

The Language of Technical Computing by MATLAB

Class 2 : Vector and matrix calculation

Outline

- Vector
- Array
- Index
- Multidimension array
- 習題

Vector

- 列向量(Row Vector)
 - ▶ 用 **空格** 或 **逗點** 來分隔元素
- 行向量(Column Vector)
 - ▶ 用 **分號** 來分隔元素

```
Command Window
>> a=[1 2 3 4]

a =

     1     2     3     4

>> a=[1,2,3,4]

a =

     1     2     3     4
```

```
Command Window
>> a=[1;2;3;4;5;6;7;8;9]

a =

     1
     2
     3
     4
     5
     6
     7
     8
     9
```

Vector

指令	說明
a:b	建立一個從a到b間距為1的列向量
a:step:b	建立一個從a到b間距為step的列向量
linspace(a,b,n)	建立一個從a到b具有n個元素的列向量 (linear spaced vector)
linspace(a,b)	建立一個從a到b具有100個元素的列向量

Vector

Command Window

```
>> a=1:10
```

```
a =
```

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

```
>> a=1:3:9
```

```
a =
```

```
1 4 7
```

```
>> linspace(1,10,3)
```

```
ans =
```

```
1.0000 5.5000 10.0000
```

Vector

Command Window

```
>> linspace(1,100)
```

```
ans =
```

Columns 1 through 21

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Columns 22 through 42

22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Columns 43 through 63

43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Columns 64 through 84

64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Columns 85 through 100

85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

Vector

函數	說明
length(v)	查詢v向量的元素個數
v'	v向量轉置，列向量→行向量、行向量→列向量 (複數時會取共軛)
sum(v)	計算向量v的總合
prod(v)	計算向量v的乘積
max(v)	取出向量v的最大值
min(v)	取出向量v的最小值
sort(v)	將向量v裡的元素由小排到大
sort(v, 'descend')	將向量v裡的元素由大排到小 (Matlab中用單引號表示字元或字串)
cumsum(v)	計算向量v的累加(cumulative sum)
cumprod(v)	計算向量v的累乘(cumulative product)

Vector

```
Command Window
>> a=[6 2+5i 3 6+4i 4];
>> a'
```

Transpose the vector a

```
ans =

    6.0000 + 0.0000i
    2.0000 - 5.0000i
    3.0000 + 0.0000i
    6.0000 - 4.0000i
    4.0000 + 0.0000i
```

conjugate

```
>> sort(a)

ans =

    3.0000 + 0.0000i    4.0000 + 0.0000i    2.0000 + 5.0000i    6.0000 + 0.0000i    6.0000 + 4.0000i

>> sort(a,'descend')

ans =

    6.0000 + 4.0000i    6.0000 + 0.0000i    2.0000 + 5.0000i    4.0000 + 0.0000i    3.0000 + 0.0000i
```


Array

函數	說明
size(m)	查詢陣列m的大小
length(m)	查詢陣列m的行數
ndims(m)	查詢陣列m的維數
numel(m)	查詢陣列m元素的總數

```
Command Window

>> a=[1 2 3;4 5 6]

a =
     1     2     3
     4     5     6
```

行 (column) → 列 (row)

```
>> size(a)

ans =
     2     3
```

```
>> length(a)

ans =
     3

>> ndims(a)

ans =
     2

>> numel(a)

ans =
     6
```

陣列a的行數為3行

陣列a的維數為2(矩陣)

陣列a共有6個元素(2 × 3)

Array

函數	說明
<code>zeros(n)</code>	建立一個 $n \times n$ 的全0矩陣
<code>zeros(m,n,p)</code>	建立一個 $m \times n \times p$ 的全0多維陣列
<code>ones(n)</code>	建立一個 $n \times n$ 的全1矩陣
<code>ones(m,n,p)</code>	建立一個 $m \times n \times p$ 的全1多維陣列
<code>eye(n)</code>	建立一個 $n \times n$ 的單位矩陣
<code>eye(m,n)</code>	建立一個 $m \times n$ 的對角線為1的矩陣
<code>diag(v)</code>	建立一個以向量 v 為對角元素的矩陣
<code>magic(n)</code>	建立一個 $n \times n$ 的魔術矩陣

Array

```
Command Window

>> eye(3,4)

ans =

    1    0    0    0
    0    1    0    0
    0    0    1    0

>> diag([1 2 5 4 3])

ans =

    1    0    0    0    0
    0    2    0    0    0
    0    0    5    0    0
    0    0    0    4    0
    0    0    0    0    3

>> magic(3)

ans =

    8    1    6
    3    5    7
    4    9    2
```

Array

函數	說明
$A+B$	矩陣A加矩陣B
$A-B$	矩陣A減矩陣B
$A*B$	矩陣A乘矩陣B(順序有差)
$A/B \quad A \setminus B$	$AB^{-1} \quad A^{-1}B$
A^n	矩陣A的n次方(矩陣A必須為方陣)
A'	矩陣A的共軛轉置
$\text{inv}(A)$	矩陣A的反矩陣
$\text{det}(A)$	矩陣A的行列式
$\text{expm}(A)$	矩陣A的指數
$\text{logm}(A)$	矩陣A的對數
$\text{sqrtm}(A)$	矩陣A的開平方根
$\text{sum}(A)$	矩陣A的所有行的總合

Array

函數	說明
diag(A)	取出矩陣A的主對角線元素
diag(A,k)	取出矩陣A的第k個對角線元素
triu(A)	取出矩陣A的對角線上的元素，其它為0(上三角矩陣)
triu(A,k)	取出矩陣A之第k個對角線以上元素，其它為0
tril(A)	取出矩陣A的對角線下的元素，其它為0(下三角矩陣)
tril(A,k)	取出矩陣A之第k個對角線以下元素，其它為0

Array

函數	說明
rand	建立一個0~1的亂數
rand(n)	建立一個0~1維度為nxn的亂數矩陣
rand(m,n,...,p)	建立一個0~1維度為mxnx...xp的亂數矩陣
randn	建立一個亂數
randn(n)	建立一個平均值為0標準差為1的nxn的亂數矩陣
randn(m,n,...,p)	建立一個平均值為0標準差為1的mxnx...xp的亂數矩陣

Array

函數	說明
$A.*B$	矩陣A的元素乘上矩陣B的相同位子元素(向量相同)
$A.^n$	矩陣A元素的n次方(向量相同)
$A.'$	矩陣A的轉置(不共軛)
$A./B$	矩陣A的元素除上矩陣B的相同位子元素(向量相同)
$A.\backslash B$	矩陣B的元素除上矩陣A的相同位子元素(向量相同)

Array

- Difference between $A * A$ and $A .* A$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$A * A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 36 & 42 \\ 66 & 81 & 96 \\ 102 & 126 & 150 \end{bmatrix}$$

$$A .* A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 16 & 25 & 36 \\ 49 & 64 & 81 \end{bmatrix}$$

Array

函數	說明
<code>eig(A)</code>	矩陣A的特徵值(eigenvalue)
<code>[v,m]=eig(A)</code>	將矩陣A的特徵值(eigenvalue)存到m裡， 特徵向量(eigenvector)存到v裡

A =

1	2	3
4	5	6
7	8	9

```
>> eig(A)
```

ans =

16.1168
-1.1168
-0.0000

Index

- Index of an array starts from 1 (0 for C and python).

A(1)	A(4)	A(7)
A(2)	A(5) A(2,2)	A(8)
A(3)	A(6)	A(9)

```
Command Window
>> a=[ 1  4  9 16 25 36];
>> a(4)

ans =

    16

>> b=a([3:5])

b =

     9    16    25

>> c=a([3:end])

c =

     9    16    25    36

>> c=a([1:2:6])

c =

     1     9    25
```

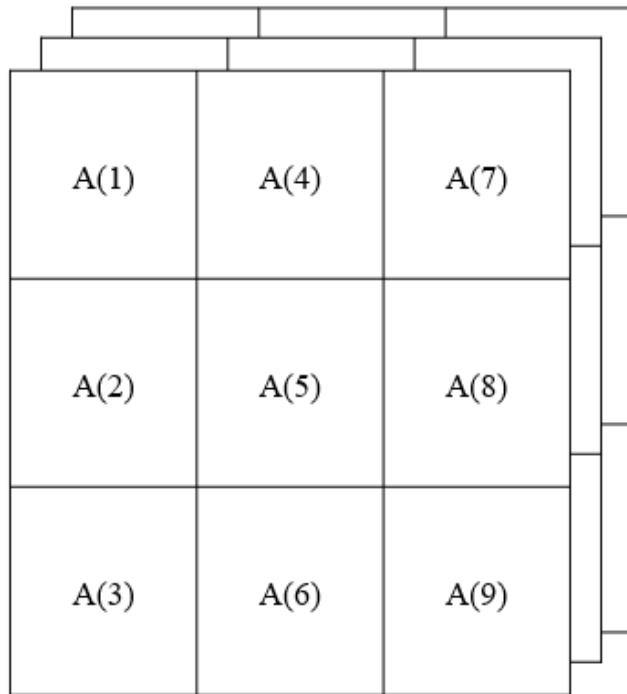
Index

- Matlab的矩陣是「**以行為主**」的結構來儲存，每個陣列都可以看成由數個行向量所組成的。

(1,1) or (1)	(1,2) or (4)	(1,3) or (7)
(2,1) or (2)	(2,2) or (5)	(2,3) or (8)
(3,1) or (3)	(3,2) or (6)	(3,3) or (9)

$$M(i, j) = M(i + (j - 1) \times m) = m(k)$$

Multidimension Array



Command Window

```
>> clear  
>> a(:,:,1)=[1 2 3 4;5 6 7 8;9 10 11 12;13 14 15 16];  
>> a(:,:,2)=[11 12 13 14;15 16 17 18;19 20 21 22;23 24 25 26];  
>> a
```

冒號：表示一整行或一整列

```
a(:,:,1) =
```

```
     1     2     3     4  
     5     6     7     8  
     9    10    11    12  
    13    14    15    16
```

```
a(:,:,2) =
```

```
    11    12    13    14  
    15    16    17    18  
    19    20    21    22  
    23    24    25    26
```

梯形積分

第 一 個 梯 形： $(f_0 + f_1) \times dx / 2$

第 二 個 梯 形： $(f_1 + f_2) \times dx / 2$

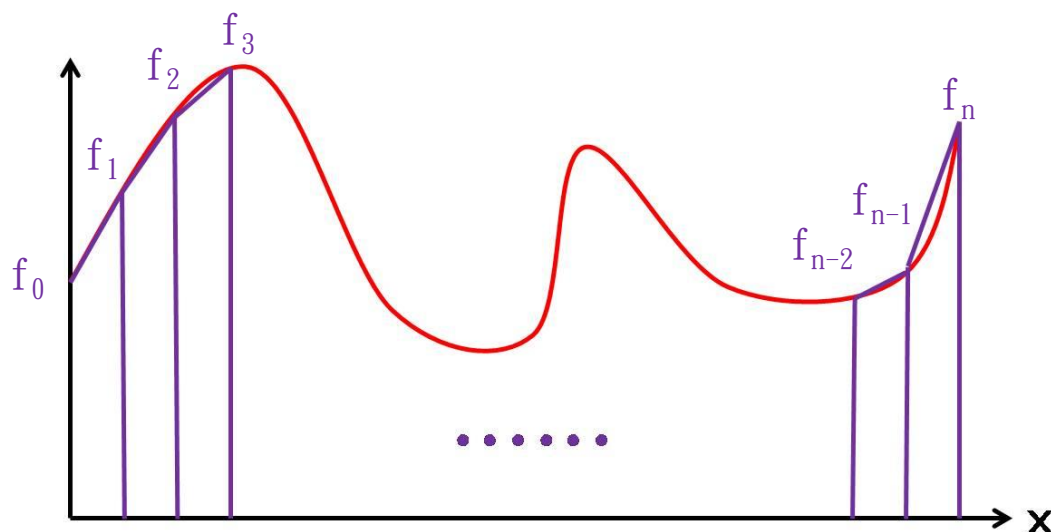
第 三 個 梯 形： $(f_2 + f_3) \times dx / 2$

⋮

第 $n-1$ 個 梯 形： $(f_{n-2} + f_{n-1}) \times dx / 2$

+) 第 n 個 梯 形： $(f_{n-1} + f_n) \times dx / 2$

$$(f_0 + 2f_1 + 2f_2 + \dots + 2f_{n-1} + f_n) \times dx / 2$$



習題

1. (1)請將上次作業題目 $\int_0^{10} e^x dx$ 利用梯形積分重新計算一次，並且計算誤差和執行時間。
(2)請利用矩陣方法(不用迴圈)來計算 $\int_0^{10} e^x dx$ ，並且計算誤差和執行時間(tic toc)。