

Conducting Lines

画出的导线

Problem 10

Number: 1017

January 12, 2021

Outline

- 1 问题重述 Problem Restatement
- 2 问题分析 Problem Analysis
- 3 实验设置 Experimental Setup
- 4 理论分析及实验结果 Theoretical Analysis and Experimental Results
 - 石墨含量 Graphite Content
 - 长度和宽度 Length and Width
 - 温度 Temperature
 - 接触电阻 Contact Resistance
- 5 结论 Conclusion
- 6 参考文献 Reference

问题重述 Problem Restatement

A line drawn with a pencil on paper can be electrically conducting. Investigate the characteristics of the conducting line.

用铅笔在纸上画的线可以导电，研究这种导电特性。

问题提出 Problem Posing

为什么铅笔画出的线会导电？

Why a line drawn with a pencil can be electrically conducting?

铅笔芯的构成 Composition of Pencil Lead

一般来说，铅笔的笔芯都是用石墨和粘土按一定比例混合制成的。如”H”即英文”Hard”(硬)的词头，代表粘土，用以表示铅笔芯的硬度。”H”前面的数字越大(如 6H)，铅笔芯就越硬，即笔芯中粘土比例越大，写出的字越不明显，常用来复写。”B”是英文”Black”(黑)的词头，代表石墨，用以表示铅笔芯质软的情况和写字的明显程度。”B”前面的数字越大(如 14B)，铅笔芯中石墨比例越大，写出的字越明显，常用以绘画，普通铅笔标号则一般为”HB”。

石墨导电的原理 How Graphite Conducts Electricity

石墨是导电体:

石墨是碳的同素异形体，而碳是四价原子。每个碳原子最外层有 4 个电子，与周围的碳原子形成六元环时共用 3 个电子，这样的话就会有一个多余的自由电子，它在外加电场的作用下会发生定向移动，从而导电。

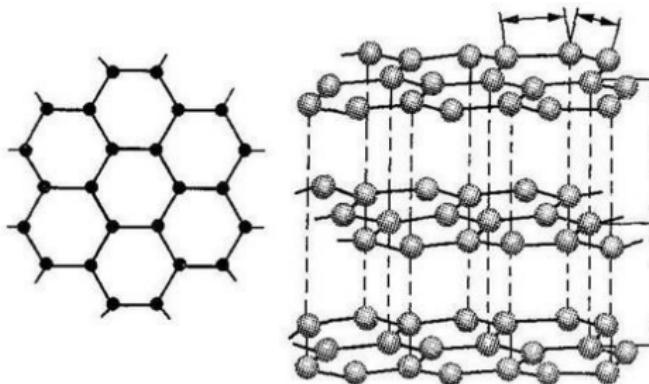


Figure 1: 石墨分子结构图

实验器材 Experimental equipment

- 万用表
- 2H HB 2B 4B 6B 8B 等铅笔
- 温度计
- 直尺
- 纸张等

实验方法 Experimental Methods

实验核心方法：

- 运用控制变量法分别分析所画的线在不同石墨含量、长度、宽度和温度下的电阻变化规律。

误差控制方法：

- 每条线都用铅笔画 10 次，以保证厚度相同。
- 测量多次取平均值。

温度控制方法：

- 利用冰箱使温度达到-20°C，并测量电阻。
- 在常温下测量电阻。
- 利用吹风机加热后测量电阻。

■ 石墨含量 Graphite Content

- 长度和宽度 Length and Width
- 温度 Temperature
- 接触电阻 Contact Resistance

常见铅笔中石墨与粘土的含量

The Ratio of Graphite and Clay

Table 1: 常见铅笔中石墨与粘土的含量

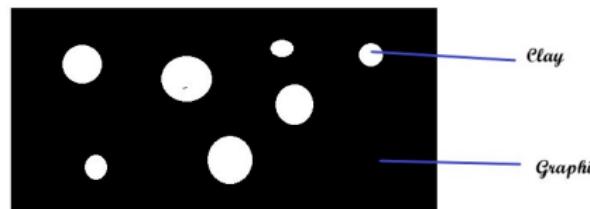
铅笔类型	石墨占比 (%)	粘土占比 (%)
2H	47	53
HB	64	36
2B	78	22
3B	80	20
4B	84	16

常见铅笔中石墨与粘土的含量

The Ratio of Graphite and Clay

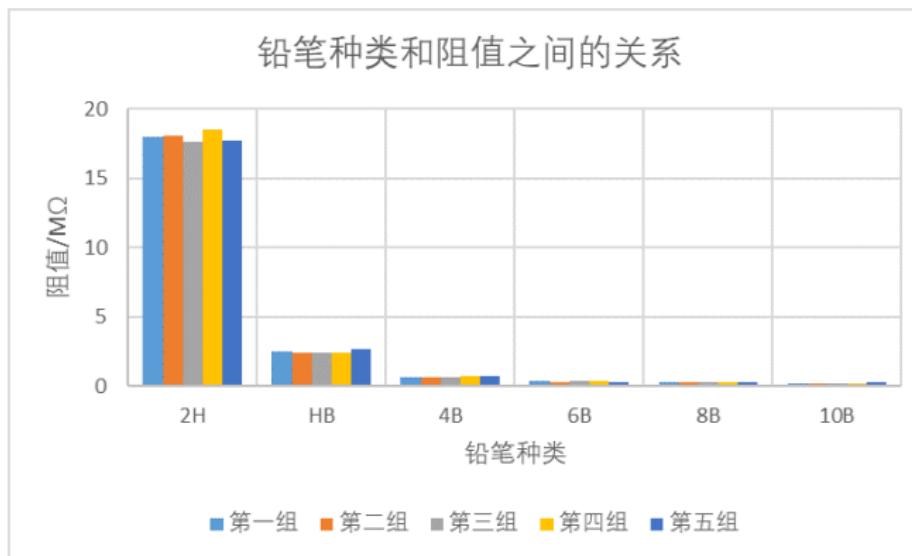
Table 1: 常见铅笔中石墨与粘土的含量

铅笔类型	石墨占比 (%)	粘土占比 (%)
2H	47	53
HB	64	36
2B	78	22
3B	80	20
4B	84	16



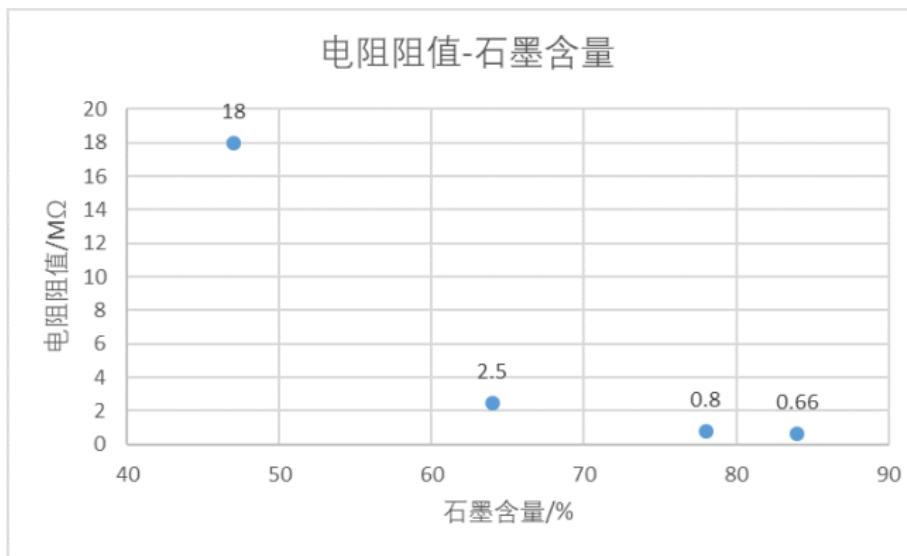
实验结果 Experimental Result

利用 2H 至 10B 的不同铅笔画线（长 15cm，宽 2mm），并测量其电阻，得到如下结果：



实验结果 Experimental Result

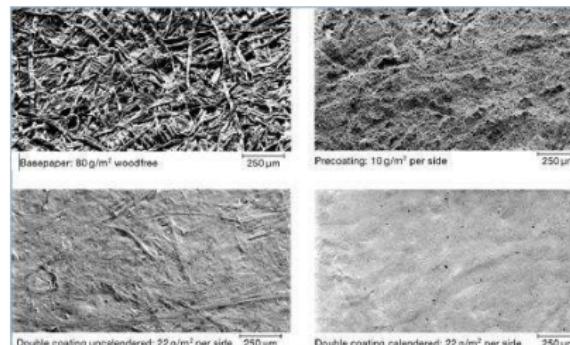
利用 2H 至 10B 的不同铅笔画线（长 15cm，宽 2mm），并测量其电阻，得到如下结果：



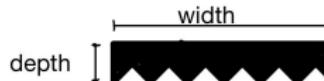
- 石墨含量 Graphite Content
- 长度和宽度 *Length and Width*
- 温度 Temperature
- 接触电阻 Contact Resistance

石墨线模型

因纸张表面极为粗糙，如下所示：



因而建立石墨线的模型如下：



公式 Equations

定理

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

R 为电阻, ρ 为电阻率, L 为长度, S 为横截面积。

公式 Equations

定理

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

R 为电阻, ρ 为电阻率, L 为长度, S 为横截面积。

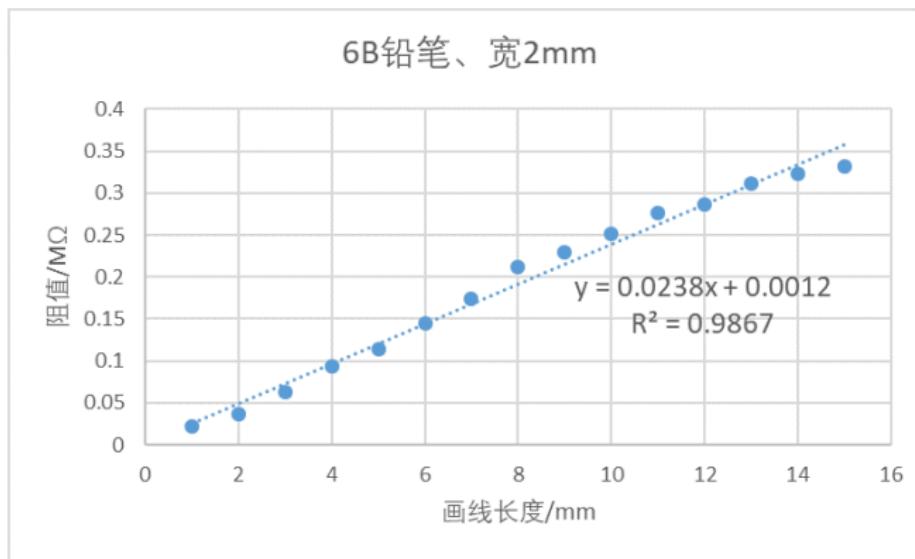
定理

$$S = W \cdot D$$

W 为 *Width* 宽度, D 为 *Depth* 深度。

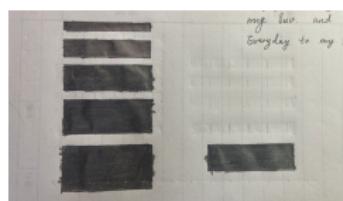
实验结果 Experimental Result

利用 6B 铅笔画出一长 15cm 宽 2mm 的石墨线，在不同接入长度下对其电阻进行测量，所得数据如下：



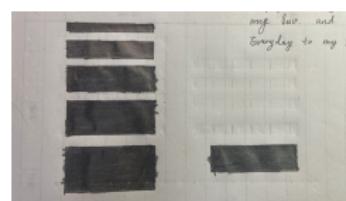
实验结果 Experimental Result(Continue)

利用 6B 铅笔画出一长 5cm 宽度以 5mm 跳变的石墨线群，分别测量其电阻，并将结果展示为电阻和宽度的倒数 $\frac{1}{W}$ 的关系：

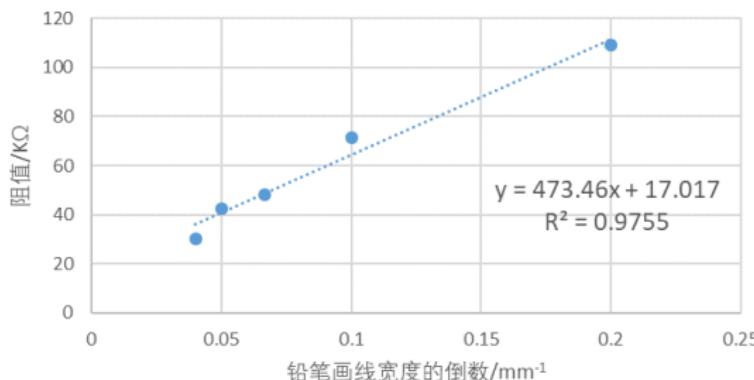


实验结果 Experimental Result(Continue)

利用 6B 铅笔画出一长 5cm 宽度以 5mm 跳变的石墨线群，分别测量其电阻，并将结果展示为电阻和宽度的倒数 $\frac{1}{W}$ 的关系：



6B铅笔、长5cm



- 石墨含量 Graphite Content
- 长度和宽度 Length and Width
- 温度 *Temperature*
- 接触电阻 Contact Resistance

实验准备 The Preparation of Experiment

研究对象：长 5cm，宽 5mm 的 6B 铅笔画线。

实验器材：红外温度计、冰箱（-20°C、1°C 环境）、吹风机（49°C、59°C 环境）

实验准备 The Preparation of Experiment

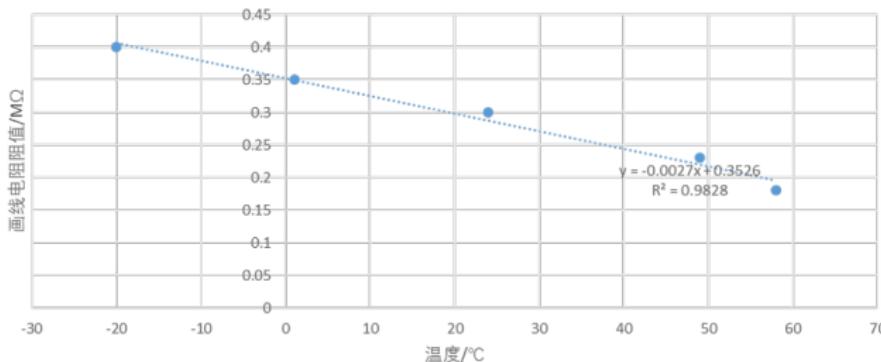
研究对象：长 5cm，宽 5mm 的 6B 铅笔画线。

实验器材：红外温度计、冰箱（-20°C、1°C 环境）、吹风机（49°C、59°C 环境）



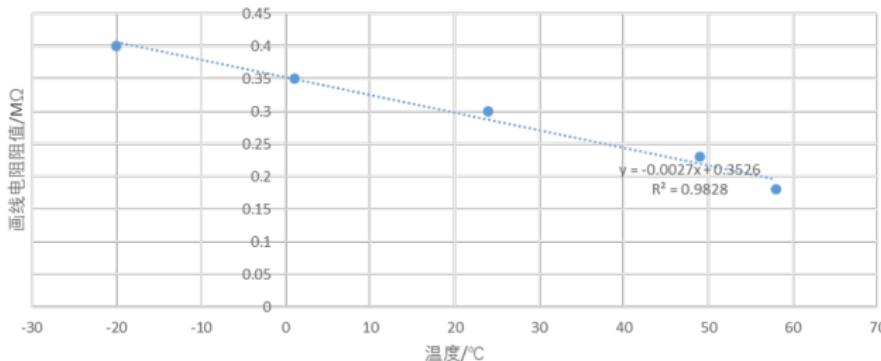
实验结果 Experimental Result

阻值随温度变化图



实验结果 Experimental Result

阻值随温度变化图



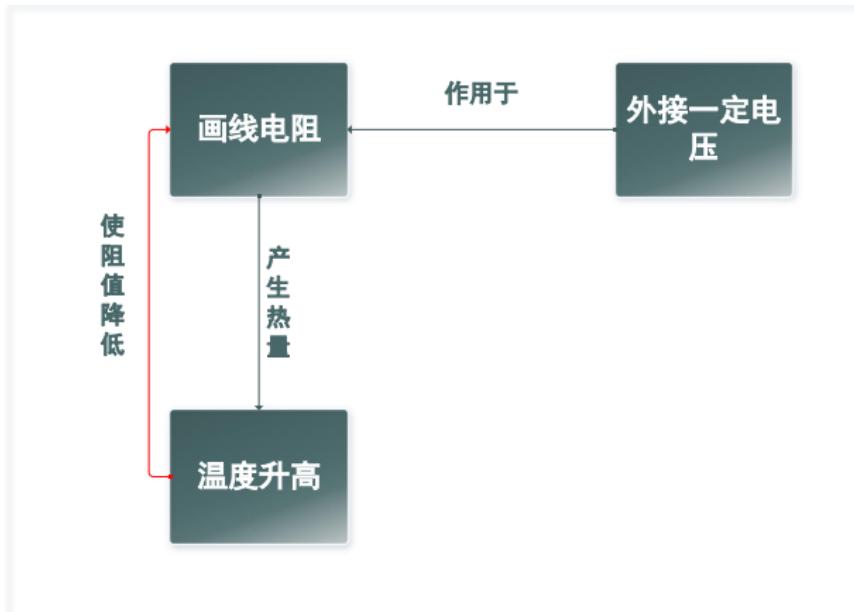
定理

$$R = \alpha T + 0.3536 \text{ (MΩ), } T(\text{°C})$$

$$R = \alpha T - 0.3849 \text{ (MΩ), } T(K)$$

α 为温度系数，其值为 -0.0027 MΩ/K

温度的影响 The Influence of Temperature



接入电压后画线电阻因热效应温度升高，从而阻值降低。由 $P = \frac{U^2}{R}$ 知，会产生更大的热量，从而温度升高，阻值降低。这是一个正反馈系统，但是这种状态不能长时间保持。

对温度影响的分析 The Analysis of the Temperature-Influence

画线电阻的阻值为 $M\Omega(10^6)$ 量级。假设电源电压为 $10V \sim 100V$ ，那么根据公式 $P = \frac{U^2}{R}$ ，可以计算出画线电阻功率 P 的数量级为 $10^{-4} \sim 10^{-2}$ ，此功率对于温度的影响较小，在电源电压 $100V$ 以下时可以忽略不计。

对温度影响的分析 The Analysis of the Temperature-Influence

画线电阻的阻值为 $M\Omega(10^6)$ 量级。假设电源电压为 $10V \sim 100V$ ，那么根据公式 $P = \frac{U^2}{R}$ ，可以计算出画线电阻功率 P 的数量级为 $10^{-4} \sim 10^{-2}$ ，此功率对于温度的影响较小，在电源电压 $100V$ 以下时可以忽略不计。

结论：外接一般电源后，画线电阻阻值可以认为保持不变。

- 石墨含量 Graphite Content
- 长度和宽度 Length and Width
- 温度 Temperature
- 接触电阻 *Contact Resistance*

接触电阻分析 The Analysis of Contact Resistance

分析一：

画线长度 L 与阻值 R 成正相关。

定理

$$R_{\text{总}} = \beta_1 L + C_1, \text{ 其中 } \beta_1 = \frac{\rho}{W \cdot D}$$

$R_{\text{总}}$ 由实际电阻 $R_{\text{实际}}$ 和接触电阻 $R_{\text{接触}}$ 组成，而 $R_{\text{实际}}$ 与长度 L 成正比，即 $R_{\text{实际}} = \beta_1 L$ ，则 $R_{\text{接触}} = C_1$ ，即截距大小。

接触电阻分析 The Analysis of Contact Resistance

分析一：

画线长度 L 与阻值 R 成正相关。

定理

$$R_{\text{总}} = \beta_1 L + C_1, \text{ 其中 } \beta_1 = \frac{\rho}{W \cdot D}$$

$R_{\text{总}}$ 由实际电阻 $R_{\text{实际}}$ 和接触电阻 $R_{\text{接触}}$ 组成，而 $R_{\text{实际}}$ 与长度 L 成正比，即 $R_{\text{实际}} = \beta_1 L$ ，则 $R_{\text{接触}} = C_1$ ，即截距大小。

分析二：

宽度 W 的倒数和阻值 R 正相关。

定理

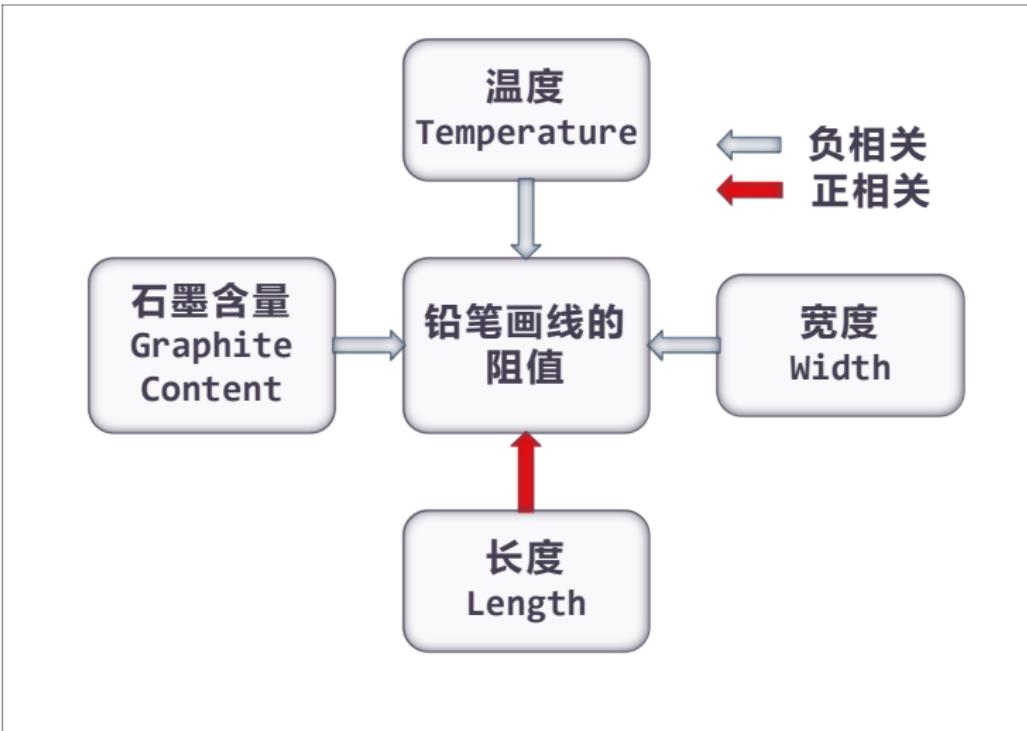
$$R_{\text{总}} = \beta_2 \cdot \frac{1}{W} + C_2, \text{ 其中 } \beta_2 = \frac{\rho L}{D}$$

$R_{\text{总}}$ 由实际电阻 $R_{\text{实际}}$ 和接触电阻 $R_{\text{接触}}$ 组成，而 $R_{\text{实际}}$ 与宽度的倒数 $\frac{1}{W}$ 成正比，即 $R_{\text{实际}} = \beta_2 \cdot \frac{1}{W}$ ，则 $R_{\text{接触}} = C_2$ ，即截距大小。

铅笔画线的总结 Conclusion

- ① 画线长度与阻值成正相关
- ② 画线宽度与阻值成负相关
- ③ 石墨含量与阻值成负相关
- ④ 画线温度与阻值成负相关

铅笔画线的总结 Conclusion



参考文献 Reference

- [1] <https://www.zhihu.com/question/51313311/answer/860906178>
- [2] S.Rattanaweeranon, et al. Influence of Bulk Graphite Density on Electricity Conductivity[J]. Porcedia Engineering, 2012(32): 1100-1106.
- [3] <https://www.bilibili.com/video/av65447558>
- [4] ANDRE K. GEIM, PHILIP KIM. CARBON WONDERLAND[J]. Scientific American, 2008, 4(4): 68-75.
- [5] 张昊东, 陈靖雯, 张灵聪, 陈京. 基于还原氧化石墨烯的疏水亲油膜的制备及其在油水分离中的应用 [J]. 化工新型材料, 2019, 47(06): 223-227.
- [6] <https://www.zhihu.com/question/51313311/answer/860906178>
- [7] 张福勤, 黄启忠, 黄伯云, 巩前明, 陈腾飞. C/C 复合材料石墨化度与导电性能的关系 [J]. 新型炭材料, 2001(02): 45-48.

谢谢聆听！