

Przykład kolokwium szkice rozwiązań

Zad.1

$P(B_1) = 0,96$ – prawdop. wylosowania elementu dobrego

$P(B_2) = 0,04$ - prawdop. wylosowania elementu złego

A – element przeszedł kontrolę

$$P(A|B_1) = 0,98, \quad P(A|B_2) = 0,05$$

$$P(A) = P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) = 0,98 \cdot 0,96 + 0,05 \cdot 0,04$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1)P(B_1)}{P(A)}$$

Zad. 2.

$$X \sim N(30,3)$$

a) $P(X < 28) \approx \frac{N}{100}$ Odp. $N \approx 100P(X < 28) = ?$

b) $P(25 < X < 31) = ?$

c) $x \geq q_{0,05} = q?$ $P(X \leq q) = 0,5$ $P(X \geq q) = 0,95$

95% opakowań ma wagę co najmniej q .

Zad. 3.

1... stała $a = ?$

$$a \frac{1}{2} + a = 1 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2}{3}$$

$$P(X > 0,5) = 1 - F(0,5) = 1 - \frac{0,5^2}{3}$$

(1) $0 < x \leq 1 \Rightarrow F(x) = \int_0^x \frac{2}{3} t dt = \frac{2}{3} \frac{x^2}{2} = \frac{x^2}{3}$

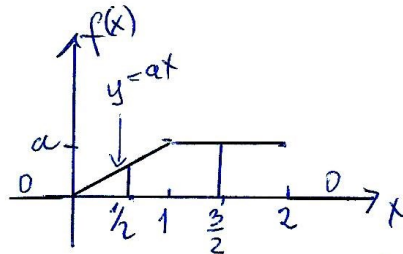
(2) $1 < x \leq 2 \Rightarrow F(x) = F(1) + \int_1^x \frac{2}{3} dt = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(x - 1) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{3}, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Zad3. Dobrać stałą a tak, aby funkcja f była gęstością pewnej zmiennej losowej X typu ciągłego.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \text{ lub } x > 2 \\ ax & 0 < x \leq 1 \\ a & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Wyznaczyć i narysować dystrybucję oraz obliczyć $P(X > 0,5)$.



$$a = \frac{2}{3}$$

$$P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right) = \int_{1/2}^{3/2} f(x) dx = \int_{1/2}^1 \frac{2}{3}x dx + \int_1^{3/2} \frac{2}{3} dx =$$

$$= \frac{2}{3} \frac{x^2}{2} \Big|_{1/2}^1 + \frac{2}{3} x \Big|_1^{3/2} = \frac{2}{3} \left(\frac{1^2}{2} - \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} - 1 \right) = ?$$

$a = \frac{2}{3} ?$ Pole pod wykresem gęstości:

$$\underbrace{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot a}_{\text{pole } \Delta} + \underbrace{(2-1) \cdot a}_{\text{pole } \square} = \frac{a}{2} + a = \frac{3}{2}a = 1 \rightarrow a = \frac{2}{3}$$