MYNTAI-QAs

高洪臣

2019 年 9 月 5 日

第一题

已知 S-MSCKF 中，IMU 误差状态量和噪声向量分别为

$$\tilde{\mathbf{x}}_I = \begin{pmatrix} {}^I_G\tilde{\boldsymbol{\theta}}^\top & \tilde{\mathbf{b}}_g^\top & {}^G\tilde{\mathbf{v}}_I^\top & \tilde{\mathbf{b}}_a^\top & {}^G\tilde{\mathbf{p}}_I^\top & {}^I_C\tilde{\boldsymbol{\theta}}^\top & {}^I\tilde{\mathbf{p}}_C^\top \end{pmatrix}^\top \in \mathbb{R}^{21\times 1} \tag{1}$$

$$\mathbf{n}_I^\top = \begin{pmatrix} \mathbf{n}_g^\top \; \mathbf{n}_{wg}^\top \; \mathbf{n}_a^\top \; \mathbf{n}_{wa}^\top \end{pmatrix}^\top \in \mathbb{R}^{12\times 1} \tag{2}$$

根据 ESKF 中 **5.3.3 The error-state kinematics** 小节公式

$$\dot{\delta\mathbf{x}}_I = \begin{cases} \dot{\delta\mathbf{p}} = \delta\mathbf{v} \\ \dot{\delta\mathbf{v}} = -\mathbf{R}\left[\mathbf{a}_m - \mathbf{a}_b\right]_\times \delta\boldsymbol{\theta} - \mathbf{R}\delta\mathbf{a}_b + \delta\mathbf{g} - \mathbf{R}\mathbf{a}_n \\ \dot{\delta\boldsymbol{\theta}} = -\left[\boldsymbol{\omega}_m - \boldsymbol{\omega}_b\right]_\times \delta\boldsymbol{\theta} - \delta\boldsymbol{\omega}_b - \boldsymbol{\omega}_n \\ \delta\dot{\mathbf{a}}_b = \mathbf{a}_w \\ \delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_b = \boldsymbol{\omega}_w \end{cases} \tag{3}$$

对式 (3)线性化，可得到 IMU 连续形式误差状态方程

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_I = \mathbf{F}\tilde{\mathbf{x}}_I + \mathbf{G}\mathbf{n}_I \tag{4}$$

请求解 F 和 G。

答:

$$\mathbf{F}_{21\times 21} = \frac{\partial \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_I}{\partial \tilde{\mathbf{x}}_I} = \begin{pmatrix} -\left[\boldsymbol{\omega}_m - \boldsymbol{\omega}_b\right]_\times & -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ -\mathbf{R}\left[\mathbf{a}_m - \mathbf{a}_b\right]_\times & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & -\mathbf{R} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \end{pmatrix}$$

$$
\mathbf{G}_{21\times 12} = \frac{\partial \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_I}{\partial \mathbf{n}_I} = \begin{pmatrix}
-\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} \\
\mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} \\
\mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} & -\mathbf{R} & \mathbf{0}_{3\times 3} \\
\mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{I}_3 \\
\mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} \\
\mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} \\
\mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3}
\end{pmatrix}
$$