**Szufladki Dirichleta**

1. Czy wśród 13 osób istnieją dwie takie, które urodziły się w tym samym miesiącu?
2. Udowodnić, że wśród uczestników Polygonu Matematycznego istnieje taka dwójką, których imiona zaczynają się na tę samą literę polskiego alfabetu.
3. Ze zbioru $\{1, 2, ..., 2n\}$ wybrano $n+1$ liczb. Wykazać, że wśród tych liczb są dwie takie, których suma wynosi $2n + 1$.
4. Wykazać, że wśród dowolnych $n + 1$ liczb naturalnych istnieją dwie takie, których różnica jest podzielna przez $n$.
5. Dowieść, że wśród dowolnych 7 liczb całkowitych takich, których suma nie jest podzielna przez 7, znajdują się dwie, których różnica dzieli się przez 7.
6. Wykazać, że w dowolnej grupie osób zawsze znajdą się takie dwie, które mają tę samą liczbę znajomych.
7. Na płaszczyźnie jest 5 punktów kratowych(czyli takich, które mają obie współrzędne całkowite). Czy zawsze można z nich wybrać takie dwa, że środek odcinka łączącego te punkty jest także punktem kratowym?
8. Każde dwa wierzchołki sześciokąta foremnego łączymy białym lub czerwonym odcinkiem. Czy zawsze znajdzie się jednokolorowy trójkąt?
9. Wyznaczyć wszystkie takie liczby naturalne $n > 0$ takie, że istnieje permutacja $(a_1, a_2, ..., a_n)$ ciągu $(1^2, 2^2, ..., n^2)$ taka, że iloczyn $(a_1 - 1)(a_2 - 2)...(a_n - n)$ jest liczbą nieparzystą.
10. W kwadracie o boku 4 leży 17 punktów. Uzasadnić, że można wybrać takie 2, których odległość nie przekracza $\sqrt{2}$.
11. Czy wsród kazdych n liczb całkowitych mozna wskazac kilka(co najmniej jedna) kolejnych, których suma dzieli sie przez n?
12. Dana jest liczba pierwsza $p > 23$ oraz liczba naturalna $n$. Uzasadnić, że istnieje liczba naturalna $k$ taka, że wśród ostatnich $n + 1$ cyfr zapisu dziesiętnego liczby $p^k$ jest dokładnie $n$ zer.
13. Ze zbioru $\{1, 2, 3, ..., 2n\}$ wybieramy $n + 1$ liczb. Wykazać, że wśród wybranych liczb istnieją takie dwie, że jedna jest dzielnikiem drugiej.