1. Niech

   $X_i = 1$, gdy wybrany detal jest uszkodzony,

   $X_i = 0$, gdy wybrany detal jest dobry, (i=1,2,...,100).

   $S_{100} = \sum_{i=1}^{100} X_i$ - liczba detali z usterkami wśród 100 wybranych.

   S_{100} jest sumą 100 niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie zero-jedynkowym, ma więc rozkład dwumianowy o parametrach:

   $ES_{100} = 100 * 0,1 = 10,\ DS_{100} = \sqrt{100 * 0,1 * 0,9} = 3.$

   $$P(S_{100} \geq 13) = 1 - P(S_{100} < 13) = 1 - P(\frac{S_{100} - 13}{3} < \frac{13 - 10}{3}) \approx 1 - P(U < 1) =$$
   $$= 1 - \Phi(1) = 1 - 0,8413 = 0,1587.$$

2. Niech

   $X_i = 1$, gdy komputer Jasia podczas i-tej gry zawiesi się,

   $X_i = 0$, gdy komputer Jasia podczas i-tej gry nie zawiesi się, (i=1,2,...,25).

   Zatem zmienna $S_{25} = \sum_{i=1}^{25} X_i$ jest liczbą zawieszeń komputera podczas 25 gier.

   Zmienna S_{25} jako suma 25 niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie zero-jedynkowym ma rozkład dwumianowy z parametrami

   $ES_{25} = 25 * 0,36 = 9, DS_{25} = \sqrt{25 * 0,36 * 0,64} = \sqrt{5,76} = 2,4.$ Zatem

   $$P(S_{25} < 10) = P(\frac{S_{25} - 9}{2,4} < \frac{10 - 9}{2,4}) \approx P(U < 0,42) = \Phi(0,42) = 0,6628.$$

3. Zmienna losowa X ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 36,$ czyli dość dużego, zatem rozkład Poissona jest w przybliżeniu normalny $N(\lambda, \sqrt{\lambda})$. Wykorzystując ten fakt otrzymujemy:

   $$P(X \leq 30) = P(\frac{X - 36}{6} \leq \frac{30 - 36}{6}) \approx P(U \leq -1) = \Phi(-1) = 1 - \Phi(1) =$$
   $$= 1 - 0,8413 = 0,1587.$$

4. Niech X będzie liczbą zamówień na usługi informatyczne, które otrzymuje w ciągu miesiąca pewna firma komputerowa, X ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 49,$ czyli dużym, zatem rozkład zmiennej losowej X można przybliżyć rozkładem normalnym $N(49,7)$. Stąd

   a) $$P(X \geq 40) = 1 - P(X < 40) = 1 - P(\frac{X - 49}{7} < \frac{40 - 49}{7}) \approx 1 - P(U < 1,28) =$$
   $$= 1 - 0,8997 = 0,1003.$$

   b) $$P(X < 55) = P(\frac{X - 49}{77} < \frac{55 - 49}{7}) \approx P(U < 0,86) = \Phi(0,86) = 0,8051.$$

5. Niech S_{160} będzie liczbą dorosłych Polaków mających kłopoty ze snem (czyli jest sumą 160 niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie zero-jedynkowym (dorosły Polak ma lub nie kłopoty ze snem)). Mamy

   $ES_{160} = 160 * 0,3 = 48, DS_{160} = \sqrt{160 * 0,3 * 0,7} = \sqrt{33,6}.$

P($P(S_{160} \le 50) = P(\frac{S_{160} - 48}{\sqrt{33,6}} \le \frac{50 - 48}{\sqrt{33,6}}) \approx P(U \le 0,35) = \Phi(0,35) = 0,6368.$

6. Było robione na wykładzie.
7. Niech X_i będzie liczbą oczek wyrzuconą w i-tym rzucie. Zatem $S_{30} = \sum_{i=1}^{30} X_i$ jest sumą oczek wyrzuconych w 30 rzutach. Ponieważ

$$EX_i = \frac{1}{6}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 3,5$$

$$EX_i^2 = \frac{1}{6}(1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36) = \frac{91}{6}$$

$$DX_i = \frac{91}{6} - 3,5^2 = 2,916.$$

Zatem $ES_{30} = 30 * 3,5 = 105, D^2 S_{30} = 30 * 2,916 = 87,48, DS_{30} = \sqrt{87,48} = 9,353.$

$$P(90 \le S_{30} \le 120) = P(\frac{90 - 105}{9,353} \le \frac{S_{30} - 105}{9,353} \le \frac{120 - 105}{9,353}) = P(-1,6 \le U \le 1,6) =$$

$$= \Phi(1,6) - \Phi(-1,6) = \Phi(1,6) - (1 - \Phi(1,6)) = 2 * \Phi(1,6) - 1 = 2 * 0,9452 - 1 = 0,8904.$$

8. X_i ,(i=1,…,12) mają rozkład jednostajny skoncentrowany na przedziale (0,1), zatem

$$EX_i = \frac{1}{2}, D^2 X_i = \frac{1}{12}(1 - 0)^2 = \frac{1}{12}.$$

Zmienne X_i ,(i=1,…,12) są niezależne, a więc

$$E(\sum_{i=1}^{12} X_i) = 12 * 0,5 = 6, D^2(\sum_{i=1}^{12} X_i) = 12 * \frac{1}{12} = 1.$$

$$P(\sum_{i=1}^{12} X_i > 6) = P(\frac{\sum_{i=1}^{12} X_i - 6}{1} > \frac{6 - 6}{1}) \approx P(U > 0) = 1 - P(U \le 0) = 1 - \Phi(0) = 1 - 0,5 = 0,5.$$

9. Zmienne X_i (i=1,…,25) mają rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 1$. Zatem $EX_i = 1, DX_i = 1.$ Ponieważ zmienne losowe X_i (i=1,…,25) są niezależne, więc $E(\sum_{i=1}^{25} X_i) = 25, D(\sum_{i=1}^{25} X_i) = 5.$ Zatem

$$P(\sum_{i=1}^{25} X_i > 15) = 1 - P(\sum_{i=1}^{25} X_i \le 15) = 1 - P(\frac{\sum_{i=1}^{25} X_i - 25}{5} \le \frac{15 - 25}{5}) \approx 1 - P(U \le -2) =$$

$$= 1 - \Phi(-2) = \Phi(2) = 0,97725.$$