

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Физико-механический институт

Кафедра «Прикладная математика»

**Отчёт по курсовой работе
по дисциплине «Анализ данных с интервальной
неопределённостью»**

Выполнил студент:
Бочкарев Илья Алексеевич
группа: 5040102/20201

Проверил:
к.ф.-м.н., доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2023 г.

Содержание

1	Постановка задачи	2
2	Теория	2
3	Реализация	3
4	Результаты	3
5	Обсуждение	4

Список иллюстраций

1	Геометрическая модель	2
---	---------------------------------	---

1 Постановка задачи

Решить СЛАУ, правая часть которой представлена в виде трапециевидных нечетких чисел, а левая – матрицей томографии. Сравнить различные способы решения.

2 Теория

Имеется фиксированное количество областей, находящихся на определенном расстоянии от камеры-обскуры, за которой стоят датчики. Геометрическая модель такой конструкции представляет собой m окружностей (областей) и n хорд 1. Элементы матрицы томографии находятся как точки пересечения хорд с каждой из окружностей.

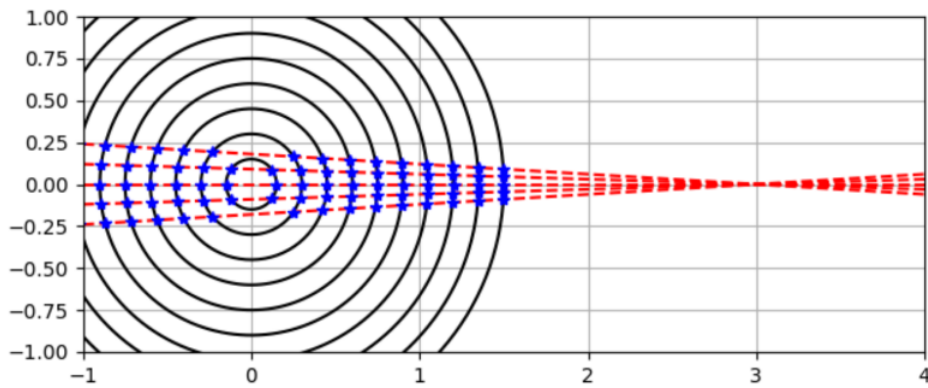


Рис. 1: Геометрическая модель

Имеется СЛАУ, левая часть которой представлена матрицей томографии, а правая представляет собой вектор трапециевидных нечетких чисел:

$$Ax = fuzzy(a, b, \gamma, \delta) \quad (1)$$

Рассмотрим два способа решения СЛАУ такого вида:

Независимо решить СЛАУ стандартными методами для ядра $[a, b]$ и для носителя $[\gamma, \delta]$ с использованием интервальной арифметики. Из полученных результатов сконструировать вектор-решение трапециевидных нечетких чисел.

Решить СЛАУ стандартными методами с использованием арифметики нечетких чисел.

Для поиска точечного решения системы независимо для ядра $[a, b]$ и для носителя $[\gamma, \delta]$ решается оптимизационная задача вида:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n w_i &\rightarrow \min \\ \text{mid}\underline{y}_i - w_i \text{rad}\underline{y}_i &\leq \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j \leq \text{mid}\overline{y}_i + w_i \text{rad}\overline{y}_i \\ w_i &\geq 0, i = 1..n, \end{aligned} \quad (2)$$

3 Реализация

Весь код написан на языке Python (версии 3.9.5). [Ссылка на GitHub с ИСХОДНЫМ КОДОМ.](#)

4 Результаты

Рассматривается модель с $m = n = 4$. Точное решение $x_j = 1, j = 1..m$, отсюда находится b . Вектор нечетких чисел: $bf_j = fuzzy(b_j - \epsilon, b_j + \epsilon, b_j - 2 * \epsilon, b_j + 2 * \epsilon)$, где $\epsilon = 0.0001$. В качестве метода решения СЛАУ использован матричный.

Полученный вектор правой части имеет вид:

$$\begin{aligned} bf = & [[1.1814, 1.1816], [1.1813, 1.1817]], \\ & [[1.19049, 1.19069], [1.19039, 1.19079]], \\ & [[1.19652, 1.19672], [1.19642, 1.19682]], \\ & [[1.19952, 1.19972], [1.19942, 1.19982]] \end{aligned} \quad (3)$$

Точечное решение:

$$x = 0.9999999997, 0.9999999998, 0.9999999997, 1.0000000003 \quad (4)$$

Результат раздельного решения:

$$\begin{aligned} x = & [[-3.37019, 5.37019], [-7.74037, 9.74037]], \\ & [[-1.56107, 3.56107], [-4.12214, 6.12214]], \\ & [[-42.63182, 44.63182], [-86.26364, 88.26364]], \\ & [[-49.56259, 51.56259], [-100.12518, 102.12518]] \end{aligned} \quad (5)$$

Решение с использованием арифметики нечетких чисел:

$$\begin{aligned}
x = & [[-3.37019, 5.37019], [-7.74037, 9.74037]], \\
& [[-1.56107, 3.56107], [-4.12214, 6.12214]], \\
& [[-42.63182, 44.63182], [-86.26364, 88.26364]], \\
& [[-49.56259, 51.56259], [-100.12518, 102.12518]]
\end{aligned} \tag{6}$$

Решения совпали, подставим в правую часть:

$$\begin{aligned}
Ax = & [[-29.79476, 32.15777], [-60.77102, 63.13403]], \\
& [[-29.46804, 31.84923], [-60.12668, 62.50787]], \\
& [[-29.25524, 31.64848], [-59.70709, 62.10033]], \\
& [[-29.15068, 31.54993], [-59.50098, 61.90023]]
\end{aligned} \tag{7}$$

5 Обсуждение

Можно заметить, что точечное решение лежит внутри ядер нечетких чисел. Результаты решения разными методами совпали, что обусловлено особенностями арифметики трапиевидных нечетких чисел.

Кроме того, можно заметить, что при подстановке полученного вектора x в изначальную систему интервальная неопределенность ядра и носителя значений вектора правой части увеличилась на 5 порядков относительно изначального bf .