Testy nieparametryczne na poziomie istotności α

Test zgodności chi-kwadrat Pearsona

$$H_0 : p_1 = p_1^0, p_2 = p_2^0, \ldots, p_k = p_k^0, \qquad \sum_{i=1}^{k} p_i^0 = 1.$$

Statystyka testowa:

$$\chi_*^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n \cdot p_i^0)^2}{n \cdot p_i^0} \approx_{|H_0} \chi^2[k-1],$$

gdzie n_i oznacza liczność i-tej klasy, $i = 1, 2, \ldots, k$, $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$.

Decyzja: Hipotezę zerowa odrzucamy jeżeli

$$\chi_*^2 \geqslant \chi_{1-\alpha,k-1}^2,$$

w przeciwnym przypadku nie ma podstaw do odrzucenia H_0.

Uwaga: Jeżeli liczność klasy jest mniejsza od 5 to łączymy tę klasę z klasą sąsiednią.

Test niezależności chi-kwadrat

Mamy n-elementową próbę dwuwymiarowej zmiennej losowej (X, Y), gdzie zmienna X może przyjąć jedną z k kategorii x_i, $i = 1, \ldots, k$ oraz zmienna Y jedną z l kategorii y_j, $j = 1, \ldots, l$, zapisaną w postaci tablicy kontygencji

Y X	y_1	y_2	$\cdots$	y_l	$n_{i\bullet}$
x_1	n_{11}	n_{12}	$\cdots$	n_{1l}	$n_{1\bullet}$
x_2	n_{21}	n_{22}	$\cdots$	n_{2l}	$n_{2\bullet}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
x_k	n_{k1}	n_{k2}	$\cdots$	n_{kl}	$n_{k\bullet}$
$n_{\bullet j}$	$n_{\bullet 1}$	$n_{\bullet 2}$	$\cdots$	$n_{\bullet l}$	n

$$n_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{l} n_{ij}, \quad i = 1, \ldots, k \quad oraz \quad n_{\bullet j} = \sum_{i=1}^{k} n_{ij}, \quad j = 1, \ldots, l$$

Hipoteza o niezależności X i Y

$$H_0 : X \text{ i } Y \text{ niezależne}$$

Statystyka testowa

$$\chi_*^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} \frac{\left(n_{ij} - n_{ij}^0\right)^2}{n_{ij}^0}, \quad n_{ij}^0 = \frac{n_{i\bullet} \cdot n_{\bullet j}}{n}.$$

Decyzja: Hipotezę zerowa odrzucamy jeżeli

$$\chi_*^2 \geqslant \chi_{1-\alpha,(k-1)(l-1)}^2,$$

w przeciwnym przypadku nie ma podstw do odrzucenia H_0.