Rozwiązania zadań C11

Zad.1. Na podstawie 64 losowo wybranych rozmów telefonicznych obliczono średnią długość rozmowy, która wyniosła 4,2 minuty. Z poprzednich badań wiadomo, że wariancja długości rozmów telefonicznych wynosi 1,44 min^2. Zakładając, że czas rozmowy ma rozkład normalny:

(a) Podać ocenę punktową średniej długości rozmowy oraz wybrać model do oceny przedziałowej.

(b) Oszacować przedziałowo średnią długość rozmowy telefonicznej na poziomie ufności 0,95 oraz 0,99. Porównać długości obu wyznaczonych przedziałów i wyjaśnić, w jaki sposób przedział zależy od przyjętego poziomu ufności.

Rozw. Niech zmienna losowa X oznacza długość rozmowy telefonicznej. Wiemy, że X ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej μ oraz wariancji $\sigma^2 = 1{,}44,$ co w skrócie zapisujemy jako: $X \sim N(\mu; 1{,}2)$. Na podstawie próbki $n = 64$ rozmów obliczono średnią próbkową $\bar{x} = 4{,}2$ (minuty)

(a) ocena punktowa μ - wartość estymatora (punktowego) wartości oczekiwanej (średniej) μ zmiennej losowej X wyznaczona na podstawie próbki (realizacji prostej próby losowej). Estymatorem średniej μ jest średnia z próby:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$$

Wartością $\bar{X}$ jest średnia z próbki:

$\hat{\mu} = \bar{x} = 4{,}2$ - ocena punktowa średniej długości rozmowy μ.

W zadaniu cecha ma rozkład normalny o znanej wariancji, więc stosujemy model I do wyznaczenia przedziału ufności dla średniej.

(b) Zgodnie z modelem I przedział ufności dla μ na poziomie ufności $1 - \alpha$ to:

$$\left[\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

- $1 - \alpha = 0{,}95 \;\Rightarrow\; \alpha = 0{,}05 \;\Rightarrow\; \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \;\Rightarrow\; 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \;\Rightarrow\; z_{0{,}975} = 1{,}96$
  95% przedział ufności dla μ (ocena przedziałowa dla μ na poziomie ufności 0,95) to

$$\left[4{,}2 - 1{,}96 \cdot \frac{1{,}2}{\sqrt{64}};\; 4{,}2 + 1{,}96 \cdot \frac{1{,}2}{\sqrt{64}}\right] = [3{,}9060; 4; 4940] \approx [3{,}9; 4{,}5]$$

- $1 - \alpha = 0{,}99 \;\Rightarrow\; \alpha = 0{,}01 \;\Rightarrow\; \frac{\alpha}{2} = 0{,}005 \;\Rightarrow\; 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}995 \;\Rightarrow$

$$z_{0{,}995} = 2{,}5758$$

99% przedział ufności dla μ (ocena przedziałowa dla μ na poziomie ufności 0,95) to

$$\left[4{,}2-2{,}5758\frac{1{,}2}{\sqrt{64}};4{,}2+2{,}5758\frac{1{,}2}{\sqrt{64}}\right]=[3{,}8136;4{,}5864]\approx[3{,}8;4{,}6]$$

- Długość przedziału dla μ na poziomie ufności 0,99 > długość przedziału dla μ na poziomie ufności 0,95

($z_{0,995}$ = 2,5758 > 1,96 = $z_{0,975}$ $\Longrightarrow$ Przedział ufności na poziomie ufności 0,99 ma większą długość (jest zawarty) niż długość przedziału na poziomie 0,95)

- Długość przedziału ufności w modelu I wynosi $2z_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Niech $1-\alpha_1>1-\alpha_2$ będą dwoma dowolnie ustalonymi poziomami ufności. Wówczas:

$$1-\frac{\alpha_1}{2}>1-\frac{\alpha_2}{2}\quad\Longrightarrow\quad z_{1-\frac{\alpha_1}{2}}>z_{1-\frac{\alpha_2}{2}}\quad\Longrightarrow\quad 2z_{1-\frac{\alpha_1}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}>2z_{1-\frac{\alpha_2}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

tzn. im większy poziom ufności tym większa długość przedziału ufności.

(Jeśli zwiększymy zaufanie, że nieznany parametr jest w wyznaczonym przedziale ufności, to musi zwiększyć się przedział – jego długość, bo środki przedziałów są takie same $\bar{x}$.)

Zad.2. Czas montażu bębna w pralce automatycznej jest zmienną losową o rozkładzie normalnym. Zmierzono czas montażu bębna przez 6 losowo wybranych robotników i otrzymano następujące wyniki (w minutach):

6,2 7,1 6,3 6,9 7,5 7,0

a) Oszacować punktowo średni czas montażu bębna w pralce oraz podać przedział ufności dla średniego czasu montażu bębna w pralce.
b) Oszacować punktowo i przedziałowo odchylenie standardowe czasu montażu bębna w pralce.

Przyjąć poziom ufności 0,95.

Rozw. Niech zmienna losowa X będzie czasem montażu bębna w pralce. Z treści zadania $X\sim N(\mu,\sigma)$.

a)

- Oszacowaniem punktowym parametru μ, (tzn. wartością estymatora parametru μ) jest średnia z próbki
  - $\hat{\mu}=\bar{x}=6{,}8333\approx 6{,}8$, gdzie policzyliśmy

$$\bar{x}=\frac{6{,}2+7{,}1+6{,}3+6{,}9+7{,}5+7{,}0}{6}=\frac{41}{6}=6{,}8333$$

- Na podstawie modelu II (rozkład normalny cechy, nieznane odchylenie standardowe) przedziałem ufności dla μ na poziomie ufności $1-\alpha$ jest

$$\left[\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right],$$

gdzie $n-1=5$, $\left(1-\alpha = 0{,}95 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \Rightarrow\right) 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}975$,

$t_{0,975;5} = 2{,}5706$ - kwantyl rzędu 0,975 rozkładu t – Studenta o 5 stopniach swobody

$$\bar{x} = 6{,}8333$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2\right)$$
$$= \frac{1}{5}[(6{,}2-6{,}8333)^2 + (7{,}1-6{,}8333)^2 + (6{,}3-6{,}8333)^2$$
$$+ (6{,}9-6{,}8333)^2 + (7{,}5-6{,}8333)^2 + (7{,}0-6{,}8333)^2] =$$
$$= 0{,}2467$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0{,}2467} = 0{,}4967$$

Po wstawieniu powyższych wartości do wzoru na szukany przedział ufności mamy

$$\left[6{,}8333 - 2{,}5706 \cdot \frac{0{,}4967}{\sqrt{6}}; 6{,}8333 + 2{,}5706 \cdot \frac{0{,}4967}{\sqrt{6}}\right] = [6{,}3111; 7{,}3555] \approx [6{,}3; 7{,}4]$$

- Ocena punktowa średniego czasu montażu bębna: 6,8 (min.)
- Ocena przedziałowa średniego czasu montażu bębna na poziomie ufności 0,95: [6,3;7,4] (w min.)

b)

- Oceną punktową odchylenia standardowego σ jest próbkowe odchylenie standardowe

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0{,}2467} = 0{,}4967 \approx 0{,}50 \text{ (min.)}$$

- Oceną przedziałową odchylenia standardowego na poziomie ufności 0,95 jest przedział

$$\left[\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}}}, \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}}}\right],$$

gdzie w zadaniu zakładamy, że

$$1-\alpha = 0{,}95, \quad 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}975, \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025, \qquad n = 6, n-1 = 5$$

$$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0,975;5} = 12,8325 \ , \qquad \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0,025;5} = 0,8312$$

$$\left[\sqrt{\frac{5\cdot 0,2467}{12,8325}}, \sqrt{\frac{5\cdot 0,2467}{0,8312}}\right] = [0,3100; 1,2182] \approx [0,31; 1,22] \text{ (w min.)}$$

<u>Zad. 3</u>. Wysokość średnich zarobków losowej próby 30 pracowników pewnego przedsiębiorstwa przedstawia się następująco:

Zarobki (w tys. zł.)	Liczba pracowników
0,6 - 1,0	3
1,0 - 1,4	10
1,4 - 1,8	12
1,8 - 2,2	5

a) Oszacować punktowo średnią wysokości średnich zarobków w tym przedsiębiorstwie oraz wariancję wysokości średnich zarobków w tym przedsiębiorstwie.

b) Znaleźć przedziały ufności dla średniej i wariancji średniej wysokości zarobków w tym przedsiębiorstwie. Przyjąć poziom ufności 0,99.

Jakie założenie jest niezbędne aby można było rozwiązać zadanie?

<u>Rozw.</u> (a)

- Niech zmienna losowa X będzie wysokością średnich zarobków losowo wybranego pracownika przedsiębiorstwa.
- Niech $EX = \mu, \ \ Var(X) = \sigma^2$

Ocenami punktowymi μ i σ^2, wyznaczonymi na podstawie danych zgrupowanych o liczności n oraz k przedziałach (klasach) mających liczebności obserwacji i środki przedziałów, odpowiednio: $n_i, \ \bar{x}_i, \ i = 1,2,..,k,$ są

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\bar{x}_i = \frac{1}{30}(3\cdot 0,8 + 10\cdot 1,2 + 12\cdot 1,6 + 5\cdot 2) = 1,4533$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} n_i(\bar{x}_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{29}[3\cdot(0,8-1,4533)^2 + 10\cdot(1,2-1,4533)^2 +$$

$$+12\cdot(1,6-1,4533)^2 + 5\cdot(2-1,4533)^2] = 0,12671$$

(b)

- Aby wyznaczyć przedział ufności dla μ musimy wybrać jeden z poniższych modeli:

Model I: rozkład cechy normalny $N(\mu,\sigma)$, σ – znane

Model II: rozkład cechy normalny $N(\mu,\sigma)$, σ – nieznane

Model III: rozkład cechy dowolny, σ – nieznane, $n \geq 50$

W zadaniu $n = 30 < 50$, zatem należy założyć, że wysokość średnich zarobków pracownika ma rozkład normalny o nieznanych parametrach i skorzystać z Modelu II. Wówczas przedział ufności dla μ:

$$\left[\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right],$$

gdzie należy podstawić: $n-1 = 29$, $\left(1-\alpha = 0{,}99 \implies \frac{\alpha}{2} = 0{,}005 \implies\right) 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}995$

$t_{0{,}995;29} = 2{,}7564$ - kwantyl rzędu 0,995 rozkładu t – Studenta o 29 stopniach swobody,

$$\bar{x} = 1{,}4533, \qquad s = \sqrt{0{,}12671} = 0{,}35597$$

$$\left[1{,}4533 - 2{,}7564 \cdot \frac{0{,}35597}{\sqrt{30}}, 1{,}4533 + 2{,}7564 \cdot \frac{0{,}35597}{\sqrt{30}}\right] = [1{,}2742; 1{,}6324]$$

<u>Interpretacja przedziału ufności:</u>

Szansa, że średnia wysokość średnich zarobków pracownika μ jest w wyznaczonym przedziale to 0,99.

- Aby wyznaczyć przedział ufności dla σ^2 musimy wybrać jeden z poniższych modeli:

Model I: rozkład cechy normalny $N(\mu,\sigma)$, μ – znane

Model II: rozkład cechy normalny $N(\mu,\sigma)$, μ – nieznane

a) $n \leq 40$
b) $n > 40$

Model III: rozkład cechy dowolny, μ – nieznane, $n \geq 100$

Przy założeniu, że populacja ma rozkład normalny o nieznanej średniej, a próbka w zadaniu ma liczność $n = 30$, należy wybrać model IIa), dla którego przedział ufności dla wariancji ma postać:

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}}\right]$$

$$1-\alpha = 0{,}99 \quad 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}995, \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}005$$

$$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0{,}995;29} = 52{,}3356\ , \qquad \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0{,}005;29} = 13{,}1211$$

$$(n-1)s^2 = 29 \cdot 0{,}12671 = 3{,}67459$$

Stąd przedziałem ufności dla wariancji wysokości średnich zarobków pracownika na poziomie ufności 0,99 jest przedział:

$$[0{,}07021; 0{,}28005]$$

<u>Zad. 4</u>. Telewizja badała zainteresowanie pewnym programem. Na 2200 losowo wybranych telewidzów 1386 potwierdziło zainteresowanie owym programem. Oszacować punktowo i przedziałowo procent telewidzów zainteresowanych wspomnianym programem. Przyjąć poziom ufności 0,95.

<u>Rozw</u>. Niech zmienna losowa X przyjmuje wartość 1, jeśli losowy telewidz jest zainteresowany danym programem, oraz wartość 0 w przeciwnym przypadku. Wówczas

- $X \sim Bin(1;p)$, $p \in (0,1)$, p jest odsetkiem telewidzów zainteresowanych programem.
- $n = 2200$ – liczebność próbki
- $k = 1386$ – liczba zainteresowanych programem
- $1-\alpha = 0{,}95$ – poziom ufności

$$\hat{p} = \frac{k}{n} = \frac{1386}{2200} = 0{,}63 \text{ - ocena punktowa } p \text{ (proporcja empiryczna)}$$

Oceną punktową procenta telewidzów zainteresowanych programem jest 63%.

- Przedział ufności dla p na poziomie ufności $1-\alpha$ ma postać (model IV)

$$[\hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}]$$

- $1-\alpha = 0{,}95 \implies \alpha = 0{,}05 \implies \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \implies 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \implies z_{0{,}975} = 1{,}96$

$$\left[0{,}63 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}63 \cdot 0{,}37}{2200}}, 0{,}63 + 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}63 \cdot 0{,}37}{2200}}\right] = [0{,}6098; 0{,}6502]$$ – ocena przedziałowa odsetka telewidzów zainteresowanych programem na poziomem ufności 0,95.

<u>Odp.</u>

- Oceną punktową (wartością estymatora) procenta telewidzów zainteresowanych programem $p \cdot 100\%$ jest 63%
- Przedziałem ufności dla procenta telewidzów zainteresowanych programem na poziomie ufności 0,95 jest:

$$[60{,}98\%;\, 65{,}02\%]$$

Zad. 5. Postanowiono zbadać jak kształtuje się wysokość miesięcznych premii w pewnej firmie. W tym celu wylosowano 200 pracowników tej firmy i otrzymano dla nich następujące wyniki:

Wysokość premii (zł.)	400 - 600	600 - 800	800 - 1000	1000 - 1200	1200 - 1400
Liczba pracowników	20	60	80	30	10

(a) Oszacować punktowo i przedziałowo średnią wysokość premii

(b) Oszacować punktowo i przedziałowo odsetek pracowników tej firmy, którym wypłacono premię poniżej 1000 zł. Przyjąć poziom ufności 0,95.

Rozw. Niech zmienna losowa X będzie wysokością miesięcznej premii losowo wybranego pracownika firmy.

Oznaczmy: $EX = \mu,\ Var(X) = \sigma^2$

(a) Oceną punktową średniej wysokości premii μ jest średnia próbkowa wyznaczona dla danych zgrupowanych:

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \bar{x}_i = \frac{1}{200}(20 \cdot 500 + 60 \cdot 700 + 80 \cdot 900 + 30 \cdot 1100 + 10 \cdot 1300)$$
$$= 850$$

Przybliżonym przedziałem ufności dla średniej μ, przy licznej próbie i dowolnym rozkładzie cechy jest przedział (model III)

$$\left[\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

Wyznaczymy najpierw próbkowe odchylenie standardowe:

Wysokość premii (w zł.)	Liczba pracowników	Środek $\bar{x}_i$	$n_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2$
400 – 600	20	500	$20(500-850)^2$
600 – 800	60	700	$60(700-850)^2$
800 – 1000	80	900	$80(900-850)^2$
1000 – 1200	30	1100	$30(1100-850)^2$
1200 – 1400	10	1300	$10(1300-850)^2$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} n_i(\overline{x_i} - \bar{x})^2 = 39698{,}492$$

$$s = \sqrt{s^2} = 199{,}24481$$

$$n = 200,$$

$$1-\alpha = 0{,}95 \quad \Longrightarrow \quad \alpha = 0{,}05 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \quad \Longrightarrow \quad 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \quad \Longrightarrow \quad z_{0,975} = 1{,}96$$

$$\left[850 - 1{,}96\cdot\frac{199{,}24481}{\sqrt{200}}, 850 + 1{,}96\cdot\frac{199{,}24481}{\sqrt{200}}\right] = [822{,}3861; 877{,}6139]$$

Odp. Oceną przedziałową średniej wysokości premii na poziomie ufności 0,95 jest

[822,38;877,61] (w zł.)

a oceną punktową jest 850 (zł.)

(b) Niech

- $n = 200$ - liczebność próbki,
- p = prawdopodobieństwo, że losowo wybrany pracownik otrzymał premię poniżej 1000 zł.
- X – zmienna losowa przyjmująca wartość 1, jeśli losowo wybrany pracownik otrzymał premię poniżej 1000 zł. oraz wartość 0 w przeciwnym przypadku. Zatem
$$X \sim Bin(1; p)$$
- $k = 160$ = liczba pracowników w próbce, którzy otrzymali premię poniżej 1000 zł.
- $\hat{p} = \frac{k}{n} = \frac{160}{200} = 0{,}8$ = wartość estymatora p = ocena punktowa parametru p (proporcji lub inaczej odsetka osób, które otrzymały premię poniżej 1000 zł.)
- Przedział ufności dla p na poziomie ufności $1-\alpha$ ma postać (model IV)

$$[\hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}]$$

W zadaniu: $1-\alpha = 0{,}95 \Longrightarrow \alpha = 0{,}05 \Longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \Longrightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \Longrightarrow z_{0,975} = 1{,}96$

$$\left[0{,}8 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}8\cdot 0{,}2}{200}}, 0{,}8 + 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}8\cdot 0{,}2}{200}}\right] = [0{,}7446; 0{,}8554]$$

Odp. Oceną przedziałową odsetka pracowników, którzy otrzymali premię poniżej 1000 zł. na poziomie ufności 0,95 jest

[0,74;0,85]

Zad. 6. W celu oszacowania jednostkowego kosztu produkcji pewnego artykułu, produkowanego przez różne zakłady, wylosowano próbę 80 zakładów produkcyjnych i otrzymano następujące wyniki:

Koszt produkcji (w zł.)	Liczba zakładów
20 – 40	10
40 – 60	16
60 – 80	24
80 – 100	18
100 – 120	12

Na poziomie ufności 0,95 podać przedział ufności dla średniego jednostkowego kosztu produkcji tego artykułu.

Rozw. Niech zmienna losowa X będzie kosztem produkcji losowo wybranego artykułu.

Oznaczmy: $EX = \mu$, $Var(X) = \sigma^2$. Rozkład X jest nieznany (dowolny), natomiast liczebność próbki $n = 80$ jest duża.

Przybliżonym przedziałem ufności dla średniej μ, przy licznej próbie i dowolnym rozkładzie cechy jest przedział (model III)

$$\left[\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

Wyznaczymy najpierw średnią i wariancję próbkową na podstawie danych zgrupowanych:

Nr klasy i	Koszt produkcji (w zł.)	Środek $\bar{x}_i$	n_i	$n_i\bar{x}_i$	$n_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2$
1	20 – 40	30	10	300	$10(30-71{,}5)^2$
2	40 – 60	50	16	800	$16(50-71{,}5)^2$
3	60 – 80	70	24	1680	$24(70-71{,}5)^2$
4	80 – 100	90	18	1620	$18(90-71{,}5)^2$
5	100 – 120	110	12	1320	$12(110-71{,}5)^2$
		suma	80	5720	48620

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\bar{x}_i = \frac{1}{80}(10 \cdot 30 + 16 \cdot 50 + 24 \cdot 70 + 18 \cdot 90 + 12 \cdot 110) = \frac{5720}{80} = 71{,}50$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} n_i(\bar{x}_i - \bar{x})^2 = \frac{48620}{29} = 615{,}44304$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{615{,}44304} = 24{,}808124$$

$$1-\alpha=0,95 \;\Longrightarrow\; \alpha=0,05 \;\Longrightarrow\; \frac{\alpha}{2}=0,025 \;\Longrightarrow\; 1-\frac{\alpha}{2}=0,975 \;\Longrightarrow\; z_{0,975}=1,96$$

$$\left[\bar{x}-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}\right]=[71,5-1,96\cdot\frac{24,808124}{\sqrt{80}};71,5+1,96\cdot\frac{24,808124}{\sqrt{80}}]$$

$= [66,0637; 76,9363]$ = oszacowanie przedziałowe średniego jednostkowego kosztu produkcji artykułu na poziomie ufności 0,95.