

第一次作业

BobAnkh

1. 结合日常生活中的感受，归纳视觉与听觉信息的产生、传播、获取的特点。

视觉信息，也就是图像信息，是基于光这种物质产生，经由光学、化学和神经处理等过程得到的；它可以通过图像媒体（照片，胶片，数字存储体等）传递、共享；它由人类视觉系统感知获取

听觉信息，也就是声音信息，是基于声波这种物质产生，由物体振动产生的机械波得到；它通过介质传播，通过声音记录媒体（磁带，唱片，CD 等）传递、共享；它由人的听觉系统感知获取

2. 工作波长为 510nm 的激光器，其发光的辐射通量为 1 瓦特，分别求其在明视觉以及暗视觉下的光通量。(510nm 波长光的光谱光效率函数值为 0.503(明视觉)，0.997(暗视觉，注意暗视觉下光通量定义有变化))。

明视觉： $\Phi_v = 683 \times \Phi_e(\lambda) \times V(\lambda) = 683 \times 1 \times 0.503 = 343.549(lm)$

暗视觉： $\Phi_v = 1699 \times \Phi_e(\lambda) \times V(\lambda) = 683 \times 1 \times 0.997 = 1693.903(lm)$

3. CIE 物理三基色 R,G,B 的光谱光效率函数值分别为 0.0041, 0.9756, 0.0173, 如果 R 光通量为 1lm, G 光通量为 4.5907lm, B 光通量为 0.0601lm 可以合成白光，计算该白光的光通量和辐射通量现。

该白光的光通量为： $\Phi_v = 1 + 4.5907 + 0.0601 = 5.6508(lm)$

要计算白光的辐射通量，则应当计算各分光的辐射通量，然后加起来：

$$R: \Phi_e = \frac{\Phi_v}{683 \times V(\lambda)} = \frac{1}{683 \times 0.0041} = 0.3571(W)$$

$$G: \Phi_e = \frac{\Phi_v}{683 \times V(\lambda)} = \frac{4.5907}{683 \times 0.9756} = 0.0069(W)$$

$$B: \Phi_e = \frac{\Phi_v}{683 \times V(\lambda)} = \frac{0.0601}{683 \times 0.0173} = 0.0051(W)$$

由此得到白光的辐射功率： $\Phi_e = 0.3571 + 0.0069 + 0.0051 = 0.3691(W)$

4. 在一个没有遮挡的空地上水平放置一块边长为 0.5 米的方形平板，在一个多云天气，天空的辐射亮度均匀为 $1000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{sr}$ ，试计算平板中心点的辐射照度；如果平板是一个理想漫反射表面且漫反射系数 $k_d = 0.4$ ，试计算平板中心处法向量方向，以及和法向量夹角为 45° 方向上的反射辐射亮度。

$$\text{平板中心点辐射照度: } E = \int_{\Omega} L(\omega) \cos \theta d\omega = \pi L = 1000\pi (\text{W/m}^2)$$

若平板是理想漫反射表面，则反射幅度亮度与观察角度无关，即平板中心法向量方向和与法向量夹角 45° 方向上的反射辐射亮度是一样的，均可通过下式求得：

$$L_e = \int_{\Omega} \rho L(\omega_i) \cos \theta_i d\omega_i = \rho E_i = \frac{k_d}{\pi} E_i = \frac{0.4}{\pi} 1000\pi = 400 (\text{W/m}^2 \cdot \text{sr})$$

5. 某彩色光由物理三基色混配出，其中红基色光 10lm，绿基色光 23lm，蓝基色光 3lm，求该彩色光在 CIE-RGB 和 CIE-XYZ 中的配色方程以及色度坐标。

CIE-RGB:

$$\text{色系数: } R = 10/1 = 10, G = 23/4.5907 = 5, B = 3/0.0601 = 50$$

$$\text{配色方程为: } 10[R] + 5[G] + 50[B]$$

$$\text{色度坐标为: } (r, g, b) = \left(\frac{R}{R+G+B}, \frac{G}{R+G+B}, \frac{B}{R+G+B} \right) = \left(\frac{10}{65}, \frac{5}{65}, \frac{50}{65} \right) = (0.1538, 0.0769, 0.7692)$$

CIE-XYZ:

$$\text{色系数: } \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.7689 & 1.7518 & 1.1302 \\ 1.0000 & 4.5907 & 0.0601 \\ 0.0000 & 0.0565 & 5.5943 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

$$\text{可以算出: } \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 93 \\ 36 \\ 280 \end{bmatrix}$$

$$\text{配色方程为: } 93[X] + 36[Y] + 280[Z]$$

$$\text{色度坐标为: } (x, y, Y) = \left(\frac{X}{X+Y+Z}, \frac{Y}{X+Y+Z}, Y \right) = \left(\frac{93}{409}, \frac{36}{409}, 36 \right) = (0.2274, 0.0880, 36)$$

6. 已知某色光在 CIE-XYZ 表色系中的色度坐标为 (0.45, 0.15, 15)，求该色光的色系数；求可以和该色光混配出 60 流明等能白光的补色光配色方程和色度坐标。

$$\text{由题意可得色度坐标为: } (x, y, Y) = (0.45, 0.15, 15)$$

$$\text{则由此可以求得该色光的各个色系数: } X = \frac{Y}{y} x = 45, Y = 15, Z = \frac{Y}{y} - X - Y = 40$$

$$\text{若设补色光的配色方程为: } X_1[X] + Y_1[Y] + Z_1[Z], \text{ 则可以得到混配光的配色方程: } (45 + X_1)[X] + (15 + Y_1)[Y] + (40 + Z_1)[Z]$$

因为是要混配出 60 流明等能白光，故应该有：

$$45 + X_1 = 15 + Y_1 = 40 + Z_1 = 60$$

则可以解得: $X_1 = 15, Y_1 = 45, Z_1 = 20$

由此得到补色光的配色方程: $15[X] + 45[Y] + 20[Z]$

由此可以计算其色度坐标: $(x, y, Y) = (\frac{X}{X+Y+Z}, \frac{Y}{X+Y+Z}, Y) = (\frac{15}{80}, \frac{45}{80}, 45) = (0.1875, 0.5625, 45)$

7. 用几何的方式证明, 在小孔成像中, 空间中共面 P 的两条平行线的投影汇聚到直线 H 上。 H 是通过小孔且平行于 P 的平面与成像面的交线。

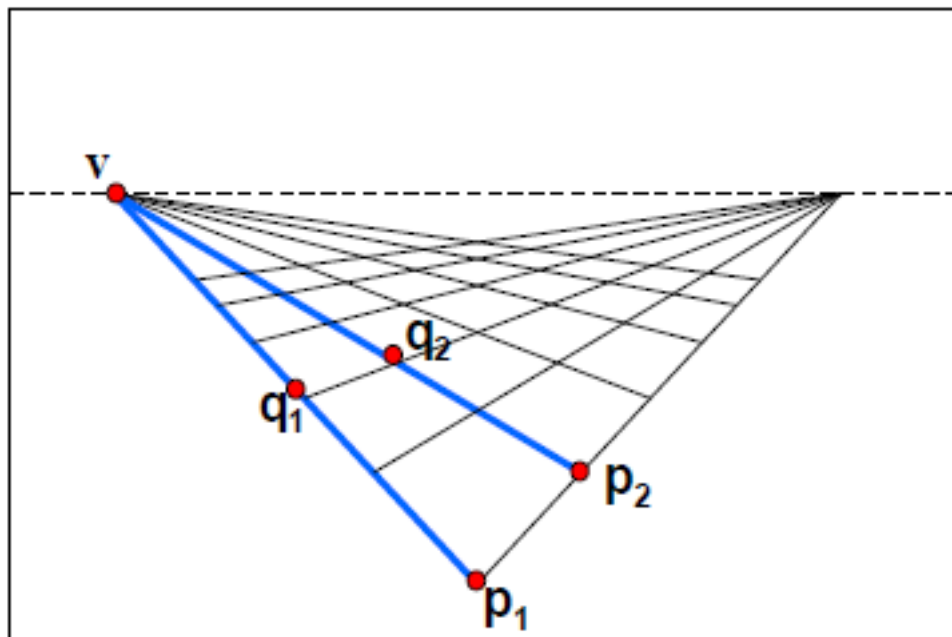


图 1:

采用课件上的图片用以说明。取空间中共面 P 的两条平行线 q_1p_1 和 q_2p_2 , 根据灭点的性质, 可以知道它们有共同的灭点 v , 并且过该灭点和小孔的直线会与 q_1p_1 和 q_2p_2 平行, 这也就意味着这条直线和平面 P 平行, 则由此过该直线做一个平行于 P 的平面 Q , 那么可知 v 必然在该平面与成像面的交线 H 上。同理对于另外任意两条在平面 P 上的平行线, 其共同的灭点也应该位于平面 Q 和成像平面上, 也就是交线 H 上。从而无数多组这样的两条平行线投影汇聚而成就是直线 H , 同时直线 H 是通过小孔且平行于平面 P 的平面与成像面的交线。

8. 第三章讲义中 P45 页中, 地面的灭线为图像最上方的白线, 已知图中男士的身高为 1.90 米, 请估算图中女士的身高。

延长灭线, 通过绘制各线找到垂直方向的灭点和参考物体的顶点 r 和底点 b , 确定待测物体的顶点 t_0 和底点 b_0 , bb_0 交灭线于灭点 v , 由此可以确定参考物体上的点 t , 则根据交比有:

$$\frac{\|t - b\| \|v_z - r\|}{\|r - b\| \|v_z - t\|} = \frac{H}{R}$$

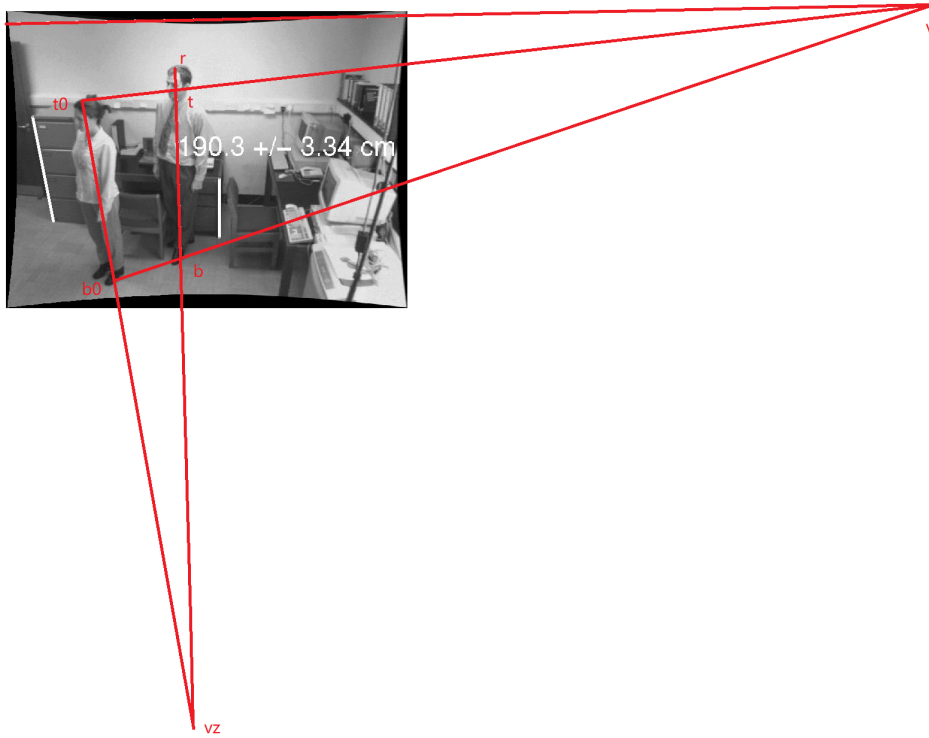


图 2:

则由此可以估算图中女士的身高:

$$H = \frac{\|t - b\| \|v_z - r\|}{\|r - b\| \|v_z - t\|} R = \frac{281.11 \times 1099.44}{317.13 \times 1063.42} \times 1.90 \approx 1.74m$$

9. 相机校准: 现要校准一个双目成像系统, 由 C1、C2 两台相机组成, 成像分辨率均为 640x480 像素 (宽 x 高)。以下数据均以 Matlab 格式给出。

1) 已知: 在以 C1 的成像中心为原点的坐标系下, 场景中 6 个标志点的坐标如下。矩阵中每一列表示一个标志点的三维坐标 $(x_s, y_s, z_s)^T$ 。

$$\begin{bmatrix} -319.0 & -183.5 & 81.04 & -40.58 & -183.7 & -48.47 \\ 5.635 & -153.3 & 10.14 & 205.9 & -34.94 & 54.10 \\ 585.0 & 603.0 & 615.0 & 599.2 & 591.1 & 610.9 \end{bmatrix}$$

这些标志点在 C1 的照片中的坐标依次如下。矩阵每一列表示一个二维坐标 $(x_{pixel}, y_{pixel})^T$

$$\begin{bmatrix} 78 & 200 & 432 & 325 & 198 & 318 \\ 257 & 116 & 261 & 432 & 221 & 300 \end{bmatrix}$$

数字图像中的坐标系一般规定为下图 3 所示, 且实际只在整数坐标点上存在采样值。

求: C1 的内参数 $\alpha_x, \alpha_y, x_0, y_0$ (假定 skew parameter 为 0)。

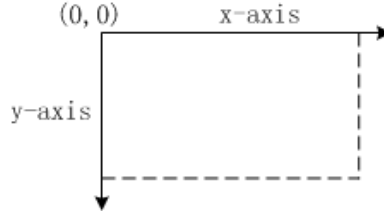


图 3:

2) 已知: 相机 C2 相对于 C1 的旋转矩阵 R0 和平移矢量 T0 分别为

$$R0 = \begin{bmatrix} 0.9998 & -0.0178 & -0.0004 \\ 0.0178 & 0.9998 & -0.0048 \\ 0.0004 & 0.0048 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$T0 = [97.27 \quad 2.05 \quad 3.53] \cdot';$$

又已知 C2 的内参数为:

$$\alpha_x = 546.4, \alpha_y = 547.8, x_0 = 319, y_0 = 243$$

求: (1) 中的标志点在 C2 的照片中的坐标。注意结果要按 (1) 中的样式给出。

1. 相机成像的坐标变换有如下关系:

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & 0 & x_0 & 0 \\ 0 & a_y & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x_{pix} = \frac{u'}{w'} y_{pix} = \frac{v'}{w'}$$

一共有 6 组数据, 所以可以得到线性方程组:

$$\begin{bmatrix} x_{pix1}z_{s1} & \cdots & x_{pix6}z_{s6} \\ y_{pix1}z_{s1} & \cdots & y_{pix6}z_{s6} \\ z_{s1} & \cdots & z_{s6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & 0 & x_0 & 0 \\ 0 & a_y & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{s1} & \cdots & x_{s6} \\ y_{s1} & \cdots & y_{s6} \\ z_{s1} & \cdots & z_{s6} \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

整理化简可以得到:

$$\begin{bmatrix} x_{pix1} \\ y_{pix1} \\ \vdots \\ x_{pix6} \\ y_{pix6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_{s1}}{z_{s1}} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{y_{s1}}{z_{s1}} & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_{s6}}{z_{s6}} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{y_{s6}}{z_{s6}} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

为了方便书写，做如下标记:

$$X = \begin{bmatrix} x_{pix1} \\ y_{pix1} \\ \vdots \\ x_{pix6} \\ y_{pix6} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} \frac{x_{s1}}{z_{s1}} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{y_{s1}}{z_{s1}} & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_{s6}}{z_{s6}} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{y_{s6}}{z_{s6}} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

则可采用最小二乘法得到结果（使用 MATLAB 编程辅助计算）：

$$\lambda = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T X = \begin{bmatrix} 522.7202 \\ 528.4993 \\ 360.9253 \\ 251.7311 \end{bmatrix}$$

MATLAB 辅助计算的代码如下:

```
xsyzszs = [-319.0 -183.5 81.04 -40.58 -183.7 -48.47; ...
           5.635 -153.3 10.14 205.9 -34.94 54.10; ...
           585.0 603.0 615.0 599.2 591.1 610.9];
xpyp = [78 200 432 325 198 318; ...
        257 116 261 432 221 300];
X = reshape(xpyp, [], 1);
A = zeros(12, 4);
for k = 1:6

    A(2 * k - 1, 1) = xsyzszs(1, k) / xsyzszs(3, k);
    A(2 * k - 1, 3) = 1;
    A(2 * k, 2) = xsyzszs(2, k) / xsyzszs(3, k);
    A(2 * k, 4) = 1;
end
lambda = (A.' * A)^(-1) * A.' * X;
disp(lambda);
```

2. 将 $C2$ 视作世界坐标系， $C1$ 视作相机坐标系，则有:

$$\begin{bmatrix} x_s^{(C1)} \\ y_s^{(C1)} \\ z_S^{(C1)} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & T \\ 0_3^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s^{(C2)} \\ y_s^{(C2)} \\ z_S^{(C2)} \\ 1 \end{bmatrix}$$

由此可以计算:

$$\begin{bmatrix} u^{(C2)} \\ v^{(C2)} \\ w^{(C2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & 0 & x_0 & 0 \\ 0 & a_y & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s^{(C2)} \\ y_s^{(C2)} \\ z_S^{(C2)} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & 0 & x_0 & 0 \\ 0 & a_y & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & T \\ 0_3^T & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_s^{(C1)} \\ y_s^{(C1)} \\ z_S^{(C1)} \\ 1 \end{bmatrix}$$

由此可以计算出在 $C2$ 的照片中的坐标:

$$\begin{bmatrix} x_{pix}^{(C2)} \\ y_{pix}^{(C2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u^{(C2)}}{w^{(C2)}} \\ \frac{v^{(C2)}}{w^{(C2)}} \end{bmatrix}$$

使用 MATLAB 编程辅助计算可以得到结果:

$$\begin{bmatrix} -72 & 61 & 305 & 196 & 58 & 189; \dots \\ 256 & 108 & 253 & 436 & 216 & 295 \end{bmatrix}$$

MATLAB 辅助计算的代码如下:

```
xsyzs = [-319.0 -183.5 81.04 -40.58 -183.7 -48.47; ...
5.635 -153.3 10.14 205.9 -34.94 54.10; ...
585.0 603.0 615.0 599.2 591.1 610.9];
R0 = ...
[0.9998 -0.0178 -0.0004; ...
0.0178 0.9998 -0.0048; ...
0.0004 0.0048 1.0000];
T0 = [97.27 2.05 3.53].';
ax = 546.4;
ay = 547.8;
x0 = 319;
y0 = 243;
alpha = [ax 0 x0 0; ...
0 ay y0 0; ...
0 0 1 0;];
CT = zeros(4, 4);
CT(1:3, 1:3) = R0;
CT(1:3, 4) = T0;
CT(4, 4) = 1;
xpyp = zeros(2, 6);
for k = 1:6
    uvw = alpha * CT^(-1) * [xsyzs(:, k); 1];
    xpyp(1, k) = round(uvw(1) / uvw(3));
    xpyp(2, k) = round(uvw(2) / uvw(3));
end
disp(xpyp);
```