirret rastësisht një sferë tjetër. Sa është probabiliteti që të dyja sferat të janë jeshile. Sa është probabiliteti që të dyja sferat e nxjerra të janë jeshile.

### Zgjidhje

Në figurën 16.1 është ndërtuar një diagram-pemë për këtë situatë (hapi i parë – nxjerrja e parë; hapi i dytë – nxjerrja e dytë). Dega e shënuar me (\*) i përgjigjet ngjarjes që të dyja sferat e nxjerra të janë jeshile. Probabiliteti i kësaj ngjarje është sa prodhimi i numrave që janë në këtë degë, d.m.th.,  $\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64}$ .

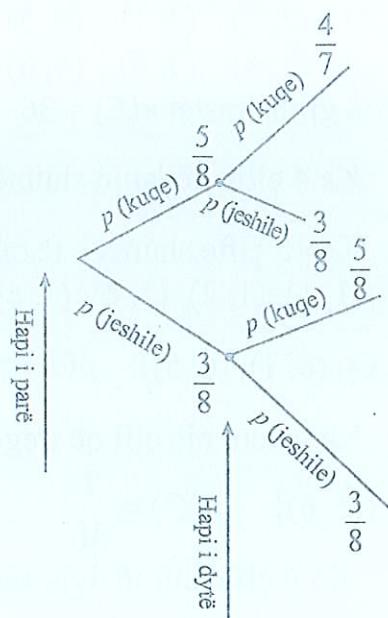


Fig. 16.1

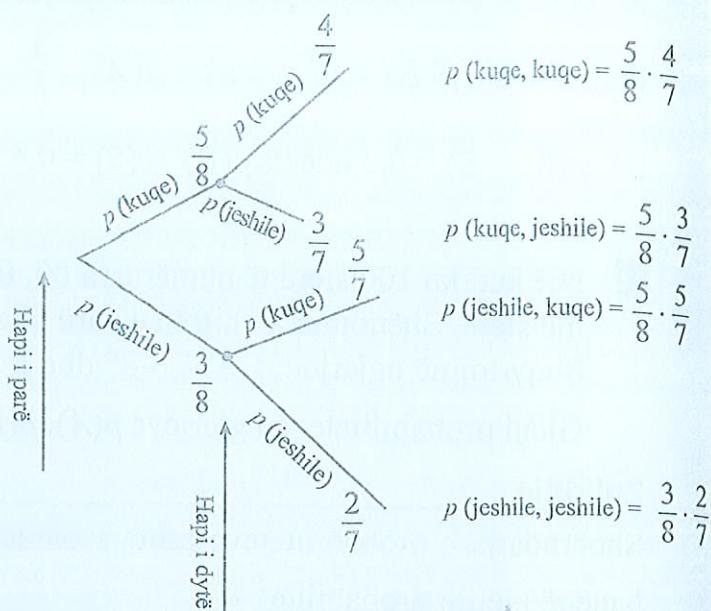
- 6 Një kuti përmban 5 sfera të kuqe dhe 3 jeshile. Një sferë nxirret rastësisht pa kthim. Pastaj nxirret një sferë tjetër. Gjeni probabilitetin e ngjarjes që:
- të dyja sferat të janë jeshile;
  - një sferë të jetë e kuqe dhe tjetra jeshile.

**Zgjidhje**

Në figurën 16.2 është paraqitur diagrami-pemë për këtë situatë.

a Probabiliteti që të dyja sferat të janë jeshile është  $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$ .

b Probabiliteti që njëra e kuqe, tjetra jeshile është  $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$ .



- 7 Në kutinë e parë janë katër sfera të kuqe dhe pesë sfera të bardha; në kutinë e dytë janë dy sfera të kuqe dhe tri sfera të bardha. Nga secila prej kutive nxirret nga një sferë. Gjeni probabilitetin që sferat:
- të janë të dyja të kuqe;
  - njëra të jetë e bardhë dhe tjetra e kuqe.

**Zgjidhje**

Le të janë  $K_1, K_2, B_1, B_2$  ngjarjet e kuqe nga kutia 1, e kuqe nga kutia 2, e bardhë nga kutia 1, e bardhë nga kutia 2. Kemi:

$$p(K_1) = \frac{4}{9}; p(K_2) = \frac{2}{5}; p(B_1) = \frac{5}{9}; p(B_2) = \frac{3}{5};$$

Ngjarjet  $K_1, K_2$  janë të pavarura ndërmjet tyre

$$a \quad p(\text{dy të kuqe}) = P(K_1 \cap K_2) = P(K_1) \cdot P(K_2) = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{45}.$$

Nuk ka rëndësi radhitja e kuqe apo e bardhë.

b Sfera e parë e kuqe dhe e dyta e bardhë ose sfera e parë e bardhë dhe e dyta e kuqe.

$$p(\text{njëra e kuqe dhe tjetra e bardhë}) = p[(K_1 \cap B_2 \text{ ose } B_1 \cap K_2)] =$$

$$= p(K_1) \cdot p(B_2) + p(B_1) \cdot p(K_2) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{9} \cdot \frac{2}{5} = \frac{22}{45}$$

- 10 a A dhe B janë dy ngjarje të lidhura me një eksperiment të rastit. Gjeni probabilitetin e B, në qoftë se  $p(A) = \frac{1}{3}, p(A \cap B) = 0$  dhe  $p(A \cup B) = \frac{3}{5}$ .

- b R dhe S janë dy ngjarje të lidhura me një eksperiment të rastit. Duke ditur që  $p(R) = 0,4$ ;  $p(S) = 0,7$  dhe  $p(R \cap S) = 0,3$ , tregoni që R dhe S nuk janë të pavarura.

### Zgjidhje

- a  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ , sepse ngjarjet A dhe B janë të papajtueshme.

$$\text{Prej këtu del } p(B) = p(A \cup B) - p(A) = \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

- b  $p(R \cap S) = 0,3$  ndërsa  $p(R) \cdot p(S) = 0,4 \cdot 0,7 = 0,28$  pra R dhe S nuk janë të pavarura.

- 11 Një kuti ka 100 sfera të numëruara 00, 01, 02, ..., 99. Nga kutia nxirret rastësisht një sferë. Shënojmë X shifrën e parë dhe Y shifrën e dytë të sferës së nxjerrë. Shqyrtojmë ngjarjet:  $A = "X < 3"$  dhe  $B = "Y < 4"$ .

Gjeni probabilitetet e ngjarjeve  $p(A)$ ,  $p(B)$ ,  $p(A \cap B')$ ,  $p(A \cup B')$ .

### Zgjidhje

Shpërndarja e probabiliteteve është e barasmundshme. Pra, të gjitha rezultatet e provës kanë të njëjtin probabilitet  $\frac{1}{100}$ .

- Ngjarja A përbëhet nga 30 numrat e parë: 00, 01, ..., 29. Atëherë  $p(A) = \frac{30}{100}$ ;
- Ngjarja B përbëhet nga 4 numrat e parë të çdo dhjetësheje:  

$$B = \{00, 01, 02, 03, 10, 11, 12, 13, \dots, 90, 91, 92, 93\}, \text{ pra } p(B) = \frac{10 \cdot 4}{100} = \frac{40}{100};$$
- Ngjarja  $A \cap B'$  përbëhet nga 6 numrat e fundit të dhjetësheve që vijojnë: nga 00 deri në 09; nga 10 deri në 19; nga 20 deri në 29. Rrjedhimisht  

$$p(A \cap B') = \frac{3 \cdot 6}{100} = \frac{18}{100};$$
- Për të gjetur  $P(A \cup B')$ , shkruajmë:  

$$p(A \cup B') = p(A) + p(B') - p(A \cap B')$$
  

$$= p(A) + 1 - p(B) - p(A \cap B') = \frac{30}{100} + 1 - \frac{40}{100} - \frac{18}{100} = \frac{72}{100}$$

- 12 Një monedhë hidhet 4 herë njëra pas tjetrës. Shënojmë faqen nga bie monedha sa herë që e hedhim duke e treguar me S, kur ajo bie nga ana e stemës dhe me L, kur bie nga ana tjetër.

Rezultati i provës është një katërshe prej katër shkronjash nga shkronjat S dhe L. Për shembull: (S, S, L, S) ose (L, S, L, L) etj.

Shënojmë A ngjarjen: "bie 2 herë stemë dhe 2 herë lek" dhe B ngjarjen: "bie 3 herë stemë dhe 1 herë lek ose 1 herë stemë dhe 3 herë lek". Cila nga ngjarjet A dhe B e ka probabilitetin më të madh për të ndodhur?

### Zgjidhje

Arsyetojmë duke përdorur *metodën e pemës*. Kjo metodë lejon të gjenden të gjitha rezultatet e provës, pra edhe numri i tyre. Skematikisht ajo është treguar në figurën 16.3.

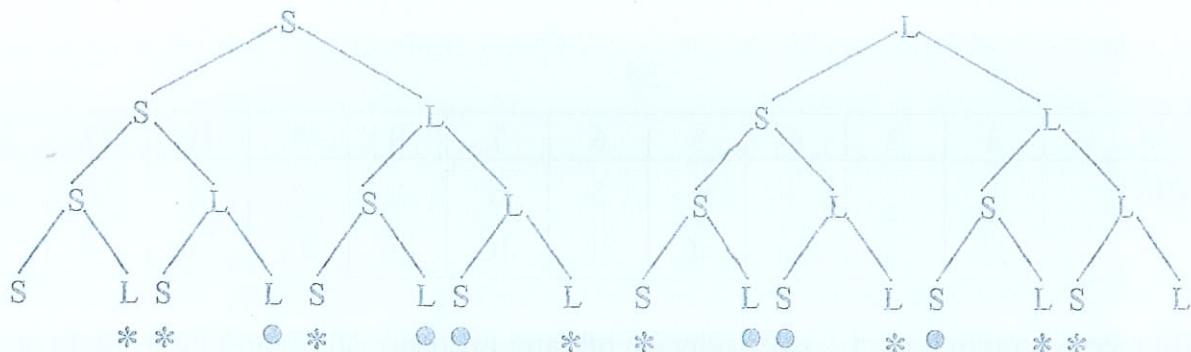


Figura 16. 3

Parimi i ndërtimit të saj është ky: Në fillim, monedha mund të bjerë  $S$  ose  $L$ . Pastaj për çdo rezultat kemi dy degë (stemë  $S$  dhe lek  $L$ ) që tregojnë mundësitë e rënies së monedhës në hapin pasues.

Për të gjetur rezultatet që na interesojnë, mjafton të ecim nëpër degët dhe të numërojmë ato që na duhen. Kështu në figurë me • janë shënuar rastet, kur monedha ka rënë 2 herë stemë  $S$  dhe 2 herë lek  $L$ , dhe me \* janë shënuar rastet, kur monedha ka rënë 3 herë stemë  $S$  dhe 1 herë lek  $L$  ose 1 herë  $S$  dhe 3 herë  $L$ .

Meqenëse rezultatet janë njëloj të mundshëm, atëherë mjafton të numërojmë dhe gjejmë: probabiliteti i  $A$  është  $p(A) = \frac{6}{16}$  ndërsa probabiliteti i  $B$  është  $p(B) = \frac{8}{16}$ . Ose  $p(A) = \frac{3}{8}$  ndërsa  $p(B) = \frac{1}{2}$ . Rrjedhimisht  $B$  e ka probabilitetin më të madh se  $A$ .

- 13** Hidhen dy zare, njëri i zi e tjetri i kuq, dhe gjejmë shumën e pikëve të rëna. Gjeni shpërndarjen e probabiliteteve të ndryshores  $E$  “Shuma e pikëve të rëna në të dyja zaret”.

Për të zgjidhur këtë ushtrim përdorim *metodën e tabelës*.

Në një tabelë me dy hyrje vendosim në njérën anë rezultatin e rënies së njërit zar dhe në anën tjetër rezultatin e rënies së zarit tjetër. Kështu në tabelën që vijon, në shtyllën vertikale majtas janë vendosur rezultatet e rënies së zarit të zi, ndërsa në rreshtin e parë lart, janë vendosur rezultatet e rënies së zarit të kuq.

Në këtë mënyrë, tabela tregon çdo rezultat kur hidhen të dyja zaret. Veç kësaj në prerjen e rreshtave me shtyllat është vendosur shuma e pikëve. Kështu në prerjen e rreshitit 3 me shtyllën 4, është vendosur numri 7, që është shumë e 3 me 4.

Zari i kuq Zari i zi	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Tabela tregon se rezultatet e provës janë 36. Rezultatet janë njëlloj të mundshme dhe atëherë probabiliteti i secilit është i barabartë me  $\frac{1}{36}$ . Atëherë, shpërndarja e probabiliteteve është:

$E$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$p(E)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Shumën 3 e gjejmë në dy raste (ndër 36 që janë gjithsej), shumën 4 në tri raste etj.

Mbani mend:

Metoda e tabelës mund të përdoret edhe kur kryhen dy prova të dalluara dhe rezultati i provës është çifti i rezultatit të provës së parë me rezultatin e provës së dytë.

- 14 Në një provë hidhen dy zare, njëri i zi e tjetri i kuq. Mbahet shënim numri i pikëve  $n$  në faqen e sipërme të zarit të zi dhe numri  $m$  i pikëve të shënuara në faqen e sipërme të zarit të kuq.
- A është ngjarja " $n \leq 3$ " dhe B është ngjarja " $m \leq 2$ ". Gjeni probabilitetet e ngjarjeve A dhe B.
  - Gjeni probabilitetin e ngjarjes  $A \cup B$ .
  - Gjeni probabilitetin e ngjarjes  $C = "m + n < 4 \text{ ose } m > 2"$ .

### Zgjidhje

Në këtë provë, rezultat është çdo çift  $(n, m)$  ku  $n$  dhe  $m$  janë numra natyrorë të tillë që  $1 \leq n \leq 6$  dhe  $1 \leq m \leq 6$ . Kemi gjithsej  $6 \cdot 6 = 36$  çifte të tillë.

Të gjitha ngjarjet elementare janë njëlloj të mundshme, sepse çdo faqe në secilin zar ka të njëjtin probabilitet për të rënë, pra po kjo është e vërtetë edhe për çdo çift  $(n, m)$ .

- Ngjarja  $A = "n \leq 3"$  i korrespondon bashkësisë së të gjithë çifteve që ndodhen në tre rreshtat e parë, rrjedhimisht:  $p(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ .

Ngjarja  $B = "m \leq 2"$  i korrespondon bashkësisë së të gjithë çifteve të shkruar në dy shtyllat e para, rrjedhimisht:  $p(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ .

- Ngjarja  $A \cap B$  i korrespondon bashkësisë  $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$ , rrjedhimisht:  $p(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ .

$$\text{Përfundimisht, } p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}.$$

- Ngjarja C është bashkim i ngjarjeve  $E = "n + m < 4"$  dhe  $F = "m > 2"$ . Shpjegoni përsë E dhe F janë të papajtueshme. Gjithashtu mund të shihni se:

$$p(E) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \text{ dhe } p(F) = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

Përfundimisht gjemë se:  $p(C) = p(E \cup F) = p(E) + p(F) = \frac{1}{12} + \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ .

- 15** Hidhen dy zare kubikë nga të cilët njëri bie 4. Sa është probabiliteti që zari tjetër do të bjerë një numër çift?

Le të jetë  $A$  ngjarja "një zar ka rënë 4". Atëherë

$$A = \{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (1, 4), (2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4)\}.$$

Vini re se numri i rasteve kur ndodh  $A$  është 11. Pra,  $p(A) = \frac{11}{36}$ .

Le të jetë  $C$  ngjarja "zari tjetër bie çift". Duam probabilitetin  $p(C/A)$ . Sipas formulës, llogarisim  $p(C \cap A)$ . Meqenëse  $C \cap A = \{(4, 2), (4, 4), (4, 6), (2, 4), (6, 4)\}$ , atëherë

$$p(C \cap A) = \frac{5}{36}.$$

$$\text{Rrjedhimisht } p(C/A) = \frac{p(C \cap A)}{p(A)} = \frac{\frac{5}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{5}{11}.$$

- 16** Në një kuti ndodhen 4 sfera të kuqe (K) dhe 4 sfera të zeza (Z). Nga kutia nxirren njëra pas tjetrës të gjitha sferat. Gjeni probabilitetin që sferat të nxirren të gjitha të alternuara d.m.th., në renditjen KZKZKZKZ.

### Zgjidhje

Probabiliteti që sfera e parë të jetë e kuqe është  $\frac{4}{8}$  (Nga 8 sfera, të kuqe janë 4).

Probabiliteti që sfera e dytë të jetë e zeze është  $\frac{4}{7}$  (Nga 7 sfera që mbetën, të zeza janë 4).

Probabiliteti që sfera e tretë të jetë e kuqe është  $\frac{3}{6}$  (Nga 6 sfera që mbetën, të kuqe janë 3).

Duke vazhduar arsyetimin në këtë mënyrë. Kemi:

$$p = \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{4^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 1^2}{8!} = \frac{676}{8!}$$

- 17** Shpërndarja e ndryshores së rastit  $X$  jepet në tabelë:

X	0	1	2	3	4	5	6
P(X)	0,12	0,24	0,30	0,08	0,16	$m$	$n$

- a Gjeni vlerat e  $m$  dhe  $n$  me kushtin që  $m = 4n$ .
- b Gjeni  $p(2 < X < 5)$ .
- c Gjeni  $p(X > 3)$ .

**Zgjidhje**

- a  $p(0) + p(1) + p(2) + p(3) + p(4) = 0,12 + 0,24 + 0,30 + 0,08 + 0,16 = 0,90$ . Atëherë:  
 $p(5 \text{ ose } 6) = 1 - 0,90 = 0,10$   
Kemi  $m + n = 0,10 \Rightarrow 4n + n = 0,10 \Rightarrow n = 0,02 \Rightarrow m = 4 \cdot 0,02 = 0,08$   
b  $p(2 < X < 5) = p(X = 3) + p(X = 4) = 0,08 + 0,16 = 0,24$   
c  $p(X > 3) = p(X = 4) + p(X = 5) + p(X = 6) = 0,16 + 0,08 + 0,02 = 0,26$

- 18 Probabiliteti që një futballist të shënojë në gjuajtjen e njëmbëdhjetëmetërshtit është 0,8. Futballisti gjuan njëri pas tjetrit 2 njëmbëdhjetëmetërshtë. Gjeni shpërndarjen e ndryshores së rastit X: "Numri i golave të shënuar".

**Zgjidhje**

Probabiliteti i shënimit të golit është 0,8.

Probabiliteti i mosshënimit të golit është  $1 - 0,8 = 0,2$ .

1  $X = 0$ . Kemi rastin kur futballisti nuk shënon as herën e parë e as herën e dytë.

$$p(X = 0) = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04.$$

2  $X = 1$ . Kemi rastin kur futballisti shënon herën e parë dhe nuk shënon herën e dytë, ose nuk shënon herën e parë dhe shënon herën e dytë.

$$p(X = 1) = 0,8 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,8 = 0,16 + 0,16 = 0,32$$

3  $X = 2$ . Kemi rastin kur futballisti shënon edhe herën e parë edhe herën e dytë.

$$p(X = 2) = 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$$

Shpërndarja e probabiliteteve jepet në tabelën e mëposhtme.

X	0	1	2
p(X)	0,04	0,32	0,64

- 19 Hidhet një zar dhe shënojmë pikët e rëna, pastaj hidhet një monedhë dhe mbahet shënim faqja nga ka rënë, së fundi nga një kuti me katër sfera, njëra blu, tjetra e kuqe, e treta e bardhë dhe e katërtë e zezë, nxirret njëra dhe shënohet ngjyra. Një rezultat prove është treshja (5; S; e bardhë). Sa rezultate të mundshme ka prova?

**Zgjidhje**

Zari ofron 6 mundësi, monedha dy mundësi dhe kutia 4 mundësi. Pra kjo provë ka gjithsej  $6 \times 2 \times 4 = 48$  rezultate.

- 20 Në një kuti ka 5 etiketa të ngjashme, tre të shënuara me  $b$  dhe dy të shënuara me  $a$ . Nga kutia nxirren njëra pas tjetrës, pa kthim dy etiketa. Gjeni probabilitetin që një etiketë  $b$  do të nxirret para një etikete  $a$ .

**Zgjidhje**

Shënojmë  $A$  ngjarjen "etiketa  $a$  nxirret e dyta" dhe  $B$  ngjarjen "etiketa  $b$  nxirret e para".

Duam probabilitetin e ngjarjes  $A \cap B$ :

$$p(A \cap B) = p(B) \cdot p(A|B).$$

$p(B)$  është probabiliteti që etiketa  $b$  nxirret e para; është e qartë se  $p(B) = \frac{3}{5}$ ;

$p(A/B)$  është probabiliteti që etiketa  $a$  nxirret e dyta kur herën e parë është nxjerrë etiketë  $b$ . Ky është probabiliteti që të nxirret një etiketë  $a$  në një kuti në të cilën ka 2 etiketa  $a$  dhe 2 etiketa  $b$  (sepse njëra është nxjerrë herën e parë), pra  $p(A/B) = \frac{2}{4}$ . Rrjedhimisht  $p(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$ .

- 21 Një zar kubik hidhet 4 herë. Gjeni probabilitetin e ngjarjes: Bien 3 pikë të paktën një herë.

### Zgjidhje

Probabiliteti që në një hedhje të bien 3 pikë është  $\frac{1}{6}$ . Probabiliteti që në një hedhje të mos bien 3 pikë është  $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ .

Probabiliteti që në 4 hedhje të mos bien 3 pikë është  $\left(\frac{5}{6}\right)^4$ . Probabiliteti që në 4 hedhje të bjerë të paktën një herë 3 pikë është  $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 1 - \frac{625}{1296} \approx 0,52$

## USHTRIME PËR VETKONTROLL

- 1 Njëzet etiketa me numrat nga 1 në 20 janë përzier e kthyer përmbysh në tavolinë.

Zgjidhet rastësisht një etiketë. Gjeni probabilitetin:

- a Është etiketë me numër çift.
- b Është etiketë me numër pjesëtues të numrit 24.
- c Është etiketë me numër të thjeshtë.

$$\text{P. [a)} \frac{1}{2}; \text{ b)} \frac{2}{5}; \text{ c)} \frac{2}{5}]$$

- 2 Hidhet një zar kubik i cili bie numër jo i thjeshtë. Sa është probabiliteti që ai të jetë numër çift?

$$\text{P. } \frac{1}{3}$$

- 3 Një shkronjë zgjidhet rastësisht nga shkronjat e fjalës MATEMATIKA. Gjeni probabilitetin e ngjarjeve:

- a Është zanore
- b Është bashkëtingëllore
- c Është shkronja K
- d Është shkronja A

$$\text{P. } [p(a) = \frac{1}{2}; p(b) = \frac{1}{2}; p(c) = \frac{1}{10}; p(d) = \frac{3}{10}]$$

- 4 Një zar i zi dhe një zar i bardhë kubik hidhen njëkohësisht. Gjeni probabilitetin e ngjarjes:

- a Shuma e pikëve në të dyja zaret është 5

- b) Zari i zi bie tek dhe zari i bardhë bie 6.  
 c) Njëri zar bie 6 dhe zari tjetër bie tek.  
 d) Prodhimi i pikëve në të dyja zaret është numër tek.  
 e) Të paktën një zar tregon 1 pikë.

P. [a)  $\frac{1}{9}$  b)  $\frac{1}{12}$  c)  $\frac{1}{6}$  d)  $\frac{1}{4}$  e)  $\frac{11}{36}$ ]

- 5 Në një kuti janë 5 sfera të kuqe, 2 sfera të zeza dhe 4 të bardha. Gjeni probabilitetin që në nxjerrje të rastësishme të dalë sferë e kuqe ose e bardhë.

P.  $[\frac{9}{11}]$

- 6 Numrat 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i shkruajmë në etiketa. Térheqim rastësisht njérën prej tyre. Gjeni probabilitetin:
- a) Numri i térhequr është më i vogël se 6.  
 b) Numri i térhequr është çift.  
 c) Numri i térhequr është më i vogël se 6 dhe çift.  
 d) Numri i térhequr është më i vogël se 6 ose çift.

P. [a)  $\frac{5}{8}$  b)  $\frac{1}{2}$  c)  $\frac{1}{4}$  d)  $\frac{7}{8}$ ]

- 7 Jepet  $p(A) = \frac{9}{20}$ ;  $p(B') = \frac{3}{5}$ ;  $p(A \cap B) = \frac{1}{4}$ . Gjeni  $p(A \cup B)$ .

P.  $[\frac{3}{5}]$

- 8 Në një kuti ndodhen 30 sfera me numra nga 1 në 30. Nxirret njëra prej tyre. Gjeni probabilitetin:

- a) Është sferë me numër çift.      b) Është sferë me numër më të madh se 17.  
 c) Është sferë me numër më të vogël se 10 dhe tek.

P. [a)  $\frac{1}{2}$  b)  $\frac{13}{30}$  c)  $\frac{19}{30}$ ]

- 9 Në një kuti janë 12 sfera të kuqe, të bardha e jeshile. Futim dorën në kuti dhe pa e parë térheqim një sferë. Pasi shënojmë ngjyrën e saj, e futim përsëri në kuti dhe këtë provë e realizojmë 1000 herë. Të dhënat janë në tabelë:

Ngjyra	E kuqe	E bardhë	Jeshile
Denduria	670	245	85

Përgjigjuni pyetjeve:

- a) A mund të parashikoni se sa prej sferave janë të kuqe, sa të bardha e sa jeshile?  
 b) Nëse provën e realizojmë 5000 herë, sa herë do të ndeshim secilën ngjyrë?  
 c) Rezultatet e kërkesave a dhe b janë të sakta apo të përafërt?  
 d) Nëse luajmë lojën gjeni ngjyrën e sferës, cilën ngjyrë do të preferonit?

- 10 Në një klasë me 40 nxënës, 24 janë djem dhe 16 janë vajza. Ndër to 20 djem dhe 13 vajza merren me sport. Zgjidhet rastësisht një nxënës. Gjeni probabilitetin:
- a) Është vajzë.      b) Është djalë që merret me sport.

- c Është vajzë që nuk merret me sport.  
d Është djalë ose vajzë që merret me sport.  
e Është nxënës që nuk merret me sport.

$$\text{P. } [p(a) = \frac{2}{5}; p(b) = \frac{1}{2}; p(c) = \frac{3}{40}; p(d) = \frac{33}{40}; p(e) = \frac{7}{40}]$$

**11** Në një klub sportiv janë 65 sportistë në tri ekipe, atletikë, volejboll dhe futboll.

Futbollistë janë sa 75% të atletëve dhe volejbollistë janë 150% e atletëve.

- a Sa sportistë për secilin sport ka ky klub sportiv?  
b Në një ditë stërvitjeve mungoi një sportist. Gjeni probabilitetin:  
i Ai është futbollist. ii Ai nuk është atlet.

$$\text{P. [a) 20 atletë; 15 volejbollistë; 30 futbollistë. b) i } \frac{6}{13} \text{ ii } \frac{9}{13}]$$

**12** Një firmë prodhon llamba ndriçimi. Probabiliteti që një llambë të jetë me defekt është 0,05. Sa llamba me defekt dalin gjatë një ore, në qoftë se prodhohen 1800 llamba?

$$\text{P. [90 llamba]}$$

**13** Hidhen tri monedha të ndryshme.

- a Ndërtoni pemën e dendurive. b Gjeni probabilitetin:  
i Bie dy herë lek e një herë stemë. ii Bie më shumë lek se sa stemë.

$$\text{P. [b) i } \frac{3}{8} \text{ ii } \frac{1}{2}]$$

**14** Në një kuti ndodhen 3 sfera të bardha dhe një sferë e kuqe. Nga kutia nxjerrim një sferë. E kthejmë atë në kuti dhe më pas nxjerrim një sferë të dytë.

- a Ndërtoni pemën e dendurive.  
b Paraqitni në një tabelë shpërndarjen e probabiliteteve.

P.

Rezultati	Të dyja sferat janë të bardha (B, B).	Sfera e parë është e bardhë dhe e dyta e kuqe (B, K).	Sfera e parë është e kuqe dhe e dyta e bardhë (K, B).	Të dyja sferat janë të kuqe (K, K).
Probabiliteti	$\frac{9}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

**15** Në një kuti ndodhen 5 sfera të kuqe dhe 4 sfera të zeza. Nxjerrim nga kutia një sferë dhe pa e kthyer atë në kuti nxjerrim një sferë të dytë.

Gjeni probabilitetin që të dy sferat e nxjerra të janë të kuqe.

$$\text{P. } [\frac{1}{2}]$$

**16** Në një etazher ndodhen 3 libra matematike dhe 3 libra fizike. Një nxënës

tërheq rastësisht një libër dhe pa e kthyer atë merr edhe një libër të dytë.

Gjeni probabilitetin që të dy librat e tërhequr të janë libra matematike.

$$P. \left[ \frac{1}{5} \right]$$

- 17** Në një qitje sportive probabiliteti i goditjes së shenjës është  $\frac{3}{4}$ . Në qoftë se shenja goditet, atëherë bëhet një e shtënë tjeter. Probabiliteti i goditjes së dy shenjave është  $\frac{1}{2}$ . Gjeni probabilitetin e goditjes së shenjës së dytë.

$$P. \left[ \frac{2}{3} \right]$$

- 18** Hidhen 2 zare kubike nga të cilët njëri prej tyre bie 4. Gjeni probabilitetin që shuma e pikëve në të dyja zaret të jetë 7.

$$P. \left[ \frac{2}{11} \right]$$

- 19** Në një kuti ndodhen 3 sfera të kuqe dhe 1 sferë e zezë. Nga kutia nxirret një sferë dhe pa e kthyer atë nxirret një sferë e dytë. Gjeni probabilitetin që në fillim të nxirret sfera e kuqe e pastaj sfera e zezë.

$$P. \left[ \frac{1}{4} \right]$$

- 20** Hidhen tri zare kubike. Gjeni probabilitetin që në të tria zaret të bjerë i njëjti numër.

$$P. \left[ \frac{1}{36} \right]$$

- 21** Një ndryshore e rastit merr vlerat 1, 2, 3, 4. Jepen:  $p(X > 3) = \frac{1}{5}$ ,  $p(X < 3) = \frac{1}{2}$ ,  $p(X = 2) = 2p(X = 1)$ . Gjeni shpërndarjen e saj.

P.

X	1	2	3	4
p(X)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$

- 22** Në një anketim u regjistrua numri i fëmijëve në 300 familje të një qyteti. Të dhënat jepen në tabelë:

Numri i fëmijëve	0	1	2	3	4	5
Numri i familjeve	28	62	80	71	35	24

Shënojmë me X ndryshoren e rastit: "Numri i fëmijëve në familje".

- a Gjeni shpërndarjen e saj.  
b Gjeni  $p(X > 2)$ .

- c Gjeni  $p(X < 3)$ .

$$P. [b) p(X > 2) = \frac{130}{300} c) p(X < 3) = \frac{170}{300}]$$

# KREU 17

## STATISTIKË

Popullata është bashkësia e të gjithë elementeve që ju po studioni.

Kampioni është nënbashkësi e popullatës.

Parametri është një numër që përshkruan të gjithë popullatën.

Treguesi statistikor është një numër i përfthuar nga një kampion i vetëm – një ose disa të tillë mund të përdoren për të vlerësuar një parametër.

**Karakteristikat e vendndodhjes:** Moda, mesorja, kuartilet dhe mesatarja.

**Karakteristikat e shpërndarjes:** Amplituda, ndryshesa ndërkuartilore.

**Moda:** Vlera me dendurinë më të madhe.

**Mesorja:** Vlera e mesit, kur të dhënat janë renditur nga më e vogla te më e madha.

**Mesatarja:** Raporti i shumës së të dhënave me numrin e tyre.

**Kuartili i parë:** Vlera e mesit ndërmjet vlerës më të vogël dhe mesores.

**Kuartili i tretë:** Vlera e mesit ndërmjet mesores dhe vlerës më të madhe.

**Amplituda:** Diferenca ndërmjet vlerës më të madhe me vlerën më të vogël.

**Ndryshesa ndërkuartilore:** Diferenca ndërmjet kuartilit të tretë dhe të parë.

### Shembull

Parametri	1	2	3	4	5
Denduria	3	5	6	4	1

Renditja: 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 5

Moda: 2    Mesorja: 3    Kuartili i parë: 2    Kuartili i dytë: 4    Mesatarja: 2,73

Amplituda:  $5 - 1 = 4$     Ndryshesa ndërkuartilore:  $4 - 2 = 2$

### Ushtrime të zgjidhura

- I Jepet vargu i numrave 5, 4, 10, 3, 3, 4, 7, 4, 6, 5. Gjeni, modën, mesoren, mesataren dhe amplitudën.

### Zgjidhje

Duke i radhitur numrat nga më i vogli te më i madhi kemi:

3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 10.

Mesatarja është  $\frac{5+4+10+3+3+4+7+4+6+5}{10} = \frac{51}{10} = 5,1$ .

Mesorja është 4,5.

Moda është 4.

Amplituda është 7.

2 Notat e marra nga 100 studentë në një test jepen në tabelë.

Nota $x$	0	1	2	3	4
Denduria $f$	4	19	25	29	23

Gjeni mesataren, mesoren, klasën modale.

### Zgjidhje

$$\text{Mesatarja} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 19 + 2 \cdot 25 + 3 \cdot 29 + 4 \cdot 23}{100} = \frac{248}{100} = 2,48.$$

Mesorja është gjysmëshuma e numrave që zënë vendet 50 e 51 në radhitjen rritëse. Të dy ata janë 3, pra mesorja  $\frac{3+3}{2} = 3$ . Klasa modale është 3.

3 Të dhënat e grupuara për rezultatet e 51 nxënësve në një test jepen në këtë tabelë dendurish.

Pikët	30–39	40–49	50–59	60–69
Denduria	7	14	21	9

Gjeni mesataren, mesoren, klasën modale.

### Zgjidhje

Gjelmë pikën e mesit për secilën klasë. Ato janë 34,5; 44,5; 54,5; 64,5.

$$\text{Mesatarja} \text{ është } \frac{34,5 \cdot 7 + 44,5 \cdot 14 + 54,5 \cdot 21 + 64,5 \cdot 9}{51} \approx 50,7.$$

Mesorja është rezultati i 26<sup>te</sup> që ndodhet në intervalin 50–59 (nuk mund të gjejmë mesoren e saktë).

Klasa modale është [50, 59[ (nuk mund të gjejmë vlerën e saktë të modës).

4 Në një çerdhe fëmijësh, u mat gjatësia e 24 fëmijëve si më poshtë:

79	80	86	78	78	76	81	80
75	79	81	85	77	78	80	77
88	89	73	71	70	89	80	71

- a Gruponi këto të dhëna në klasa sipas intervaleve  $70 \leq a < 75$ ;  $75 \leq a < 80$ ;  $80 \leq a < 85$ ;  $85 \leq a < 90$ .

Gjeni: i klasën modale;

- ii klasën në të cilën bën pjesë mesorja;  
 iii mesataren aritmetike të përafërt.

**Zgjidhje**

Grupimi	$70 \leq a < 75$	$75 \leq a < 80$	$80 \leq a < 85$	$85 \leq a < 90$
Denduria	4	9	6	5
Përqindja	21%	29%	25%	25%

Klaza modale: [75, 80[

Klaza në të cilën bën pjesë mesorja: [75, 80[

Mesatarja aritmetike (e përafërt).

$$m = \frac{72,5 \cdot 4 + 77,5 \cdot 9 + 82,5 \cdot 6 + 87,5 \cdot 5}{24} = 80$$

- 5 Një studiues vëzhgoi 1800 persona të një qyteti (1200 djem dhe 800 vajza) për të parë sa prej tyre ishin mëngjarashë. Pas kësaj hartozi tabelën e mëposhtme:

	Gjithsej	Mëngjarashë
Djem	1000	80
Vajza	800	50

Përgjigjuni pyetjeve:

- Sa % e djemve janë mëngjarashë?
- Sa % e vajzave janë mëngjarashe?
- Nga përfundimi i parë a mund të themi që në një klasë me 12 djem, një prej tyre është mëngjarash? Pse?
- A mund të themi që në 3600 banorë të qytetit rrëth 260 prej tyre janë mëngjarashë?
- A mund të themi që rrëth 7% e banorëve të vendit tonë janë mëngjarashë?

**Zgjidhje**

- $80 : 1000 = 8\%$  e djemve janë mëngjarashë.
- $50 : 800 = 6,25\%$  e vajzave janë mëngjarashe.
- Jo. Sepse 12 banorë janë përfaqësi e vogël për 1600 banorë.
- Po. Këto të dhëna janë për 1800 banorë dhe e përfaqësojnë mirë qytetin që ka 3600 banorë.
- Jo, sepse 1600 banorë nuk e përfaqësojnë vendin tonë me rrëth 3000000 banorë.

- 6 Në një ndërmarrje të vogël punojnë 10 vetë. Paga mujore e secilit nga punonjësit tregohet në tabelë:

Paga	Numri i punonjësve	Kualifikimi
35500	5	punëtor
36500	1	punëtor
37000	2	punëtor
40000	1	drejtues
40000	1	drejtues

Paga e njërit nga drejtuesit rritet nga 30000 në 40000 dhe e të tjerëve mbetet e pandryshuar.

a A ka ndryshuar mesorja?

b A ka ndryshuar mesatarja?

Shpjegoni përgjigjet që do të jepni.

### Zgjidhje

- a Mesorja nuk ka ndryshuar, sepse ajo është  $\frac{35500 + 36500}{2}$  dhe mbetet po kaq edhe pas rritjes së pagës për një nga drejtuesit.
- b Mesatarja ka ndryshuar, sepse ka ndryshuar paga e njërit.

7 Jepet  $x + y + z = 4a$ . Mesatarja e numrave  $x, y$  dhe  $z$  është 12. Gjeni  $a$ .

### Zgjidhje

Kemi:

$$\frac{x+y+z}{3} = \frac{4a}{3}. \text{ Nga kushti } \frac{4a}{3} = 12 \Rightarrow a = 9$$

8 Në rrugë, AB paraqitet me ngjitje e zbritje. Një makinë, rrugën nga A në B e bën me shpejtësi 40 km/orë, ndërsa rrugën nga B në A e bën me shpejtësi 80 km/orë.

Gjeni shpejtësinë mesatare të makinës gjatë gjithë rrugës.

### Zgjidhje

Shënojmë me  $x$  gjatësinë e rrugës. Koha për rrugën nga A në B është

$$t_1 = \frac{x}{40}, \text{ ndërsa koha për rrugën nga B në A është } t_2 = \frac{x}{80}. \text{ Koha gjatë gjithë rrugës (vajtje-ardhje) është } t_1 + t_2 = \frac{x}{40} + \frac{x}{80} = \frac{3x}{80}, \text{ ndërsa rruga është } x + x = 2x.$$

Në këtë mënyrë, shpejtësia mesatare (vajtje-ardhje) është:

$$\frac{2x}{t_1 + t_2} = \frac{2x}{\frac{3x}{80}} = \frac{160}{3} = 53\frac{1}{3} \text{ km/orë}$$

9 Mesatarja e numrave  $a$  dhe  $b$  është 5; Mesatarja e numrave  $b$  dhe  $c$  është 12.

Mesatarja e numrave  $a$  dhe  $c$  është 10. Gjeni mesataren e numrave  $a, b$  dhe  $c$ .

### Zgjidhje

Kemi

$$\frac{a+b}{2} = 5 \Rightarrow a+b=10; \quad \frac{b+c}{2} = 12 \Rightarrow b+c=24; \quad \frac{a+c}{2} = 10 \Rightarrow a+c=20$$

Duke mbledhur anë për anë këto tri barazime kemi:

$$a+b+b+c+a+c=10+24+20 \Rightarrow 2(a+b+c)=54 \Rightarrow a+b+c=27 \Rightarrow$$

$$\frac{a+b+c}{3} = 9$$

- 10** Në një klasë me 45 nxënës, në testimin e matematikës u arrit nota mesatare 8,6. Mesatarja e djemve ishte 8, ndërsa mesatarja e vajzave ishte 9. Sa djem e sa vajza kishte klasa?

**Zgjidhje**

Shënojmë me  $x$  numrin e djemve të klasës. Atëherë numri i vajzave është  $45 - x$ . Pikët e përgjithshme djemve janë  $8x$ ; të vajzave janë  $9(45 - x)$ , ndërsa të klasës janë  $45 \cdot 8,6$ . Formojmë ekuacionin:

$$8x + 9(45 - x) = 45 \cdot 8,6 \Rightarrow x = 18$$

Klasa ka 18 djem dhe 27 vajza.

- 11** Në një klasë, 40% e nxënësve janë vajza. Në një testim morën nota kaluese 60% e vajzave dhe 40% e djemve. Gjeni përqindjen kaluese të klasës.

**Zgjidhje**

Shënojmë me  $100x$  numrin e nxënësve të klasës. Atëherë  $40x$  janë vajza dhe  $60x$  janë djem.

$$\text{Morën nota kaluese } 40x \cdot \frac{60}{100} = 24x \text{ vajza dhe } 60x \cdot \frac{40}{100} = 24x \text{ djem}$$

Morën nota kaluese gjithsej  $24x + 24x = 48x$  nxënës

$$\text{Përqindja kaluese është } \frac{48x}{100x} \cdot 100 = 48\%$$

- 12** Jepet  $2 \leq x \leq 5$  dhe  $4 \leq y \leq 9$ . Shënojmë me  $m$  mesataren e numrave  $x$  dhe  $y$ , me  $p$  mesataren e numrave  $\frac{1}{x}$  dhe  $\frac{1}{y}$ , dhe me  $q$  mesataren e numrave  $\frac{2}{x}$  dhe  $\frac{3}{y}$ . Provoni se:

$$\text{a} \quad 3 \leq m \leq 7 \quad \text{b} \quad \frac{7}{45} \leq p \leq \frac{3}{8} \quad \text{c} \quad \frac{11}{30} \leq q \leq \frac{7}{8}$$

**Zgjidhje**

- a Kemi  $2 \leq x \leq 5$  dhe  $4 \leq y \leq 9$ . Duke mbledhur anë për anë këto mosbarazime kemi:  $6 \leq x + y \leq 14$ . Duke pjesëtaruar me 2 kemi  $3 \leq \frac{x+y}{2} \leq 7 \Rightarrow 3 \leq m \leq 7$ .
- b  $2 \leq x \leq 5 \Rightarrow \frac{1}{5} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$   
 $4 \leq y \leq 9 \Rightarrow \frac{1}{9} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{4}$ . Duke mbledhur anë për anë dy mosbarazimet e fundit kemi:  

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{9} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{14}{45} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \frac{3}{4}$$
. Duke pjesëtaruar me 2 mosbarazimin e fundit kemi:

$$\frac{7}{45} \leq \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{2} \leq \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{7}{45} \leq p \leq \frac{3}{8}$$

c)  $2 \leq x \leq 5 \Rightarrow \frac{1}{5} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{5} \leq \frac{2}{x} \leq 1$

$4 \leq y \leq 9 \Rightarrow \frac{1}{9} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{9} \leq \frac{3}{y} \leq \frac{3}{4}$  Duke mbledhur anë për anë dy mosbarazimet e fundit kemi:

$\frac{2}{5} + \frac{3}{9} \leq \frac{2}{x} + \frac{3}{y} \leq 1 + \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{11}{15} \leq \frac{2}{x} + \frac{3}{y} \leq \frac{7}{4}$ . Duke pjesëtuar me 2 mosbarazimin e fundit kemi:

$$\frac{11}{15} \leq \frac{\frac{2}{x} + \frac{3}{y}}{2} \leq \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{11}{30} \leq q \leq \frac{7}{8}$$

- 13 Në figurën 17.1 jepet grafiku i mungesave të nxënësve të një shkolle gjatë gjithë muajve të vitit shkollor.

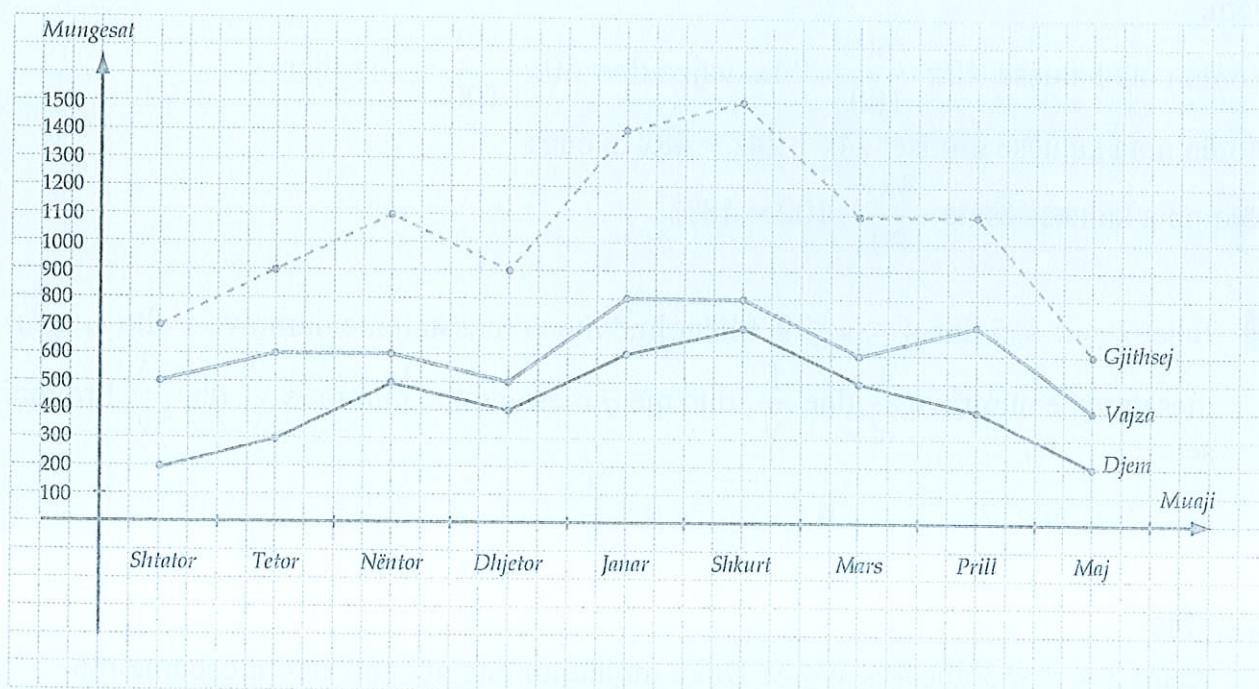


Fig. 17.1

Përgjigjuni pyetjeve:

- a Në cilin muaj numri i mungesave të vajzave ishte më i vogël? Më i madh?

### Zgjidhje

Në grafik, muajit me numrin më të vogël të mungesave për vajzat, i përgjigjet ajo pikë e tij, e cila e ka ordinatën më të vogël. Vëmë re se ajo i takon muajit shtator dhe muajit maj. Të dy këtyre muajve u korrespondojnë 200 mungesa.

Në të njëjtin grafik, ordinata më e madhe është ajo e muajit shkurt. Rrjedhimisht numri më i madh i mungesave për vajzat është arritur në muajin shkurt me 700 mungesa.

b Në cilin muaj numri i mungesave të nxënësve ishte minimal? Maksimal?

### Zgjidhje

Më i vogël: Muaji maj me 600 mungesa.

Më i madh: Muaji shkurt me 1500 mungesa.

c Në cilin muaj numri i mungesave gjithsej, ishte më i vogël sesa në muajin paraardhës?

### Zgjidhje

Muajt nëntor-dhjetor; shkurt-mars; prill-maj.

d Në muajin dhjetor, sa për qind më i madh ishte numri i mungesave të djemve në krahasim me atë të vajzave?

### Zgjidhje

Në këtë muaj vëmë re se numri i mungesave për vajzat është 400, ndërsa për djemtë është 500. Në përqindje, numri i mungesave të djemve është  $\frac{500 - 400}{400} = 25\%$  më i madh sesa i vajzave.

e Sa është numri mesatar i mungesave për vajzat, për djemtë dhe gjithsej?

### Zgjidhje

$$\text{Për vajzat: } m_v = \frac{200 + 300 + 500 + 400 + 600 + 700 + 500 + 400 + 200}{9} = \frac{3800}{9} = 422$$

Për djemtë:

$$m_D = \frac{500 + 600 + 600 + 500 + 800 + 800 + 600 + 700 + 400}{9} = \frac{5500}{9} = 611$$

Gjithsej:

$$m = \frac{3800 + 5500}{18} = 517$$

f Me sa për qind u ul numri i mungesave të vajzave në periudhën nëntor-dhjetor?

### Zgjidhje

Në periudhën nëntor-dhjetor për vajzat kemi këtë situatë:

Nëntor 500 mungesa; dhjetor 400 mungesa.

Në përqindje, numri i mungesave është ulur me  $\frac{500 - 400}{500} = 20\%$ .

g Me sa për qind u rrit numri i mungesave të djemve në periudhën dhjetor-janar?

### Zgjidhje

$$\frac{800 - 500}{500} = 60\%$$

h Sa është diferenca e mungesave ndërmjet muajit me mungesa më të shumta me atë më të pakta për vajzat, për djemtë dhe gjithsej?

Për vajzat:  $700 - 200 = 500$  (shkurt-shtator (maj))

Për djemtë:  $800 - 400 = 400$  (janar-shkurt)-maj

Gjithsej:  $1500 - 600 = 900$  (shkurt-maj)

- 14** Në tabelën e mëposhtme jepen të dhëna për kërkesën e një produkti në varësi të çmimit të tij.

Çmimi $x$ (në mijë lekë)	Kërkesa $y$ (në kv)
10	1
9	1,5
8	2
7	3
6	4
5	5

a Paraqitni grafikisht të dhënat e kësaj tabele.

b Ndërtoni drejtëzën e përafrimit më të mirë.

c Përshkruani llojin e korrelacionit që vini re.

#### Zgjidhje

a Në figurën 17.2/a të dhënat e kësaj tabele paraqiten grafikisht.

Në boshtin e abhisave janë vendosur vlerat e çmimit dhe në boshtin e ordinatave janë vendosur vlerat përkatëse të kërkesës.

b Në figurën 17.2/b tregohet drejtëza e përafrimit më të mirë.

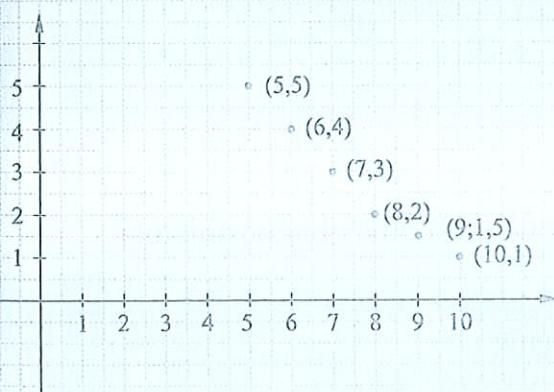


Fig. 17.2/a

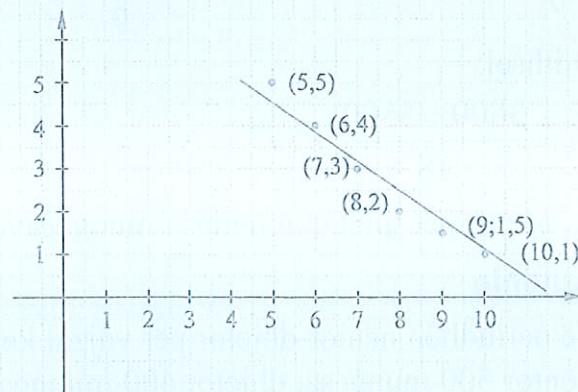


Fig. 17.2/b

c Vihet re korrelacion i fortë negativ, dukuri që është e shpjegueshme sepse me rritjen e çmimit kemi ulje të kërkesës.

- 15** Janë matur kohët që i duhen secilit në një grup prej 15 nxënësish për të përfunduar një test. Kohët e tyre (në minuta) ishin: 32, 34, 33, 37, 39, 39, 42, 45, 41, 40, 40, 44, 13, 36, 36.

- a Njehsoni modën, mesoren dhe mesataren aritmetike të të dhënavëve.  
 b Tregoni që ka vetëm një vlerë të jashtëndodhur për këto të dhëna.

- c Jepni një arsyё tё mundshme pёr:
- heqjen e vlerës sё jashtëndodhur;
  - lénien e vlerës sё jashtëndodhur.
- d Një mësues vendosi ta hiqte vlerën e jashtëndodhur. Pa kryer njehsirne tё tjera, shpjegoni si do tё ndikojё kjo nё pёrgjigjet e kérkesës a.

**Zgjidhje**

- a Moda = 36, 39 dhe 40; Mesorja = 39; Mesatarja aritmetike = 36,7
- b Vlerë e jashtëndodhur 13.
- c i Vlera e jashtëndodhur mund tё jetë marrë nga një gabim. Pёr shembull, koha mund tё jetë regjistruar gabim; ose nxënësi mund tё ketë patur ndonjë lloj ndihme, qё do tё thotë se kjo vlerë e kohës nuk ёshtë një rezultat i vlefshëm. Nё tё dyja rastet, mbajtja e kësaj vlere shtrembёron rezultatet.
- ii Nё qoftë se kjo ёshtë një vlerë e vërtetë, heqja e saj do tё japё pamje tё gabuar pёr kohët e pёrfundimit tё testit, çka do tё nёnvlerësonte ndryshimin e rezultateve.
- d Moda dhe mesorja nuk ndryshojnё, mesatarja aritmetike irritet.
- 16 Pёr tё kontrolluar cilësinë e llambave u mat koha e punës e 180 llambave. Tё dhënat jepen nё tabelë.

Koha e punës (nё orë)	Numri i llambave
501-600	32
601-700	48
701-800	60
801-900	24
901-1000	16

Paraqitini kёto tё dhëna me histogram dhe diagram rrethore.

**Zgjidhje**

Nё figurën 17.3 jepet histograma.

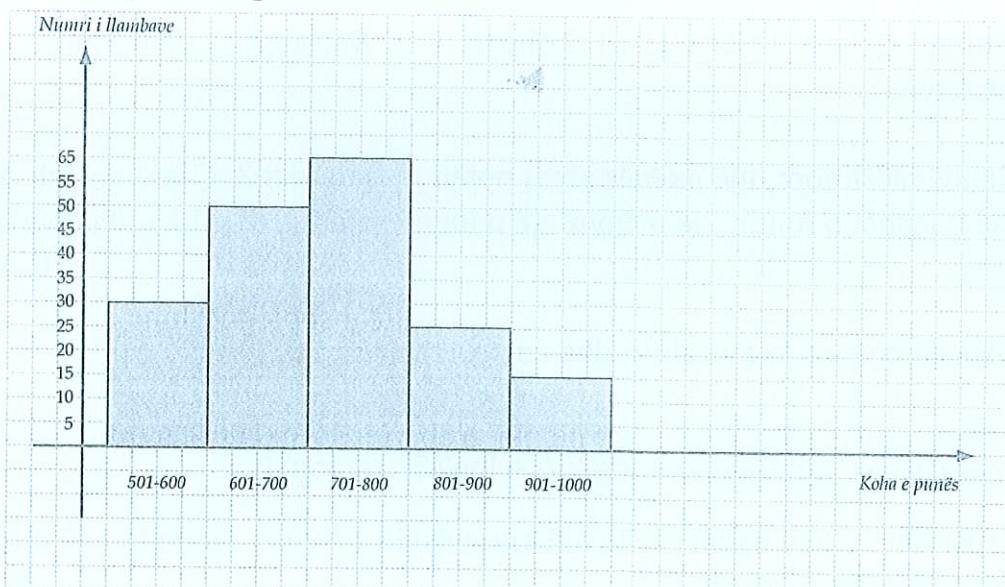


Fig. 17.3

Për të ndërtuar diagramin rrëthor, llogaritim se sa gradë i takon një llambe.

$$360^\circ : 180 = 2^\circ$$

Rrjedhimisht sektorët e qarkut do të ndahen si më poshtë:

$$32 \times 2 = 64^\circ \text{ është harku i sektorit që i përket } 32 \text{ llambave me kohë pune } 501\text{-}600 \text{ orë.}$$

$$48 \times 2 = 96^\circ \text{ është harku i sektorit që i përket } 48 \text{ llambave me kohë pune } 601\text{-}700 \text{ orë.}$$

$$60 \times 2 = 120^\circ \text{ është harku i sektorit që i përket } 60 \text{ llambave me kohë pune } 701\text{-}800 \text{ orë.}$$

$$24 \times 2 = 48^\circ \text{ është harku i sektorit që i përket } 24 \text{ llambave me kohë pune } 801\text{-}900 \text{ orë.}$$

$$16 \times 2 = 32^\circ \text{ është harku i sektorit që i përket } 16 \text{ llambave me kohë pune } 901\text{-}1000 \text{ orë.}$$

Në Figurën 17.4 jepet diagrami rrëthor.

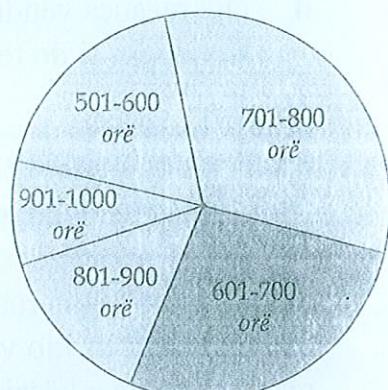


Fig. 17.4

### USHTRIME PËR VETËKONTROLL

1 Në testimin e matematikës, të 25 nxënësit e një klase u vlerësuan me notat:

5, 6, 8, 7, 4, 9, 7, 9, 7, 6, 10, 8, 9, 7, 8, 19, 9, 5, 5, 6, 6, 8, 7, 9, 6

Sistemojini këto të dhëna në tabelën e mëposhtme:

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Numri i nxënësve							
Denduria (%)							

Përgjigjuni pyetjeve:

- a Sa nxënës ishin kalues?
- b Sa ishte përqindja kaluese e klasës?
- c Sa nxënës u vlerësuan me notën 10?
- d Cila notë ndeshet më shpesh?
- e Cila notë ndeshet më rrallë?
- f Sa është nota mesatare e klasës në këtë testim?
- g Paraqitini këto të dhëna në diagram me shtylla dhe diagram rrëthor.

2 Jepen numrat  $x; 3x - 1; 2x + 1; x + 3$  dhe  $4x - 1$ . Mesatarja e tyre është 3. Gjeni mesoren e tyre. P. [3]

3 Në 10 lëndë mësimore, një nxënës arriti notën mesatare 8,3. Çfarë notash duhet të marrë në 2 lëndët e fundit, në mënyrë që nota mesatare e të gjitha lëndëve të jetë 8,5? P. [9 dhe 10]

4 Gjeni mesataren e numrave  $\sin^2\alpha$  dhe  $\cos^2\alpha$ . P.  $\left[\frac{1}{2}\right]$

5 Gjeni mesataren e numrave  $a = \log 2; b = \log 25; c = \log 20$ . P. [1]

6 Mosha mesatare e tetë nxënësve të një klase është 17 vjeç. Sa do të jetë mosha mesatare e tyre pas 5 vitesh? P. [22 vjeç]

7 Mesatarja e tri numrave është 6. Mesatarja e dy prej tyre është 7. Gjeni numrin e tretë.

P. [4]

8 Në tabelën e mëposhtme janë sistemuar të dhënat lidhur me gjatësinë e 300 vajzave të moshës 10 vjeç.

Gjatësia (në cm)	Numri
115-120	8
121-125	32
126-130	58
131-135	82
136-140	60
141-145	54
146-150	6

Gjeni:

- a Klasën modale.
- b Klasën në të cilën bën pjesë mesorja.
- c Mesataren aritmetike të përafërt.

9 Gjatë prodhimit të një detali, u mat pesha e 40 prej tyre (në gram). Të dhënat jepen në tabelën e mëposhtme:

402404	395	397	400	402	398	400	401	402
399400	407	395	401	394	396	405	406	410
402405	399	400	398	401	395	397	398	398
401399	402	404	405	400	399	400	397	403

I sistemoni këto të dhëna duke i grupuar në klasa me gjatësi 3 ( $394 \leq a < 396$  etj.).

Gjeni:

- a klasën modale;
- b klasën në të cilën bën pjesë mesorja;
- c mesataren aritmetike të përafërt.

10 Duke matur shtatlartësinë e 40 fëmijëve njëvjeçarë në një konsultore u gjetën këto të dhëna (në cm):

75,3	81,4	85,3	70	93,2	76,8
84,5	84,2	85,1	77,6	83,1	81,2
87,9	83	82,8	71,7	89,2	88
78	72,3	88,1	78,5	71,4	82
89	84,1	85,3	83,2	87,1	81,4
83	77,4	75	81	85,1	70,4
76	90,1	84	77,6		

Sistemojini të dhënat në një tabelë duke formuar klasat  $70 \leq a < 75$ ;  $75 \leq a < 80$  etj.

Gjeni:

- a klasën modale;
- b klasën në të cilën bën pjesë mesorja;

c mesataren aritmetike të përafërt.

Cila klasë ka dendurinë më të madhe? Po më të vogël? Sa fëmijë e kanë gjatësinë më pak se 85 cm? Po më shumë se 85 cm?

- 11 Në tabelë është treguar sasia e pikëve të fituara nga nxënësit e një klase në një testim. Të dhënat janë grupuar në intervalle:

Pikët	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	35-40
Numri i nxënësve	1	2	11	17	25	18	3	4

Gjeni numrin mesatar të pikëve të fituara nga një nxënës i klasës.

- 12 Në tabelë janë përbledhur të grupuara të dhënat për perimetrin (në cm) të pemëve të dy pyjeve, A dhe B. Gjeni perimetrin mesatar të pemëve për secilin pyll:

Perimetri	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120	120-140	140-160
Pylli A	3	17	22	25	19	7	5	2
Pylli B	5	3	6	11	18	24	26	7

- 13 Pesha e fëmijëve të porsalindur në vitin 2011 (në gramë) dhe sipas seksit ishte:

Pesha (gr.)	Vajzat (%)	Djemtë (%)
deri 1500	0,29	0,25
1500-2000	0,77	0,69
2000-2500	3,86	2,72
2500-3000	21,31	14,84
3000-3500	44,64	40,36
3500-4000	24,00	31,38
mbi 4000	5,13	9,76

Krahasoni modat, mesoret dhe mesataret. Interpretojini këta tregues.

- 14 Numrat  $1; x; y; z; 16$  formojnë progresion gjeometrik.

a Gjeni mesataren e numrave  $x; y; z$ .

b Gjeni mesataren e numrave  $\log_2 x; \log_2 y; \log_2 z$ .

$$\text{P. [a)} \frac{14}{3} \text{ b)} 2]$$

- 15 Grafiku në figurën 17.5 tregon gjatësitë mesatare të të rrinjeve në një qytet në vitin 2017 (Me vija të plota grafiku është për djemtë dhe me vija të ndërprera për vajzat). Përgjigjuni pyetjeve:

- a Në krasim me vitin 2000, gjatësia mesatare e vajzave 13 vjeç është rritur me 1 cm. Sa ka qenë ajo në vitin 2000?
- b A mund të shpjegoni duke u bazuar në grafik se rritja mesatare e vajzave ngadalësohet pas moshës 13 vjeçare?

- c Duke u bazuar në grafik në cilën moshë djerntë janë më të gjatë se vajzat?

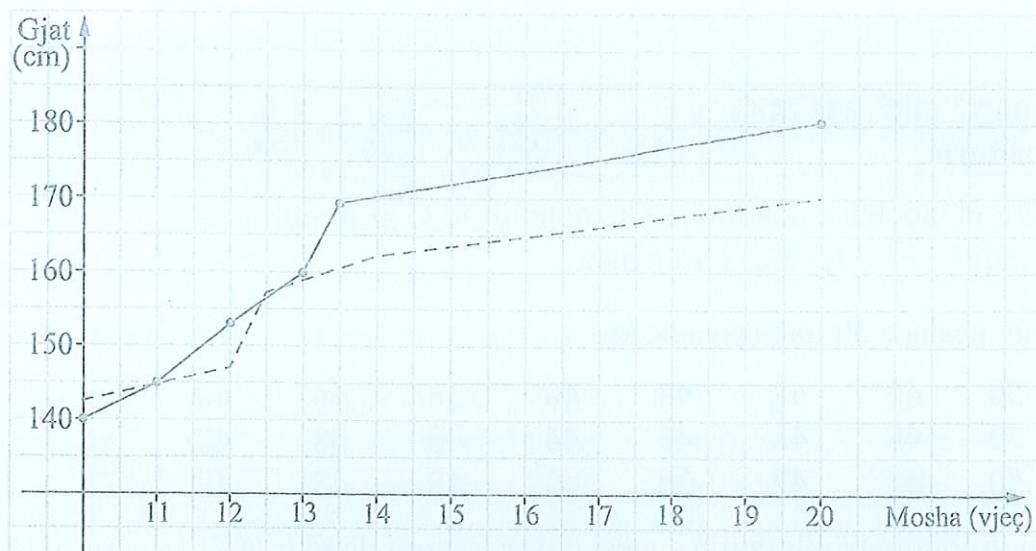


Fig. 17.5

- 16 Më poshtë janë sistemuar të dhënat për shtat lartësinë e 300 djemve dhjetëvjeçarë (në cm):

Shtatlartësia	Numri i djemve
120 deri 125	4
125 deri 130	21
130 deri 135	64
135 deri 140	93
140 deri 145	74
145 deri 150	32
150 deri 155	12

Llogaritni denduritë e grumbulluara dhe bëni paraqitjen grafike të tyre.

- 17 Për të kontrolluar cilësinë e llambave u mat koha e punës për 200 llamba. Të dhënat jepen në tabelë:

- a Gjeni mesataren.  
 b Sa për qind e llambave e kanë kohën e punës mbi 700 orë? Nën 600 orë?

Koha e punës (në orë)	Numri i llambave
400-500	20
501-600	32
601-700	48
701-800	60
801-900	24
901-1000	16

- 18 Një grup prej 24 nxënësish zhvilloi qitje sportive. Pikët e arritura nga secili jepen në tabelë:

17	6	12	25	14	27	22	23	28	23	25	17
24	25	6	18	15	6	28	21	22	19	26	20
13	21	30	22	6	16						

- a Formoni intervallet  $6 \leq a < 12$ ;  $12 \leq a < 18$ ;  $18 \leq a < 24$ ;  $24 \leq a < 30$ .  
 b Sa për qind e nxënësve kanë grumbulluar më pak se 15 pikë? Më shumë se 24 pikë?  
 c Gjeni mesataren arimetike  $m$  të pikëve të grumbulluara nga secili nxënës.

d Paraqitini këto të dhëna grafikisht.

19 Një zar kubik u hodh 3000 herë. Në tabelë janë treguar rezultatet përkatëse:

Numri i pikëve të zarit	1	2	3	4	5	6
Denduria	529	513	497	501	482	478

Ndërtoni tabelën e dendurive dhe dendurive të grumbulluara.

I paraqitini këto të dhëna grafikisht.

20 U mat pesha e 30 nxënësve në kg:

50	50	46	44	48	40	38	44	40	46
48	50	48	48	46	44	40	38	42	44
44	50	44	42	38	40	48	48	48	46

Bëni grupimin në klasa me gjatësi 4 dhe tregoni denduritë dhe denduritë e grumbulluara përkatëse.

I paraqitini këto të dhëna grafikisht.

21 Në figurën 17.6 jepen të dhëna për marrëdhëniet tregtare me jashtë shtetit të një firme (import dhe eksport).

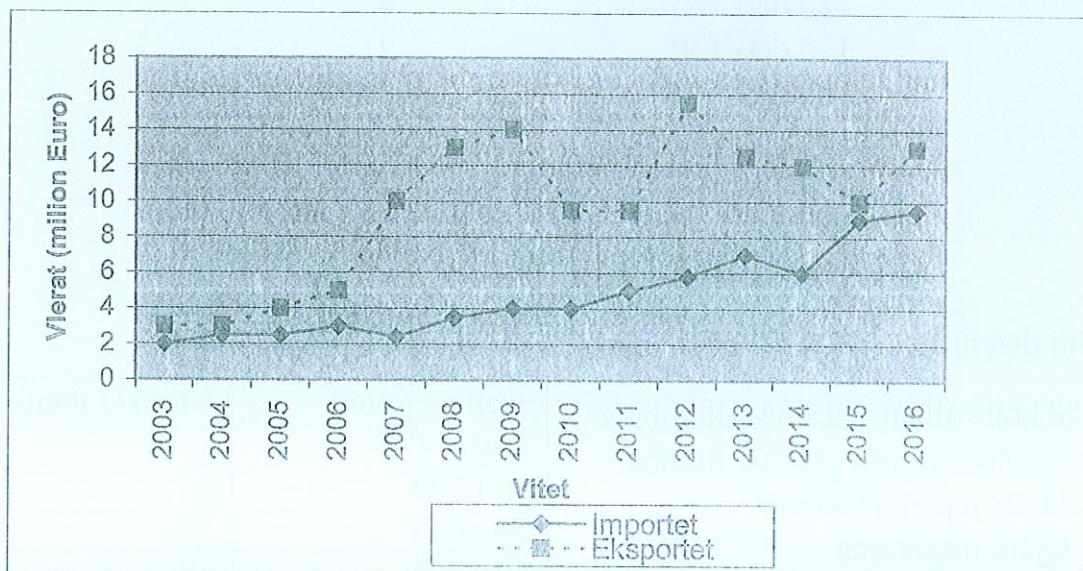


Fig. 17.6

Përgjigjuni pyetjeve:

- Për cilin nga vitet e shqyrtuar eksportet e kësaj firme u rritën më shumë në krahasim me një vit më parë?
- Sa për qind më shumë (në EURO) përbën eksportet në krahasim me importet në vitin 2008?
- Supozojmë se në vitin 2013 importet ishin 3 milion EURO (pra jo sa paraqitet në grafik). Me këtë të dhënë me sa do të zgjedhojë mesatarja aritmetike e importeve gjatë gjithë viteve?

- 22 Në grafikun e figurës 17.7 jepet temperatura në datën 1 ora  $12^{\text{th}}$  të çdo muaji për një qytet.

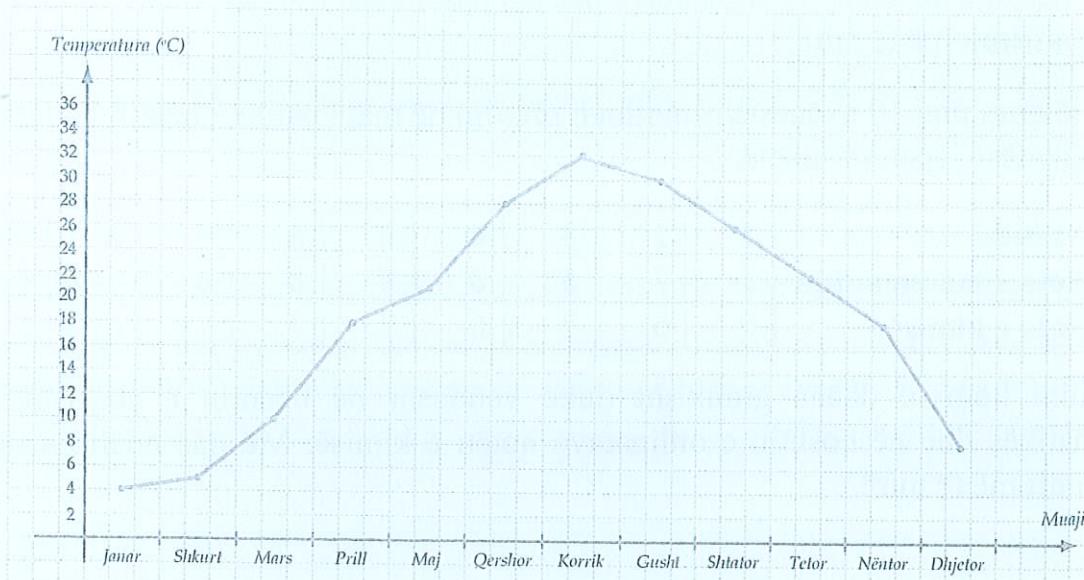


Fig. 17.7

Përgjigjuni pyetjeve:

- a Në cilin muaj temperatura shënoi rritjen më të vogël në krahasim me një muaj më parë.
  - b Në cilin muaj temperatura shënoi zbritjen më të madhe në krahasim me një muaj më parë?
  - c Sa është ndryshesa ndërmjet temperaturës më të lartë me atë më të ulët?
  - d Në cilët muaj temperatura ka qenë e barabartë? Sa është kjo temperaturë?
  - e Në cilin muaj është shënuar temperatURA më e ulët. Sa është kjo temperaturë?
- 23 Në tabelë jepen të dhëna për varësinë ndërmjet lartësisë nga niveli i detit dhe temperaturës.

Lartësia $x$ (në km)	Temperatura $y$ (në gradë Celsius)
1	$8^{\circ}\text{C}$
2	$2^{\circ}\text{C}$
3	$-5^{\circ}\text{C}$
4	$-12^{\circ}\text{C}$
6	$-25^{\circ}\text{C}$
9	$-45^{\circ}\text{C}$

Paraqitini këto të dhëna grafikisht dhe ndërtoni drejtëzën e përafshimit më të mirë.

- 24 Në tabelë jepen të dhëna për peshën në kg të 10 personave para dhe pas një dietës njojore.

Personi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pesha para dietës	65	64	53	73	68	75	80	70	58	77
Pesha pas dietës	63	63	50	73	65	77	75	66	59	72

Paraqitini këto të dhëna grafikisht duke vendosur në boshtin e abshisave peshën para dietës dhe në boshtin e ordinatave peshën pas dietës. Më pas, ndërtoni drejtëzën e përafrimit më të mirë.

- 25 Një grup prej 10 nxënësish zhvilluan provim në matematikë dhe kimi. Notat përkatëse jepen në tabelë:

Nxënësi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nota e matematikës	5	7	5	8	6	8	6	7	4	6
Nota e kimisë	6	6	7	6	7	7	7	6	5	7

Paraqitini këto të dhëna grafikisht duke vendosur në boshtin e abshisave notën e matematikës dhe në boshtin e ordinatave notën e kimisë. Më pas ndërtoni drejtëzën e përafrimit më të mirë.

**TESTET**
**• TEST 1**

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1** Numri  $9^{\frac{1}{2}}$  është i barabartë me:  
 A 1      B 3  
 C 9      D 81
- 2** Koeficienti këndor i drejtëzës që kalon nga origjina dhe nga pika  $A(10; 3)$  është:  
 A 0      B 0,3      C 0,5      D 1
- 3** Vlera e palejuar e  $x$  në shprehjen  $\frac{x}{2x-4}$  është:  
 A 0      B 1      C 2      D 3
- 4** Më i vogli numër i plotë që i përket bashkimit të bashkësive  $A = ]-1, 3[$  dhe  $B = [0, 5]$  është:  
 A -1      B 0      C 3      D 5
- 5** Në një trekëndësh kënddrejtë, projeksionet e kateteve mbi hipotenuzë janë 4 cm dhe 9 cm. Lartësia mbi hipotenuzë është:  
 A 1 cm      B 4 cm  
 C 6 cm      D 9 cm
- 6** Shprehja  $(x+2)^2 + (x-2)^2$  është e barabartë me shprehjen:  
 A  $2x^2 + 8$       B  $8x$   
 C  $8x + 16$       D  $(x+4)^2$
- 7** Jepet ekuacioni  $2\sin x - 1 = 0$ . Rrënje e tij është numri:  
 A  $\frac{\pi}{2}$       B  $\frac{\pi}{3}$   
 C  $\frac{\pi}{4}$       D  $\frac{\pi}{6}$

- 8** Inekuacioni  $-\frac{x}{2} > 3$  është i njëvlershëm me inekuacionin:  
 A  $-x > 6$       B  $x > 6$   
 C  $x < -6$       D  $-6 < x < 6$
- 9** Hipotenuza e një trekëndëshi kënddrejtë është 10 cm, kurse njëri katet është 5 cm. Këndi përballë këtij kateti është:  
 A  $90^\circ$       B  $60^\circ$   
 C  $45^\circ$       D  $30^\circ$
- 10**  $(-1)^{101} =$   
 A 101      B 1  
 C 0      D -1
- 11**  $\log_3 15 - \log_3 5 =$   
 A  $\log_3 75$       B 2  
 C 1      D 0
- 12** Derivati i funksionit  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  në pikën  $x = 1$  është:  
 A -3      B -2  
 C -1      D 0
- 13** Integrali i caktuar  $\int_0^1 4x^3 dx$  është i barabartë me:  
 A 4      B 3  
 C 1      D 0
- 14** Jepet  $a + a + a + a = b$ . Atëherë  $4b - a =$   
 A 0      B  $3a$   
 C  $15a$       D  $16a$

15 Sa për qind e 50 është numri 40?

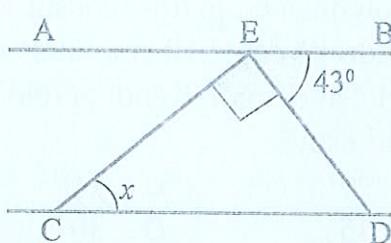
- A 40%      B 50%  
C 60%      D 80%

16 Raporti i rrezeve të të dy rrathëve është 1:2. Raporti i perimetraleve të tyre është:

- A 1:4      B 1:3  
C 1:2      D 1:1

17 Në figurë jepen  $AB \parallel CD$  dhe  $CE \perp ED$ . Këndi  $x$  është i barabartë me:

- A  $43^\circ$       B  $47^\circ$   
C  $53^\circ$       D  $37^\circ$



18 Në qoftë se  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ , atëherë  $f\left(\frac{1}{x}\right) =$

- A  $x + \frac{1}{x}$       B 1

- C  $x^2 + \frac{1}{x^2}$       D  $\frac{x^2 + 1}{x^2}$

19 Këndi që formojnë akrepat e sahatit në orën 4:30 është:

- A  $45^\circ$       B  $60^\circ$   
C  $75^\circ$       D  $90^\circ$

20 Formula  $F = \frac{9}{5}C + 32$  kthen

gradët Celsius në gradë Fahrenheit. Temperaturës  $-20^\circ C$ , në gradë Fahrenheit i korrespondon temperatura:

- A  $0^\circ F$       B  $-4^\circ F$   
C  $40^\circ F$       D  $12^\circ F$

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet 21–32.

21 Zgjidhni inekuacionin

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{x-2}{4} > \frac{1-5x}{2} - 1 \text{ dhe}$$

paraqitni bashkësinë e zgjidhjeve të tij në boshtin numerik.

3 pikë

b Për vlerën e gjetur të  $m$ , gjeni ekstremumet e funksionit.

2 pikë

24 Shuma e dy numrave është 19, kurse ndryshesa e tyre është 9. Gjeni numrat.

3 pikë

25 Jepen vektorët

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ dhe } \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}. \text{ Gjeni}$$

gjatësinë e vektorit  $3\vec{u} - 2\vec{v}$

2 pikë

23 Jepet funksioni  $y = x^3 - mx$ .

a Gjeni  $m$ , në mënyrë që grafiku i tij të kalojë nga pika  $(-1, 5)$ .

1 pikë

- 26** Pikit A(2, -5); B(-4, 1) dhe C(4, -3) janë kulme të njëpasnjëshme të paralelogramit ABCD. Gjeni:
- Koordinatat e pikës së prerjes së diagonaleve të tij. 2 pikë
  - Koordinatat e kulmit D të paralelogramit. 2 pikë
- 27** Jepet funksioni  $y = x^3 - 2x + 1$ .
- Gjeni ekuacionin e tangjentes me grafikun e tij në pikën me abshisë 1. 2 pikë
  - Gjeni koordinatat e pikës në të cilën kjo tangjente pret përsëri grafikun e funksionit. 2 pikë
- 28** Një zar kubik hidhet 2 herë. Gjeni probabilitetin:
- Të dyja herët, zari tregon 5 pikë. 1 pikë
  - Zari tregon 5 pikë vetëm një herë. 1 pikë
  - Zari asnjëherë nuk tregon 5 pikë. 1 pikë
  - Zari tregon 5 vetëm herën e dytë. 1 pikë
- 29** Rezultatet vjetore të nxënësve të një klase në matematikë paraqiten në tabelën e mëposhtme:
- | Nota             | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|----|
| Numri i nxënësve | 5 | 6 | 5 | 6 | 6 | 5 | 2  |
- 30** Në një progresion aritmetik, shuma e kufizës së tretë me kufizën e njëmbëdhjetë është -6, ndërsa shuma e kufizës së parë me kufizën e shtatë është -24. Gjeni:
- kufizën e parë dhe diferencën e progresionit; 2 pikë
  - kufizën e parë pozitive të progresionit. 2 pikë
- 31** Jepet trapezi dybrinjënjëshëm me baza 20 cm; 10 cm dhe me brinjë anësore 13 cm.
- Gjeni lartësinë e trapezit. 2 pikë
  - Gjeni syprinën e trapezit. 1 pikë
- 32** Jepet funksioni  $y = x^2 - 1$ .
- Gjeni pikat e prerjes se grafikut të tij me boshtet koordinatave. 1 pikë
  - Gjeni syprinën e figurës së kufizuar nga grafiku i funksionit dhe boshti i abhisave. 2 pikë

## TEST 2

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

1 Vlera e  $\frac{3^5}{3^7}$  është e barabartë me:

- A  $3^{-2}$       B  $3^2$   
 C  $3^{12}$       D  $3^{35}$

2  $n$  është numër natyror. Cili nga numrat e mëposhtëm është me siguri pozitiv?  
 A  $(-1)^{4n+1}$       B  $(-2)^{n+1}$   
 C  $(-3)^{1-n}$       D  $(-5)^{10-2n}$

3 Me cilin prej inekuacioneve më poshtë është i njëvlershëm inekuacioni  $-3x \geq 6$ ?  
 A  $x \geq -2$       B  $x \geq 2$   
 C  $x \leq -2$       D  $x < -2$

4 Mesi i segmentit AB, ku A(3, 5) dhe B(7, 11) është pika me koordinata:  
 A (5, 8)      B (7, 6)  
 C (0, 0)      D (10, 16)

5 Gjeni vlerën e shprehjes  $\sin^2 110^\circ + \cos^2 110^\circ$   
 A -2      B -1  
 C 0      D 1

6 Grafiku i funksionit  $y = \sqrt{x-3}$  kalon nga pika me koordinata:  
 A (4, -1)      B (4, 1)  
 C (3, 1)      D (0, 0)

7 Vëllimi i kubit është i barabartë me  $8 \text{ m}^3$ . Syprina në  $\text{m}^2$  e njërs prej faqeve të tij është:  
 A 2      B 4  
 C 8      D 64

8 Nëse për çdo  $x \in \mathbb{R}$  kemi  $f(x) = x^2 - 5x$ , atëherë  $f(-x)$  është:  
 A  $x^2 - 5x$       B  $x^2 + 5x$   
 C  $-x^2 + 5x$       D  $-x^2 - 5x$

9 Derivati i funksionit  $y = 3x^4$  në pikën  $x$  është:

- A  $12x$       B  $12x^2$   
 C  $12x^3$       D  $12x^5$

10  $\int_0^1 5x^4 dx$  është:  
 A 0      B 1  
 C 4      D 15

11 Pingule me drejtëzën  $2x + y - 1 = 0$  është drejtëza:

- A  $y = x$       B  $y = -x$   
 C  $y = -2x$       D  $y = \frac{1}{2}x$

12 Probabiliteti i ngjarjes që në rrokuillisjen e një zari kubik të dalë një numër i thjeshtë është:

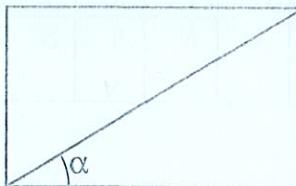
- A 0      B 0,5  
 C 0,6      D 1

13 Në një paralelogram, dy kënde fqinje janë  $x$  dhe  $3x$ . Këndi më i vogël i paralelogramit është:

- A  $30^\circ$       B  $45^\circ$   
 C  $60^\circ$       D  $90^\circ$

14 Në figurë, ABCD është drejtkëndësh në të cilin  $AC = 10 \text{ cm}$  dhe  $BC = 5 \text{ cm}$ . Këndi  $\alpha$  është i barabartë me:

- A  $30^\circ$       B  $45^\circ$   
 C  $60^\circ$       D  $75^\circ$



15 Në qoftë se  $\log_a b = x$ , atëherë:  
 A  $b = a^x$       B  $a = b^x$   
 C  $x = a^b$       D  $x = b^a$

16 Raporti i perimetrit të rrithit më diametrin e tij është:

- A 1                      B  $\pi$   
   -  
   C  $2\pi$                 D  $\frac{\pi}{2}$

17 Koeficienti këndor i drejtëzës që kalon nga origjina e koordinatave dhe pika  $(2, 1)$  është:

- A 3                      B 2  
   C 1                      D  $\frac{1}{2}$

18 Jepet  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Atëherë  $f^{-1}(x) =$

- A  $-x$                       B  $x$   
   C  $-\frac{1}{x}$                 D  $\frac{1}{x}$

19  $90\%$  e  $\frac{1}{9}$  është e barabartë me:

- A  $\frac{1}{90}$                       B  $\frac{1}{10}$   
   C  $\frac{1}{11}$                       D  $\frac{1}{45}$

20 Këndi  $270^\circ$ , i shprehur në radian është:

- A  $\frac{\pi}{2}$                       B  $\frac{3\pi}{2}$   
   C  $\pi$                         D  $2\pi$

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet 21–32.

21 Jepet inekuacioni  $(2x - 1)^2 - (x - 3)(1 - 4x) + 5 < 0$

- a Kontrolloni nëse  $x = 3$  e vërteton inekuacionin.

1 pikë

- b Zgjidhni inekuacionin.

2 pikë

d Gjeni kufizën e  $15^{\text{te}}$  të progresionit.

1 pikë

22 Skiconi grafikun e funksionit  $y = x^2 - 2x - 3$ , duke gjetur kulmin dhe pikat e prerjes me boshtin  $Ox$ .

3 pikë

24 Katrorët me brinjë 2 cm dhe 5 cm janë vendosur si në figurë. Gjeni syprinën e trekëndëshit të ngjyrosur në figurë me përmasa të dhëna në cm.

3 pikë

23 Jepet vargu  $u_n = 3n + 2$ .

- a Tregoni që vargu është progresion aritmetik.

1 pikë

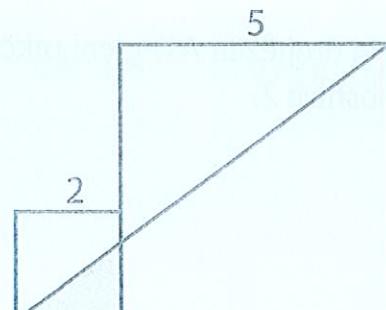
- b Gjeni  $u_1$  dhe  $d$ .

1 pikë

- c A është numri 62 kufizë e progresionit?

1 pikë

25 Jepen rrezevektorët  $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  dhe  $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ .



- a Shkruani vektorin njësi që ka drejtimin e  $\overrightarrow{OA}$ . 1 pikë
- b Gjeni koordinatat e vektorit  $\overrightarrow{AB}$ . 1 pikë
- c Gjeni gjatësinë e vektorit  $2OB + OA$ . 2 pikë
- 26** Jepet funksioni  $y = x + \frac{k}{x}$
- a Gjeni  $k$ , në mënyrë që grafiku i tij të kalojë nga pika  $(-1, -2)$ . 1 pikë
- b Për vlerën e gjetur të  $k$ , gjeni ekstremumet e funksionit. 3 pikë
- 27** Një monedhë hidhet tri herë njëra pas tjetrës.
- a Renditni të gjitha rezultatet e mundshme. 2 pikë
- b Gjeni probabilitetin që vetëm një herë të bjerë lek. 1 pikë
- 28** Jepen pikat  $A(-1, -2)$  dhe  $B(3, 3)$ .
- a Gjeni ekuacionin e drejtëzës  $AB$ . 1 pikë
- b Në drejtëzën  $AB$  gjeni pikën me abhisë 2. 1 pikë
- c Në drejtëzën  $AB$  gjeni pikën me ordinatë 5. 1 pikë
- d Gjeni pikën e prerjes së drejtëzës  $AB$  me boshtin e abhisave. 1 pikë
- 29** Jepet katrori me brinjë 9 cm. Gjeni syprinën e gjashtëkëndëshit të rregullt, perimetri i të cilit është i barabartë me perimetrin e katorrit. 3 pikë
- 30** Në një klasë me 35 nxënës,  $\frac{3}{7}$  janë vajza. Mesatarja e notës së vajzave në matematikë është 7,5 kurse mesatarja e notës së djemve është 8. Gjeni mesataren e notës për klasën. 3 pikë
- 31** Vërtetoni identitetin  $\frac{8^{4x-1} \cdot 4^{x+4}}{2^{5+13x}} = 2^x$  3 pikë
- 32** Sipërfaqet e dy sferave janë në raportin 4:25. Në ç' raport janë vëllimet e tyre? 3 pikë

## ● TEST 3

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

1 Numri  $2^{-1}$  është i barabartë me:

- |       |      |
|-------|------|
| A 2   | B 1  |
| C 0,5 | D -1 |

2 Jepet ekuacioni  $x^2 + 6x + 8 = 0$ .

Numri i rrënjeve reale të tij është:

- |     |     |
|-----|-----|
| A 3 | B 2 |
| C 1 | D 0 |

3  $a$  është numër pozitiv dhe  $b$  është numër negativ. Cili nga numrat e mëposhtëm është negativ?

- |          |           |
|----------|-----------|
| A $ ab $ | B $a b $  |
| C $ a b$ | D $a+ b $ |

4 Në një drejtkëndësh, diagonalja është 10 cm, kurse njëra nga brinjët është 6 cm. Syprina e drejtkëndëshit në  $\text{cm}^2$  është:

- |       |      |
|-------|------|
| A 100 | B 80 |
| C 60  | D 48 |

5 Gjeni vlerën më të madhe të mundshme të funksionit  $y = 3 + \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- |     |     |
|-----|-----|
| A 4 | B 3 |
| C 2 | D 1 |

6 Vlera e  $x$  është shtatë herë më e vogël se vlera e  $y$ . Cili nga relacionet e mëposhtme i përgjigjet kësaj varësie?

- |            |            |
|------------|------------|
| A $x < 7y$ | B $y < 7x$ |
| C $x = 7y$ | D $y = 7x$ |

7 Bashkësia e përcaktimit të funksionit

$y = \sqrt{x-3}$  është:

- |                          |                   |
|--------------------------|-------------------|
| A $] -\infty, +\infty [$ | B $] -\infty, 3[$ |
| C $[ 3, +\infty [$       | D $] -3, 3[$      |

8 Derivati i funksionit  $y = \frac{1}{x^2}$  në pikën  $x \neq 0$  është:

- |                  |                    |
|------------------|--------------------|
| A $-\frac{1}{x}$ | B $-\frac{2}{x^2}$ |
|------------------|--------------------|

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| C $-\frac{2}{x^3}$ | D $-\frac{3}{x^4}$ |
|--------------------|--------------------|

9 Integrali  $\int 2x dx$  është:

- |             |             |
|-------------|-------------|
| A $x + c$   | B $x^2 + c$ |
| C $x^3 + c$ | D $x^4 + c$ |

10 Grafiku i funksionit  $y = x^3 - 2x + 3$  kalon nëpër pikën me koordinata:

- |             |             |
|-------------|-------------|
| A $(-1, 0)$ | B $(-1, 6)$ |
| C $(-1, 4)$ | D $(-1, 5)$ |

11 Zgjidhje e sistemit  $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 6 \end{cases}$  është çifti i radhitur:

- |            |            |
|------------|------------|
| A $(1, 2)$ | B $(2, 1)$ |
| C $(2, 4)$ | D $(4, 2)$ |

12 Koeficienti këndor i drejtëzës  $2x + 2y + 1 = 0$  është:

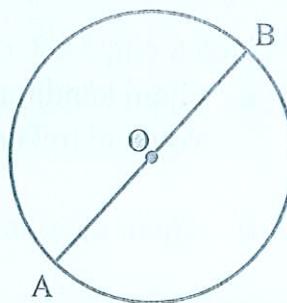
- |      |      |
|------|------|
| A 0  | B -1 |
| C -2 | D -3 |

13 Numri i numrave të thjeshtë që ndodhen ndërmjet 20 dhe 30 është:

- |     |     |
|-----|-----|
| A 5 | B 4 |
| C 3 | D 2 |

14 Në figurë,  $AB$  është diametër i rrithit. Jepet  $A(-3, 3)$  dhe  $B(-1, 1)$ . Koordinatat e qendrës  $O$  të rrithit janë:

- |              |
|--------------|
| A $(-2, 2)$  |
| B $(-4, 4)$  |
| C $(-6, -6)$ |
| D $(-9, -9)$ |

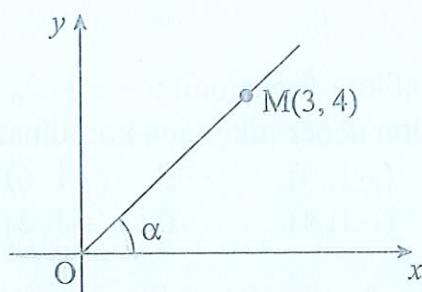


15 Shuma e syprinave të të gjitha faqeve të kubit është  $54 \text{ cm}^2$ . Vëllimi i tij në  $\text{cm}^3$  është:

- A 27      B 18  
C 9      D 3

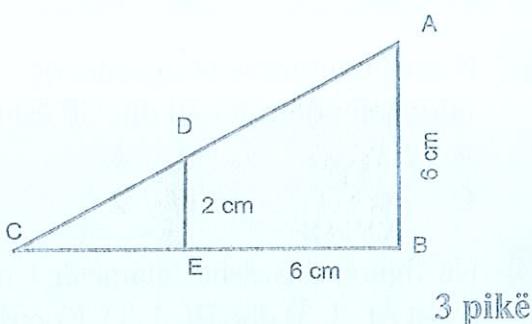
16 Në figurë gjeni  $\sin \alpha$ .

- A  $\frac{3}{4}$       B  $\frac{4}{3}$   
C  $\frac{3}{5}$       D  $\frac{4}{5}$



Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

21 Në trekëndëshin kënddrejtë ABC, DE është paralele me AB. Gjatësitë e brinjëve janë  $AB = 6 \text{ cm}$ ,  $DE = 2 \text{ cm}$  dhe  $BE = 6 \text{ cm}$ . Gjeni gjatësinë e CE.



3 pikë

22 Gjatësitë e brinjëve të një trekëndëshi janë  $5 \text{ cm}$ ;  $5\sqrt{3} \text{ cm}$  dhe  $10 \text{ cm}$ .

- a Gjeni këndin më të vogël të trekëndëshit.  
2 pikë

- b Gjeni syprinën e trekëndëshit.  
1 pikë

17 Jepet  $2c = -1$ . Gjeni  $(4 - 4c)^2$

- A 6      B 36  
C 4      D 2

18  $k$  është numër tek. Cili nga numrat e mëposhtëm është çift?

- A  $3k$       B  $k^3$   
C  $k^2 + 1$       D  $k + 2$

19  $7\%$  e numrit  $n$  është 7. Numri  $n$  është:

- A 1      B 7  
C 70      D 100

20 Jepet  $g(x) = x^2 - x$ .  $g(a - 1) =$

- A  $a^2 - 3a + 2$       B  $a^2 - a + 1$   
C  $a^2 - a + 2$       D  $a^2 - 3a - 2$

23 Vektorët  $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$  dhe

$\vec{b} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$ , ku  $\vec{i}$  dhe  $\vec{j}$  janë vektorë njësi, janë brinjë të njëpasnjëshme të një paralelogrami.

- a Gjeni gjatësitë e brinjëve të paralelogramit. 1 pikë
- b Shprehni me anën e vektorëve  $\vec{i}$  dhe  $\vec{j}$  diagonalet e paralelogramit. 2 pikë
- c Gjeni gjatësitë e këtyre diagonaleve. 1 pikë

- 24 a Shkruani ekuacionin e drejtëzës  $d$  që kalon nga pikat  $(2, 5)$  dhe  $(-1, -4)$ . 1 pikë

- b Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika  $(1, 3)$  dhe është paralele me drejtëzën  $d$ .

1 pikë

- c Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika  $(1, 3)$  dhe është pingule me drejtëzën  $d$ .

1 pikë

- 25** Kuboidi me bazë katrore me brinjë  $3$  cm dhe me lartësi  $10$  cm është mbushur përgjysmë me ujë. Në të hidhet sfera metalike me rreze  $1$  cm.

Me sa cm (me saktësi deri në të qindta) ngrihet niveli i ujit në kuboid?

4 pikë

- 26** a Gjeni vlerën e  $m$  në barazimin  $\log_m 4 = 2$ .  
1 pikë
- b Nga barazimi  $2\log x = 1 - 2\log y$ , gjeni prodhimin  $x \cdot y$ .  
2 pikë

- 27** Jepet funksioni  $f: y = 2x^2 - 3x + 2, x \in \mathbb{R}$
- a Shqyrtoni monotoninë e funksionit  $f$ .  
2 pikë

- b Gjeni pikën në të cilën tangjentja është paralele me drejtëzën  $y = 2x - 5$ .  
2 pikë

**28**

Zgjidhni sistemin e inekuacioneve:

$$\begin{cases} 2x - 1 < 0 \\ \frac{3x - 2}{4} > -1 \end{cases}$$

3 pikë

**29**

Derivati i funksionit  $f$  për çdo  $x$ , është  $f'(x) = 6x^2$ . Gjeni funksionin  $f$ , duke ditur që grafiku i tij kalon nga pika  $M(1, 3)$ .

3 pikë

**30**

- a Kryeni pjesëtimin e polinomit  $x^3 + 3x - 4$  me  $(x - 1)$   
2 pikë
- b Zgjidhni ekuacionin  
 $x^3 + 3x - 4 = 0$   
2 pikë

**31**

Rrokullisen njëri pas tjetrit dy zare. Gjeni probabilitetin e ngjarjes që numri i pikëve në zarin e dytë të jetë më i madh se ai në zarin e parë.  
3 pikë

**32**

Këndi  $x$  është i kuadrantit të tretë dhe  $\operatorname{tg} x = 2$ . Njehsoni  $\cos x$ .

3 pikë

# TEST 4

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1** Ekuacioni  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a, b, c \neq 0$  dhe  $x \in \mathbb{R}$ ) nuk mund të ketë më shumë se:

- A një zgjidhje    B dy zgjidhje  
C tri zgjidhje    D katër zgjidhje

- 2** Jepet progresioni gjeometrik  $16, 8, 4, \dots$ . Kufiza e pestë e tij është:

- A 2                      B 1  
C  $\frac{1}{2}$                   D  $\frac{1}{4}$

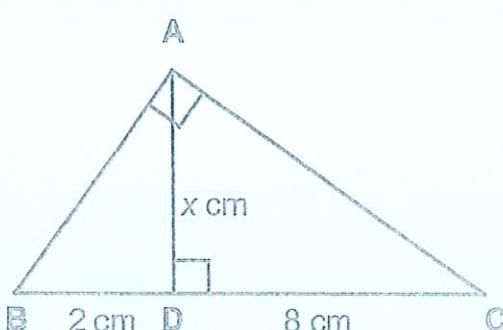
- 3** Gjeni vlerën e shprehjes  $\log_3 1 + \log_3 3$ :

- A 1                      B 3  
C -1                    D -3

- 4** Në figurë jepet trekëndëshi kënddrejtë ABC.

Vlera e  $x$  në cm është:

- A 2                      B 4  
C 6                      D 8



- 5** Inekuacioni  $7 - x < 2x$  është i njëvlershëm me inekuacionin:

- A  $7 < 3x$               B  $7 \leq 3x$   
C  $7 > 3x$               D  $7 \geq 3x$

- 6** Pika C(3, 2) është mesi i segmentit me skaje A(1, 4) dhe B(5, y). Gjeni vlerën e y.

- A 0    B 1    C 2    D 3

- 7** Jepet funksioni  $y = 2x^2 + 1$ . Gjeni vlerën e derivatit të funksionit në pikën  $x = -1$ .

- A -4                    B -1  
C 3                      D 4

- 8** Koeficienti këndor i drejtëzës që kalon nga pikat A(1; 1) dhe B(2; 2) është:

- A -2                    B -1  
C 1                      D 2

- 9** Zgjidhje e ekuacionit  $2^{-x} = \frac{1}{2}$  është numri:

- A -1                    B -0,5  
C 0,5                   D 1

- 10** Shuma e rrënësve të ekuacionit  $x^2 - 16x$  është:

- A 32                    B 16  
C -32                   D 0

- 11** Këndi  $x$  është i kuadrantit të parë dhe  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Vlera e  $\cos x$  është:

- A 1    B 0,5  
C 0,2    D 0

- 12**  $\frac{x^8}{x^3} = x^y$      $y = ?$

- A  $\frac{8}{3}$     B  $\frac{3}{8}$   
C 3    D 5

- 13** Paralelogram është katërkëndëshi që i ka diagonalet:

- A të barabarta;    B pingule;  
C që formojnë kënd të shtrirë;  
D që priten në mesin e tyre.

**14** Jepet  $x = y = -1$ .Gjeni  $3(x+y) - (3x-y)$ .

- A -1      B -3  
C -4      D -8

**15**  $\sqrt{96} - \sqrt{54} =$ 

- A  $\sqrt{21}$       B  $\sqrt{42}$   
C  $7\sqrt{6}$       D  $\sqrt{6}$

**16** Vëllimi i sferës është numerikisht i barabartë me syprinën e saj. Rrezja e sferës është:

- A 9      B  $\pi$   
C 3      D 1

**17** Ekuacioni i boshtit të simetrisë së parabolës  $y = 2x^2 - 3$  është:

- A  $x = \frac{2}{3}$       B  $x = -\frac{3}{2}$   
C  $x = -\frac{2}{3}$       D  $x = 0$

**18** Rrezja e rrëthit me ekuacion $2x^2 + 2y^2 = 72$  është:

- A 2      B 4  
C 6      D 8

**19** Madhësitetë  $x$  dhe  $y$  janë në përpjesëtim të drejtë. Për  $x = 3$  kemi  $y = 4$ . Gjeni  $y$  për  $x = 4$ .

- A  $\frac{16}{3}$       B  $\frac{4}{3}$   
C  $\frac{8}{3}$       D 3

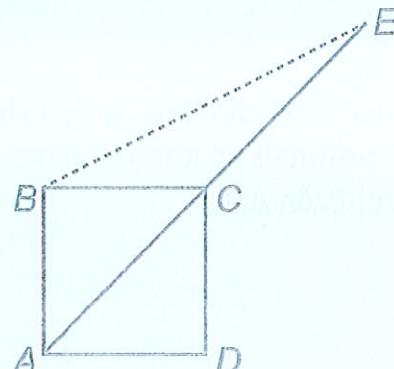
**20** Baza e një piramide ka 5 kulme. Sa kulme ka piramida?

- A 5      B 6  
C 10      D 12

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet 21–32.

**21** Zgjidhni inekuacionin  $x(x - 2) < 0$ .  
3 pikë**22** Jepet sistemi  $\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 - y = 15 \end{cases}$   
Gjeni të gjitha zgjidhjet e sistemit.  
3 pikë**23** Katrroi ABCD në figurë e ka syprinën të barabartë me 1. Diagonalja AC zgjatet përmes C në mënyrë që  $AC = CE$ . Gjeni gjatësinë e BE.

4 pikë

**24** Jepet  $\operatorname{tg}x - \operatorname{cot}gx = 5$ . Gjeni vlerën e shprehjes  $\operatorname{tg}^2x + \operatorname{cot}^2x$ .  
3 pikë**25** Jepet funksioni  $y = 10 + 27x - x^3$   
a Gjeni ekstremumet e funksionit.  
2 pikë

- b Shkruani ekuacionin e tangjentes ndaj grafikut të hequr në pikën ku grafiku pret boshtin Oy. 2 pikë

26 Njehsoni:

a  $\int (x-5)dx$  1 pikë

b  $\int_{-1}^1 (x+4)^2 dx$  2 pikë

- 27 Jepet paralelogrami me kulme P(1, 0), Q(0, 2), R(-1, 1) dhe T(x, y). Gjeni koordinatat e kulmit T, i cili ndodhet përballë kulmit Q. 3 pikë

- 28 Tregoni se vlera e shprehjes

$$S = \frac{1}{1+3^x} + \frac{1}{1+3^{-x}}$$
 nuk varet nga x. 3 pikë

- 29 Zgjidhni për  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$  ekuacionin  $\sin x = \cos x$ .

3 pikë

- 30 Jepen pikat A(1, 2) dhe B(3, 4).

- a Shkruani ekuacionin e drejtëzës AB.

1 pikë

- b Gjeni koordinatat e projekzionit të origjinës së koordinatave në drejtëzinë AB.

3 pikë

- 31 Në tabelë jepen të dhëna për pagat e 100 punonjësve të një firme.

Paga $p$ (lekë)	Denduria
$30000 < p \leq 35000$	4
$35000 < p \leq 40000$	7
$40000 < p \leq 45000$	24
$45000 < p \leq 50000$	40
$50000 < p \leq 55000$	15
$55000 < p \leq 60000$	10

Gjeni:

- a klasën modale; 1 pikë
- b klasën në të cilën bën pjesë mesorja; 1 pikë
- c pagën mesatare të përafërt. 1 pikë

- 32 a Tregoni se  $x = -2$  është rrënje e polinomit  $2x^3 + 10x^2 + 4x - 16$ .

1 pikë

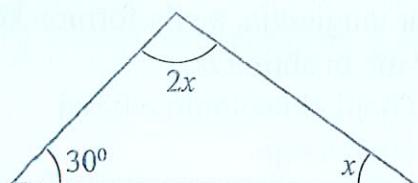
- b Zgjidhni ekuacionin  $2x^3 + 10x^2 + 4x - 16 = 0$ . 3 pikë

3 pikë

## ● TEST 5

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1** Vlera e shprehjes  $\frac{2^4}{2^7}$  është e barabartë me:
- A  $2^{-11}$       B  $2^{-3}$   
 C  $2^3$       D  $2^{28}$
- 2** Jepet inekuacioni  $2x^2 > x^2 + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Cila nga vlerat e mëposhtme nuk është zgjidhje e tij?
- A  $-3$       B  $-2$   
 C  $0$       D  $2$
- 3** Syprina (në  $\text{cm}^2$ ) e qarkut me rrze  $\pi$  cm është:
- A  $\pi$       B  $\pi^2$   
 C  $\pi^3$       D  $3\pi$
- 4** Jepet  $a = \sin^2 0^\circ + \cos^2 0^\circ$ . Gjej vlerën e a-së.
- A  $1$       B  $0$   
 C  $-1$       D  $-2$
- 5** Pika  $P(2, 0)$  është mesi i segmentit me skaje  $M(x, 3)$  dhe  $N(1, -3)$ . Vlera e  $x$  është:
- A  $-3$       B  $-2$   
 C  $2$       D  $3$
- 6** Derivati i funksionit  $y = \sqrt{x}$  në pikën  $x = 4$  është:
- A  $1$       B  $0,5$   
 C  $0,25$       D  $0,125$
- 7** Për çdo vlerë të  $x \in \mathbb{R}$ , kemi  $f(x) = x^2 + x$ . Shprehja  $f(-x)$  është e barabartë me:
- A  $x^2 - x$       B  $x^2 + x$   
 C  $-x^2 + x$       D  $2x^2$
- 8** Shprehja  $(3x - 2)^2 - (3x + 2)^2$  është identike me:
- A  $-24x$       B  $-12x$
- 9** C  $12x$       D  $24x$
- 10** Grafiku i funksionit  $y = -x^3 + 1$  kalon nëpër pikën:
- A  $(-1, 0)$       B  $(1, 0)$   
 C  $(0, -1)$       D  $(0, 2)$
- 11** Diagonalja në cm e drejtëkëndëshit me brinjë 5 cm dhe 12 cm është:
- A  $17$       B  $15$   
 C  $13$       D  $11$
- 12** Shprehja  $x^2 + \frac{1}{4}x + m$  është katror i plotë për vlerën e  $m$ :
- A  $\frac{1}{8}$       B  $\frac{1}{2}$   
 C  $\frac{1}{64}$       D  $\frac{1}{16}$
- 13** Numri më i vogël i kulmeve të një piramide është:
- A  $6$       B  $5$   
 C  $4$       D  $3$
- 14** Numri i rrënjeve të ekuacionit  $(x - 1)^2 = -1$  është:
- A  $3$       B  $2$   
 C  $1$       D  $0$
- 15** Jepet  $3a + 2b = 2a + 3b$ . Atëherë  $b =$
- A  $-1$       B  $0$   
 C  $5a$       D  $a$
- Gjeni këndin  $x$  në figurë:
- A  $20^\circ$       B  $30^\circ$   
 C  $40^\circ$       D  $50^\circ$



- 16** Sa për qind e 25 është 5.  
 A 25%      B 20%  
 C 5%      D 1%

- 17** Në cilin kuadrant ndodhet këndi  $\frac{2\pi}{3}$  radian?  
 A I      B II  
 C III      D IV

- 18** Jepet A(2, 3) dhe  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ . Koordinatat e pikës B janë:  
 A (0, 8)      B (-4, 2)  
 C (4, -2)      D (0, -8)

- 19** Largesa ndërmjet pikave (-6, 2) dhe (1, 5) është:  
 A  $\sqrt{58}$       B 10  
 C  $\sqrt{10}$       D 58

- 20**  $\log(-100) =$   
 A 2      B 10  
 C -2      D Nuk ekziston

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet 21–32.

- 21** Gjeni vlerën e  $m$  në barazimet e mëposhtme:  
 a  $2^{-1} \cdot 2^m = 2^4$       1 pikë  
 b  $\log_m 4 = 2$       1 pikë  
 c  $\sqrt[m]{16} = 2$       1 pikë
- 22** Jepet funksioni  $y = \frac{1-2x}{7}$ . Për ç'vlera të  $x$ :  
 a vlerat e tij janë jonegative;      1 pikë  
 b vlerat e tij ndodhen në intervalin  $]-1, 3[$       2 pikë
- 23** Ndaj grafikut të funksionit  $y = \frac{1}{x}$  (që ndodhet në kuadrantin e parë) është hequr tangjentja, e cila formon këndin  $135^\circ$  me boshtin Ox.  
 a Gjeni ekuacionin e kësaj tangjenteje.      3 pikë
- 24** Brinjët e një trekëndëshi janë 7 cm;  $7\sqrt{3}$  cm; 14 cm. Gjeni kosinusin e këndit më të madh të trekëndëshit.      2 pikë
- 25** a Shkruani ekuacionin e drejtëzës  $d$ , e cila kalon nga pikat  $(0, -\frac{1}{2})$  dhe  $(\frac{1}{4}, 0)$ .      1 pikë  
 b Shkruani ekuacionin e drejtëzës, e cila kalon nga pika  $(-1, 2)$  dhe është paralele me drejtëzin  $d$ .      1 pikë  
 c Shkruani ekuacionin e drejtëzës, e cila kalon nga pika  $(-1, 2)$  dhe është pingule me drejtëzin  $d$ .      1 pikë

- 26** Rrezja e bazës së një cilindri dhe rrezja e një sfere janë nga 6 cm. Syprina anësore e cilindrit është e barabartë me syprinën e sferës. Gjeni lartësinë e cilindrit.

3 pikë

- 27** Në një progresion aritmetik jepet:

$$\begin{cases} u_1 + u_5 = -36 \\ u_8 + u_{11} = 8 \end{cases}$$

- a Gjeni kufizën e parë  $u_1$  dhe diferencën  $d$  të progresionit.

2 pikë

- b Sa kufiza të këtij progresioni janë negative?

2 pikë

- 28** Jepet polinomi  $P(x) = x^3 - 3x + 2$ .

- a Vërtetoni se ai mund të paraqitet në trajtën  $P(x) = (x - 1)^2(x + 2)$ .

2 pikë

- b Zgjidhni ekuacionin  $P(x) = 0$ .

1 pikë

- 29** Parabola  $y = x^2 + mx + n$  kalon nga pikat  $A(1, 3)$  dhe  $B(-1, 15)$ .

- a Gjeni  $m$  dhe  $n$ .

2 pikë

- b Për vlerat e gjetura të  $m$  dhe  $n$ , gjeni koordinatat e kulmit të parabolës.

1 pikë

- c Gjeni syprinën e figurës së kufizuar nga parabola dhe boshti i abshisave.

2 pikë

- 30** Në një kuti ndodhen 5 sfera të bardha dhe 3 sfera të kuqe. Nxirren nga kutia njëra pas tjetrës 2 sfera (pa kthim). Gjeni probabilitetin që:

- a sfera e parë të jetë e bardhë dhe e dyta, e kuqe; 1 pikë

- b të dyja sferat të janë të kuqe; 1 pikë

- c njëra sferë të jetë e bardhë dhe tjera e kuqe; 1 pikë

- d të dyja sferat të janë të bardha. 1 pikë

- 31** Në një klasë me 40 nxënës, 40% janë vajza. Në një testim, 75% e vajzave dhe 50% e djemve morën notë kaluese. Sa është përqindja kaluese e klasës? 3 pikë

- 32** Tri dyqane shisnin të njëjtin mall me të njëjtin çmim. Ata vendosën të bënin ulje çmimi.

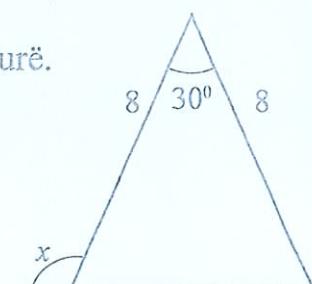
- I pari bëri ulje çmimi 35%; i dyti e uli çmimin me  $\frac{1}{3}$  e tij; i treti, për çdo copë të blerë, e shiste copën tjeter me gjysmë çmimi. Genti do të blejë dy copë nga ky mall në njërin dyqan. Në cilin dyqan i leverdis të blejë?

3 pikë

## • TEST 6

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1** Jepet progresioni aritmetik me kufizë të parë 2 dhe me diferençë 3. Kufiza e dhjetë e tij është:
- A 10      B 29  
C 30      D 45
- 2** Pika  $O(0, 0)$  është mesi i segmentit me skaje  $A(1, -1)$  dhe  $B(-1, y)$ . Vlera e  $y$  është:
- A 1      B 2  
C 3      D 4
- 3** Shuma  $\log 2 + \log 3 - \log 6$  është e barabartë me:
- A -1      B 0  
C 1      D 2
- 4** Zgjidhje e inekuacionit  $\frac{x-5}{2} > 3$  është numri:
- A 0      B 5  
C 10      D 15
- 5** Drejtëza  $2x - 3y + 6 = 0$  e pret boshtin  $Ox$  në pikën me abhisë:
- A -3      B 0  
C 2      D 3
- 6** Vlera e  $\int_1^4 \sqrt{x} dx$  është:
- A 0      B  $\frac{4}{3}$   
C  $\frac{14}{3}$       D 5
- 7** Hipotenuza e trekëndëshit kënddrejtë është 10 cm, kurse njëri katet është 6 cm. Syprina e trekëndëshit në  $cm^2$  është:
- A 24      B 36  
C 48      D 60
- 8** Derivati i funksionit  $y = 3x - \sqrt{2}$  në pikën  $x$  është:
- A 3      B  $\sqrt{2}$   
C 1      D 0
- 9** Numri  $(9^{-1})^{-\frac{1}{2}}$  është i barabartë me:
- A 9      B 3  
C 1      D 0
- 10** Shprehja  $(4x - 1)^2 - (4x - 1)(4x + 1)$  është identike me:
- A  $-8x$       B  $-8x + 2$   
C  $8x$       D  $8x - 2$
- 11**  $\sin^2 x + \sin^2(90^\circ - x)$  është e barabartë me:
- A  $2\sin^2 x$       B  $2\cos^2 x$   
C 1      D 2
- 12** Brinjët e një trekëndëshi janë 4 cm, 5 cm, 6 cm. Brinja më e madhe e një trekëndëshi të ngjashëm me të është 18 cm. Brinja më e vogël në cm e këtij trekëndëshi është:
- A 8      B 12  
C 15      D 16
- 13** Syprina e një kubi dhe vëllimi i tij shprehen me të njëjtin numër. Brinja e kubit është:
- A 3      B 4  
C 6      D 10
- 14** Gjeni këndin  $x$  në figurë.
- A  $60^\circ$   
B  $90^\circ$   
C  $100^\circ$   
D  $105^\circ$



- 15** Vëllimi i një kubi është  $8 \text{ cm}^3$ . Syprina (në  $\text{cm}^2$ ) e një faqeje të tij është:  
 A 2                    B 4  
 C 8                    D 16

- 16** Jepet  $f(x) = -3x^3 - 3\sqrt[3]{x}$ . Gjeni  $f(-1)$ .  
 A 0                    B  
 C 6                    D 9

- 17** Jepet  $\frac{7}{3} = \frac{1}{m}$  dhe  $\frac{1}{m} = R$ . Gjeni  $\frac{1}{R}$ .  
 A  $\frac{3}{7}$                 B 1  
 C 2                    D  $\frac{7}{3}$

- 18** Cila nga pikat e mëposhtme ndodhet në rrithin  $x^2 + y^2 = 49$ ?  
 A  $(0, 0)$             B  $(3, 4)$   
 C  $(-4, 3)$             D  $(0, 7)$
- 19** Pesëfishi i  $a$  është i barabartë me trefishin e  $b$ . Gjeni raportin  $\frac{b}{a}$ .  
 A 5                    B 3  
 C  $\frac{5}{3}$                 D  $\frac{3}{5}$

- 20** Numrat  $(6a - 2); 3a$  dhe  $(a + 2)$  formojnë progresion aritmetik. Gjeni  $a$ .  
 A 0                    B 1  
 C 2                    D 4

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

- 21** Është dhënë inekuacioni  $3x - 5 \leq x + 2$ .  
 a Zgjidhni inekuacionin dhe tregoni bashkësinë e zgjidhjeve në boshtin numerik.  
 b Gjeni të gjitha zgjidhjet e tij, që janë numra natyrorë.

2 pikë

1 pikë

- 22** Është dhënë funksioni  $y = 4x - x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .  
 a Gjeni pikën ku funksioni ka ekstremum.  
 b Shkruani ekuacionet e tangjenteve me grafikun e këtij funksioni në pikat e prerjes së tij me boshtin e abshisave.

2 pikë

2 pikë

- 23** Jepet  $\frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x-1}} = k \cdot 3^{-x}$ . Gjeni  $k$ .

3 pikë

- 24** Jepet trekëndëshi me brinjë 15 cm; 20 cm dhe 25 cm.  
 a Përcaktoni llojin e trekëndëshit.

1 pikë

- b Gjeni lartësinë më të vogël të trekëndëshit.

2 pikë

- 25** I njëjtë test u është dhënë dy klasave. Në njërën klasë, me 20 nxënës, mesatarja e pikëve të marra është 12,3 kurse në klasën tjeter, me 30 nxënës, mesatarja e pikëve të marra është 14,8. Sa është mesatarja e pikëve të marra për të gjithë popullimin e nxënësve të testuar?

3 pikë

- 26** Koni i drejtë me bazë rrëth e ka lartësinë 10 cm. Përftuesja e tij formon këndin  $60^\circ$  me bazën. Gjeni:
- syprinën anësore të konit; 2 pikë
  - syprinën e përgjithshme të konit; 1 pikë
  - vëllimin e konit. 2 pikë
- 27** Gjeni ekuacionin e përmesores së segmentit AB, ku A(3, 5) dhe B(2, 4). 3 pikë
- 28** Zgjidhni sistemin e ekuacioneve  $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$  3 pikë
- 29**
  - Faktorizoni polinomin  $2x^3 + 4x - 6$  2 pikë
  - Zgjidhni ekuacionin  $2x^3 + 4x - 5 = 1$  2 pikë
- 30** Thjeshtoni shprehjen  $(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}})$  3 pikë
- 31** Jepet funksioni  $y = 9 - x^2$ .
  - Gjeni pikat e prerjes së tij me boshtet koordinatave. 1 pikë
  - Gjeni syprinën e figurës që kufizohet nga grafiku i këtij funksioni dhe boshti O<sub>x</sub>. 2 pikë
- 32** Një zar ka formën e një piramide të irregullt trekëndore, në faqet e së cilës janë shënuar numrat 1, 2, 3, 4. Zari hidhet dy herë rresht.
  - Renditni të gjitha rezultatet e mundshme. 2 pikë
  - Gjeni probabilitetin e ngjarjes që shuma e pikëve të rëna të jetë 6. 1 pikë

## TEST 7

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1-13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

**1** Numri  $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$  është i barabartë me:

- A 0      B  $10\sqrt{2}$   
 C  $6\sqrt{2}$       D  $2\sqrt{2}$

**2** Shprehja  $\log x^2 + 2 \log \sqrt{x} + 5 \log x$  për  $x > 0$  është identike me shprehjen:

- A  $8 \log x$       B  $2 \log x^2$   
 C  $7 \log \sqrt{x}$       D  $\log x^3$

**3** Nëse  $f(x) = 2x + 5$ , atëherë  $f(x) + f(-x)$  është identike me:

- A  $4x + 10$       B  $4x$   
 C 10      D  $-(2x + 5)$

**4** Inekuacioni  $-3x + 12 \geq 0$  është i njëvlershëm me inekuacionin:

- A  $x \geq 0$       B  $x \leq 0$   
 C  $x \leq 4$       D  $x \geq -4$

**5** Ekuacioni  $2^x - 1 = \log_2(x+1)$  vërtetohet nga vlera:

- A  $x = 0,5$       B  $x = 1$   
 C  $x = 2$       D  $x = 9$

**6** Drejtëza që kalon nga origjina dhe formon këndin  $45^\circ$  me boshtin Ox ka ekuacion:

- A  $x + y = 0$       B  $y = x$   
 C  $y = 2x$       D  $2x + y = 0$

**7** Vektorët me fillim në origjinë dhe me mbarime në pikat  $M(3, -4)$  dhe  $N(6, -8)$ :

- A kanë gjatësi të barabarta;  
 B janë kolinearë;  
 C janë vektorë njësi;  
 D janë të barabartë.

**8** Në grafikun e funksionit  $y = 2^{x-1}$  ndodhet pika:

- A  $(2, 1)$       B  $(3, 4)$   
 C  $(4, 5)$       D  $(5, 6)$

**9** Jepet  $\sin x = 0,6$  dhe  $x$  është kënd i ngushtë. Vlera e  $\cos x$  është:

- A 0,2      B 0,4  
 C 0,6      D 0,8

**10** Lartësia në cm e trekëndëshit dybrinjënjëshëm me bazë 16 cm dhe brinjë anësore 10 cm është:

- A 6      B 8  
 C 10      D 16

**11** Derivati i funksionit  $y = \sqrt{x^5} + \ln 2$ , në pikën  $x > 0$  është:

- A  $\frac{2}{5}x^{\frac{2}{5}}$       B  $\frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}}$   
 C  $\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$       D  $5x$

**12** Syprina në  $\text{cm}^2$  e rombit me diagonale 10 cm dhe 12 cm është:

- A 120      B 90  
 C 60      D 30

**13** Në trekëndëshin kënddrejtë, hipotenuza është 10 cm dhe njëri katet 6 cm. Kosinusi i këndit përballë këtij kateti është:

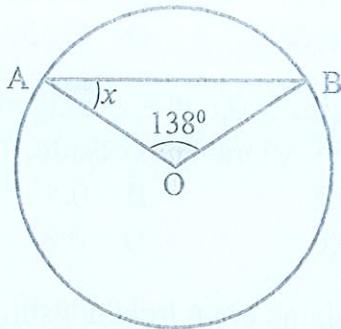
- A  $\frac{1}{5}$       B  $\frac{2}{5}$   
 C  $\frac{3}{5}$       D  $\frac{4}{5}$

14 Jepet  $21^n = 3^5 \cdot 7^5$ . Gjeni  $n$ .

- |      |       |
|------|-------|
| A 5  | B 10  |
| C 25 | D 125 |

15 Gjeni këndin  $x$  në figurë.

- |              |              |
|--------------|--------------|
| A $69^\circ$ | B $42^\circ$ |
| C $38^\circ$ | D $21^\circ$ |



16 Vlera e shprehjes  $\frac{x}{\frac{4}{x}}$  për  $x \neq 0$  është:

- |                 |                   |
|-----------------|-------------------|
| A $\frac{1}{4}$ | B 4               |
| C $\frac{x}{4}$ | D $\frac{x^2}{4}$ |

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

21 a Jepet  $4^a = t$ . Gjeni  $2^a$ .  
1 pikë

b Jepet  $\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x = 2$ . Gjeni  $\operatorname{tg} x$ .  
2 pikë

22 Zgjidhni inekuacionin  $x \leq \frac{9}{x}$ .  
3 pikë

23 Jepet  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{c} = \begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \end{pmatrix}$

dhe  $\vec{a} - \vec{c} = 2\vec{b}$ . Gjeni  $x+y$ .  
3 pikë

17 Jepet  $y = 3x$  dhe  $2x + 3y = 22$ .

Atëherë  $y =$

- |     |     |
|-----|-----|
| A 2 | B 3 |
| C 5 | D 6 |

18 Mesi i segmentit AB ku  $A(-2, 5)$  dhe  $B(8, -1)$  ka koordinatat:

- |          |           |
|----------|-----------|
| A (3, 2) | B (10, 6) |
| C (5, 3) | D (4, 2)  |

19 Vlera më e madhe e funksionit  $y = 4 - x^2$  është:

- |     |                 |
|-----|-----------------|
| A 4 | B 2             |
| C 0 | D Nuk ekziston. |

20 Katrorit me brinjë 10 cm i brendashkruhet rrathi. Rrezja e këtij rrathi (në cm) është:

- |               |                |
|---------------|----------------|
| A 5           | B 10           |
| C $5\sqrt{2}$ | D $10\sqrt{2}$ |

24 Jepen pikat  $A(4, 3)$  dhe  $B(1, 0)$ .

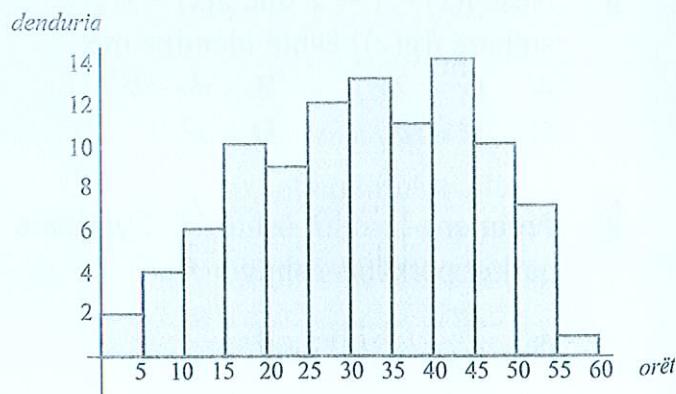
a Shkruani ekuacionin e drejtëzës AB.  
2 pikë

b Gjeni këndin që kjo drejtëz formon me boshtin e abshisave.  
1 pikë

c Shkruani ekuacionin e drejtëzës paralele me drejtëzën AB, e cila kalon nga origjina e koordinatave.  
1 pikë

d Shkruani ekuacionin e pingules me drejtëzën AB, që kalon nga origjina e koordinatave. 1 pikë

- 25** Jepet funksioni  $y = x^2 - 10x$ .
- Gjeni ekstremurnet e tij.
  - Skiconi grafikun e tij.
  - Shkruani ekuacionin e asaj tangjenteje ndaj grafikut, e cila kalon nga pika  $M(0, -1)$ .
  - Gjeni syprinën e figurës së kufizuar nga grafiku i funksionit, boshti i abhisave dhe drejtëzat  $x = 2$  dhe  $x = 6$ .
- 1 pikë      1 pikë      2 pikë      2 pikë
- 26** Radhiten në mënyrë të rastësishme shkronjat O, K, T. Sa është probabiliteti i ngjarjes që të formohet fjala "TOK"?
- 3 pikë
- 27** Dy djem nisen njëkohësisht drejt njëri-tjetrit nga dy objekte që ndodhen në largesë 7,5 km. Shpejtësia e njërit prej tyre është sa  $\frac{2}{3}$  e shpejtësisë së tjetrit. Gjeni shpejtësitë e secilit, në qoftë se ata takohen pas 1,5 orësh.
- 3 pikë
- 28** Për cilat vlera të  $k$  ekuacioni  $4x^2 - kx + 1 = 0$  ka:
- dy rrënje të ndryshme;
  - dy rrënje të barabarta;
  - nuk ka rrënje.
- 1 pikë      1 pikë      1 pikë
- 29** Katetet e një trekëndëshi kënddrejtë janë 5 cm dhe 12 cm. Hipotenuza e një trekëndëshi të ngjashëm me të është 39 cm. Gjeni:
- katetet e trekëndëshit të dytë;
  - syprinat e secilit trekëndësh.
- 2 pikë      1 pikë
- 30** Një enë cilindrike me diametër të bazës 24 cm dhe lartësi 50 cm është mbushur përgjysmë me ujë. Në të zhytet një sferë metalike me rreze 6 cm. Me sa centimetra do të ngrihet niveli i ujit në enë?
- 4 pikë
- 31** Faktorizoni shprehjet:
- $9x^2 - 1$
  - $x^3 - 2x^2 + x - 2$
  - $x^2 - 4x + 3$
- 3 pikë
- 32** Histogrami në figurë paraqet numrin e orëve të shpenzuara për përsëritje për një provim nga një grup nxënësish. Gjeni:
- klasën modale;
  - klasën në të cilën bën pjesë mesorja;
  - kohën mesatare (të përafërt) për përsëritje.
- 1 pikë      1 pikë      1 pikë



## •TEST 8

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1 Jepen bashkësitetë  $A = \{1, 2, 4\}$  dhe  $B = [1, 3]$ . Numri i elementeve të  $A \cap B$  është:

A 2      B 3  
C 4      D 5

- 2 Në një trekëndësh kënddrejtë, njëri nga katetet është 8 cm, kurse hipotenuza është 10 cm. Gjeni kosinusin e këndit përballë katetit.
- A 0,8      B 0,6  
C 0,5      D 0,25

- 3 Në një varg numerik, kufiza e  $n^{\text{te}}$  jepet nga formula  $u_n = 2n + 1$ . Kufiza e dhjetë është:
- A 10      B 20  
C 21      D 40

- 4 Në një drejtkëndësh, diagonalja është 20 cm dhe njëra nga brinjët është 12 cm. Brinja tjetër është:
- A 16 cm      B 15 cm  
C 12 cm      D 10 cm

- 5 Qendra e rrithit  $(x - 5)^2 + y^2 = 4$  është pika me koordinata:
- A  $(0, 0)$       B  $(5, 0)$   
C  $(0, 5)$       D  $(5, 4)$

- 6 Nëse  $f(x) = x - 2$  dhe  $g(x) = x^2$ , atëherë  $f[g(x)]$  është identike me:
- A  $(x - 2)^2$       B  $x^2 - 2^2$   
C  $x^2 - 2$       D  $x^2$

- 7 Perimetri i rrithit është  $\frac{\pi}{2}$ . Syprina e qarkut përkatës është:
- A  $\frac{\pi}{16}$       B  $\frac{\pi}{4}$   
C  $\frac{\pi}{2}$       D  $\pi$

- 8 Derivati i funksionit  $y = \frac{2}{x}$  në pikën  $x \neq 0$  është:

A  $-\frac{1}{2x^2}$       B  $-\frac{2}{x^2}$   
C  $\frac{2}{x^2}$       D  $\frac{1}{2x^2}$

- 9  $[(-4)^{\frac{2}{3}}]^{-3}$  është:
- A  $-16$       B  $-4$   
C  $4$       D  $16$

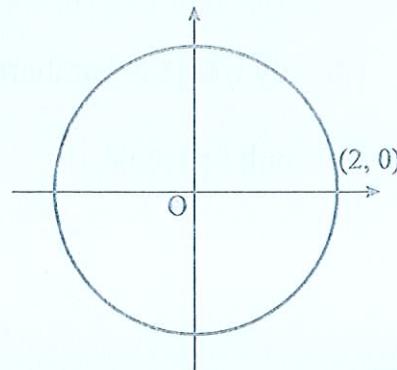
- 10 Koeficienti këndor i përgjysmores së kuadrantit të parë e të tretë është:
- A  $-1$       B  $1$   
C  $2$       D  $3$

- 11 Në grafikun e funksionit  $y = \log(2x - 1)$  ndodhet pika me koordinata:
- A  $(2, 2)$       B  $(1, 0)$   
C  $(10, 1)$       D  $(5, 2)$

- 12 PMP i numrave 32 e 48 është:
- A 8      B 12  
C 16      D 32

- 13 Ekuacioni  $x^2 - 2x + k = 0$  ka dy rrënje reale të barabarta. Vlera e  $k$  është:
- A 8      B 4  
C 2      D 1

- 14 Syprina e qarkut në figurë është:
- A  $\pi$   
B  $2\pi$   
C  $3\pi$   
D  $4\pi$



- 15 Në qoftë se  $\frac{a}{b} = k$ , atëherë  $\frac{a+b}{b} =$
- A  $\frac{k}{k+1}$  B  $\frac{k+1}{k-1}$   
 C  $\frac{k+1}{k}$  D  $k+1$

- 16 Cili nga ekuacionet e mëposhtme nuk ka zgjidhje?
- A  $2x + 4 = 2(x + 4)$   
 B  $4(2x + 6) = 2(4x + 12)$   
 C  $3(x + 1) = 2x + 3$   
 D  $x = 0$

- 17  $\sqrt{48} + \sqrt{75} =$
- A  $\sqrt{123}$  B  $6\sqrt{3}$   
 C  $9\sqrt{3}$  D  $18\sqrt{3}$

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

- 21 Syprinat e tri faqeve të një kuboidi janë përkatesisht 6, 8, 12 cm<sup>2</sup>. Gjeni vëllimin e kuboidit.

4 pikë

- 22 Jepen pikat A(1, 1) dhe B(3, 3).

- a Gjeni koeficientin këndor të drejtëzës AB.

1 pikë

- b Shkruani ekuacionin e rrethit me diametër AB.

2 pikë

- 23 a Zgjidhni ekuacionin  $3^{2x} = \sqrt{3}$

1 pikë

- b Jepet  $3^x = m$ . Gjeni  $9^{x-1}$ .

2 pikë

- 24 Gjeni integralet:

- a  $\int (2x - \sqrt{5}) dx$

1 pikë

- 18 Cili nga relacionet e mëposhtme nuk është i vërtetë?
- A  $\sin 135^\circ > 0$   
 B  $\cos 140^\circ < 0$   
 C  $\tan 145^\circ < 0$   
 D  $\cos 89^\circ < 0$

- 19 Jepen numrat 6; 6,5; 8,5; 6 dhe 8. Cili relacion është i vërtetë?
- A mesorja < mesatarja  
 B mesorja = mesatarja  
 C mesorja < moda  
 D mesorja = moda

- 20 Në qoftë se  $f(x) = 2 - |x| + x^2$  atëherë  $f(-2) =$
- A 0 B 4  
 C 2 D -2

b  $\int_{-3}^3 (\frac{1}{2}x^3 - \ln 7) dx$  2 pikë

- 25 Është dhënë funksioni  $y = x^3 - 12x + 7$

- a Gjeni ekstremumet e tij.

2 pikë

- b Shkruani ekuacionin e tangjentes me grafikun e tij, në pikën e prerjes me boshtin e ordinatave.

2 pikë

- 26 Jepet vargu  $u_n = \frac{n^2 + n + 30}{n}$ . Sa kufiza të tij janë numra të plotë?

3 pikë

- 27 Gjeni projekcionin e pikës M(-4, 11) në drejtëzën d:  $3x - 4y + 31 = 0$

3 pikë

**28** a Skiconi grafikun e funksionit

$$y = \sin x, \text{ për } 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$$

1 pikë

b Skiconi grafikun e funksionit

$$y = \sin(x - 60^\circ), \text{ për } 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$$

2 pikë

**29** Zgjidhni ekuacionin

$$(1 - \log x)(x^2 - 4x - 5) = 0$$

3 pikë

**30** Dy cilindra prej bronxi, i pari me rreze të bazës 4 cm e lartësi 8 cm dhe i dyti me rreze të bazës 2 cm e lartësi 40 cm, shkrihen dhe me to formohet një sferë. Gjeni rrezen e sferës.

4 pikë

**31** Një katet i trekëndëshit kënddrejtë

është 20 cm, kurse lartësia mbi hipotenuzë është 12 cm. Gjeni syprinën e trekëndëshit.

3 pikë

**32** Probabiliteti që një qitës të godasë

shenjen është 0,3. Ai kryen dy të shtëna. Gjeni probabilitetin:

a Shenja goditet herën e parë dhe nuk goditet herën e dytë.

1 pikë

b Shenja goditet vetëm një herë.

1 pikë

c Shenja nuk goditet.

1 pikë

d Shenja goditet dy herë.

1 pikë

1 pikë

## TEST 9

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1** Gjatësia e vektorit  $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$  është:

- A 2      B 3  
C 4      D 5

- 2** Vlera numerike e shprehjes

$$4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$

- A 0      B  $7\sqrt{3}$   
C  $6\sqrt{3}$  16      D  $3\sqrt{3}$

- 3** Prerja e bashkësive të shkronjave të fjalëve "DITA" dhe "TEK" ka:

- A 1 element      B 2 elemente  
C 3 elemente      D 4 elemente

- 4** Bashkësia e vlerave të  $x$  për të cilat ka kuptim shprehja  $\sqrt{3-x}$  është:

- A R      B  $]-\infty, 3]$   
C  $]3, +\infty[$       D  $[-3, 3]$

- 5** Kufiza e parë e progresionit gjematrik është 1 dhe herësi është  $\frac{1}{2}$ . Kufiza e tretë e tij është:

- A  $\frac{1}{2}$       B  $\frac{1}{4}$   
C 2      D 4

- 6** Derivati i funksionit  $y = x^3 - 3x$  në pikën  $x = 1$  është i barabartë me:

- A 0      B 1  
C 3      D -2

- 7** Numri më i vogël natyror që vërteton inekuacionin e dyfishtë  $18 < x \leq 22$  është

- A 17      B 18  
C 19      D 22

- 8** Në grafikun e funksionit  $y = x^3 - x$  ndodhet pika me koordinata:

- A (1, 1)      B (2, 1)  
C (1, 2)      D (-1, 0)

- 9** Zgjidhje e inekuacionit  $\frac{2x-1}{3} < -1$  është numri:

- A 1      B 0  
C -1      D -2

- 10** Barazimi  $2^x + 3 = m$  është i mundur për vlerën e  $m$ :

- A 1      B 2  
C 3      D 5

- 11** Nuk është e vërtetë fjalia:

- a Të gjitha paralelogramet janë katërkëndësha.
- b Të gjithë katrorët janë drejtkëndësha.
- c Të gjithë drejtkëndëshat janë paralelograme.
- d Të gjithë paralelogramet kanë diagonale pingule.

- 12**  $\sqrt{x^2}$  është identike me:

- A  $x$       B  $-x$   
C  $|x|$       D  $-|x|$

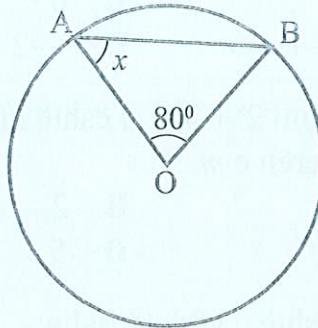
- 13** Vlera më e madhe e shprehjes  $1 - \sin 2x$  është:

- A -1      B 0  
C 2      D 3

- 14 Në qoftë se  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = a$ , atëherë  
 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$   
 A  $a$       B  $a - 2$   
 C  $a^2$       D  $\sqrt{a}$

- 15 Në qoftë se  $\log_a 2 = x$ ;  $\log_a 3 = y$ ,  
 atëherë  $\log_a 6 =$   
 A  $xy$       B  $2x + 3y$   
 C  $x + y$       D  $3x + 2y$

- 16 Gjeni këndin  $x$  në figurë.  
 A  $50^\circ$       B  $40^\circ$   
 C  $30^\circ$       D  $20^\circ$



- 17 Jepet  $\sin x < 0$  dhe  $\operatorname{tg} x > 0$ . Atëherë  
 këndi  $x$  ndodhet në kuadrantin e:  
 A I      B II  
 C III      D IV  
 C 1      D  $\frac{1}{2}$

- 19 Raporti i syprinë së sferës me rrëze R,  
 me vëllimin e saj është:  
 A  $3\pi R$       B  $\frac{3}{R}$   
 C  $\pi R$       D  $9R$

- 20  $(k+1)$  është numër tek. Cili nga  
 numrat e mëposhtëm është gjithashtu  
 tek?  
 A  $2(k+1)$       B  $(k+1)(k+3)$   
 C  $(k+1)(k+2)$       D  $k(k+1)$

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

- 21 Mesatarja e 5 numrave të plotë  
 të njëpasnjëshëm është 6. Gjeni  
 numrin më të madh ndërmjet tyre.

3 pikë

- 22 Krahasoni:

a  $(0,3)^{3,1}$  me  $(0,3)^{3,11}$       1 pikë

b  $\sin 140^\circ$  me  $\sin 150^\circ$       1 pikë

c  $(\frac{1}{2})^4$  me  $(\frac{1}{3})^4$ .      1 pikë

- 23 Zgjidhni sistemin e inekuacioneve:

$$\begin{cases} x-1 \geq 2 \\ \frac{5-2x}{3} \geq -1 \end{cases}$$

3 pikë

- 24 Njehsoni integralet e pacaktuara:

a  $\int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx$       b  $\int \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx$

3 pikë

- 25 Është dhënë funksioni  $y = x^2 - 6x$ .

- a Gjeni ekstremumet e tij.

2 pikë

- b Gjeni syprinën e figurës që kufizohet nga grafiku i funksionit, boshti  $Ox$  dhe pjesa që ndodhet në të djathë të drejtëzës  $x = 1$ . 3 pikë
- 26** Brinjët e një trekëndëshi janë 9 cm, 12 cm, 15 cm.
- a Tregoni që trekëndëshi është kënddrejtë? 1 pikë
- b Gjeni segmentet në të cilat e ndan hipotenuzën lartësia e hequr mbi të nga kulmi i këndit të drejtë. 2 pikë
- 27** Në trekëndëshin ABC shënojmë  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ;  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ . Meset e brinjëve AB dhe AC janë përkatësish M, N.
- a Shprehni vektorët  $\overrightarrow{BC}$  dhe  $\overrightarrow{MN}$  nëpërmjet vektorëve  $\vec{a}$  dhe  $\vec{b}$  1 pikë
- b Vërtetoni që vija e mesme MN e trekëndëshit është paralele me brinjën e tretë dhe sa gjysma e saj. 2 pikë
- 28** Gjeni vlerën më të madhe të funksionit  $y = \cos^4 x - \sin^4 x$ . 3 pikë
- 29** a Gjeni dhe paraqitni në planin koordinativ  $xOy$  pesë pika të grafikut të funksionit  $y = 4^x$ . Bashkojini ato me vijë të lëmuar për të skicuar grafikun e funksionit. 2 pikë
- b Skiconi në po atë figurë grafikun e funksionit  $y = 4^{x-1}$  2 pikë
- 30** Nga pika A(2, 3) ndërtojmë pingulen me drejtëzinë  $3x + 4y = 0$ . Gjeni gjatësinë e kësaj pinguleje. 3 pikë
- 31** Zgjidhni ekuacionin  $\sqrt{x-2} \cdot (2x^2 - x - 1) = 0$  3 pikë
- 32** Në një kuti ndodhen 5 sfera të bardha dhe 4 të kuqe. Tërhojen njëra pas tjetrës 2 sfera (pa kthim). Gjeni probabilitetin:
- a Sfera e parë është e bardhë dhe e dyta e kuqe. 1 pikë
- b Të dyja sferat janë të bardha. 1 pikë
- c Të dyja sferat janë të kuqe. 1 pikë
- d Sferat janë të së njëjtës ngjyrë. 1 pikë

# • TEST 10

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

1 Gjeni vlerën e shprehjes  $\log_2 4 + \log_2 1 =$

- |     |     |
|-----|-----|
| A 5 | B 4 |
| C 3 | D 2 |

2 Jepet bashkësia  $M = \{0, 1, 2, 3\}$ . Cili nga pohimet është i vërtetë?

- |                              |
|------------------------------|
| A $2 \notin M$               |
| B $\{0, 1, 3\} = M$          |
| C $2 \in M$ dhe $3 \notin M$ |
| D $1 \in M$ dhe $2 \in M$    |

3 Në sa pika e pret boshtin e abshisave grafiku i funksionit  $y = 2(x-1)$ ?

- |     |     |
|-----|-----|
| A 0 | B 1 |
| C 2 | D 3 |

4 Jepet inekuacioni  $|x-1| < 1$ . Gjeni cila nga vlerat e mëposhtme bën pjesë në bashkësinë e zgjidhjeve të tij.

- |     |     |
|-----|-----|
| A 1 | B 3 |
| C 5 | D 7 |

5 Nëse  $x - 3 = 6$ , atëherë vlera e shprehjes  $x^2 - 6x + 9$  është:

- |      |      |
|------|------|
| A 64 | B 60 |
| C 48 | D 36 |

6  $\int_0^1 edx =$

- |       |           |
|-------|-----------|
| A 0   | B 1       |
| C $e$ | D $e + 1$ |

7 Gjeni vlerën më të madhe të funksionit  $y = \cos^2 x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- |     |     |
|-----|-----|
| A 0 | B 1 |
| C 2 | D 3 |

8 Numri më i vogël i kulmeve të një prizmi është:

- |     |     |
|-----|-----|
| A 3 | B 4 |
| C 5 | D 6 |

9 Koeficienti këndor i drejtëzës që kalon nga pikat A(3, 1) dhe B(4, 2) është:

- |      |     |
|------|-----|
| A -1 | B 0 |
| C 1  | D 2 |

10  $\cos^2 x + \cos^2(90^\circ - x)$  është e barabartë me:

- |      |     |
|------|-----|
| A -1 | B 0 |
| C 1  | D 2 |

11 Këndi që formon me boshtin Ox tangjentja ndaj grafikut të funksionit  $y = -\frac{1}{x}$  në pikën me abhisë 1 është:

- |              |              |
|--------------|--------------|
| A $30^\circ$ | B $45^\circ$ |
| C $60^\circ$ | D $90^\circ$ |

12 Diagonalja e drejkëndëshit është 13 cm, kurse gjatësia e tij është 12 cm. Syprina e paralelogramit në  $\text{cm}^2$  është:

- |       |       |
|-------|-------|
| A 130 | B 120 |
| C 60  | D 30  |

13 Në progresionim aritmetik me kufizë të parë 2 dhe kufizë të tretë 8, kufiza e katërt është:

- |      |      |
|------|------|
| A 16 | B 15 |
| C 12 | D 11 |

14 Jepen vektorët

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}; \vec{v} = \begin{pmatrix} m \\ -6 \end{pmatrix} \text{ dhe } \vec{u} \parallel \vec{v}.$$

Vlera e  $m$  është:

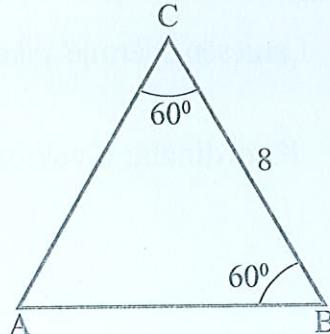
- |      |      |
|------|------|
| A 4  | B 8  |
| C -8 | D -4 |

- 15 Ekuacioni i rrethit me qendër në origjinën e koordinatave dhe që kalon nga pika  $(4, 3)$  është:  
 A  $x^2 + y^2 = 9$       B  $x^2 + y^2 = 16$   
 C  $x^2 + y^2 = 25$       D  $x^2 + y^2 = 43$

- 16 Jepet  $\frac{x^2}{6} = 4p$ . Gjeni 12p.

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| A $\frac{x^2}{3}$ | B $\frac{x^2}{2}$ |
| C $x^2$           | D $2x^2$          |

- 17 Perimetri i trekëndëshit në figurë është:  
 A 24      B 20  
 C 18      D Nuk mund të gjendet.



Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

- 21 Gjeni bashkësinë e përcaktimit për secilin nga funksionet më poshtë:  
 a  $y = \ln(x - 1)$       1 pikë  
 b  $y = \sqrt{x^2 + 1}$       2 pikë

- 22 a Skiconi grafikun e funksionit  $y = x^2 - 1$ .      1 pikë

- b Njehsoni syprinën e figurës së kufizuar nga grafiku i funksionit  $y = x^2 - 1$ , e cila ndodhet në të majtë të boshtit të ordinatave.      3 pikë

- 18 Pika  $(a, b)$  ndodhet në kuadrantin e katërt. Në cilin kuadrant ndodhet pika  $(a, a - b)$ ?

- |     |      |   |
|-----|------|---|
| A I | B II | C |
| III | D IV |   |

- 19  $x$  është numër real. Cili nga numrat e mëposhtëm nuk mund të jetë zero?

- |              |         |             |
|--------------|---------|-------------|
| A $x^2 - 1$  | B $ x $ | C $x^3 + 1$ |
| D $2x^2 + 3$ |         |             |

- 20 Këndi i brendshëm i një pesëkëndëshi të rregullt është:

- |               |               |
|---------------|---------------|
| A $90^\circ$  | B $108^\circ$ |
| C $120^\circ$ | D $135^\circ$ |

- 23 Zgjidhni sistemin e ekuacioneve:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 - y^2 + 2xy + 1 = 0 \end{cases} \quad 4 \text{ pikë}$$

- 24 Jepet rrethi me diamër 26 cm. Në të njëjtën anë të diametrit janë ndërtuar dy korda paralele me gjatësi 24 cm dhe 10 cm. Gjeni largesën ndërmjet këtyre kordave.      4 pikë

- 25 Zgjidhni ekuacionet:

a  $3^{x+3} = 9^{2x}$       2 pikë

- b  $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$ , për  $0 < x < \frac{\pi}{2}$   
2 pikë
- 26 Pifikat A(2, 1); B(3, 3) dhe C( $a + 1, a$ ) shtrihen në drejtëzën ( $d$ ). Gjeni vlerën e  $a$ .  
3 pikë
- 27 Klasa ka 30 nxënës, nga këta 12 janë djem. Nota mesatare e vajzave në provimin e matematikës ishte 8,5. Nota mesatare e djemve ishte 7. Gjeni notën mesatare të klasës.  
2 pikë
- 28 Pifikat A(-2, 8); B(-1, 1) dhe C(6, 2) janë kulmet e një trekëndëshi. Vërtetoni që trekëndëshi është kënddrejtë.  
3 pikë
- 29 Lartësia e një cilindri është 10 cm më e madhe se rrezja e bazës së tij. Sipërfaqja e përgjithshme e cilindrit është  $144\pi \text{ cm}^2$ . Gjeni rrezen e bazës dhe lartësinë e cilindrit.  
4 pikë
- 30 Thjeshtoni shprehjen  
 $\sqrt{8} - 2\sqrt{50} + \sqrt{48} - 4\sqrt{27}$   
2 pikë
- 31 Në një kuti ndodhen 5 sfera të bardha dhe 3 të kuqe. Nga kutia nxirret një sferë dhe pasi shihet ngjyra e saj, kthehet përsëri në kuti. Më pas nga kutia nxirret përsëri një sferë. Gjeni probabilitetin:  
a Të dyja sferat janë të kuqe. 1 pikë  
b Sfera e parë është e kuqe dhe e dyta e bardhë. 1 pikë  
c Sfera e parë është e bardhë dhe e dyta e kuqe. 1 pikë  
d Të dyja sferat janë të bardha. 1 pikë
- 32 Rezevektorët e pikave A dhe B janë përkatësisht  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  dhe  $\vec{b} = 5\vec{i} - 12\vec{j}$ . Gjeni:  
a Largesën e pikave A dhe B nga origjina e koordinatave. 1 pikë  
b Largesën ndërmjet pikave A dhe B. 1 pikë  
c Koordinatat e vektorit  $\overrightarrow{AB}$ . 1 pikë

## • TEST 11

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1–13.  
Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

**1** Jepet  $\sin x < 0$  dhe  $\operatorname{tg} x > 0$ . Në cilin kuadrant ndodhet këndi  $x$ ?

- |       |      |
|-------|------|
| A I   | B II |
| C III | D IV |

**2** Vlera numerike e shprehjes

$$4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$

- |               |               |
|---------------|---------------|
| A 0           | B $7\sqrt{3}$ |
| C $6\sqrt{3}$ | D $3\sqrt{3}$ |

**3** Prerja e bashkësive të shkronjave të fjalëve "JETA" dhe "TRE" ka:

- A 1 element
- B 2 elemente
- C 3 elemente
- D 4 elemente

**4** Shprehja  $2 \log \sqrt{x} - 2 \log x + \log x^3$  për  $x > 0$  është identike me:

- |              |              |
|--------------|--------------|
| A 0          | B $-\log x$  |
| C $2 \log x$ | D $3 \log x$ |

**5** Jepet  $5^x = 5$ . Atëherë  $5^{-x}$  është:

- |                 |     |
|-----------------|-----|
| A 10            | B 1 |
| C $\frac{1}{5}$ | D 5 |

**6** Ekuacioni  $x^2 = 4$  është i njëvlershëm me:

- |                        |           |
|------------------------|-----------|
| A $(x - 2)(x + 2) = 0$ | B $x = 2$ |
| C $x = -2$             | D $x = 4$ |

**7** Me cilin nga funksionet e mëposhtme është i barabartë funksioni  $y = x$ ?

- |                      |                         |
|----------------------|-------------------------|
| A $y =  x $          | B $y = \sqrt{x^2}$      |
| C $y = (\sqrt{x})^2$ | D $y = (\sqrt[3]{x})^3$ |

**8** Vlera e derivatit të funksionit

$$y = x^4 - x$$
 në pikën  $x = -1$  është:

- |      |      |
|------|------|
| A -6 | B -5 |
| C -4 | D -3 |

**9**  $\int_{-1}^1 x^3 dx$  është i barabartë me:

- |      |      |
|------|------|
| A -2 | B -1 |
| C 0  | D 1  |

**10** Zgjidhje e sistemit  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$  është çifti i radhitur:

- A (1, 1)
- B (1, 2)
- C (2, 2)
- D (2, 1)

**11** Këndi i brendshëm i një gjashtëkëndëshi të rregullt është:

- A  $90^\circ$
- B  $105^\circ$
- C  $120^\circ$
- D  $110^\circ$

**12** Pingule me drejtëzën  $x + y - 5 = 0$  është drejtëza:

- A  $x + 2y = 0$
- B  $x - 2y = 0$
- C  $x - y = 0$
- D  $x + 3y = 0$

**13** Gjatësia e segmentit AB ku A(4; 1) dhe B(1; 5) është:

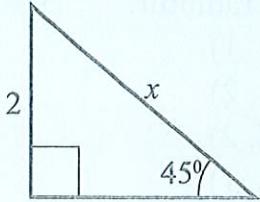
- A 2
- B 3
- C 4
- D 5

- 14** Jepet funksioni  $y = \frac{5x}{2x+3}$ . Cili nga numrat e mëposhtëm nuk bën pjesë në bashkësinë e përcaktimit të tij?

- A  $-\frac{3}{2}$       B 2  
C 3      D  $\frac{3}{2}$

- 15** Raporti i perimetrave të dy katroreve është 3:2. Raporti i syprinave të tyre është:  
A 3:2      B 2:3  
C 4:9      D 9:4

- 16** Gjeni  $x$  në figurë.  
A  $2\sqrt{2}$       B 4  
C 6      D Nuk mund të gjendet



Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

- 21** Mesatarja e 6 numrave të plotë të njëpasnjëshëm është 4,5. Gjeni numrin më të madh ndërmjet tyre.

2 pikë

- 22** Thjeshtoni shprehjet:

a  $\frac{1}{\sqrt{a+1}} + \frac{a}{a-1}$

b  $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

3 pikë

- 23** Është dhënë funksioni  $y = 4x - x^2$   
a Gjeni ekstremumet e funksionit.

2 pikë

- 17** Rrethi  $x^2+y^2=m^2$  kalon nga pika  $(-3,5)$ . Vlera e  $m$  është:

- A 4      B  $\sqrt{34}$   
C 3      D 5

- 18**  $\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} =$   
A  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
C  $\sqrt{3}$       D  $\sqrt{2}$

- 19** Këndi në gradë që i korespondon këndit  $\pi$  radian është:  
A  $180^\circ$       B  $0^\circ$   
C  $3,14^\circ$       D  $360^\circ$

- 20** Jepet  $f(x) = x^2$  dhe  $g(x) = 2^x$ . Atëherë  $g(f(x)) =$   
A  $2^{2x^2}$       B  $2^{x^2}$   
C  $2^{x^3}$       D  $x^{2x}$

- b Gjeni syprinën e figurës që kufizohet nga grafiku i funksionit, boshti  $Ox$  dhe drejtëzat  $x = 1$  e  $x = 3$ .

3 pikë

- 24** Jepen pikat A(2, 2) B(4, 4) dhe C(1, 0).  
a Gjeni ekuacionin e drejtëzës (AB).  
1 pikë  
b Gjeni ekuacioni e mesores CM.  
2 pikë  
c Gjeni ekuacionin e lartësisë CH.  
1 pikë

- 25** Në rrethin me diamër AB = 25 cm është marrë një pikë C, që ndodhet në largesën 12 cm nga drejtëza AB. Gjeni syprinën e trekëndëshit ABC.

3 pikë

- 26** Zgjidhni ékuacioni  $\sin 2x = \frac{1}{2}$  pér  $0 \leq x \leq 180^\circ$ . 3 pikë
- 27** Cilindrit të drejtë rrrethor me rreze të bazës  $R$  dhe lartësi  $h$  i është bërë një gërryerje në formë kuboidi që ka si bazë katrorin e brendashkruar në bazën e cilindrit dhe lartësi sa ajo e cilindrit.  
Shprehni nëpërmjet  $R$  dhe  $h$  vëllimin e pjesës së mbetur të cilindrit. 4 pikë
- 28** Në një progresion aritmetik jepen  $u_6 + u_{12} = 38$  dhe  $u_{10} + u_{15} = 52$ .
- Gjeni kufizën e parë dhe diferençën e progresionit. 2 pikë
  - Gjeni shumën  $u_9 + u_{16}$ . 2 pikë
- 29** Duke përdorur një ndryshore ndihmëse, zgjidhni ékuacionin  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ . 3 pikë
- 30** Për cilat vlera të  $x$  ka kuptim shprehja  $\log\left(9 - \frac{1}{3^{x-1}}\right)$ ? 3 pikë

- 31** Në paralelogramin ABCD shënohen  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$  dhe  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ . Shënohet M mesi i diagonales AC.
- Shprehni nëpërmjet  $\vec{a}$  dhe  $\vec{b}$  vektorët  $\overrightarrow{AM}$  dhe  $\overrightarrow{MC}$ . 1 pikë
  - Vërtetoni me rrugë vektoriale që pika M është edhe mesi i diagonales BD. 2 pikë
- 32** Në një kuti ndodhen 5 sfera të bardha dhe 4 sfera të zeza. Nxirren një nga një të gjitha sferat e kutisë. Gjeni probabilitetin që sferat të nxirren në renditjen e para e bardhë, e dyta e zezë dhe kështu me radhë në mënyrë të alternuar një e bardhë dhe një e zezë. 3 pikë

## • TEST 12

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

1 Numri  $(2^{-3})^2$  është i barabartë me:

- A  $2^{-5}$       B  $2^{-6}$   
C  $2^{-9}$       D  $2^{-32}$

2 Numri  $7\sqrt{2} - \sqrt{50}$  është i barabartë me:

- A  $10\sqrt{2}$       B  $12\sqrt{2}$   
C  $2\sqrt{2}$       D  $-6\sqrt{2}$

3 Ekuacioni  $x^2 + 2x + a = 0$  ka dy rrënje reale të barabarta. Vlera e  $a$  është:

- A 4      B 2  
C 1      D 0

4 Cila fjali është teoremë?

- A Çdo paralelogram është drejtkëndësh.  
B Çdo paralelogram është romb.  
C Çdo romb është katror.  
D Çdo katror është paralelogram.

5 Pika ku priten drejtëzat

$y = x$  dhe  $y = 3 - 2x$  e ka abshisen:

- A 1      B 2  
C 3      D 4

6 Vektorët  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$  dhe  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}$

gëzojnë vetinë:

- A kanë gjatësi të barabarta;  
B janë kolinearë;  
C janë vektorë njësi;  
D janë të barabartë.

7 Derivati i funksionit  $y = 2\sqrt{x}$  në pikën  $x = 1$  është:

- A 3      B 2  
C 1      D 0

8 Mesi i segmentit AB, ku A(-2; 3) dhe B(0; 7) është pika me koordinata:

- A (2, 5)      B (-1, 4)  
C (-1, 5)      D (-2, 5)

9 Në grafikun e funksionit  $y = 3^{2x-1}$  ndodhet pika:

- A (1, 9)      B (1, 3)  
C (2, 3)      D (2, 9)

10 Është pingule me drejtëzën

$x + 2y - 3 = 0$  drejtëza:

- A  $y = x$       B  $y = 2x$   
C  $y = -x$       D  $y = -2x$

11 Vlera e  $\int_1^4 \frac{dx}{2\sqrt{x}}$  është:

- A 1      B 2  
C 3      D 4

12  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  dhe  $x$  është kënd i

kuadrantit të dytë. Vlera e  $\cos x$  është:

- A -1      B -0, 5  
C 0, 5      D 1

13 Në trekëndëshin dybrinjënjëshëm me bazë 8 cm dhe brinjë anësore 5 cm, lartësia në cm është:

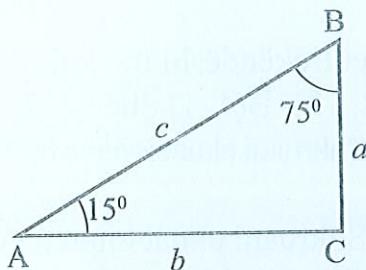
- A 3      B 4  
C 5      D 6

- 14) Jepet  $a = \frac{x}{1-x}$ . Shprehni  $x$  me anën e  $a$ .

- A  $a$       B  $\frac{a}{a-1}$   
 C  $\frac{a}{1-a}$       D  $\frac{a}{a+1}$

- 15** Cili relation është i vërtetë për figurën?

- A  $a < b < c$       B  $c < b < a$   
 C  $b < a < c$       D  $a < c < b$



- 16** Brinja e katorirës është  $a$ . Diagonalja e tij është:

- A  $2a$     B  $a\sqrt{2}$     C  $a\sqrt{3}$   
 D  $a + \sqrt{2}$

- Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21-32.

- 21** Zgjidhni grafikisht inekuacionin  
 $x^2 - 6x - 7 < 0$  3 pike

- 22 Jepet vargu  $u_n = \frac{2n-1}{n+2}$

a Sa kufiza tē tij janë më tē vogla se 1,8?

1 pikë

- 23** Zgjidhni ekuacionin  $\sin^2 x + \sin x = 2$ .  
3 pikë

- 17) Madhësitë  $x$  dhe  $y$  janë në përpjesëtim të drejtë. Për  $x = 6$  jepet  $y = 15$ . Gjeni  $x$  për  $y = 25$ .

- A 8      B 9  
 C 10     D 12

- 18 Jepet  $\log 7 = p$ . Gjeni  $\log 70$ .

- 19) Sa përqind e numrit 12 është numri 18;

- A 40%      B 80%  
 C 120%      D 150%

- 20** I anasjelli i funksionit  $y = 3x + 1$  eshtë:

- $$\text{A } y = \frac{x-1}{3} \quad \text{B } y = \frac{1}{3x+1}$$

- $$\mathbb{C} \quad y = \frac{3}{3x+1} \quad \mathbb{D} \quad y = \frac{x+1}{3}$$

- 24 Jepet funksioni  $y = x^2 - 10x$ .

- a) Gjeni koordinatat e pikës ku funksioni ka ekstremum.

2 píkë

- b) Shkruani ekuacionin e tangjentes ndaj grafikut të funksionit, të llogaritur në koordinatëve

natave.

- c) Në cilën pikë të grafikut duhet ndërtuar tangjentja, në mënyrë që ajo të formojë me boshtin e abshisaye këndin  $45^\circ$ ?

2 píkë

- 25** Jepet  $\begin{cases} 3\vec{a} + 2\vec{b} = 7\vec{i} - 8\vec{j} \\ 4\vec{a} - \vec{b} = 13\vec{i} - 18\vec{j} \end{cases}$  ku  
 $\vec{i}$  dhe  $\vec{j}$  janë vektorë njësi.  
 a Duke zgjidhur sistemin shprehni vektorët  $\vec{a}$  dhe  $\vec{b}$  me anën e vektorëve njësi  $\vec{i}$  dhe  $\vec{j}$ . 3 pikë  
 b Gjeni gjatësitë e vektorëve  $\vec{a}$  dhe  $\vec{b}$ . 1 pikë
- 26** Gjeni bashkësinë e vlerave të  $x$  për të cilat ka kuptim shprehja  $\sqrt{\log(1-x)}$  3 pikë
- 27** Merren të gjitha radhitjet treshe pa përsëritje të shkronjave I, R, A, B.  
 a Me anë të diagramit-pemë shkruani të gjitha këto radhitje. 2 pikë  
 b Sa është probabiliteti i ngjarjes që të formohet fjala "BAR"? 1 pikë
- 28** Në një gjysmësferë është brendashkuar koni, bazë e të cilit është rrathi i bazës së gjysmësferës. Gjeni raportin e vëllimeve të konit me gjysmësferën. 4 pikë
- 29** Duke përdorur një ndryshore ndihmëse, zgjidhni ekuacionin  $1 - \frac{2}{x^2} + \frac{4}{x^4} = 0$ . 3 pikë
- 30** Bazat e një trapezi kënddrejtë janë 16 cm dhe 36 cm, kurse brinja e tij anësore, që nuk është pingule me bazat, është 25 cm. Gjeni:  
 a syprinën e trapezit; 2 pikë  
 b diagonalet e trapezit. 2 pikë
- 31** Jepet trekëndëshi me kulme A(2, -3); B(4, 1) dhe C(-2, 5).  
 a Shkruani ekuacionin e brinjës AB. 1 pikë  
 b Shkruani ekuacionin e lartësisë CH të trekëndëshit. 2 pikë
- 32** 40% e numrit  $x$  është 8 njësi më e madhe se 0,35 e  $x$ . Gjeni vlerën e  $x$ . 2 pikë

## TEST 13

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1 Vlera e shprehjes  $\frac{5^{-11}}{5^5}$  është e barabartë me:
- A  $5^{-16}$       B  $5^{-7}$   
 C  $5^{-6}$       D  $5^{16}$

- 2 Jepet inekuacioni  $|x - 2| \leq 3$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Cila nga vlerat e mëposhtme të  $x$  nuk është zgjidhje e tij?
- A  $-1$       B  $0$   
 C  $3$       D  $6$

- 3 Ordinata e mesit të segmentit AB, ku A(0, 3) dhe B(2, 5), është:
- A  $1$       B  $2$   
 C  $3$       D  $4$

- 4 Vlera e  $x$ -it në ekuacionin  $2^{x+1} = 2$  është:
- A  $-4$       B  $-3$   
 C  $0$       D  $3$

- 5 Numri më i madh natyror që vërteton inekuacionin e dyfishtë  $20 \leq x < 25$  është:
- A  $23$       B  $24$   
 C  $25$       D  $26$

- 6 Në një trekëndësh kënddrejtë, kateti përballe këndit  $30^\circ$  është 4 cm. Hipotenuza në cm është:
- A  $2$       B  $4$   
 C  $6$       D  $8$

- 7 Drejtëza  $y = \frac{1}{2}x + 1$  e pret boshtin Ox në pikën me abshisë:
- A  $-2$       B  $-1$   
 C  $0$       D  $\frac{1}{2}$

- 8 Shprehja  $\log 2 + 0,5 \cdot \log 25$  është:
- A  $0$       B  $0,5$   
 C  $1$       D  $2$

- 9 Koeficienti këndor i tangjentes ndaj grafikut të funksionit  $y = -3x^2 + 4x$  në pikën  $x = 1$  është:
- A  $-3$       B  $-2$   
 C  $-1$       D  $0$

- 10 Zgjidhje e ekuacionit  $x^3 - x + 6 = 0$  është numri:
- A  $1$       B  $2$   
 C  $-1$       D  $-2$

- 11 Brinjët e një trekëndëshi janë 3 cm, 4 cm, 6 cm. Perimetri i një trekëndëshi të ngjashëm me të është 26 cm. Brinja më e vogël e trekëndëshit të dytë është:

- A  $4$  cm      B  $6$  cm  
 C  $8$  cm      D  $12$  cm

- 12 Perimetri i rrëthit me rreze  $\pi$  është :
- A  $2\pi$       B  $2\pi^2$   
 C  $\pi + 2$       D  $2\pi + 2$

- 13 Funksioni i anasjellë i funksionit  $y = 2x + 4$  është:

- A  $y = \frac{x-2}{4}$       B  $y = \frac{x-2}{2}$   
 C  $y = \frac{x-4}{2}$       D  $y = \frac{x-4}{4}$

- 14 Drejtëzat  $d_1$  dhe  $d_2$  janë pingule. Koeficienti këndor i drejtëzës  $d_1$  është

**12** Koeficienti këndor i drejtëzës  $d_2$  është:

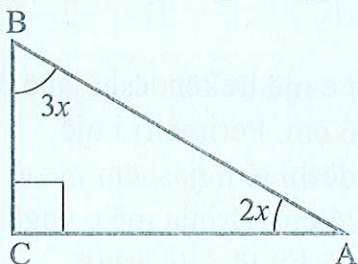
- |                 |                  |
|-----------------|------------------|
| A $\frac{2}{3}$ | B 6              |
| C $\frac{3}{2}$ | D $-\frac{3}{2}$ |

**13** Jepet  $\frac{2}{5}x = \frac{4}{7}y$ . Gjeni  $\frac{x}{y}$ .

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| A $\frac{10}{7}$ | B $\frac{7}{10}$ |
| C $\frac{8}{35}$ | D $\frac{35}{8}$ |

**14** Masa e këndit A në figurë është

- |              |              |
|--------------|--------------|
| A $18^\circ$ | B $36^\circ$ |
| C $54^\circ$ | D $72^\circ$ |



Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

**21** Jepet ekuacioni  $x^2 + 6x + m = 0$ .

a Për ç'vlera të  $m$ , ekuacioni ka dy rrënje reale të ndryshme?

1 pikë

b Për ç'vlera të  $m$ , njëra rrënje e ekuacionit është  $x = 2$ ?

1 pikë

**22** Në një progresion aritmetik jepen:

$$\begin{cases} u_2 + u_{10} = 22 \\ u_5 + u_8 = 24 \end{cases}$$

a Gjeni  $u_1$  dhe  $d$ .

3 pikë

b Gjeni  $u_{25}$ .

1 pikë

**17** Jepet  $a = 3b - 5$  dhe  $b = 4a - 2$ . Gjeni  $a$ .

- |     |      |
|-----|------|
| A 1 | B 2  |
| C 3 | D -1 |

**18** Këndi që formojnë akrepat e orës në orën 2:00 është:

- |              |              |
|--------------|--------------|
| A $10^\circ$ | B $20^\circ$ |
| C $30^\circ$ | D $60^\circ$ |

**19** Në qoftë se  $3x > -2x$  atëherë:

- |              |              |
|--------------|--------------|
| A $x < 0$    | B $x > 0$    |
| C $x \leq 0$ | D $x \geq 0$ |

**20** Bashkësítë A dhe B kanë përkatësisht 5 dhe 7 elemente. Sa është numri maksimal i mundëshëm i elementeve të bashkësisë  $A \cap B$ ?

- |     |      |
|-----|------|
| A 0 | B 5  |
| C 7 | D 12 |

**23** Jepet funksioni  $y = x^3 - 27x + 1$ ,

$$x \in \mathbb{R}$$

a Gjeni ekuacionin e tangjentes së grafikut në pikën e tij me abhisë  $x = 1$ .

2 pikë

b Gjeni ekstremumet e funksionit.

2 pikë

**24** Mesatarja aritmetike e 6 numrave është 24, kurse mesatarja aritmetike e pesë numrave të parë është 20. Gjeni numrin e gjashtë.

2 pikë

- 25** Jepet  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  dhe  $\sin x = \frac{4}{5}$ . Gjeni vlerën e shprehjes  $\sin(\pi - x) + \cos(\pi - x)$ . 3 pikë
- 26** Ana dhe Vera filluan të lexojnë njëkohësisht të njejtin libër me 180 faqe. Duke lexuar çdo ditë 2 faqe më shumë se Ana, Vera e mbaroi librin 1 ditë me shpejt. Sa faqe në ditë lexoi secila nga vajzat? 3 pikë
- 27** Jepen pikat A (-1, 4) dhe B (3, 2).
- Shkruani ekuacionin e drejtëzës AB. 1 pikë
  - Shkruani ekuacionin e përmesores së segmentit AB. 3 pikë
- 28** Këndi ndërmjet lartësisë dhe përfstueses së një koni është  $30^\circ$ . Gjeni syprinën e përgjithshme të konit, në qoftë se lartësia e tij është 10 cm. 4 pikë
- 29** Jepet polinomi  $P(x) = x^4 - 2x^3 - x + 2$ .
- Faktorizoni polinomin. 2 pikë
  - Zgjidhni ekuacionin  $P(x) = 0$ . 2 pikë
- 30** Në gjashtëkëndëshin e rregullt ABCDEF jepen vektorët  $\vec{AB} = \vec{a}$  dhe  $\vec{AF} = \vec{b}$ . Shprehni nëpërmjet  $\vec{a}$  dhe  $\vec{b}$  vektorët e diagonaleve të gjashtëkëndëshit që fillojnë në pikën A. 3 pikë
- 31** Gjatësia e një drejtkëndëshi është zmadhuar me 15%, ndërsa gjatësia e tij është zmadhuar me 12%. Me sa për qind është zmadhuar syprina e drejtkëndëshit? 3 pikë
- 32** Në një kuti ndodhen pesë sfera të kuqe (K), katër të bardha (B) dhe shtatë të verdha (V). Nga kutia nxirret rastësisht një sferë dhe pa e kthyer atë nxjerim një sferë të dytë. Gjeni probabilitetin.
- Të dyja sferat janë të kuqe. 1 pikë
  - Sfera e parë është e kuqe dhe e dyta e bardhë. 1 pikë
  - Sfera e parë është e bardhë dhe e dyta është e verdhë. 1 pikë
  - Sferat janë të së njejtës ngjyrë. 1 pikë

## •TEST 14

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1** Vlera e shprehjes  $\log 100 + \log 1$  është:  
 A 5      B 4  
 C 3      D 2
- 2** Numri i rrënjëve reale të ekuacionit  $x^2 - 4x = 0$  është:  
 A 3      B 2  
 C 1      D 0
- 3** Numri i pikave ku e pret boshtin e abshisave grafiku i funksionit  $y = 3(x-2)$  është:  
 A 0      B 1  
 C 2      D 3
- 4** Në një drejtkëndësh, diagonalja është 13 cm, kurse njëra nga brinjet është 12 cm.  
 Brinja tjetër është:  
 A 10 cm      B 8 cm  
 C 5 cm      D 2 cm
- 5** Jepet vektori  $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Ai është kolinear me vektorin:
- A  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$       B  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$   
 C  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$       D  $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$
- 6** Nëse vëllimi i një kubi është  $64 \text{ cm}^3$ , atëherë syprina e çdo faqeje në  $\text{cm}^2$  është:  
 A 12      B 16  
 C 32      D 64
- 7** Vlera më e madhe e funksionit  $y = \cos 4x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  është:  
 A 0      B 1  
 C 2      D 4
- 8** Derivati i funksionit  $y = \frac{1}{3}x^3 + x - 2$  në pikën  $x = -1$  është:  
 A 0      B -1  
 C 1      D 2
- 9** Shprehja  $\sqrt[3]{x^3}$  është identike me:  
 A  $x$       B  $-x$   
 C  $|x|$       D  $-|x|$
- 10** Vlera e funksionit  $y = (\frac{1}{2})^{2x-3}$  në pikën  $x = 1$  është:  
 A 4      B 2  
 C 0,5      D 0,25
- 11** Drejtëza  $x - y + 3 = 0$  formon me boshtin Ox këndin:  
 A  $30^\circ$       B  $45^\circ$   
 C  $60^\circ$       D  $90^\circ$
- 12** Jepet  $\sin x < 0$  dhe  $\cos x > 0$ . Këndi  $x$  është në kuadrantin e:  
 A I      B II  
 C III      D IV
- 13** Rrotullimi me qendër O dhe kënd  $180^\circ$  është:  
 A simetri boshtore;  
 B zhvendosje paralele;  
 C simetri qendrore;  
 D zmadhim.
- 14** Cili relacion shpreh mardhënien:  $x$  është 3 herë më i madh se  $y$ ?  
 A  $x > 3y$       B  $y > 3x$   
 C  $y = 3x$       D  $x = 3y$

15  $7^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{7} =$

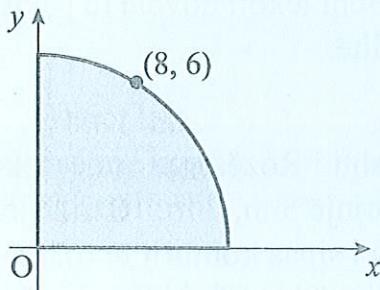
- A 49      B 14  
C 7      D 1

16 Zgjidhje e ekuacionit  $9 - \frac{2}{\alpha} = 5$  është vlera e  $\alpha =$ .

- A  $\frac{1}{2}$     B  $-\frac{1}{2}$   
C 2      D -2

17 Syprina e çerekrrrethit me qendër në origjinën e koordinatave në figurë është:

- A  $100\pi$       B  $80\pi$   
C  $50\pi$       D  $25\pi$



Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

21 Gjeni bashkësinë e përcaktimit për funksionin  $y = \frac{x}{\log_2(x-1)}$ .

3 pikë

22 Jepet katrori me perimetër 24 cm. Një trekëndësh barabrinjës e ka perimetrin të barabartë me perimetrin e katorrit. Gjeni:

a Brinjën e trekëndëshit

1 pikë

b Lartësinë e trekëndëshit

2 pikë

c Syprinën e trekëndëshit.

1 pikë

18 Bashkësia A ka 4 elemente, ndërsa bashkësia B ka 5 elemente. Cili është numri minimal i mundëshëm i elementeve të bashkësisë  $A \cup B$ ?

- A 1      B 2  
C 6      D 9

19 Tri kufizat e para të një progresioni aritmetik janë  $(x+1)$ ; 6 dhe  $(x+9)$ . Gjeni  $x$ .

- A 1      B 2  
C 6      D 9

20 Në qoftëse  $2x + 1 = 5$ , atëherë  $(2x - 3)^2 =$

- A 3      B 2  
C 1      D 0

23 Në cilën pikë, tangjentja ndaj parabolës  $y = x^2$ :

a formon me boshtin Ox këndin  $45^\circ$ ;

1 pikë

b formon me boshtin Ox këndin  $120^\circ$ ;

1 pikë

c është paralele me boshtin Ox.

1 pikë

24 Jepet funksioni  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$ . Zgjidhni ekuacionin  $f'(x) = 0$ .

3 pikë

25 Shuma e tri numrave pozitivë që formojnë progresion aritmetik është

18. Në qoftëse numrit më të madh i shtojnmë 8, atëherë numrat formojnë progresion gjeometrik. Gjeni këta numra.

4 pikë

26 Jepet drejtëza  $d: y=x$  dhe pika A(6,2).

a Tregoni që pika A nuk ndodhet në drejtëzën  $d$ .

1 pikë

b Gjeni koordinatat e këmbës së pingules së hequr nga pika A në drejtëzë  $d$ .

3 pikë

27 Zgjidhni ekuacionin:

$$2^{x+3} = 4^{2x}$$

2 pikë

28 Lartësia e konit është e barabartë me rrezen e bazës së tij. Një sferë e ka rrezen sa rrezja e bazës së konit. Gjeni raportin e vëllimeve të konit me sferën.

4 pikë

29 Jepet funksioni  $y = -x^2 + 2x + 3$ .

a Gjeni ekstremumet e tij.

1 pikë

b Gjeni syprinën e figurës së kufizuar nga grafiku i tij dhe boshti Ox.

2 pikë

30 Çdo ditë Beni në orët 10-12 lexon ose roman, ose novela ose libër me poezi. Probabiliteti për të lexuar roman është 0,6, probabiliteti për të lexuar novela është 0,25 dhe për të lexuar libër me poezi është 0,15.

a Ndërtoni një diaigram pemë për të treguar mundësitë e Benit në dy ditë të njëpasnjëshme.

1 pikë

Gjeni probabilitetin që:

b Beni lexon libër me poezi ditën e parë dhe roman ditën e dytë.

1 pikë

c Bëni lexon roman vetëm ditën e dytë.

1 pikë

d Beni lexon novela të paktën 1 ditë.

1 pikë

31 Kopshti i Rozës ka formë trekëndëshi me brinjë 5 m, 7 m, 10 m. Një ditë, ajo eci sipas konturit të tij. Sa është këndi më i madh i kthesës që ka bërë?

3 pikë

32 Jepet  $\vec{x} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$  ku  $|\vec{x}| = 5$  dhe  $m + n = 1$ .

Gjeni vektorin  $\vec{x}$  me kushtin  $m < 0$ .

3 pikë

## ● TEST 15

Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1 Vlera numerike e shprehjes

$$2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$

- është:  
 A 0      B  $7\sqrt{3}$   
 C  $6\sqrt{3}$       D  $3\sqrt{3}$

- 2 Shuma e të gjitha brinjëve të një kubi është 36 cm. Vëllimi i tij në  $\text{cm}^3$  është:

- A 36      B 27  
 C 64      D 48

- 3  $a$  është numër çift. Cili nga numrat e mëposhtëm është tek?

- A  $2(a+1)$   
 B  $a(a+1)$   
 C  $(a+2)(a+1)$   
 D  $(a+1)(a+3)$

- 4 Nëse  $10^{-x} = 1$ , atëherë  $10^x$  është:

- A 10      B 1  
 C 0,1      D 0,01

5  $\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{9}} =$

- A  $\frac{7}{12}$       B  $\frac{5}{12}$   
 C  $\frac{3}{12}$       D  $\frac{1}{12}$

- 6 Këndet e një trekëndëshi janë në raportin  $2 : 3 : 7$ . Këndi më i madh i trekëndëshit është:

- A  $95^\circ$       B  $100^\circ$   
 C  $105^\circ$       D  $110^\circ$

- 7 Për këndin  $x$  dihet që  $\sin x < 0$  dhe  $\cos x < 0$ . Kuadranti ku mbaron këndi  $x$  është:

- A I      B II  
 C III      D IV

- 8 Koeficienti këndor i tangjentes ndaj grafikut të funksionit  $y = x^4 - x^3$  në pikën  $x = 1$  është:

- A -1      B 0  
 C 1      D 2

- 9 Këndi i jashtëm i një gjashtëkëndëshi të rregullt është:

- A  $30^\circ$       B  $45^\circ$   
 C  $60^\circ$       D  $90^\circ$

- 10 Mesi i segmentit me skaje në pikat  $A(3, -5)$  dhe  $B(1, -1)$  është pika me koordinata:

- A  $(2, 3)$       B  $(3, -2)$   
 C  $(2, -3)$       D  $(2, -2)$

- 11 Vlera e  $\int_1^3 2(x-4)dx$  është:

- A 0      B -2  
 C -8      D -10

- 12 Është drejtkëndësh paralelogrami që ka:

- A katër brinjë të barabarta;  
 B diagonale pingule;  
 C brinjët fqinjë dy nga dy të barabarta;  
 D një kënd të drejtë.

- 13 Numri i numrave të thjeshtë që ndodhen ndërmjet 50 dhe 60 është:

- A 2      B 3  
 C 4      D 5

14  $2\sin^2 5x + 2\cos^2 5x =$

A 1

B 2

C 5

D 10

15  $1 + \log_7 \frac{1}{7} =$

A 0

B 1

C -1

D -7

16 Cili nga numrat e mëposhtëm është i

barabartë me  $k^2$  për çdo  $k$ ?

A  $\sqrt{\frac{1}{k^3}}$       B  $\sqrt{k^3}$

C  $\sqrt[3]{\frac{1}{k^2}}$       D  $\sqrt[3]{k^2}$

17 Jepet  $a : b = 3 : 4$  dhe  $c : b = 9 : 10$ .

Atëherë  $a : c =$

A  $\frac{3}{5}$       B  $\frac{4}{5}$

C  $\frac{6}{5}$       D  $\frac{5}{6}$

18 Bashkësia A ka 6 elemente; bashkësia B ka 8 elemente. Cili është numri minimal i mundshëm i elementeve të bashkësisë  $A \cap B$ ?

A 14

B 8

C 6

D 0

19 Kufiza e parë e një progresionim gjeometrik është 3 dhe herësi është 2. Shuma e dy kufizave të para të progresionit është:

A 9      B 5

C 3      D 2

20 Bashkësia e rrënëjëve të ekuacionit

$$1 - \frac{x}{2} = 0 \text{ është:}$$

A {0,2}      B {2}

C {0}      D {0,-2}

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

21 Mesatarja e dy numrave të plotë është 5. Një e katërtë e diferencës së numrit të madh me të voglin është 1. Gjeni këta numra.

3 pikë

22 Thjeshtoni shprehjen:

$$\left( \frac{x^2 - 4}{10x} \right) \cdot \left( \frac{5x^2}{x^2 + 2x} \right)$$

2 pikë

23 Shkruani ekuacionin e asaj tangjenteje të parabolës  $y = x^2$ , e cila është pingule me drejtëzën  $x + 4y = 0$ .

3 pikë

24 Në drejtëzën  $4x + 3y - 12 = 0$ , gjeni pikën e baraslanguar nga pikat  $(-1, -2)$  dhe  $(1, 4)$ .

4 pikë

25 Është dhënë funksioni  $y = 4x - x^2$

a Gjeni ekstremumet e tij.

2 pikë

b Gjeni syprinën e figurës që kufizohet nga grafiku i funksionit dhe boshti  $Ox$ .      2 pikë

26 Në trekëndëshin ABC jepet  $AB = 10 \text{ cm}$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ ;  $\angle ACB = 30^\circ$ .

3 pikë

- a Gjeni brinjën AC. 2 pikë  
 b Gjeni syprinën e trekëndëshit 2 pikë

**27** Zgjidhni sistemin e inekuacioneve

$$\begin{cases} \frac{1-2x}{2} < 2 \\ \frac{x-5}{3} < \frac{1}{6} \end{cases}$$

dhe paraqitni bashkësinë

e zgjidhjeve në boshtin numerik.

3 pikë

**28** Kuboidi me bazë me përmasa 4 cm  
 dhe 6 cm e me lartësi 16 cm është  
 mbushur me ujë deri në një të katërtën  
 e lartësisë. Në të hidhet një cilindër  
 metalik, në të cilin diametri i bazës  
 dhe lartësia e tij janë nga 2 cm. Me sa  
 cm rritet vëllimi i ujit në enë?

4 pikë

**29** Në trapezin ABCD me baza AB dhe  
 CD shënojmë  $\vec{AB} = \vec{a}$  dhe  $\vec{DC} = \vec{b}$ .

- a Shprehni nëpërmjet  $\vec{a}$  dhe  $\vec{b}$   
 vektorin  $\overrightarrow{MN}$  të vijës së mesme  
 të trapezit  
 (M, mesi i AD; N, mesi i BC).

2 pikë

- b Vërtetoni se vija e mesme  
 është paralel me bazat dhe sa  
 gjysmëshuma e tyre. 2 pikë

**30** Duke përdorur një ndryshore  
 ndihmëse, zgjidhni ekuacionin  
 $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$  3 pikë

**31** Hidhet 4 herë rresht një monedhë.

- a Me anë të diagramit pemë,  
 gjeni numrin e rezultateve të  
 mundshme. 2 pikë  
 b Gjeni probabilitetin e ngjarjes që  
 të paktën një herë të bjerë lek.  
 1 pikë

**32** Është dhënë funksioni  $f$ , ku  
 $f(x) = 3x - 2$ , me bashkësi përcaktimi R.

- a Gjeni  $f\left[f\left(\frac{1}{3}\right)\right]$ . 1 pikë  
 b Funksioni  $g$  është i tillë që

$$g(x) = \frac{f(x)}{f(3x) - 4}$$

Provoni që  $g(x) = \frac{1}{3}$ . 2 pikë

# •TEST 16

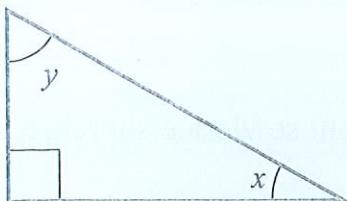
Rrethoni vetëm alternativën e saktë, në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1**  $\frac{5}{\sqrt{6}-1}$  është i barabartë me:  
 A  $\sqrt{6}-1$       B  $\sqrt{6}$   
 C  $\sqrt{6}+1$       D  $5$
- 2** Kufiza e dhjetë e progresionit  $20; 15; 10; \dots$  është:  
 A  $-35$       B  $-30$   
 C  $-25$       D  $-20$
- 3** Më i vogli numër i plotë që i përket bashkimit të bashkësive  $A = ]-1, 3[$  dhe  $B = [0,5]$  është:  
 A  $-1$       B  $0$   
 C  $3$       D  $5$
- 4** Shprehja  $(x+3)^2 - (x-3)^2$  është identike me shprehjen:  
 A  $2x^2 + 18$       B  $12x$   
 C  $0$       D  $(2x+6)^2$
- 5** Grafiku i funksionit  $y = \sin x$  kalon nëpër pikën:  
 A  $(\frac{\pi}{2}, 1)$       B  $(\pi, 0)$   
 C  $(\frac{3\pi}{2}, 1)$       D  $(2\pi, 2)$
- 6** Në qoftë se dihet që  $x^6 \cdot x^{-3} = 8$ , atëherë vlera e  $x$  është:  
 A  $-2$       B  $0$   
 C  $2$       D  $3$
- 7** Syprina e katrorit është  $4a^2$ . Diagonalja e tij është:  
 A  $2a$       B  $2\sqrt{2}a$   
 C  $4a$       D  $4\sqrt{2}a$
- 8** Syprina e një çerek qarku është  $\pi \text{ cm}^2$ . Perimetri i tij në cm është:  
 A  $\pi$       B  $2\pi$   
 C  $\pi + 2$       D  $\pi + 4$
- 9** Koeficienti këndor i drejtëzës që kalon nëpër origjinë dhe nëpër pikën  $A(-2, 4)$  është:  
 A  $-2$       B  $-4$   
 C  $2$       D  $4$
- 10** Katitet e një trekëndëshi kënddrejtë janë  $5 \text{ cm}$ ;  $12 \text{ cm}$ . Syprina e një trekëndëshi të ngjashëm me të është  $120 \text{ cm}^2$ . Kateti më i vogël i këtij trekëndëshi është:  
 A  $5 \text{ cm}$       B  $10 \text{ cm}$   
 C  $15 \text{ cm}$       D  $20 \text{ cm}$
- 11** Vlera e derivatit të funksionit  $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$  në pikën  $x = 1$  është:  
 A  $1$       B  $2$   
 C  $3$       D  $4$
- 12** Jepen  $f(x) = x^2 - 1$  dhe  $g(x) = \sin x$ . Shprehja  $f[g(x)]$  është identike me:  
 A  $x^2 - 1$   
 B  $\sin^2 x$   
 C  $\sin^2 x - 1$   
 D  $\sin(x^2 - 1)$
- 13** Tri kufiza të njëpasnjëshme të një progresioni gjeometrik me kufiza pozitive janë  $20; x$  dhe  $5$ . Gjeni  $x$ .  
 A  $100$       B  $20$   
 C  $10$       D  $1$
- 14**  $8^{\frac{2}{3}} =$   
 A  $2$       B  $4$       C  $6$       D  $8$

15 Në figurë jepet  $\cos x = \frac{2}{3}$ . Gjeni siny.

A  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       B  $\frac{1}{3}$

C  $\frac{\sqrt{3}}{5}$       D  $\frac{2}{3}$



16 Ekuacioni  $x^2 - kx + 12 = 0$  njëren rrënje e ka 2. Rrënja tjeter e tij është:

A 1      B 2  
C 6      D 12

17 jepet  $\log 5 = m$ . Atëherë  $\log 50 =$

A 10 m      B 50 m  
C  $10 + m$       D  $1 + m$

18 Cili nga numrat e mëposhtëm është negativ?

A  $2^{-5}$       B  $(-2)^{-2}$   
C  $(-2)^2$       D  $(-2)^{-1}$

19 I anasjelli i funksionit  $y = \frac{2x-1}{5}$  është funksioni:

A  $y = \frac{5}{2x-1}$       B  $y = \frac{2x+1}{5}$   
C  $y = \frac{5x+1}{2}$       D  $y = \frac{5x-1}{2}$

20 Pika e përbashkët e grafikëve të funksioneve  $y = 3x$  dhe  $y = -3x$  është:

A (1, 3)      B (3, 1)  
C (-1, -3)      D (0, 0)

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

21 Është dhënë funksioni  $y = x^3 - 27x$ . Gjeni ekstremumet e tij. 3 pikë

22 Jepen vektorët

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ dhe } \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Gjeni gjatësitë e vektorëve:

a  $\vec{u} - \vec{v}$  1 pikë

b  $2\vec{u} + 3\vec{v}$  2 pikë

23 Numri 4 është rrënje e ekuacionit

$$\frac{x+2}{x-a} - \frac{2x+4}{x} = -1. \text{ Gjeni } a. \quad 2 \text{ pikë}$$

24 Jepet  $\cos x = 0,6$  dhe  $270^\circ < x < 360^\circ$ . Gjeni vlerën e shprehjes  $S = \cos(90^\circ - x) + \sin(180^\circ - x)$ . 4 pikë

25 Shqyrtojmë bashkësinë e numrave treshifrorë, që merren nga shifrat 2, 3, 4 pa përsëritje të shifrave.

- a Me diagram-pemë gjeni numrin e tyre 2 pikë
- b Zgjidhet rastësisht njëri nga këta numra. Sa është probabiliteti i ngjarjes që ai të fillojë me shifrën 2? 1 pikë

26 Jepen pikat A(-6, 0) dhe B(6, 0).

- a Shkruani ekuacionin e rrethit me diametër segmentin AB.

2 pikë

- b Gjeni gjatësinë e tangjentes të hequr nga pika  $M(8, 6)$  ndaj këtij rrithi. 2 pikë
- 27 Baza e një piramide është drejtkëndësh me brinjë 8 cm dhe 6 cm. Të gjitha brinjët anësore të piramidës janë nga 13 cm dhe lartësia e hequr nga kulmi i piramidës e takon bazën në qendrën e drejtkëndëshit. Gjeni vëllimin e piramidës. 4 pikë
- 28 Jepet parabola  $y = x^2$  dhe drejtëza  $y = -2x + 3$ .
- Gjeni koordinatat e pikave të përbashkëta A dhe B të tyre. 1 pikë
  - Shkruani ekuacionin e AB. 1 pikë
  - Në harkun AB të parabolës gjeni pikën M, në të cilën tangjentja me parabolën është paralele me AB. 2 pikë
  - Shkruani ekuacionin e kësaj tangjenteje. 1 pikë
- 29 Jepet polinomi  $P(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$
- Gjeni  $P(1)$ . 1 pikë
  - Zgjidhni ekuacionin  $P(x) = 0$ . 2 pikë
- 30 Në një progresin aritmetik kufiza e katërt është 7 dhe kufiza e nëntë është 17.
- Gjeni kufizën e parë dhe herësin e progresionit. 2 pikë
  - A është numri 50 kufizë e këtij progresioni? 1 pikë
- 31 Provoni se vlera e shprehjes
- $$S = \frac{2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x}{2^{x+3} - 2^x}$$
- nuk varet nga
- $x$
- . 3 pikë
- 32 Brinjët e një trekëndëshi janë  $3a$ ;  $7a$  dhe  $8a$ . Provoni se këndi përballë brinjës  $7a$  është  $60^\circ$ . 3 pikë

## ● TEST 17

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

1 Derivati i funksionit  $y = \frac{1}{x}$  është:

A  $x$

B  $-\frac{1}{x}$

C  $\frac{1}{x^2}$

D  $-\frac{1}{x^2}$

A 1      B 2  
C 3      D 4

2 Derivati i funksionit

$y = \sin^2 x + \cos^2 x$  në pikën  $x$  është:

A  $x$       B  $x^2$   
C 1      D 0

3 Nëse  $4^{2x} = 4$ , atëherë vlera e  $x$  është e barabartë me:

A 1

B  $\frac{1}{2}$

C  $\frac{1}{3}$

D  $\frac{1}{4}$

4 Në grafikun e funksionit  $y = \log\left(\frac{x}{10}\right)$  ndodhet pika:

A  $(-1, 0)$       B  $(1, 0)$   
C  $(1, -1)$       D  $(10, 0)$

5 Tri kufiza të njëpasnjëshme të një progresioni aritmetik janë 2;  $x$ ; 12. Vlera e  $x$  është e barabartë me:

A 3

B 5

C 7

D 9

6 Nëse  $f(x) = 4x - 1$ , atëherë  $f[f(2)]$  është:

A 7      B 17  
C 27      D 37

7 Syprina e qarkut është  $169\pi \text{ cm}^2$ . Perimetri i tij në cm është:

A  $26\pi$

B  $18\pi$

C  $13\pi$

D  $10\pi$

8 Shuma dhe ndryshesa e dy numrave është 5. Prodhim i tyre është:

A 5  
B 1  
C 0  
D nuk mund të gjendet

9 Pika  $M(0, 4)$  ndodhet në drejtëzën  $3x + ay = 12$ . Vlera e  $a$  është:

A 4

B 3

C 2

D 7

10 Lartësia e trekëndëshit barabrinjës me brinjë 10 cm është:

A 5 cm      B  $5\sqrt{3}$  cm  
C 10 cm      D  $10\sqrt{3}$  cm

11 Jepet inekuacioni  $7 - x > x - 7$ . Nuk është zgjidhje e tij vlera e  $x$ :

A 4

B 5

C 6

D 8

12 Ekuacioni i drejtëzës që kalon nëpër pikat  $A(1, 1)$  dhe  $B(3, 3)$  është:

A  $y = 2x$       B  $y = -x$   
C  $y = x$       D  $y = -2x$

13 Numri  $\sqrt{2}(\sqrt{\frac{25}{2}} - \sqrt{8})$  është:

14 Diagonalja e katrorit është 2 cm. Brinja e tij (në cm) është:

- A  $\sqrt{2}$       B  $2\sqrt{2}$   
 C  $3\sqrt{2}$       D 1

15 Bashkësia A ka 5 elemente, ndërsa bashkësia B ka 8 elemente. Cili është numri maksimal i mundshëm i elementeve të bashkësisë  $A \cup B$ ?

- A 5      B 8  
 C 13      D 8

16 Vlera është vogël e shprehjes  $3 - \sin x$  është:

- A 2      B 3  
 C 4      D 0

17 Cili nga këndet e mëposhtëm e ka tangentin numër negativ?

- A  $200^\circ$       B  $57^\circ$   
 C  $260^\circ$       D  $140^\circ$

18 Këndi në kulm i një trekëndëshi dybrinjënjëshëm është  $70^\circ$ . Këndi në bazë i tij është:

- A  $50^\circ$       B  $55^\circ$   
 C  $60^\circ$       D  $65^\circ$

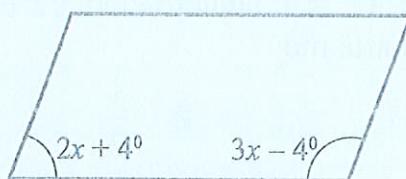
19 Jepet numri 402,7. Shifra 0 e tij ka vlerën e:

- A qindësheve  
 B dhjetësheve  
 C të dhjetave  
 D të qindtave

20 Në figurë ABCD është paralelogram.

Gjeni  $x$ .

- A  $90^\circ$       B  $18^\circ$   
 C  $27^\circ$       D  $36^\circ$



Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21-32.

21 Thjeshtoni shprehjen

$$\frac{x-1}{x(x+2)} \cdot \frac{2x+4}{3-3x^2}$$

3 pikë

22 a Skiconi grafikun e funksionit  $f$ :

$$y = \sqrt{x}, \text{ për } x \geq 0$$

2 pikë

b Në të njëjtën figurë, skiconi grafikun e funksionit  $y = -\sqrt{x-1}$ , për  $x \geq 1$

2 pikë

23 Jepet trekëndëshi kënddrejtë ABC me katete  $AC = 10$  cm dhe  $BC = 15$  cm. Në të është brendashkruar katrori me njërin kulm në pikën C dhe

kulmin e kundërt në hipotenuzën AB. Gjeni syprinën e katrorit.

3 pikë

24 Jepet funksioni  $y = x^2 + 4x$ .

a Gjeni pikat ku ai ka ekstremum.

2 pikë

b Gjeni syprinën e figurës që kufizohet nga grafiku i funksionit dhe nga boshti Ox.

3 pikë

25 Jepet trekëndëshi me kulme A(0, 3); B(2, -1) dhe C(-4, 1).

a Shkruani ekuacionin e brinjës AB të tij.

1 pikë

- b Shkruani ekuacioni i drejtëzës që kalon nga mesi i brinjës BC dhe është paralel me AB. 3 pikë
- c Shkruani ekuacionin e lartësisë CH të trekëndëshit. 1 pikë
- 26** Shkruani ekuacionin e tangjentes ndaj grafikut të funksionit  $y = -x^3 + 3x^2$  në pikën me abshisë  $x = 1$ . 2 pikë
- 27** Çfarë relacioni ekziston ndërmjet lartësisë dhe rrezes së bazës së cilindrit, në qoftë se syprina anësore e tij është 6 herë më e madhe se syprina e bazës? 3 pikë
- 28** Gjeni mesataren aritmetike të numrave  $a, b, c$  duke ditur që  $2^a \cdot 2^b \cdot 2^c = 16$  2 pikë
- 29** Vërtetoni që nëse tek ekuacioni  $ax^2 + bx + c$ , koeficientet  $a$  dhe  $c$  kanë shenja të ndryshme, atëherë ekuacioni ka dy rrënje reale të ndryshme. 2 pikë
- 30** Brinjët e një trekëndëshi janë 4; 5; 6 cm.
- Gjeni kosinusin e këndit më të vogël të trekëndëshit. 2 pikë
  - Gjeni syprinën e trekëndëshit. 2 pikë
- 31** Jepet polinomi  $P(x) = x^3 - 3x + 2$ .
- Vërtetoni se ai mund të paraqitet në trajtën  $P(x) = (x - 1)^2 (x + 2)$ . 2 pikë
  - Zgjidhni ekuacionin  $P(x) = 0$ . 1 pikë
- 32** Rrokullisen 2 zare në formë piramidash të rregullta trekndore, që kanë të shënuar në faqet e tyre numrat 1; 2; 3 dhe 4. Gjeni probabilitetin e ngjarjes:
- Nuk bie asnjë numër 4. 3 pikë
  - Bie të paktën një herë numri 4. 1 pikë

## TEST 18

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

1 Jepet  $n(M) = 5$  dhe  $n(P) = 4$ . Numri maksimali i mundshëm i elementeve të bashkësisë  $M \cup P$  është:

- A 1      B 4  
C 5      D 9

2  $\frac{5^{x+1}}{5^x}$  është e barabartë me:

- A  $5^{2x}$       B 5  
C  $5^{2x+1}$       D  $5^{x+2}$

3 Vlera e  $x$  është 3,5 herë më e madhe se vlera e  $y$ . Cili nga relacionet e mëposhtme i përgjigjet kësaj varësie?

- A  $x > 3,5y$       B  $y > 3,5x$   
C  $x = 3,5y$       D  $y = 3,5x$

4  $m$  është numër tek. Cili nga numrat e mëposhtëm është çift?

- A  $m^3 + 6m$       B  $2m^3 + m$   
C  $4m^2 + 5m$       D  $m^2 + 2m + 1$

5 Grafiku i funksionit  $y = (x - 3)(x - 2)$  pret boshtin e ordinatave në pikën P.

Koordinatat e saj janë:

- A (6, 0)      B (2, 0)  
C (0, 6)      D (3, 0)

6 Cili barazim nuk mund të jetë i vërtetë në asnjë rast?

- A  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{3}$       B  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
C  $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{2}$       D  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

7 Rrezja e rrëthit  $x^2 - 2x + y^2 = 0$  është:

- A 4      B 2  
C 1      D 0,5

8 Jepen pikat A(2, 3) dhe B(-1, 7). Gjatësia e segmentit AB është:

- A 1      B 2  
C 4      D 5

9 Numri i boshteve të simetrisë së paralelogramit është.

- A 3      B 2  
C 1      D 0

10 Pas thjeshtimit, për  $a \neq 0$  dhe  $b \neq 0$ , shprehja  $\frac{-3b(a+2)+6b}{-ab}$  bëhet:

- A 0      B -2  
C 1      D 3

11 Drejtëza që kalon nga origjina e koordinatave dhe nga pika M(4; 3) e ka ekuacionin:

- A  $y = x$       B  $y = -x$   
C  $y = 0,5x$       D  $y = 0,75x$

12 Jepet  $f(x) = x - 1$  dhe  $g(x) = x^2$ . Vlera e  $f[g(2)]$  është:

- A 2      B 3  
C 4      D 6

13 Vlera e derivatit të funksionit  $y = 3x^2 - 2x + \pi$  në pikën  $x = 0$  është:

- A 3      B -2  
C  $\pi - 2$       D  $6\pi - 2$

14 Vektorët  $\vec{u}$  dhe  $\vec{v}$  janë pingulë dhe kanë gjatësi 6 cm dh 8 cm. Gjatësia e vektorir  $\vec{u} + \vec{v}$  (në cm) është:

- A 6      B 8  
C 10     D 12

15 Perimetri i një rrathi është 8 cm. Sa centimetra është perimetri i rrithit me rreze 2 herë më të vogël?

- A 4      B 3  
C 2      D 1

16 Cili nga ekuacionet e mëposhtëm nuk ka zgjidhje:

- A  $x^4 = -1$       B  $x^3 = 0$   
C  $x^3 = -8$       D  $x^2 = 4$

17 Në një trekëndësh dybrinjënjëshëm këndi i bazës është 4 herë më i madh se këndi në kulmin e tij. Këndi në kulmin e këtij trekëndëshi është:

- A  $10^\circ$       B  $15^\circ$   
C  $20^\circ$       D  $40^\circ$

18 Cili është më i madhi ndërmjet

numrave 0,2; 15%;  $\frac{1}{4}$  dhe  $\frac{1}{6}$ ?

- A  $\frac{1}{4}$       B 0,2  
C  $\frac{1}{6}$       D 15%

19 Brinjët e një drejtkëndëshi janë 9 cm dhe 4 cm. Katorri, i cili ka të njëjtën syprinë me të, e ka brinjën (në cm)?

- A 9      B 6  
C 5      D 4

20 Nëse përshkojmë gjysmën e rrugës dhe mbeten akoma edhe 40 km për të përshkuar, atëherë gjatësi e rrugës (në km) është:

- A 80      B 60  
C 50      D 100

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

21 Drejtkëndëshi me njérën brinjë 8 cm është brendashkruar në rrithin me rreze 5 cm. Gjeni syprinën e drejtkëndëshit.

3 pikë

22 Një atlet e përshkon largesën 100 metra në 10 sekonda. Gjeni shpejtësinë e tij në km/orë.

2 pikë

23 a Gjeni ekuacionin e rrithit me qendër C(2, 3) dhe me rreze 5 njësi.      1 pikë

b Gjeni gjatësinë e kordës që ky rrëth pret në boshtin Ox.

3 pikë

24 Jepet funksioni  $y = x^3 - 12x$ .

- a Gjeni ekstremumet e funksionit.      2 pikë  
b Gjeni ekuacionin e tangjentes me grafikun e tij në pikën me abhisë -1.      1 pikë

25 Jepen vektorët

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ dhe } \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- a Gjeni koordinatat dhe gjatësinë e vektorit  $3\vec{a} - \vec{b}$ .      2 pikë  
b Gjeni koordinatat e vektorit njësi që ka drejtimin e  $\vec{a}$ .      1 pikë

- 26** Në një kuti ndodhen 8 sfera të kuqe dhe 7 të zesa. Nxjerrim nga kutia një sferë dhe nuk e kthejmë më në kuti. Më pas nxjerrim një sferë të dytë. Gjeni probabilitetin:
- Të dyja sferat e nxjerra janë të kuqe. 1 pikë
  - Sferat e nxjerra janë me ngjyra të ndryshme. 1 pikë
- Më pas nxjerrim edhe një sferë të tretë. Gjeni probabilitetin:
- Të tria sferat e nxjerra nga kutia janë të së njëjtës ngjyrë. 1 pikë
  - Në tri sferat e nxjerra të ketë më shumë sfera të kuqe se sa të zesa. 1 pikë
- 27** Një klasë ka 45 nxënës. Mesatarja e notave të klasës në një testim ishte 8,6. Mesatarja e notave të djemve ishte 8, kurse mesatarja e notave të vajzave ishte 9. Sa djem ka në klasë? 3 pikë
- 28** Zgjidhni sistemin  $\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x^2 + xy + y^2 = 19 \end{cases}$  3 pikë
- 29** Jepet trekëndëshi me kulme A (-5, 2); B (3, 6) dhe C (1, -4).
- Shkruani ekuacionin e brinjës AB. 1 pikë
  - Shkruani ekuacionin e lartësisë CH. 1 pikë
- 30** Prerja boshtore e konit e ka këndin në kulm të drejtë. Diametri i bazës së konit është 12 cm. Gjeni:
- vëllimin e konit; 1 pikë
  - syprinën e përgjithshme të konit. 2 pikë
- 31** Jepet parabola  $y = x^2 + mx + n$ .
- Caktoni  $m$  dhe  $n$  në mënyrë që ajo të kalojë nga pikat A(4, 3) dhe B(-1, 8). 2 pikë
  - Për ç'vlera të  $x$ , kemi  $y \leq 0$ . 1 pikë
  - Gjeni syprinën e figurës së kufizuar nga grafiku i funksionit, boshti i abshisave dhe boshti i ordinatave. 2 pikë
- 32** Në një progresion aritmetik jepen  $\begin{cases} 2u_5 - u_7 = -1 \\ u_2 + u_8 = -10 \end{cases}$ . Gjeni  $u_1, d, u_{15}$ . 3 pikë

## •TEST 19

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1–13. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1** Jepen bashkësitë  $M = \{1, 4, 5\}$  dhe  $N = \{1, 5\}$ . Numri i elementeve të prerjes së tyre është:

- A 1      B 2  
C 4      D 5

- 2** Ndryshoret  $x, y$  janë të ndryshme nga 0 dhe  $3x = 0,3y$ . Raporti  $\frac{x}{y}$  është:

- A 0,1      B 1  
C 3      D 10

**3**  $\sin^2 0^\circ + \cos^2 0^\circ =$

- A 0      B 1  
C 2      D 3

**4**  $\int_0^1 4x^3 dx =$

- A 4      B 2  
C 1      D 0

- 5** Vlera më e madhe e funksionit  $y = 5 - (x - 4)^2$  në  $\mathbb{R}$  është:

- A -4      B 0  
C 5      D 4

- 6** Jepet  $\log_2 x = -1$ . Vlera e  $x$  është:

- A 0,5      B 2  
C 4      D  $\sqrt{2}$

- 7** Koeficienti këndor i drejtëzës

$$2y - 1 = x$$

- është:
- A 2      B -2  
C 0,5      D -0,5

- 8** Këndi i brendshëm i një pesëkëndëshi të rregullt është:

- A  $240^\circ$       B  $120^\circ$   
C  $108^\circ$       D  $90^\circ$

- 9** Cili nga shënimet e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- A  $2^{-3} > 0$   
B  $2^3 + 2^3 = 2^4$   
C  $2^{10} : 2 = 2^9$   
D  $2^2 \cdot 2^4 = 2^{16}$

- 10** Vlera e derivatit të funksionit

$$y = x^3 - x^2$$
 në pikën  $x = 2$  është:

- A 12  
B 8  
C 4  
D 2

- 11** Në rrethin  $x^2 + y^2 = 4$  ndodhet pika:

- A  $(0, 0)$   
B  $(-2, 0)$   
C  $(-2, -2)$   
D  $(2, 2)$

- 12** Një e treta e gjysmës së një numri është 5. Cili është numri?

- A 20  
B 30  
C 40  
D 50

- 13** Numri i zgjidhjeve të ekuacionit

$$3^x = -1$$

- është:
- A 0  
B 1  
C 2  
D 3

- 14** Këndi i jashtëm në bazën e një trekëndëshi dybrinjënjëshëm është  $110^\circ$ . Këndi në kulmin e trekëndëshit është:

- A  $100^\circ$       B  $80^\circ$   
C  $70^\circ$       D  $40^\circ$

15 Jepen vektorët

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3x-1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ dhe } \vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ y+1 \end{pmatrix} \text{ të tillë}$$

që  $\vec{u} = \vec{v}$ . Gjeni  $x + y$ .

- |     |     |
|-----|-----|
| A 4 | B 3 |
| C 2 | D 1 |

16 Jepet  $a > 0$  dhe  $b < 0$ . Cili nga mosbarazimet e mëposhtëm është me siguri i vërtetë?

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| A $a + b > 0$     | B $a + b < 0$     |
| C $a \cdot b > 0$ | D $a \cdot b < 0$ |

17 24% e kthyer në thyesë është e barabartë me:

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| A $\frac{6}{25}$ | B $\frac{5}{24}$ |
| C $\frac{24}{5}$ | D $\frac{12}{5}$ |

18 Cili relation shpreh varësinë:  $x$  është

10 herë më i vogël se  $y$ ?

- |                |                |
|----------------|----------------|
| A $x + 10 = y$ | B $x - 10 = y$ |
| C $10x = y$    | D $x < 10y$    |

19 Brinja e katrorit është 1 cm. Sa është syprina e katrorit me brinjë sa diagonalja e katrorit të dhënë?

- |     |      |
|-----|------|
| A 1 | B 2  |
| C 4 | D 16 |

20 Në një rrith, kordat AB dhe AC presin harqe më masë përkatësisht  $70^\circ$  dhe  $110^\circ$ . Masa e këndit A është:

- |              |               |
|--------------|---------------|
| A $50^\circ$ | B $70^\circ$  |
| C $90^\circ$ | D $110^\circ$ |

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

21 Në një cilindër, diametri i bazës është i barabartë me lartësinë. Syprina e përgjithshme dhe vëllimi i tij shprehen me të njëjtin numër. Gjeni vëllimin e cilindrit. 4 pikë

22 Jepen pikat A(3, 4) dhe B(-1, -2). Gjeni pikën M, të tillë që  $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{BM}$

2 pikë

23 Drejtëzat  $x + y - 4 = 0$ ;  $x + my - 2n + 2 = 0$  dhe  $x - 2y - 10 = 0$  kalojnë nga e njëjta pikë. Gjeni  $m + n$ .

3 pikë

24 Jepet  $x$  është kënd i kuadrantit të tretë dhe  $\cos x = 0,6$ . Gjeni prodhimin  $\sin x \cdot \cos x$ .

3 pikë

25 Në një trapez dybrinjënjëshëm, bazat janë 20 cm dhe 10 cm. Brinja anësore e tij është 13 cm. Gjeni:  
a lartësinë e trapezit;

2 pikë

b syprinën e trapezit.

1 pikë

26 Në një kuti ndodhen 22 sfera të bardha, të kuqe e jeshile. Sfera jeshile janë një më shumë se sfera të kuqe. Sfera të bardha janë një më pak se dyfishi i sferave jeshile.

- a Gjeni numrin e sferave të secilës ngjyrë.

2 pikë

Zgjedhim rastësisht një sferë. Gjeni probabilitetin:

- b është e kuqe ose e bardhë;

1 pikë

- c nuk është e bardhë.

1 pikë

- 27** Në një progresion aritmetik kemi

$$u_2 + u_7 = 20 \text{ dhe } u_4 + u_6 = 22.$$

- a Gjeni  $u_1$  dhe  $d$ .

2 pikë

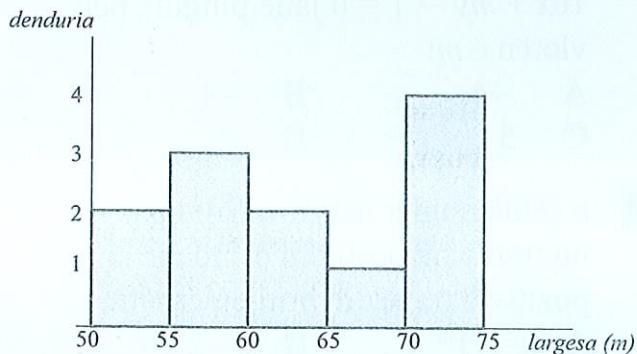
- b Gjeni kufizën më të madhe dyshifrore të këtij progresioni.

2 pikë

- 28** Jepen pikat A(2, 3) dhe B(-2, 3). Gjeni ekuacionin e bashkësisë së pikave që janë të baraslanguara nga A dhe B.

3 pikë

- 29** Disa atletë morën pjesë në hedhjen e diskut. Të dhënat jepen në histogram:



- a Sa atletë morën pjesë në garë?

1 pikë

- b Sa atletë e hodhën diskun mbi 60 metra?

1 pikë

- c Sa atletë e hodhën diskun ndërmjet 55 dhe 70 metra?

1 pikë

- 30** Jepet funksioni  $y = x^2$  dhe dy pika A, B të grafikut të tij, me abshisa përkatësisht -3 dhe 1.

- a Gjeni ekuacionin e drejtëzës AB.

1 pikë

- b Gjeni pikën e grafikut në të cilën tangjentja është paralele me drejtëzin AB.

2 pikë

- c Gjeni ekuacionin e kësaj tangjenteje.

1 pikë

- 31** Faktorizoni:

a  $x^4 - 1$

b  $ax^3 - bx^2 + ax - b$

c  $x^3 - 4x^2 - 4x + 4$

3 pikë

- 32** Brinjët e trekëndëshit ABC janë

$$AB = 10 \text{ cm}; AC = 12 \text{ cm} \text{ dhe}$$

$$BC = 14 \text{ cm}.$$

- a Gjeni kosinusin e këndit BAC.

2 pikë

- b Gjeni gjatësinë e mesores BM.

2 pikë

## • TEST 20

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1-14. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1** Jepen bashkësitetë  $A = [2, 5]$  dhe  $B = [3, 7]$ . Numri i numrave të plotë në bashkësinë  $A \cup B$  është:  
 A 3      B 4  
 C 5      D 6
- 2** Jepen pikat  $M(4, -3)$  dhe  $N(2, 1)$ . Mes i segmentit MN ka koordinata:  
 A  $(1, -10)$       B  $(4, 1)$   
 C  $(3, -1)$       D  $(3, 1)$
- 3** Dihet  $\log p = m$ ; Gjeni  $\log \frac{10}{p}$ .  
 A  $-m$       B  $\frac{10}{m}$   
 C  $\frac{1}{m}$       D  $1 - m$
- 4** Nga relacionet e mëposhtme, cili është i vërtetë:  
 A  $\sin 188^\circ > 0$   
 B  $\cos(-7^\circ) < 0$   
 C  $\operatorname{tg} 188^\circ > 0$   
 D  $\sin(-7^\circ) > 0$
- 5** Trajta e thjeshtuar e shprehjes  $\frac{1}{\operatorname{tg} x \cdot \cos x}$  është:  
 A  $\sin x$       B  $\cos x$   
 C  $\frac{1}{\sin x}$       D  $\frac{1}{\cos x}$
- 6** Numri i rrënëjëve reale të ekuacionit  $x^2 + 4 = 0$  është:  
 A 3      B 2  
 C 1      D 0
- 7** Në grafikun e funksionit  $y = \ln(x - 3)$  ndodhet pika:  
 A  $(4, 0)$       B  $(5, 1)$   
 C  $(6, 1)$       D  $(5, 2)$
- 8** Syprina në  $\text{cm}^2$  e gjysmëqarkut me diametër 12 cm është:  
 A  $6\pi$       B  $12\pi$   
 C  $16\pi$       D  $18\pi$
- 9** Rrezja e rrëthit  $x^2 + y^2 - 4y = 0$  është:  
 A 1      B 2  
 C 4      D 8
- 10** Derivati i funksionit  $y = x^{-2} + 1$  në pikën  $x = 1$  është:  
 A 2      B 1  
 C -1      D -2
- 11** Drejtëzat  $2x - 5y + 7 = 0$  dhe  $10x + my - 1 = 0$  janë pingule për vlerën e  $m$ :  
 A -4      B -1  
 C 5      D 4
- 12**  $n$  është numër natyror. Cili nga numrat e mëposhtëm është me siguri pozitiv?  
 A  $(-1)^{4n+1}$       B  $(-2)^{n+1}$   
 C  $(-3)^{1-n}$       D  $(-5)^{10-2n}$
- 13** Në qoftë se  $4x = y$ , atëherë vlera e shprehjes  $4y - x$  është:  
 A 0      B  $3x$   
 C  $15x$       D  $16x$
- 14**  $\sqrt{2} + \sqrt{18} =$   
 A  $\sqrt{20}$       B  $\sqrt{12}$   
 C  $4\sqrt{2}$       D  $\sqrt{10}$

- 15 3% e numrit 27 është:  
 A 0,81      B 1,33  
 C 9      D 24

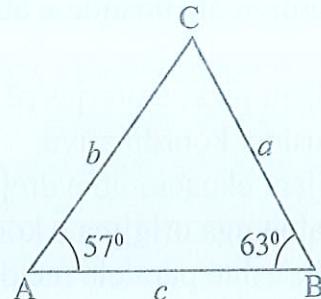
- 16 Shuma e masave të këndit rrëthor dhe këndit qendror përkatës është  $120^\circ$ . Masa e këndit rrëthor është:  
 A  $40^\circ$       B  $60^\circ$   
 C  $80^\circ$       D  $100^\circ$

- 17 Mesatarja arimetike e numrave natyrorë njëshifrorë është:  
 A 1      B 5  
 C 6      D 8

- 18 Brinjët e një trekëndëshi janë 3 cm; 4 cm dhe 5 cm. Në një trekëndësh të ngashëm me të, brinja më e vogël është 12 cm. Brinja më e madhe e trekëndëshit të dytë është:

- A 10 cm      B 16 cm  
 C 20 cm      D 24 cm

- 19 Brinja më e madhe e trekëndëshit në figurë është:  
 A  $a$       B  $b$       C  $c$   
 D Nuk mund të gjendet.



- 20 Derivati i funksionit  $y = \frac{1}{3}x^3 - x$  në pikën  $x = 1$  është i barabartë me:  
 A 0      B 1  
 C 2      D 4

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

- 21 Zgjidhni ekuacionin

$$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 56 \quad 2 \text{ pikë}$$

- 22 a Derivati i funksionit  $f$  për çdo vlerë të  $x$  është  $f(x) = 2x$ . Gjeni funksionin  $f$  duke ditur që grafiku i tij kalon nga pika A (2, 3).

2 pikë

- b Gjeni syprinën e figurës së kufizuar nga grafiku i funksionit  $f$  dhe boshti i abshisave.

2 pikë

- 23 Jepet progresioni arimetik 20, 17, 14, ...  
 a Gjeni kufizën e 100-të.

2 pikë

- b Gjeni vlerën më të vogël të  $n$ , për të cilën  $y_n < 0$ .

2 pikë

- 24 Grafiku i funksionit  $y = mx^2 + nx + p$ , kalon nga pika  $(0, -5)$  dhe për  $x = -1$  ka minimum të barabartë me  $-7$ .

- a Gjeni koeficientet  $m$ ,  $n$ , dhe  $p$ .

3 pikë

- b Për vlerat e gjetura të koeficienteve, gjeni ekuacionin e tangjentes me grafikun e funksionit në pikën  $(0, -5)$ .

1 pikë

- 25 Jepet  $x + \frac{1}{y} = 2$  dhe  $y + \frac{1}{x} = 2$ .

- Gjeni  $\frac{x}{y}$ .

3 pikë

- 26 Lartësia dhe përfshesa e konit janë në raportin 4:5. Vëllimi i konit është

$96\pi \text{ cm}^2$ . Gjeni syprinën e përgjithshme të konit.

4 pikë

27 Jepet drejtëza  $d$  me ekuacion  $2x - 2y + 5 = 0$ .

a Gjeni këndin që kjo drejtëz formon me boshtin e abhisave.

1 pikë

b Gjeni pikat e prerjes së saj me boshtet koordinative. 1 pikë

c Gjeni ekuacionin e drejtëzës që kalon nga origjina e koordinatave dhe është paralele me drejtëzën e dhënë  $d$ . 1 pikë

d Gjeni ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika  $(1, 2)$  dhe është pingule me drejtëzën e dhënë  $d$ .

1 pikë

28 Tri kulme të paralelogramit ABCD janë A(2, 3); B(1, 2); C(4, 4).

Gjeni koordinatat e kulmit të katërt D, i cili ndodhet përballë B.

3 pikë

29 Në një trekëndësh kënddrejtë, projeksionet e kateteve mbi hipotenuzë janë 5,4 cm dhe 9,6 cm. Gjeni:

a lartësinë mbi hipotenuzë; 1 pikë  
b perimetrin e trekëndëshit. 2 pikë

30 Vërtetoni identitetin

$$\left( \frac{1}{\cos \alpha} - i \tan \alpha \right)^2 = \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}$$

3 pikë

31 Në një kuti ndodhen 3 sfera të bardha, 4 të kuqe dhe 6 të verdha. Nxirren rastësisht nga kutia, njëra pas tjetrës 3 sfera (pa kthim). Gjeni probabilitetin që:  
a të tria sferat të janë të kuqe;

1 pikë

b sfera e parë të jetë e bardhë; e dyta, e kuqe; dhe e treta e verdhë;

1 pikë

c sferat të janë të ngjyrave të ndryshme. 2 pikë

32 Jepen pikat A (-2, -2); B (-13); C (0, -3) dhe D ( $x, 7$ ).

a Gjeni  $x$  në mënyrë që  $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ .

1 pikë

b Për vlerën e gjetur të  $x$ , gjeni  $|\overrightarrow{CD}|$ .

1 pikë

## • TEST 21

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1-14. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1 Elementi më i madh i prerjes së bashkësive  $A = [-2, 4]$  dhe  $B = ]-3, 3[$  është:  
 A -3      B -2  
 C 3      D Nuk ekziston.
- 2 Gjeni numrin 10% e të cilit është 5.  
 A 5      B 50  
 C 100      D 500
- 3 Cili nga numrat e mëposhtëm është negativ?  
 A  $3^{-2}$       B  $(-3)^{-2}$   
 C  $(-3)^2$       D  $(-3)^{-1}$
- 4 Në qoftë se  $\sqrt[3]{x} = m$ , atëherë  $\sqrt[3]{27x} =$   
 A  $27m$       B  $9m$   
 C  $6m$       D  $3m$
- 5  $\log 2 + \log 5 =$   
 A  $\log 7$       B 1  
 C  $\log 14$       D  $\log 25$
- 6 Syprina e një gjysmëqarku është  $\frac{\pi}{2}$  cm<sup>2</sup>. Rrezja e tij (në cm) është:  
 A  $\frac{1}{2}$       B 1  
 C 2      D 4
- 7 Jepet  $5^{x-3} = 1$ . Atëherë  $x =$   
 A 0      B 1  
 C 2      D 3
- 8 Pika  $(m, n)$  ndodhet në kuadrantin e tretë. Në cilin kuadrant ndodhet pika  $(-m, n)$ ?  
 A I      B II  
 C III      D IV
- 9 Rrënje e ekuacionit  $\sqrt{x+2} = x$  është numri:  
 A 0      B 1  
 C 2      D 3
- 10 Ekuacioni  $x^2 - 6x + m = 0$  ka dy rrënje të barabarta. Vlera e  $m$  është:  
 A 1      B 4  
 C 6      D 9
- 11 Trajta e thjeshtuar e shprehjes  $\frac{(a^{-2})^3 \cdot b^5}{(a^2)^{-3} \cdot (b^2)^2}$  është:  
 A  $b$       B  $\frac{1}{b}$   
 C  $a$       D  $\frac{1}{a}$
- 12 Numrat 2; 8 dhe  $3x + 2$  formojnë progresion gjeometrik. Vlera e  $x$  është:  
 A 8      B 10  
 C 12      D 16
- 13 Rombi me diagonale 4 cm dhe 8 cm ka të njëjtën syprinë me një katror. Brinja e katrorkut (në cm) është:  
 A 4      B 6  
 C 8      D 12
- 14 Drejtëza me ekuacion  $3x + y = 2$  pret boshtin e ordinatave në pikën:  
 A  $(0, 2)$       B  $(2, 0)$   
 C  $(3, 0)$       D  $(0, 3)$
- 15 Largesia e pikës  $(-5, -12)$  nga origjina e koordinatave është:  
 A 5      B 12  
 C 13      D 60

16 Grafiku i funksionit  $y = \sin x$  kalon nga pikë me koordinata:

A  $(0, 1)$       B  $(\frac{\pi}{2}, 1)$

C  $(\pi, 1)$       D  $(2\pi, 1)$

17 Vektorët  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$  dhe  $\vec{b} = \begin{pmatrix} m \\ -3 \end{pmatrix}$  janë

bashkëvijorë. Vlera e  $m$  është:

A  $-3$       B  $-6$   
C  $-9$       D  $-12$

18 Grafikët e funksioneve  $y = 3^x$  dhe  $y = 3^{-x}$  janë simetrikë:

A sipas boshtit  $Ox$ ;

B sipas boshtit  $Oy$ ;

C sipas origjinës së koordinatave;

D sipas drejtëzës  $y = x$ .

19 Koeficienti këndor i tangjentes ndaj grafikut të funksionit  $y = -3x^2 + 5x - 1$ , në pikën me abshisë  $x = 0$  është:

A  $-3$       B  $-1$   
C  $5$       D  $8$

20  $\int_0^1 5x^4 dx =$

A  $0$       B  $1$   
C  $4$       D  $5$

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

21 Në një progresion aritmetik jepen:

$$\begin{cases} u_1 + 2u_{10} = 33 \\ 2u_3 - u_8 = 38 \end{cases}$$

a Gjeni  $u_1$  dhe  $d$ .

3 pikkë

b Cila është kufiza e parë negative e këtij progresioni?

1 pikkë

b Për vlerën e gjetur të  $k$ , faktorizoni polinomin.

2 pikkë

25 Jepet trekëndëshi me brinjë 15 cm; 20 cm dhe 25 cm.

a Tregoni që trekëndëshi është kënddrejtë.

1 pikkë

b Gjeni lartësinë mbi hipotenuzën e tij.

2 pikkë

22 Mesatarja e moshave të katër

nxënësve është 16 vjeç. Sa ishte mesatarja e moshave të tyre para 5 vitesh?

2 pikkë

26 Zgjidhni ekuacionin  $\sin^2 x - \sin x = 0$  për  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

3 pikkë

23 Jepet funksioni  $f(x) = 3x - 5$ . Për

ç'vlerë të  $x$  kemi  $f(x) = f^{-1}(x)$ ?

3 pikkë

27 Segmenti AB ku A (1, 1) dhe B (7, 11) ndahet në katër pjesë të barabarta prej pikave M, N dhe P. Gjeni koordinatat e këtyre pikave.

3 pikkë

24 Polinomi  $P(x) = x^3 + kx^2 + 12x - 8$  plotpjeshet me  $(x - 2)$ .

a Gjeni  $k$ .

1 pikkë

28 Jepen pikat A (1, 2) dhe B (3, 4).

a Shkruani ekuacionin e drejtëzës AB.

2 pikkë

- b Shkruani ekuacionin e pingules së hequr nga origjina e koordinatave në drejtëzën AB.
- 2 pike
- 29 Jepen vektorët  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  dhe  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ .
- a Gjeni vektorin  $2\vec{u} - 3\vec{v}$ .
- 2 pike
- b Gjeni  $|2\vec{u} - 3\vec{v}|$ .
- 1 pike
- 30 Shkruani ekuacionin e tangjentes ndaj grafikut të funksionit  $y = x^2 - 6x + 4$ , e cila është pingule me drejtëzën  $x - 4y + 1 = 0$ .
- 3 pike
- 31 Parabola  $y = mx^2 + nx + 5$  kalon nga pikat  $(2, -3)$  dhe  $(-1, 12)$ .
- a Gjeni m dhe n.
- 2 pike
- b Gjeni pikat e prerjes së saj me boshtet koordinatave.
- 1 pike
- c Skiconi parabolën.
- 1 pike
- d Gjeni syprinën e figurës së kufizuar nga parabola dhe boshti i abshisave.
- 1 pike
- 32 Në një klasë me 26 nxënës, 10 luajnë futboll, 9 luajnë basketboll dhe 4 nxënës luajnë edhe futboll edhe basketboll. Zgjidhet rastësisht një nxënës. Gjeni probabilitetin:
- a Nxënësi luan futboll, por jo basketboll.
- 1 pike
- b Nxënësi nuk luan as futboll e as basketboll.
- 1 pike
- c Nxënësi luan basketboll, duke ditur që ai luan futboll.
- 2 pike

## • TEST 22

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1-14. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

1 Prerja e bashkësive  $[1, 3]$  dhe  $[2, 5]$  është bashkësia:

- A  $[1, 5]$       B  $[1, 2]$   
 C  $[3, 5]$       D  $[2, 3]$

2  $\sqrt{12} - \sqrt{27} =$

- A  $-\sqrt{3}$       B  $-\sqrt{15}$   
 C  $\sqrt{3}$       D  $\sqrt{15}$

3  $\frac{9!}{8!} =$

- A  $1!$       B  $9$   
 C  $8$       D  $17!$

4 Në qoftë se  $-2x > 7x$  atëherë:

- A  $x < 0$       B  $x \leq 0$   
 C  $x > 0$       D  $x \geq 0$

5 Jepet  $2^x = 15$ . Gjeni  $2^{x+1}$ .

- A  $16$       B  $17$   
 C  $20$       D  $30$

6 Jepet  $\log 3 = x$ . Gjeni  $\log 300$ .

- A  $300x$       B  $100x$   
 C  $100+x$       D  $2+x$

7 Mesi i segmentit AB, ku A( $-4, 2$ ) dhe B( $5, 6$ ) ka ordinatën:

- A  $4$       B  $-4$   
 C  $5$       D  $2$

8 Në një progresion gjemmetrik jepen  $u_1 = 2$  dhe  $u_2 = 6$ . Gjeni  $u_4$ .

- A  $8$       B  $12$   
 C  $18$       D  $54$

9 Diagonalja e një katrori është 2 cm. Brinja e tij (në cm) është:

- A  $1$       B  $\sqrt{2}$   
 C  $2$       D  $4$

10 Cili nga këndet e mëposhtme e ka tangentin numër negativ?

- A  $195^\circ$       B  $68^\circ$   
 C  $130^\circ$       D  $260^\circ$

11 Perimetri rrëthit është  $2\pi$  cm. Syprina e tij (në  $\text{cm}^2$ ) është:

- A  $\pi$       B  $2\pi$   
 C  $3\pi$       D  $4\pi$

12 Diagonalet e rombit janë 12 cm dhe 16 cm. Brinja e tij (në cm) është:

- A  $6$       B  $8$   
 C  $10$       D  $12$

13 Jepet inekuacioni  $x^2 \leq x + 2$ . Nuk është zgjidhje e tij vlera e  $x$ :

- A  $-2$       B  $-1$   
 C  $0$       D  $2$

14 Rrezja e rrëthit  $9x^2 + y^2 = 16$  është:

- A  $3$       B  $4$   
 C  $\frac{3}{4}$       D  $\frac{4}{3}$

15 Grafikët e funksioneve  $y = x^2$  dhe  $y = x$  priten në:

- A tri pika      B 2 pika  
 C 1 pikë      D asnjë pikë

16 Jepen funksionet  $f: y = \frac{x-1}{x}$  dhe

$g: y = 2x$ . Gjeni  $f[g(2)]$ .

- A 0,5      B 0,75  
C 1      D 4

17 I anasjelli i funksionit  $y = 2x - 3$  është funksioni:

A  $y = \frac{1}{2x-3}$     B  $y = 2x + 3$

C  $y = \frac{x+3}{2}$     D  $y = \frac{x+2}{3}$

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

21 Zgjidhni ekuacionin  $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 117$     3 pikë

22 Jepet polinomi  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ .  
a Tregoni se  $x = 1$  është rrënje e tij.

1 pikë

b Zgjidhni ekuacionin  $P(x) = 0$ .    2 pikë

23 Gjeni vlerën më të madhe dhe më të vogël të funksionit  $y = \frac{1}{3+2 \sin x}$ .    3 pikë

24 Në rrethin me rreze 5 cm, në njërën anë të qendrës së tij janë ndërtuat dy korda paralele. Gjatësitë e kordave janë 6 cm dhe 8 cm. Gjeni largesën ndërmjet kordave.    3 pikë

25 Zgjidhni ekuacionin  $\cos^2 x - \cos x = 0$  për  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .    3 pikë

26 Prerja boshtore e konit është trekëndësh kënddrejtë dybrinjënjëshëm. Diametri i bazës së

18 Pika e prerjes me boshtin Ox e funksionit  $y = 6 \log_2 x - 3$  është:

- A  $\sqrt{2}$     B  $2\sqrt{2}$   
C  $3\sqrt{2}$     D  $6\sqrt{2}$

19 Drejtëza me ekuacion  $mx - 3y = 2$  është paralele me drejtëzën  $4x - 3y - 5 = 0$ . Vlera e  $m$  është:

- A 1    B 2  
C 3    D 4

20 Derivati i funksionit  $y = -2\sqrt{x}$  në pikën  $x = 1$  është:

- A 0    B 1  
C -1    D -2

konit është 12 cm. Gjeni:

a vëllimin e konit;

2 pikë

b syprinën anësore të konit;

1 pikë

c syprinën e përgjithshme të konit.

1 pikë

27 Jepen pikat A (2, 3) dhe B (-2, 1).

a Gjeni mesin e segmentit AB.

1 pikë

b Shkruani ekuacionin e përmesores së segmentit AB.

2 pikë

28 Jepen vektorët

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ dhe } \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

a Gjeni vektorin  $\vec{x} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ , të tillë që  $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ .    1 pikë

b Tregoni që vektori  $\vec{x}$ , është bashkëvizor me vektorin

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1 pikë

- c Gjeni gjatësinë e vektorit  $\vec{x}$ .  
2 pikë
- 29** Pesë numra çift të njëpasnjëshëm e kanë mesataren 16. Gjeni numrin më të vogël.  
2 pikë
- 30** Në cilën pikë tangjentja ndaj vijës  $y = \sqrt{x}$ , është pingule me drejtëzën  $y = -x + 2$ ?  
3 pikë
- 31** Parabola  $y = px^2 + qx + r$  ka maksimum në pikën  $(1, 4)$  dhe kalon nga pika  $(0, 3)$ .  
a Gjeni  $p, q$  dhe  $r$ .  
3 pikë
- b Për vlerat e gjetura të  $p, q$  dhe  $r$  gjeni syprinën e kufizuar nga parabola dhe boshti i abhisave.  
2 pikë
- 32** Në një kuti ndodhen 5 sfera të bardha, 4 të kuqe dhe 7 të zeza. Nxirren nga kutia njëra pas tjetrës 2 sfera (pa këhim). Gjeni probabilitetin:  
a Sfera e parë është e bardhë dhe e dyta është e kuqe.  
1 pikë  
b Të dyja sferat janë të zeza.  
1 pikë  
Më pas nxirret nga kutia edhe një sferë e tretë. Gjeni probabilitetin.  
c Të tria sfera e nxjerra janë të së njëjtës ngjyrë.  
2 pikë

## •TEST 23

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1-14. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

- 1** Jepen bashkësitetë  $M = [1, 5]$  dhe  $N = ]1, 5[$ . Bashkësia  $M \cap N$  është:  
 A  $]1, 5[$       B  $[1, 5]$   
 C  $[0, 5]$       D  $[0, 1]$

- 2** Sa për qind e numrit 18 është 4,5?  
 A 5%      B 10%  
 C 20%      D 25%

- 3** Vlera e shprehjes  $\frac{3^5 \cdot 3^{-3}}{3}$  është:  
 A 9      B 6  
 C 3      D 1

- 4** Dy këndet e ngushta të një balone janë nga  $60^\circ$  dhe  $80^\circ$ . Masa e secilit prej këndeve të gjerë të saj është:  
 A  $100^\circ$       B  $110^\circ$   
 C  $120^\circ$       D  $130^\circ$

- 5** Perimetri i rrithit me rreze  $\pi$  cm është:  
 A  $2\pi$  cm      B  $\pi$  cm  
 C  $2\pi^2$  cm      D  $4\pi^2$  cm

- 6**  $2 \log 7 + \log \frac{1}{49} =$   
 A 0      B 1  
 C 7      D 49

- 7** Këndi në gradë që i korrespondon këndit  $\pi$  radian është:  
 A  $0^\circ$       B  $3,14^\circ$   
 C  $90^\circ$       D  $180^\circ$

- 8**  $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ =$   
 A -1      B 0  
 C 1      D 2

- 9** Jepet  $2x - 1 = 5$ . Atëherë  $(3x - 1) =$   
 A 6      B 7  
 C 8      D 9

- 10** Numri i rrënjeve të ekuacionit  $(x - 1)^2 + 1 = 0$  është:  
 A 4      B 2  
 C 1      D 0

- 11** Jepet  $x > 0$  dhe  $y < 0$ . Cili nga numrat e mëposhtëm është me siguri pozitiv?  
 A  $x + y$       B  $7x + y$   
 C  $3x + 2y$       D  $5x - y$

- 12** Në një rrith me rreze 10 cm, korda me gjatësi 10 cm tendos harkun me masë:  
 A  $60^\circ$       B  $45^\circ$   
 C  $30^\circ$       D  $15^\circ$

- 13** Paralelogrami me brinjë 5 cm dhe 7 cm dhe një katror kanë perimetra të barabartë. Syprina e katorrit ( $\text{në cm}^2$ ) është:  
 A 16      B 36  
 C 49      D 64

- 14** Jepet  $\sin x < 0$  dhe  $\operatorname{tg} x < 0$ . Në cilin kuadrant ndodhet këndi  $x$ ?  
 A I      B II  
 C III      D IV

- 15** Në një progresion gjeometrik, kufiza e parë është 3 dhe herësi i tij është 2. Shuma e dy kufizave të para të progresionit është:  
 A 3      B 6  
 C 9      D 12

- 16** Pika  $M(0, 2)$  është mesi i segmentit  $AB$  ku  $A(1, y)$  dhe  $B(-1, 2)$ . Vlera e  $y$  është:

- A 3  
C 1

- B 2  
D 0

17 Vektorët  $\vec{i}$  dhe  $\vec{j}$ , janë vektorënjësi pingul ndërmjet tyre. Cili nga barazimet e mëposhtme nuk është i vërtetë?

- A  $|\vec{i}|=1$   
B  $|\vec{j}|=1$   
C  $|\vec{i}|=|\vec{j}|$   
D  $\vec{i}=\vec{j}$

18 Derivati i funksionit  $y = -\frac{1}{x}$  në pikën  $x = 1$  është:

- A -1  
C 1
- B 0  
D 2

19 Ekuacioni i boshtit të simetrisë së parabolës  $y = -x^2 + 2x - 5$  është:  
A  $x = 1$   
B  $y = -1$   
C  $x = -2$   
D  $y = -2$

20  $\int_{-1}^1 x dx =$   
A -1  
B 0  
C 1  
D 2

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

21 Dy rrathë me reze përkatësisht 5 cm dhe 3 cm kanë qendër të përbashkët. Në rrethin e madh është ndërtuar një kordë, e cila është tangjente me rrethin e vogël. Gjeni gjatësinë e kësaj korde.

3 pikë

22 Zgjidhni ekuacionin  $2\sin^2 x - \sin x = 0$  për  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

3 pikë

23 Në një progresion aritmetik jepen:

$$\begin{cases} 2u_1 + u_5 = -59 \\ u_2 + u_6 = -26 \end{cases}$$

a Gjeni  $u_1$  dhe  $d$ .

3 pikë

b Cila është kufiza më e vogël pozitive e këtij progresioni?

1 pikë

24 Syprinat e tri faqeve të ndryshme të një kuboidi janë  $6 \text{ cm}^2$ ;  $8 \text{ cm}^2$  dhe  $12 \text{ cm}^2$ . Gjeni vëllimin e kuboidit.

3 pikë

25 Pikat A (3, -2); B (7, 4) dhe C (-1, 6) janë kulme të trekëndëshit ABC.

a Shkruani ekuacionin e brinjës AB.

1 pikë

b Shkruani ekuacionin e lartësisë CH.

1 pikë

c Shkruani ekuacionin e mesores BM.

1 pikë

d Gjeni pikëprerjen e CH me BM.

1 pikë

26 Jepen vektorët

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ dhe } \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

a Shkruani vektorin njësi, i cili ka drejtimin e vektorit  $\overrightarrow{OA}$ .

2 pikë

- b Gjeni koordinatat dhe gjatësinë e vektorit  $\overline{AB}$ . 2 pikë
- 27** a Shkruani ekuacionin e tangjentes ndaj vijës  $y = x^2 + 5x - 3$ , e cila është pingule me drejtëzën  $x + 7y - 6 = 0$ . 3 pikë
- b Gjeni pikat e prerjes së tangjentes me boshtet e koordinatave. 1 pikë
- 28** Për ç'vlera të  $p$  dhe  $q$ , funksioni  $y = px^3 + qx - 1$ , në pikën me abhisës  $x = 1$ , ka minimum të barabartë me 3? 3 pikë
- 29** Jepen parabola  $y = 2x - x^2$  dhe drejtëza  $y = x$ .
- a Gjeni pikat e përbashkëta të tyre. 1 pikë
- b Gjeni syprinën e figurës së kufizuar prej tyre. 2 pikë
- 30** Gjeni mesataren aritmetike të numrave  $5 \sin^2 x$  dhe  $5 \cos^2 x$ . 2 pikë
- 31** Për ç'vlera të  $m$ , parabola  $y = mx^2 + x + 1$ :
- a pret boshtin e abshisave në dy pikë? 1 pikë
- b ka vetëm një pikë të përbashkët me boshtin e abshisave? 1 pikë
- c nuk ka asnjë pikë të përbashkët me boshtin e abshisave? 1 pikë
- 32** Hidhet një zar kubik. Shënojmë ngjarjet:
- M: {Zari tregon numër çift}
- N: {Zari tregon numër më të madh se 4}
- Gjeni:
- a  $p(M \cap N)$ . 1 pikë
- b  $p(M \cup N)$ . 1 pikë
- c  $p(M/N)$ . 1 pikë
- d  $p(N/M)$ . 1 pikë

## • TEST 24

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1-14. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

1  $\sqrt{\frac{1}{9} - \frac{1}{25}} =$

A  $\frac{2}{15}$

B  $\frac{4}{15}$

C  $\frac{6}{15}$

D  $\frac{8}{15}$

2  $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} =$

A  $\frac{1}{2}$

B  $\sqrt{2}$

C 1

D -1

3  $a$  dhe  $x$  janë numra natyrorë. Cili nga numrat e mëposhtëm është gjithashtu natyror?

A  $\frac{1}{x^{-a}}$

B  $x^{-a}$

C  $\frac{1}{x^a}$

D  $(\frac{1}{x})^a$

4 Jepet  $3x = 4y$ . Gjeni  $\frac{4x}{3y}$ .

A  $\frac{4}{3}$

B  $\frac{3}{4}$

C  $\frac{16}{9}$

D  $\frac{9}{16}$

5 Raporti i diagonales së katrorit me brinjën e tij është:

A 2

B  $\sqrt{2}$

C  $2\sqrt{2}$

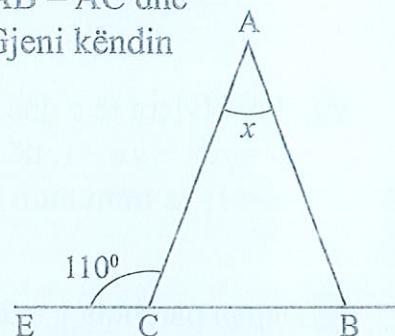
D  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6 Këndi rrëthor pret një hark sa  $\frac{1}{6}$  e rrëthit. Masa e tij në gradë është:

- A  $30^\circ$   
B  $45^\circ$   
C  $60^\circ$   
D  $90^\circ$

7 Në figurë jepet  $AB = AC$  dhe  $\angle ACE = 110^\circ$ . Gjeni këndin  $x = \angle BAC$ .

- A  $70^\circ$   
B  $60^\circ$   
C  $50^\circ$   
D  $40^\circ$



8 Cili nga barazimet e mëposhtme nuk mund të ndodh në asnjë rast?

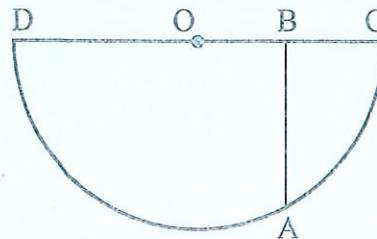
- A  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$   
B  $\cos \alpha = -\frac{1}{15}$   
C  $\cos \alpha = \frac{7}{6}$   
D  $\cos \alpha = \frac{4}{13}$

9 Çfarë këndi formojnë akrepat e sahatit në orën 5:30?

- A  $60^\circ$   
B  $30^\circ$   
C  $15^\circ$   
D  $10^\circ$

10 Në figurë në gjysmërrethin me qendër O, jepet  $AB \perp CD$ ;  $BC = 2$  cm dhe  $BD = 4$  cm. Gjeni AB.

- A 2 cm  
B 3 cm  
C 4 cm  
D 6 cm



- 11** Perimetri i një trapezi është 76 cm. Brinjët e tij rrinë si 12:7:8:11. Gjeni brinjën më të vogël.  
 A 12 cm   B 14 cm   C 16 cm   D 20 cm

- 12** Vlerë e palejuar e  $x$  në shprehjen  $\frac{x+1}{2^x - 1}$  është:  
 A 0   B 1   C -1   D 2

- 13** Jepet  $f(x) = 7x - 4$ ;  $g(x) = 2x + 8$  dhe  $f(2a) = g(a)$ . Gjeni  $a$ .  
 A 0   B 1  
 C 2   D 3

- 14** Simetrikja e pikës  $(3, -3)$  në lidhje me origjinën e koordinatave është pika:  
 A  $(3, 0)$    B  $(0, -3)$   
 C  $(3, 3)$    D  $(-3, 3)$

- 15** Vektorët  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ y-1 \end{pmatrix}$  dhe  $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$  janë të barabartë. Gjeni  $x + y$ .  
 A 1   B 2  
 C 3   D 4

- 16** Ekuacioni i drejtëzës me koeficient këndor -1 dhe ordinatë në origjinë 1 është:  
 A  $y = x + 1$    B  $y = -x + 1$   
 C  $x = y + 1$    D  $x = -y - 1$

- 17** Derivati i funksionit  $y = 2x^{-1}$  në pikën  $x = 1$  është:  
 A -2   B 2  
 C -1   D 1

- 18** Cila nga pikat e mëposhtme ndodhet në drejtëzën  $2x + y = -1$ ?  
 A  $(1, -1)$    B  $(-1, 0)$   
 C  $(0, -1)$    D  $(-1, -1)$

- 19** Boshti i parabolës  $y = x^2 - 4x + 5$  është drejtëza me ekuacion:  
 A  $x = 2$    B  $x = 0$   
 C  $x = -2$    D  $x = -4$

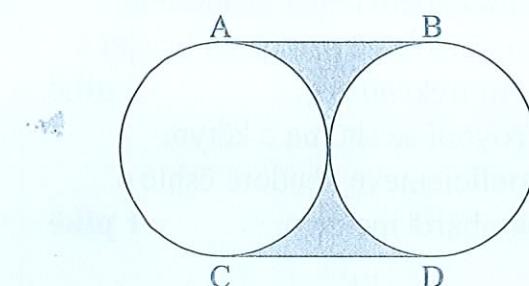
- 20**  $\int (3x^2 - 1)dx =$   
 A  $x^3 - 1$    B  $x^3 - x + c$   
 C  $x^3 + c$    D  $x^2 - x + c$

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21–32.

- 21** Jepet  $3^x + 3^{x+1} = y$ . Shprehni  $3^{x+2}$  me anën e  $y$ .  
 3 pike

- 22** Katër numra tek të njëpasnjëshëm janë të tillë që më i madhi prej tyre është një njësi më i vogël se dyfishi i numrit më të vogël. Gjeni këtë numra.  
 3 pike

- 23** Në figurë, rrathët janë tangjentë me njëri-tjetrin dhe secili prej tyre e ka rrezen 6 cm. Gjeni syprinën e vijëzuar.  
 3 pike



- 24** Për ç'vlera të  $m$ , ekuacioni  $(m - 3)x = m(2 + x) - 5$  ka:  
 a zgjidhje pozitive;      1 pike  
 b zgjidhje negative;      1 pike  
 c zgjidhje më të vogla se 2?      1 pike

25 Vëllimi i konit me lartësi 15 cm është  $320\pi \text{ cm}^3$ . Gjeni:

- a rrezen e bazës së konit; 1 pikë
- b syprinën anësore të konit; 1 pikë
- c syprinën e përgjithshme të konit. 1 pikë
- d Gjeni lartësinë e një cilindri, i cili ka të njëjtën rreze të bazës dhe të njëtin vëllim me konin e dhënë. 1 pikë

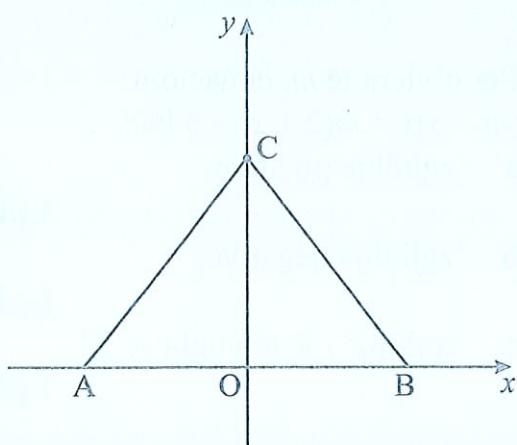
26 Zgjidhni ekuacionin  $2\sin^2x + 3\cos x = 3$  për  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ . 3 pikë

27 Jepen pikat A(4, 2) dhe B(-3, 9). Në boshtin e ordinatave gjeni pikën M, të tillë që  $AM = BM$ . 3 pikë

28 Prodhimi i dy numrave pozitivë është 25. Gjeni këta numra, në mënyrë që shuma e tyre të ketë vlerën më të vogël. 3 pikë

29 Në figurë jepet trekëndëshi barabrinjës ABC, në të cilin kulmet A dhe B ndodhen në boshtin e abshisave, ndërsa kulmi C në boshtin e ordinatave.

- a Gjeni koeficientet këndore të drejtëzave që paraqesin brinjët e këtij trekëndëshi. 3 pikë
- b Provoni se shuma e këtyre koeficienteve këndore është e barabartë me zero. 1 pikë



30 Në tabelë jepen rezultatet e 30 nxënësve në një testim.

Pikë	Denduria
91-100	3
81-90	11
71-80	8
61-70	6
51-60	1
41-50	1

Gjeni:

- a klasën modale; 1 pikë
- b klasën në të cilën bën pjesë mesorja; 1 pikë
- c mesataren aritmetike të përafërt. 1 pikë

31 a Derivati i funksionit  $f$ , për çdo vlerë të  $x$  është  $f'(x) = 2x - 3$ . Gjeni funksionin  $f$ , në qoftë se grafiku i tij kalon nga pika M(1, -6).

- b Gjeni syprinën e figurës së kufizuar nga grafiku i funksionit  $f$  dhe boshti i abshisave. 2 pikë

32 Funksioni i shpërndarjes së probabiliteteve të një ndryshoreje të rastit jepet nga formula:  
 $p(X = x) = k(x+2)$  për  $k = 1, 2, 3, 4$ .

- a Gjeni  $k$ . 2 pikë
- b Gjeni  $p(X < 3)$ . 1 pikë
- c Gjeni  $p(X \geq 1)$ . 1 pikë

## ● TEST 25

Rrethoni vetëm alternativën e saktë në ushtrimet 1-14. Secili ushtrim vlerësohet me 1 pikë.

**1** Pjesëtuesi më i madh i përbashkët e numrave 48 dhe 72 është:

- |      |      |
|------|------|
| A 6  | B 8  |
| C 12 | D 24 |

**2** Numri i numrave të thjeshtë që ndodhen ndërmjet 40 dhe 50 është:

- |     |         |
|-----|---------|
| A 3 | B 2     |
| C 1 | D Asnjë |

**3**  $16^{\frac{3}{4}} =$

A 8	B 4
C 2	D 1

**4**  $\log 2 + \log \frac{1}{2} =$

A $\log \frac{3}{2}$	B $\log \frac{2}{3}$
C 0	D 1

**5** Në qoftë se  $3x - 1 = 5$ , atëherë  $(3x - 2)^2 =$

- |      |      |
|------|------|
| A 36 | B 30 |
| C 20 | D 16 |

**6** Jepet  $x+1 = \frac{a+x}{b}$ . Gjeni  $x$ .

A $\frac{a-b}{b-1}$	B $\frac{b-1}{a-b}$
C $\frac{a+b}{b-1}$	D $\frac{a+b}{a-b}$

**7** Cili nga barazimet e mëposhtme është i vërtetë?

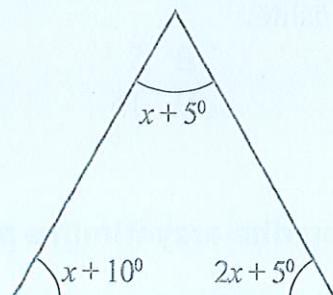
- |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| A $\sqrt{x^2} = x$   | B $\sqrt{x^2} = -x$   |
| C $\sqrt{x^2} =  x $ | D $\sqrt{x^2} = - x $ |

**8** Koeficienti këndor i drejtëzës paralele me drejtëzinë  $3x + 2y + 4 = 0$  është:

- |                 |                  |
|-----------------|------------------|
| A $\frac{3}{2}$ | B $-\frac{3}{2}$ |
| C $\frac{2}{3}$ | D $-\frac{2}{3}$ |

**9** Gjeni vlerën e  $x$  në figurë:

- |              |              |
|--------------|--------------|
| A $30^\circ$ | B $35^\circ$ |
| C $40^\circ$ | D $50^\circ$ |



**10** Raporti i syprinave të dy katrorëve është 16:9. Raporti i perimetraleve të tyre është:

- |       |       |
|-------|-------|
| A 3:4 | B 4:3 |
| C 9:4 | D 4:9 |

**11** Cili nga relacionet e mëposhtme shpreh marrëdhënien:  $x$  është 3 njësi më i vogël se  $y$ ?

- |               |               |
|---------------|---------------|
| A $x < 3 + y$ | B $x + 3 < y$ |
| C $x + 3 = y$ | D $x - 3 = y$ |

**12** Kufiza e tretë e një progresioni gjemometrik është 20 dhe herësi i tij është 2. Shuma e dy kufizave të parë të tij është:

- |      |      |
|------|------|
| A 20 | B 15 |
| C 10 | D 5  |

13 Piramida ka 7 kulme. Sa kulme ka baza e saj?

- A 6      B 5  
C 4      D 3

14  $3\sin^2 10^\circ + 3\cos^2 10^\circ =$   
A 10      B 30  
C 1      D 3

15 Skajet e diametrit të një rrathi janë M (2, -3) dhe N (4, 1). Koordinatat e qendrës së rrithit janë:

- A (0, 0)      B (3, 1)  
C (3, -1)      D (-3, 1)

16 Jepen pikat (0, 0); (0, -2); (-1, -1) dhe (1, -1). Sa prej tyre ndodhen në rrethin  $x^2 + y^2 = 4$ ?

- A Asnjë      B 1  
C 2      D 3

17 Vlera më e vogël e funksionit  $y = x^2 + 5$  është:

- A 0      B 5  
C 10      D 15

18 I anasjelli i funksionit  $y = \frac{x-2}{3}$  është funksioni:

- A  $y = \frac{3}{x-2}$       B  $y = -\frac{x-2}{3}$   
C  $y = 3x+2$       D  $y = 3x-2$

19 Derivati i funksionit  $y = -\frac{1}{x}$  në pikën  $x = 4$  është:

- A  $-\frac{1}{4}$       B  $-\frac{1}{8}$   
C  $-\frac{1}{16}$       D  $\frac{1}{16}$

20  $\int_1^9 2x dx$   
A 1      B 9  
C 40      D 80

Jepni zgjidhjen dhe arsyetimin e plotë për ushtrimet nga 21-32.

21 Thjeshtoni shprehjen:

$$\frac{60}{\sqrt{10+3}} + \frac{\sqrt{10}-3}{\sqrt{10+3}}. \quad 3 \text{ pikkë}$$

22 Zgjidhni ekuacionin  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$   
3 pikkë

23 Brinjët e një trekëndëshi janë në raportin 4:7:10.

- a Gjeni brinjët e tij, duke ditur se brinja më e madhe është 12 cm më e madhe se brinja më e vogël.  
2 pikkë

- b Perimetri i një trekëndëshi të ngjashëm me trekëndëshin e dhënë është 63 cm. Gjeni brinjët e trekëndëshit të dytë.  
1 pikkë

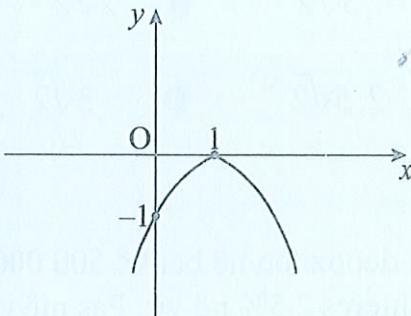
24 Jepet  $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$  dhe  $\alpha$  është kënd i kuadrantit të tretë. Gjeni funksionet e tjera trigonometrike të këndit  $\alpha$ .

3 pikkë

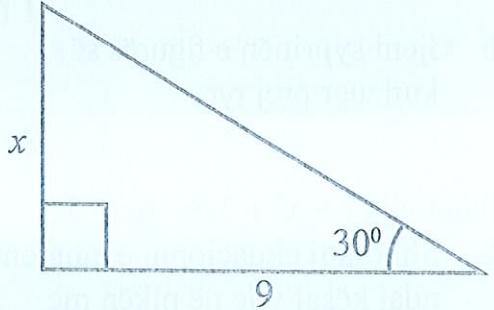
25 Lartësia e një koni është 12 cm. Përftuesja e tij formon këndin  $30^\circ$  me lartësinë: Gjeni:

- a rrzen e bazës dhe pérftuesen e konit; 1 pikkë  
b vëllimin e konit; 1 pikkë  
c syprinën anësore të konit; 1 pikkë

- d syprinën e përgjithshme të konit.  
1 pikë
- 26** Jepet pika  $A(2, 3)$  dhe drejtëza  
 $d_1: y = x$ .  
a Shkruani ekuacionin e drejtëzës  $d_2$ ,  
e cila kalon nga pika A dhe është  
pingule me drejtëzin  $d_1$ .  
1 pikë
- b Gjeni pikëprerjen M të drejtëzave  
 $d_1$  dhe  $d_2$ .  
1 pikë
- c Gjeni simetriken e pikës A në  
lidhje me drejtëzin  $d_1$ .  
2 pikë
- 27** Jepen funksionet  $f(x) = 2x$  dhe  
 $g(x) = \log_2 x$ .  
a Tregoni që  $f[g(4)] = g[f(8)]$ .  
1 pikë
- b Zgjidhni ekuacionin  $f[g(x)] =$   
 $g[f(x)]$ .  
2 pikë
- 28** Jepen parabola  $y = x^2$  dhe drejtëza  
 $y = x + 2$ .  
a Gjeni pikat e prerjes së tyre.  
1 pikë
- b Gjeni syprinën e figurës së  
kufizuar prej tyre.  
2 pikë
- 29** Jepet vija  $y = x^3 + 3x^2 - 6x + 5$ .  
a Shkruani ekuacionin e tangjentes  
ndaj kësaj vije në pikën me  
abshisë  $x = 1$ .  
1 pikë
- b Në cilën pikët të vijës, koeficienti  
këndor i tangjentes ka vlerën më  
të vogël?  
2 pikë

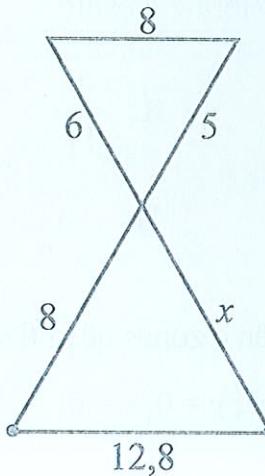
- 30** Pikit A dhe B kanë  
përkatësisht rrezevektorët  
 $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$  dhe  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$ .  
Pika C ndodhet ndërmjet pikave A  
dhe B.  
a Gjeni vektorin  $\overrightarrow{BA}$ .  
1 pikë
- b Gjeni  $|\overrightarrow{BA}|$ .  
1 pikë
- c Gjeni vektorin  $\vec{c}$ , në qoftë se  
 $AC : CB = 2 : 1$ .  
2 pikë
- 31** Në figurë jepet grafiku i parabolës  
 $y = ax^2 + bx + c$ . Gjeni  $f(2)$ .  
3 pikë
- 
- 32** Kutia e parë përmban 5 sfera të kuqe  
e 4 të bardha. Kutia e dytë përmban 6  
sfera të kuqe e 3 të bardha. Nga secila  
kuti nxirret rastësisht një sferë. Gjeni  
probabilitetin:  
a Të dyja sferat janë të bardha.  
1 pikë
- b Të dyja sferat janë të kuqe.  
1 pikë
- c Njëra sferë është e bardhë e tjetra  
e kuqe.  
1 pikë
- d Sferat janë të së njëjtës ngjyrë.  
1 pikë

## MATURA SHTETËRORE 2019

- 1** Jepen bashkësítë  $M = \{2, 3\}$  dhe  $N = [2, 3]$ . Cili nga pohimet e mëposhtëm është i vërtetë?
- A  $M=N$       B  $M \subset N$   
 C  $N \subset M$       D  $N \cap M = N$
- 1 pikë
- 2** Vlera e  $\left(16^{\frac{1}{2}}\right)^3$  është:
- A 512      B 64  
 C 48      D 24
- 1 pikë
- 3** Vlera e shprehjes  $\frac{6}{\sqrt{72}} + \frac{8}{\sqrt{32}}$  është:
- A  $1,5\sqrt{2}$       B  $2\sqrt{2}$   
 C  $2,5\sqrt{2}$       D  $3\sqrt{2}$
- 1 pikë
- 4** Albi depoziton në bankë 500 000 lekë me interes 2,5% në vit. Pas një viti, Albi do të ketë në llogari:
- A 500 125 lekë      B 500 150 lekë  
 C 512 500 lekë      D 625 000 lekë
- 1 pikë
- 5** Një klasë ka 32 nxënës, nga të cilët 18 luajnë shah, 12 luajnë pingpong dhe 7 luajnë edhe shah edhe pingpong. Sa nxënës nuk luajnë as shah e as pingpong?
- 2 pikë
- 6** Numri 0,375 është i barabartë me thyesën:
- A  $\frac{1}{8}$       B  $\frac{3}{8}$       C  $\frac{5}{8}$       D  $\frac{7}{8}$
- 1 pikë
- 7** Vlera e shprehjes  $\log_5 75 - \log_5 3$  është:
- 1 pikë
- A 2      B 3  
 C 4      D 5
- 8** Një makinë konsumon 8 litra naftë për 100 km. Për të përshkuar 250 km makina konsumon:
- A 16 litra naftë      B 20 litra naftë  
 C 24 litra naftë      D 28 litra naftë
- 1 pikë
- 9** Gjeni vlerën e  $x$  në barazimin:
- $$3^{x+1} - \frac{2}{3^{-x}} = 27$$
- 3 pikë
- 10** Vlera e  $x$  në figurë është:
- A  $3\sqrt{3}$       B  $9\sqrt{3}$   
 C  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D  $3\sqrt{2}$
- 
- 1 pikë
- 11** Jepet progresioni aritmetik në të cilin  $u_1 = 3$  dhe  $d = 2$ . Gjeni mesataren aritmetike të 10 kufizave të para të tij.
- 3 pikë
- 12** Thjeshtoni shprehjen  $\sqrt{32} - \sqrt{18}$ .
- 2 pikë

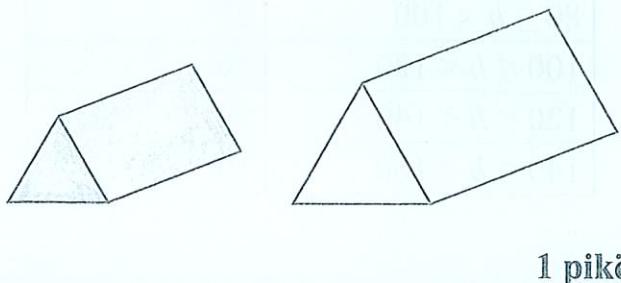
- 13** Në planin koordinativ jepet pika A(1,3).
- Gjeni koordinatat e pikës B, simetrike të A në lidhje me Ox.
- 1 pikë
- 14** b Gjeni koordinatat e pikës C, simetrike të A në lidhje me Oy.
- 1 pikë
- 15** Vëllimi i kubit është  $343 \text{ cm}^3$ . Brinja e tij është:
- A 16 cm      B 7 cm  
C 8 cm      D 9 cm
- 1 pikë

- 16** Dy trekëndëshat në figurë janë të ngjashëm. Vlera e  $x$  është:
- A 9,8      B 9,6  
C 9,5      D 9,4



1 pikë

- 17**  $x$  dhe  $y$  janë dy prizma matematikisht të ngjashëm. Prizmi  $x$  e ka vëllimin  $60 \text{ cm}^3$ , dhe syprinën  $90 \text{ cm}^2$ . Vëllimi i prizmit  $y$  është  $480 \text{ cm}^3$ . Syprina e prizmit  $y$  është:
- A  $160 \text{ cm}^2$       B  $360 \text{ cm}^2$   
C  $720 \text{ cm}^2$       D  $900 \text{ cm}^2$



1 pikë

- 18** Të gjendet syprina e trapezit dybrinjinjishëm me diagonale  $10 \text{ cm}$ , e cila formon me bazën e madhe këndin  $45^\circ$ .
- 3 pikë
- 19** Prerja boshtore e cilindrit është katror me diagonale  $10\sqrt{2} \text{ cm}$ . Rrezja e bazës së cilindrit është:
- A 5 cm      B  $5\sqrt{2} \text{ cm}$   
C 10 cm      D  $10\sqrt{2} \text{ cm}$
- 1 pikë
- 20** Simetrikja e pikës A(1,4) në lidhje me drejtëzën  $y = x$  është pika B.
- Gjeni koordinatat e pikës B.
- 1 pikë
- 21** b Gjeni largesën ndërmjet pikave A dhe B.
- 1 pikë
- 22** Në qoftë se  $f(x) = x^2 + x$  dhe  $g(x) = 2x + 7$ , shprehja për  $f(g(x))$  është:
- A  $4x^2 + 30x + 56$  B  $2x^2 + 2x + 7$   
C  $4x^2 + 28x + 49$  D  $8x + 14$
- 1 pikë
- 23** Në qoftë se  $f(x) = \frac{x-1}{x}$ , vlera e  $f(5)$  është:
- A 0      B  $\frac{4}{5}$       C 1      D  $\frac{6}{5}$
- 1 pikë
- 24** a Thjeshtoni shprehjen  $\frac{x^2 + 9x + 14}{x^2 + 4x - 21}$ .
- 2 pikë
- b Tregoni se polinomi  $P(x) = (x+8)(x-6) - 2(x-25)$  merr vlera pozitive për çdo vlerë të  $x$ .
- 2 pikë
- 25** Mbetja e pjesëtimit të numrit  $n$  me 7 është 2. Sa është mbetja e pjesëtimit të numrit  $(2n + 1)$  me 7?

A 2  
C 4B 3  
D 5

1 pikë

24 Në çiftin e numrave që shërbën si

zgjidhje e sistemit  $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ , vlera e  $x$  është:A 1  
C 3

1 pikë

25 Një curril uji del nga një shatërvan dhe bie përsëri në te. Lartësia që arrin currili i ujit jepet me anë të funksionit

$y = -\frac{1}{10}x(x-50)$ , ku  $x$  është largesa

nga burimi (në cm) dhe  $y$  është lartësia (në cm).

a Cila është lartësia më e madhe që arrin currili?

2 pikë

b Në cilën largesë nga burimi currili takon përsëri ujin?

1 pikë

26 Vlera e shprehjes  $\int_{-1}^1 3x^2 dx$  është:A 0  
C 2

1 pikë

27 a Zgjidhni ekuacionin  $(x^2 - 4)(x^2 + 7x + 6) = 0$ 

2 pikë

b Zgjidhni inekuacionin  $-6 \leq 4(x-5) < 7 - 2x$ .

3 pikë

28 Në një shkollë, në një veprimtari për mbledhje fondesh, 10 nxënës të klasës A shitën nga 4 kuti me biskota secili. Në klasën B, 15 nxënës shitën nga 9 kuti me biskota secili. Numri mesatar

i kutive të biskotave të shitura nga këta 25 nxënës është:

A  $\frac{13}{25}$   
B 1C  $6\frac{1}{2}$   
D 7

1 pikë

29 Një vijë kubike me ekuacion  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  ka tangjente në pikën me abhisë  $x = 0$ .

a Shkruani ekuacionin e kësaj tangjenteje.

2 pikë

b Gjei ekstremumet e kësaj vije.

2 pikë

30 Një ndryshore rasti X ka funksionin e shpërndarjes  $p(X = x) = k(1 - x^2)$  ku  $x = 1; 2; 3$ . Vlera e  $k$  është:A  $-\frac{1}{11}$   
B  $\frac{1}{11}$ C  $\frac{1}{5}$   
D 1

1 pikë

31 Gjeni syprinën e zonës që kufizohet nga vijat  $y = 1 - x^2$ ;  $y = 0$ ;  $x = 0$ ;  $x = \frac{1}{2}$ .

2 pikë

32 Në tabelën e mëposhtme, jepen gjatësitë e lulëdiellit që rriten në një fushë.

Gjatësia $h$ ( cm )	Denduria
$40 \leq h < 60$	2
$60 \leq h < 80$	17
$80 \leq h < 100$	28
$100 \leq h < 120$	39
$120 \leq h < 140$	24
$140 \leq h < 160$	10

- a Cila është klasa modale? 1 pikë
- b Cila klasë përmban mesoren? 1 pikë
- c Gjeni dendurinë e grumbulluar për gjatësinë e lulediellit deri në 100 cm. 1 pikë
- d Ndërtoni histogramin që paraqet të dhënat e mësipërme, ku në boshtin vertikal vodosni dendurinë. 1 pikë



**CIP Katalogimi në botim BK Tiranë**

Babmusta, Neritan

Matematikë : përgatitje për maturën shtetërore sipas kurrikulës me kompetenca / Neritan Babamusta,  
Edmond Lulja. – Tiranë : Pegi, 2018

260 f. ; 18,2x25,4cm.

ISBN 978-9928-233-09-7

I.Lulja, Edmond

1.Matematika    2.Probleme, ushtrime, etj.

3.Teste              4.Tekste për shkollat e mesme

51 (076.2) (079.1) (075.3)

- A 2  
C 4

- B 3  
D 5

1 pikë

24) Në çiftin e numrave që shërben si

zgjidhje e sistemit  $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ , vlera e  $x$  është:

- A 1  
C 3
- B 2  
D 4

1 pikë

25) Një curril uji del nga një shatërvan dhe bie përsëri në te. Lartësia që arrin currili i ujit jepet me anë të funksionit  $y = -\frac{1}{10}x(x-50)$ , ku  $x$  është largesa

nga burimi (në cm) dhe  $y$  është lartësia (në cm).

- a Cila është lartësia më e madhe që arrin currili? 2 pikë
- b Në cilën largesë nga burimi currili takon përsëri ujin? 1 pikë

26) Vlera e shprehjes  $\int_{-1}^1 3x^2 dx$  është:

- A 0  
C 2
- B 1  
D 3

1 pikë

27) a Zgjidhni ekuacionin  $(x^2 - 4)(x^2 + 7x + 6) = 0$

2 pikë

b Zgjidhni inekuacionin  $-6 \leq 4(x-5) < 7 - 2x$ .

3 pikë

28) Në një shkollë, në një veprimtari përmbledhje fondesh, 10 nxënës të klasës A shitën nga 4 kuti me biskota secili. Në klasën B, 15 nxënës shitën nga 9 kuti me biskota secili. Numri mesatar

i kutive të biskotave të shitura nga këta 25 nxënës është:

- A  $\frac{13}{25}$   
B 1

- C  $6\frac{1}{2}$   
D 7

1 pikë

29) Një vijë kubike me ekuacion

$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  ka tangjente në pikën me abshisë  $x = 0$ .

- a Shkruani ekuacionin e kësaj tangjenteje. 2 pikë

- b Gjei ekstremumet e kësaj vije. 2 pikë

30) Një ndryshore rasti X ka funksionin e shpërndarjes  $p(X = x) = k(1 - x^2)$  ku  $x = 1; 2; 3$ . Vlera e  $k$  është:

- A  $-\frac{1}{11}$   
B  $\frac{1}{11}$

- C  $\frac{1}{5}$   
D 1

1 pikë

31) Gjeni syprinën e zonës që kufizohet nga vijat  $y = 1 - x^2$ ;  $y = 0$ ;  $x = 0$ ;  $x = \frac{1}{2}$ .

2 pikë

32) Në tabelën e mëposhtme, jepen gjatësítë e lullediellit që rriten në një fushë.

Gjatësia $h$ ( cm )	Denduria
$40 \leq h < 60$	2
$60 \leq h < 80$	17
$80 \leq h < 100$	28
$100 \leq h < 120$	39
$120 \leq h < 140$	24
$140 \leq h < 160$	10

- a Cila është klasa modale? 1 pikë
- b Cila klasë përmban mesoren? 1 pikë
- c Gjeni dendurinë e grumbulluar për gjatësinë e lulediellit deri në 100 cm. 1 pikë
- d Ndërtoni histogramin që paraqet të dhënat e mësipërme, ku në boshtin vertikal vodosni dendurinë. 1 pikë

