

SAD Informatyka Ćwiczenia 9

Zmienne Losowe Dwuwymiarowe

Zadanie 1. Rozkład prawdopodobieństwa wektora losowego (X, Y) jest następujący:

	X		
Y	0	1	2
0	$\frac{1}{8} + \epsilon$	0	$\frac{3}{8} - \epsilon$
1	$\frac{1}{4} - \epsilon$	$\frac{1}{4}$	ϵ

gdzie ϵ jest dowolną liczbą rzeczywistą z przedziału $[0, 1/4]$.

- Wyznaczyć rozkłady brzegowe zmiennych losowych X i Y .
- Czy zależą one od wartości ϵ ?
- Wyciągnąć wnioski!

Zadanie 2. Rozkład prawdopodobieństwa wektora losowego (X, Y) jest następujący:

	Y		
X	0	1	2
1	0.1	0.1	p
2	0.1	0.2	0.3

- (a) Znaleźć p .
- (b) Obliczyć $F(2, 1)$, $F(1.5, 3)$, gdzie F oznacza dystrybuantę rozkładu wektora losowego (X, Y) .
- (c) Wyznaczyć rozkłady brzegowe zmiennych losowych X i Y oraz sprawdzić czy X i Y są niezależne.
- (d) Czy zmienne losowe X i Y są skorelowane? Jeśli tak, to w jakim stopniu?

Zadanie 3. Rozkład prawdopodobieństwa wektora losowego (X, Y) jest następujący:

	Y	
X	0	1
0	0.1	0.2
1	0.3	0.1
2	0.2	a

- (a) Znaleźć a oraz obliczyć $P(1 \leq X \leq 2, Y < 4)$, $P(X = 1|Y = 0)$, $P(Y = 1|X = 0)$.
- (b) Wyznaczyć rozkłady brzegowe zmiennych losowych X i Y oraz sprawdzić czy X i Y są niezależne.
- (c) Obliczyć $Cov(X, Y)$. Czy zmienne losowe X i Y są skorelowane?
- (d) Znaleźć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej $2X + Y$.

Zadanie 4. Rozkład prawdopodobieństwa wektora losowego (X, Y) jest następujący:

	X		
Y	0	2	3
-1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

- (a) Wyznaczyć rozkłady brzegowe zmiennych losowych X i Y oraz sprawdzić czy X i Y są niezależne.
- (b) Czy zmienne losowe X i Y są skorelowane?

Zadanie 5. W wyniku przeprowadzonych badań, ustalono, że w pewnej fabryce wytwarzającej sprzęt RTV, liczba wyprodukowanych w ciągu dnia niesprawnych odbiorników telewizyjnych ma rozkład Poissona o średniej 2. Podobnie, liczba niesprawnych zestawów stereo ma również rozkład Poissona o wartości oczekiwanej 3. Wyznaczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że w ciągu 2 dni, liczba niesprawnych produktów nie przekroczy 5.

Zadanie 6. Cukier pakowany jest w torebki o nominalnej masie 1kg. W rzeczywistości, w wyniku błędów ważenia, masa pojedynczej torebki ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej 1kg i wariancji $0,025kg^2$. Torebki są pakowane w paczki po 10 torebek. Jaki jest procent paczek, nominalnie dziesięciokilogramowych, które mają masę mniejszą niż 9,5kg?

Zadanie 7. W pewnym kiosku sprzedawanych jest średnio:

- 1000 egzemplarzy "Gazety Wyborczej" oraz
- 200 egzemplarzy "Przeglądu Sportowego" dziennie,

z odchyleniem standardowym, odpowiednio 100 i 15. Współczynnik korelacji między liczbą sprzedawanych gazet obu tytułów wynosi 0,6. Wiedząc, że zysk ze sprzedaży jednego egzemplarza "Gazety" wynosi 0,1 zł, natomiast ze sprzedaży "Przeglądu" 0,2 zł, obliczyć średni dzienny zarobek kioskarsza i odchylenie standardowe zarobku pochodzące ze sprzedaży wspomnianych gazet.

Zadanie 8. Pewna firma sprzedaje miesięcznie towar średnio za 30 tys. zł. z odchyleniem standardowym 3 tys. zł. Miesięczne koszty wynoszą średnio 20 tys. zł. z odchyleniem standardowym 4 tys. zł. Współczynnik korelacji między przychodem uzyskanym ze sprzedaży, a poniesionymi kosztami oszacowano na 0.75. Obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe miesięcznego zysku tej firmy.

Zadanie 9 Niech X oznacza liczbę błędów drukarskich w książce liczącej 144 strony. Liczba błędów drukarskich na jednej stronie jest zmienną losową o rozkładzie Poissona. Średnio mamy 1 błąd na 12 stron. Podać wzór na wartość prawdopodobieństwa, że liczba błędów jest nie mniejsza niż 20 i nie większa niż 30. Przybliżyć to prawdopodobieństwo stosując przybliżenie wynikające z Centralnego Twierdzenia Granicznego.