

## Statystyczna Analiza Danych

### Ćwiczenia 5

**Zadanie 1** Zmienna losowa  $X$  ma rozkład typu ciągłego z gęstością  $f$  postaci:

$$f(x) = \begin{cases} A & \text{dla } x \in [2, 6] \\ 0 & \text{dla } x \notin [2, 6] \end{cases}$$

- a) Ile wynosi wartość parametru  $A$ ?
- b) Znaleźć dystrybuantę zmiennej losowej  $X$  i narysować jej wykres.
- c) Obliczyć:  $P(X \leq 5)$ ,  $P(X > 3)$ ,  $P(X = 3)$ ,  $P(1 \leq X \leq 4)$ .
- d) Zinterpretować obliczone w punkcie c) prawdopodobieństwa na wykresach gęstości i dystrybuanty zmiennej losowej  $X$ .

**Zadanie 2** Dla jakiej wartości parametru  $A$  następująca funkcja

$$f(x) = \begin{cases} A(x-1) & \text{dla } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{dla } x \notin [0, 1] \end{cases}$$

jest gęstością rozkładu zmiennej losowej? Znaleźć dystrybuantę rozkładu tej zmiennej losowej.

**Zadanie 3** Zmienna losowa  $X$  ma rozkład typu ciągłego z gęstością  $f$  postaci:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{dla } x \in [-1, 0) \\ x & \text{dla } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{dla } x \notin [-1, 1] \end{cases}$$

- a) Znaleźć dystrybuantę zmiennej losowej  $X$  i narysować jej wykres.
- b) Obliczyć prawdopodobieństwo

$$\left| X - \frac{1}{8} \right| < \frac{5}{8}.$$

- c) Wyznaczyć wartość oczekiwaną  $E(X)$ , medianę oraz odchylenie standardowe  $\sigma_X$ .

**Zadanie 4** Dystrybuanta  $F$  zmiennej losowej  $X$  jest dana wzorem:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 5 \\ 0,1(x-5) & \text{dla } 5 \leq x < 15 \\ 1 & \text{dla } 15 \leq x \end{cases}$$

- a) Wyznaczyć gęstość  $f$  rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $X$ .
- b) Obliczyć prawdopodobieństwo

$$|X - 10| > 1.$$

- c) Wyznaczyć wartość oczekiwaną  $E(X)$  oraz odchylenie standardowe  $\sigma_X$ .

**Zadanie 5** Serwer wyposażony jest w dwa dyski twarde, z których jeden jest zapasowy (gorąca rezerwa) i przejmuje funkcje dysku głównego w chwili uszkodzenia drugiego z nich. Niech  $X$  oznacza czas bezawaryjnej pracy pojedynczego dysku (w miesiącach). Załóżmy, że gęstość zmiennej losowej  $X$  ma postać

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot x e^{-x/2} & \text{dla } x > 0 \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

Ile wynosi prawdopodobieństwo, że system będzie działał bezawaryjnie przez co najmniej przez 5 miesięcy?