

## Лабораторна робота №6

**Тема роботи :** Освоєння основних принципів роботи з рекурсією в SWI-Prolog.

**Мета роботи:** вивчення прийомів використання рекурсії в SWI-Prolog для математичних обчислень та організації багаторівневих відношень.

### *6.1 Короткі відомості про рекурсію в SWI - Prolog*

**Рекурсія** (у програмуванні) - алгоритмічний метод, що полягає в можливості звернення правила (функції, процедури) до самого собі один або більше разів.

Рекурсія є часто використовуваним прийомом в програмах на Пролозі.

Будь-яка рекурсивна процедура в Пролозі повинна включати, як мінімум два правила:

- 1) нерекурсивне правило, що визначає його вид у момент припинення рекурсії (базис рекурсії);
- 2) рекурсивне правило (крок рекурсії).

Перша підціль дає нові значення аргументів, а друга - виклик самого правила з новими значеннями аргументів.

Для організації введення/виведення в Prolog використовуються вбудовані предекати, перелік яких наведено в таблиці 6.1

Таблиці 6.1 – Предикати для введення та виведення в Prolog

read(A)	Читання значення з клавіатури і присвоєння значення змінній A
write(A)	Друк A на екран з установкою курсора після останнього надрукованого символу
writeln(A)	Друк A на екран з переведенням курсора в початок наступного рядка
nl	Переведення курсора в початок наступного рядка

## Приклад використання рекурсії - розрахунок факторіалу.

```
fact(1, 1):- !.           % факторіал одиниці дорівнює одиниці
    fact(N, F):-
    N1 is N - 1,
    fact(N1, F1),         % F1 дорівнює факторіалу числа
                        % на одиницю меншого N
    F is F1 * N.          % факторіал числа N дорівнює
                        % добутку F1 на саме число N

do_factorial:-
    write("Enter N:"),
    read(A),
    fact(A,F),
    write("F="),
    writeln(F).
```

На питання do\_factorial результат буде наступний:

```
?- do_factorial.
Enter N:5.
F=120
true.
```

## 6.2 Застосування рекурсії для організації багаторівневих відношень

Розглянемо приклад (програма "Родина"), в якому використовується рекурсивне визначення правила, але який не пов'язаний, як попередній, з арифметичними операціями. База знань програми описує певну спорідненість. Тут використовуються такі предикати: father (X,Y) - X є батьком Y; mother (X,Y) - X є матір'ю Y; grandfather (X,Y) - X є дідусем Y; grandmother (X,Y) - X є бабусею Y; woman (X) - X є жінкою (жіночої статі); man (X) - X є чоловіком (чоловічої статі); parents (X,Y) - X є одним з батьків Y; ancestor (X,Y) - X є предком Y.

Деякі з предикатів визначаються за допомогою правил.

Правило parents (X,Y) :-  
father (X,Y), man (X);  
mother (X,Y), woman (X)

виражає твердження "Для всіх X і Y, X є одним з батьків Y, якщо X є батьком Y і X є чоловіком або X є матір'ю Y і X є жінкою". Зазначимо, що крапка з комою

між двома умовами в правилі вказує на диз'юнкцію (АБО). Звичайно, можна було б обійтися без використання диз'юнкції записавши замість одного два правила.

Правило `grandfather (X,Y) :-`

`father (X,Z), parents (Z,Y)`

виражає твердження: "Для всіх X і Y, X є дідусем Y, якщо X є батьком Z і Z є одним із батьків Y".

Правило:

`ancestor (X,Y) :- parents (X,Y)`

виражає твердження "Для всіх X і Y X є предком Y, якщо X є одним із батьків Y". Предикат "ancestor" у програмі визначається за допомогою двох правил. Перше з них визначає найближчих предків, друге - віддалених.

`ancestor (X, Y) :-`

`parents (X, Z), ancestor (Z, Y)`

В останньому правилі використовується рекурсивне визначення.

`father("Ілля", "Катерина").`

`father("Микола", "Ілля").`

`mother("Катерина", "Марія").`

`mother("Катерина", "Андрій").`

`mother("Марія", "Гнат").`

`woman("Катерина").`

`woman("Марія").`

`man("Ілля").`

`man("Андрій").`

`man("Микола").`

`man("Гнат").`

`parents(X,Y):-`

`father(X,Y), man(X);`

`mother(X,Y), woman(X).`

`grandfather(X,Y):-`

`father(X,Z), parents(Z,Y).`

`grandmother(X,Y):-`

`mother(X,Z), parents(Z,Y).`

`ancestor(X,Y):-`

`parents(X,Y).`

`ancestor(X,Y):-`

`parents(X,Z), ancestor(Z,Y).`

На питання "Хто є предками Марії" відповідь буде наступна:

```
?- ancestor(X, "Марія") .  
X = "Катерина" ;  
X = "Ілля" ;  
X = "Микола" ;
```

На питання “Для кого Ілля є предком” відповідь буде наступна:

```
?- ancestor("Ілля", Y) .  
Y = "Катерина" ;  
Y = "Марія" ;  
Y = "Андрій" ;  
Y = "Гнат" ;  
false.
```

### 6.3 Завдання для виконання.

1. Необхідно розробити програму розрахунку функції з використанням рекурсивних правил, що відповідає наступним вимогам.

а) Програма повинна запитати у користувача:

- N - кількість членів ряду;
- X - значення змінної (якщо у формулі є X).

б) Результати роботи, що видаються на екран :

- наближене значення функції;
- точне значення функції.

2. На основі рекурсії організувати родинні відношення, відповідно до завдань:

1. Розробити програму визначення предків по батьківській лінії та по маминій лінії (окремо).

2. Розробити програму для визначення всіх прадідів, прабабць, та їх наймолодших правнуків. Вважати, що правнук і праправнук – є нащадки одного рівня. Аналогічно із прапрадідами і прапрабабцями.

3. До кожної з програм сформулювати не менше ніж по 2-3 запити з бінарними відповідями, одинарними та множинними відповідями. Сформулювати ці запити словесно, та навести їх у звіті разом із відповідями Prolog-системи.

**Варіанти завдань для математичної рекурсії.**

$$1. y = \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^{n-1}x^{n-1}$$

$$2. y = \frac{1}{(1+x)^2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \dots + (-1)^{n-1}(n+1)x^{n-1}$$

$$3. y = \frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots + (-1)^{n-1}x^{2n-2}$$

$$4. y = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{(n-1) + \sqrt{n}}}}$$

$$5. y = \pi = \sqrt{12} \left( 1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 3^2} - \frac{1}{7 \cdot 3^3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1) \cdot 3^{n-1}} \right)$$

$$6. y = \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{2n-1}$$

$$7. y = \frac{1}{4}(\pi - 3) = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7 \cdot 8} - \frac{1}{8 \cdot 9 \cdot 10} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{2n(2n+1)(2n+2)}$$

$$8. y = \frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$$

$$9. y = \frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{(2n-1)^2}$$

$$10. y = \frac{\pi^2}{12} = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}$$

$$11. y = \frac{\pi^3}{32} = 1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)^3}$$

$$12. y = \frac{\pi^4}{90} = 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \dots + \frac{1}{n^4}$$

$$13. y = \frac{\pi^6}{945} = 1 + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{4^6} + \dots + \frac{1}{n^6}$$

$$14. y = \frac{\pi^8}{9450} = 1 + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} + \frac{1}{4^8} + \dots + \frac{1}{n^8}$$

$$15. y = e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$$

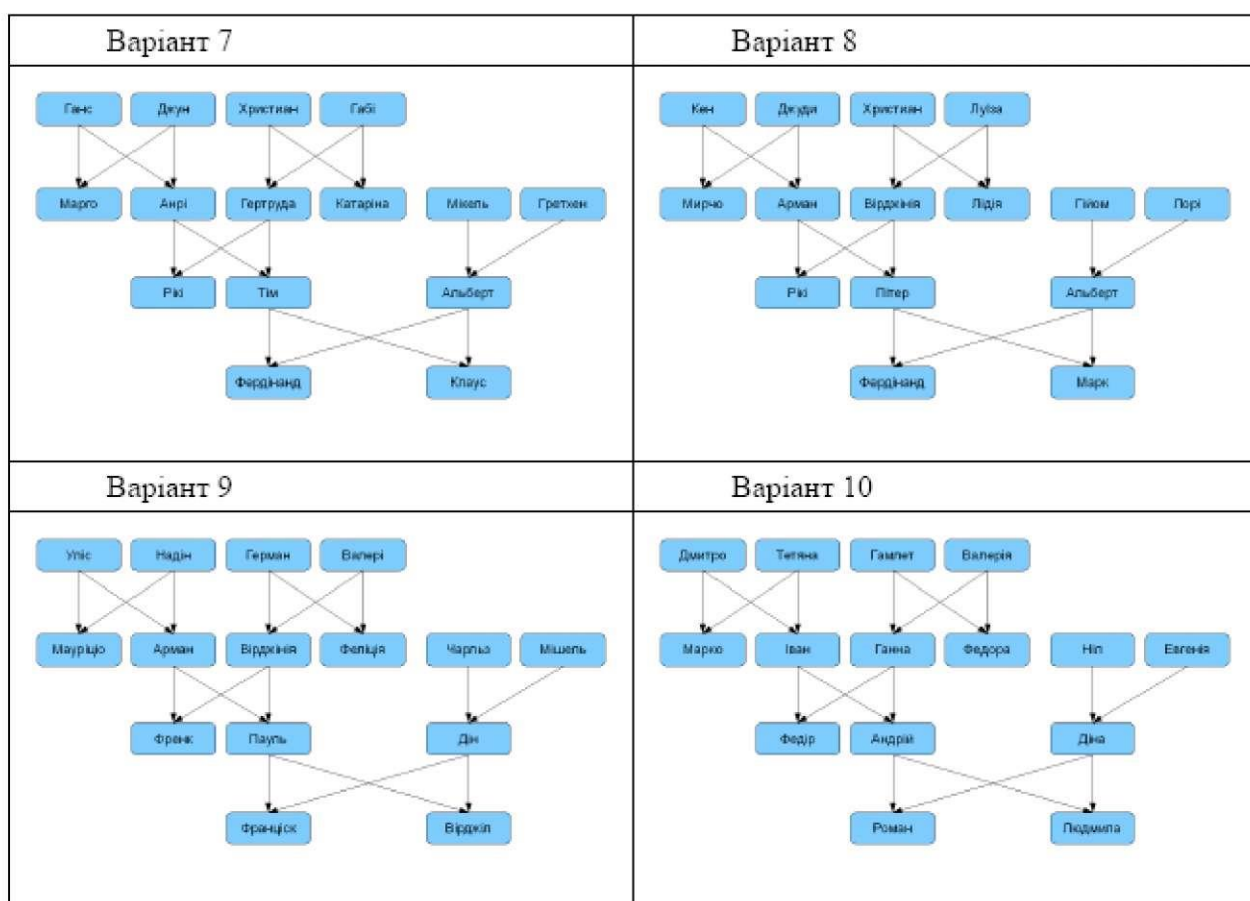
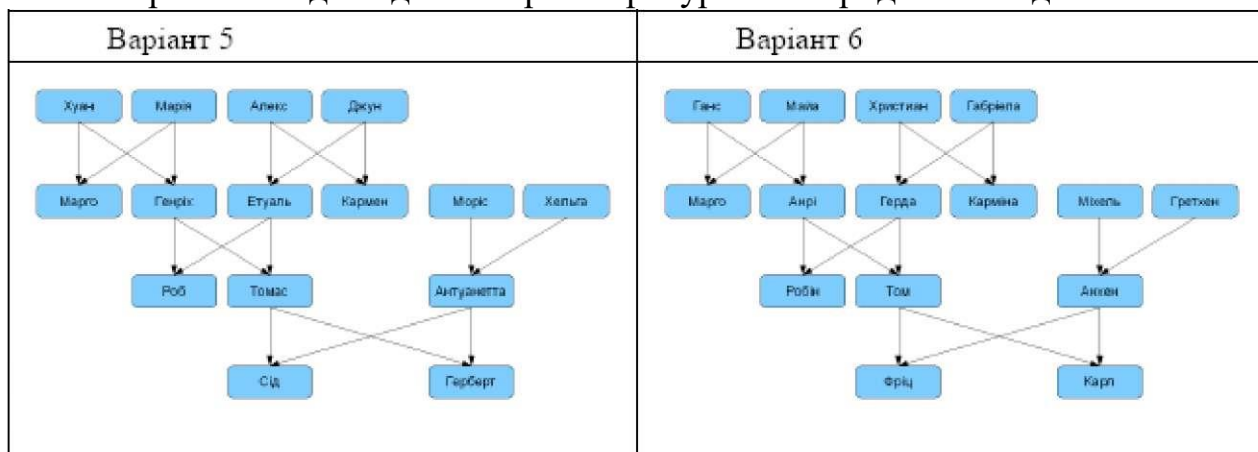
$$16. y = e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$$

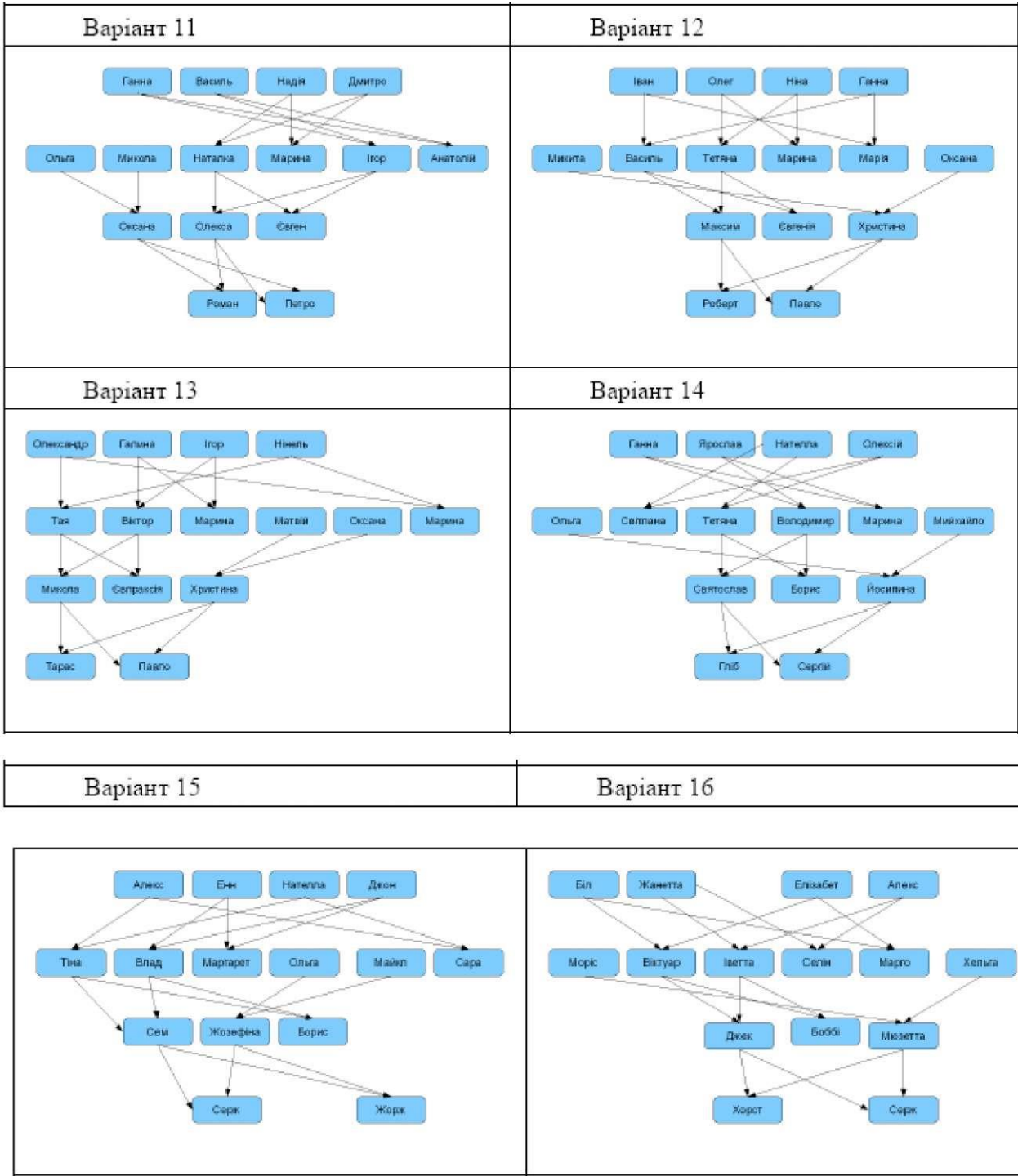
$$17. y = e^{\sin x} = 1 + \frac{\sin x}{1!} + \frac{\sin^2 x}{2!} + \frac{\sin^3 x}{3!} + \dots + \frac{\sin^{n-1} x}{(n-1)!}$$

$$18. y = e^{-x^2} = 1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-2}}{(n-1)!}$$

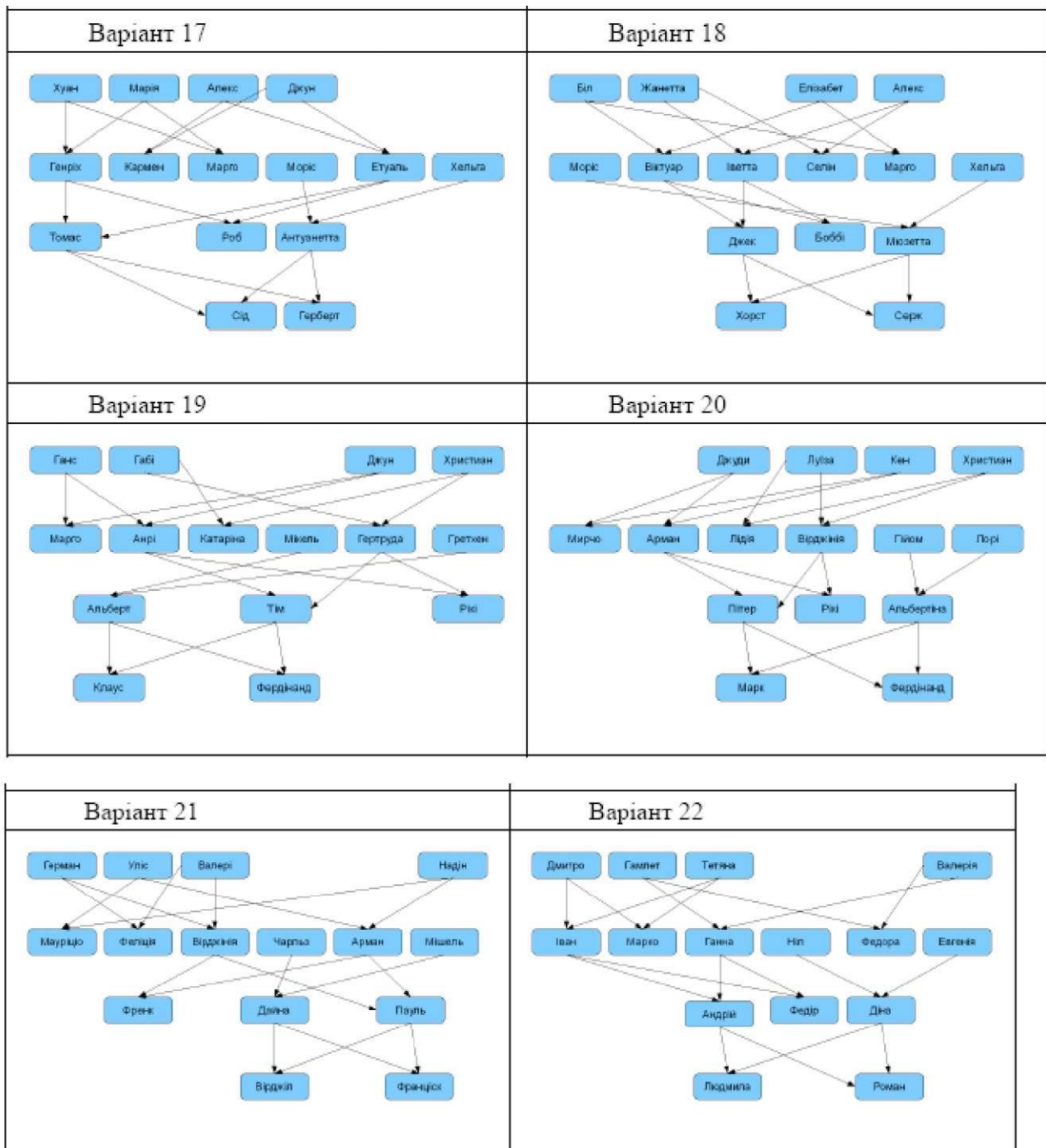
19.  $y = \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$
20.  $y = \ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$
21.  $y = \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right) = 2 \left( x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \cdots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} \right)$
22.  $y = \sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$
23.  $y = \frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-2}}{(2n-1)!}$
24.  $y = \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!}$
25.  $y = \operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$
26.  $y = \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$
27.  $y = \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!}$
28.  $y = \frac{\pi^6}{945} = 1 + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{4^6} + \cdots + \frac{1}{n^6}$
29.  $y = \frac{\pi^8}{9450} = 1 + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} + \frac{1}{4^8} + \cdots + \frac{1}{n^8}$
30.  $y = e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$

## Варіанти завдань для створення рекурсивних родинних відношень









### Контрольні питання до лабораторної роботи:

1. Що таке предикат і пропозиція в Пролозі?
2. Як в Пролозі записати конструкцію вибору?
3. Як в Пролозі організовуються повторення?
4. Що таке рекурсія в Пролозі. Для чого використовується?
5. Чим відрізняється «червона» і «зелена» рекурсії?

6. Які обов'язкові складові при організації рекурсії в Пролозі?
7. Поясніть функціонування рекурсії на прикладі свого завдання.
8. Що таке оператор відсікання, для чого він використовується?