

TEMA 2 - Camp

Autor:

Nume: Politic Andrei - Bogdan
Anul I; Grupa 315CD
Universitatea Politehnica Bucuresti
Facultatea de Automatica si Calculatoare
Profil: CTI

CUPRINS

EXERCITIUL 1 - Reprezentarea campurilor scalare	3
EXERCITIUL 1 - COD OCTAVE	5
EXERCITIUL 2.a. - Reprezentarea campurilor vectoriale	6
EXERCITIUL 2.b. - Reprezentarea gradientului campului scalar f	8
EXERCITIUL 2.c. - Reprezentarea divergentei campului vectorial G	9
Exercitiul 2.d. - Reprezentarea rotorului campului vectorial G	12
EXERCITIUL BONUS 1	16
EXERCITIUL BONUS 1	23

EXERCITIUL 1

Reprezentarea campurilor scalare

Fie funcția de două variabile, $f : [0, \pi] \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = (\sin(x) + \sin(y))^2$. Vom reprezenta tridimensional graficul funcției pentru domeniul dat, și de asemenea curbele de nivel ale graficului în format bidimensional și tridimensional.

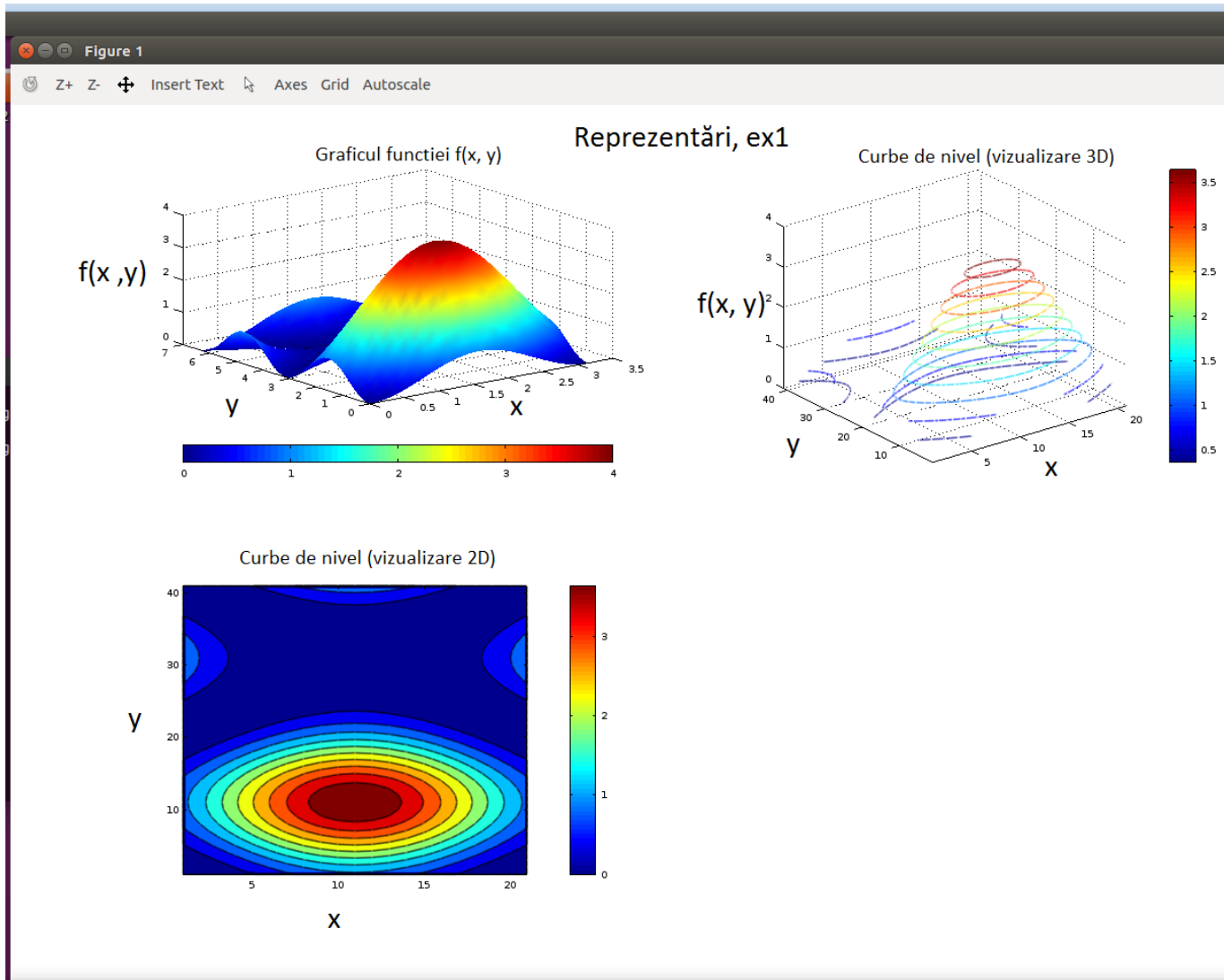


Figure 1: Graficul funcției și curbele de nivel (1)

Graficul, privit din alt unghi:

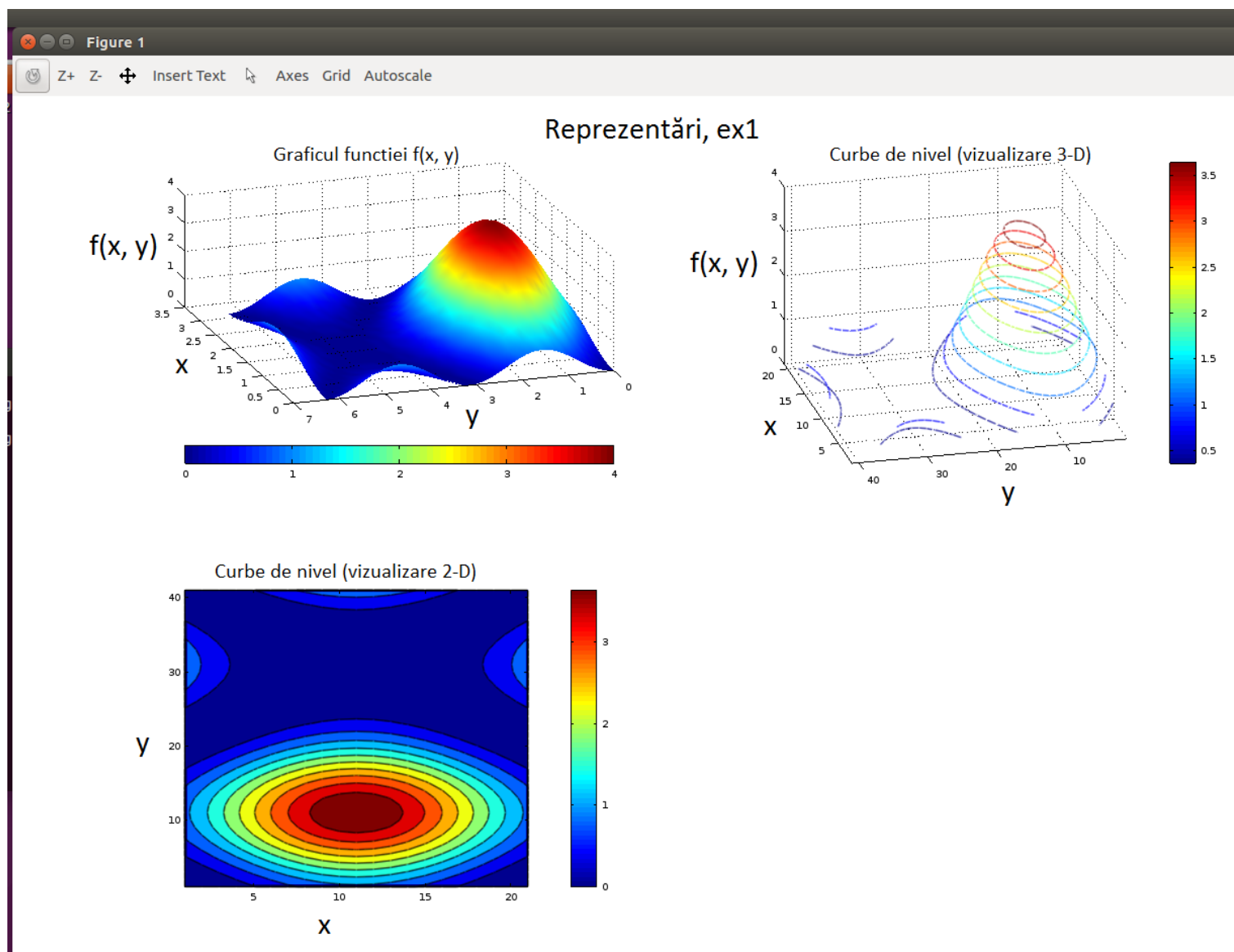


Figure 2: Graficul funcției și curbele de nivel (2)

EXERCITIUL 1 - COD OCTAVE

```
function scalar_field_representation ()
    x = linspace(0,pi,21);
    y = linspace(0,2*pi,41);

    [X Y] = meshgrid(x, y);

    Z = (sin(X) + sin(Y)).^2;

    figure; hold;
    colormap("default");
    title(sprintf("Reprezentari, ex1"));

    subplot(2,2,1);
    title(sprintf("Graficul functiei f(x,y) :"));
    mesh(X,Y,Z);
    xlabel(sprintf("x",'default'));
    ylabel(sprintf("y"));
    zlabel(sprintf("f(x, y)"));
    shading interp;
    colorbar("SouthOutSide");
    subplot(2,2,2);
    title(sprintf("Curbe de nivel (vizualizare 3-D) :"));
    contour3(Z);
    xlabel(sprintf("x"));
    ylabel(sprintf("y"));
    zlabel(sprintf("f(x, y)"));
    colorbar("EastOutSide");
    subplot(2,2,3);
    title(sprintf("Curbe de nivel (vizualizare 2-D) :"));
    contourf(Z);
    xlabel(sprintf("x"));
    ylabel(sprintf("y"));
    colorbar("EastOutSide");

endfunction
```

EXERCITIUL 2

Reprezentarea campurilor vectoriale

Consideram functia vectoriala depinzand de doua variabile scalare, reale (x,y) : $G : [-10, 10] \times [-10, 10] \rightarrow R^2$, $G(x,y) = G_x(x,y) \cdot i + G_y(x,y) \cdot j = 2x\cos(y) \cdot i + 3y\sin(x) \cdot j$. Vom reprezenta spectrul (discret al) campului G , suprapus peste harta de valori a modulelor vectorilor ce alcatuiesc spectrul.

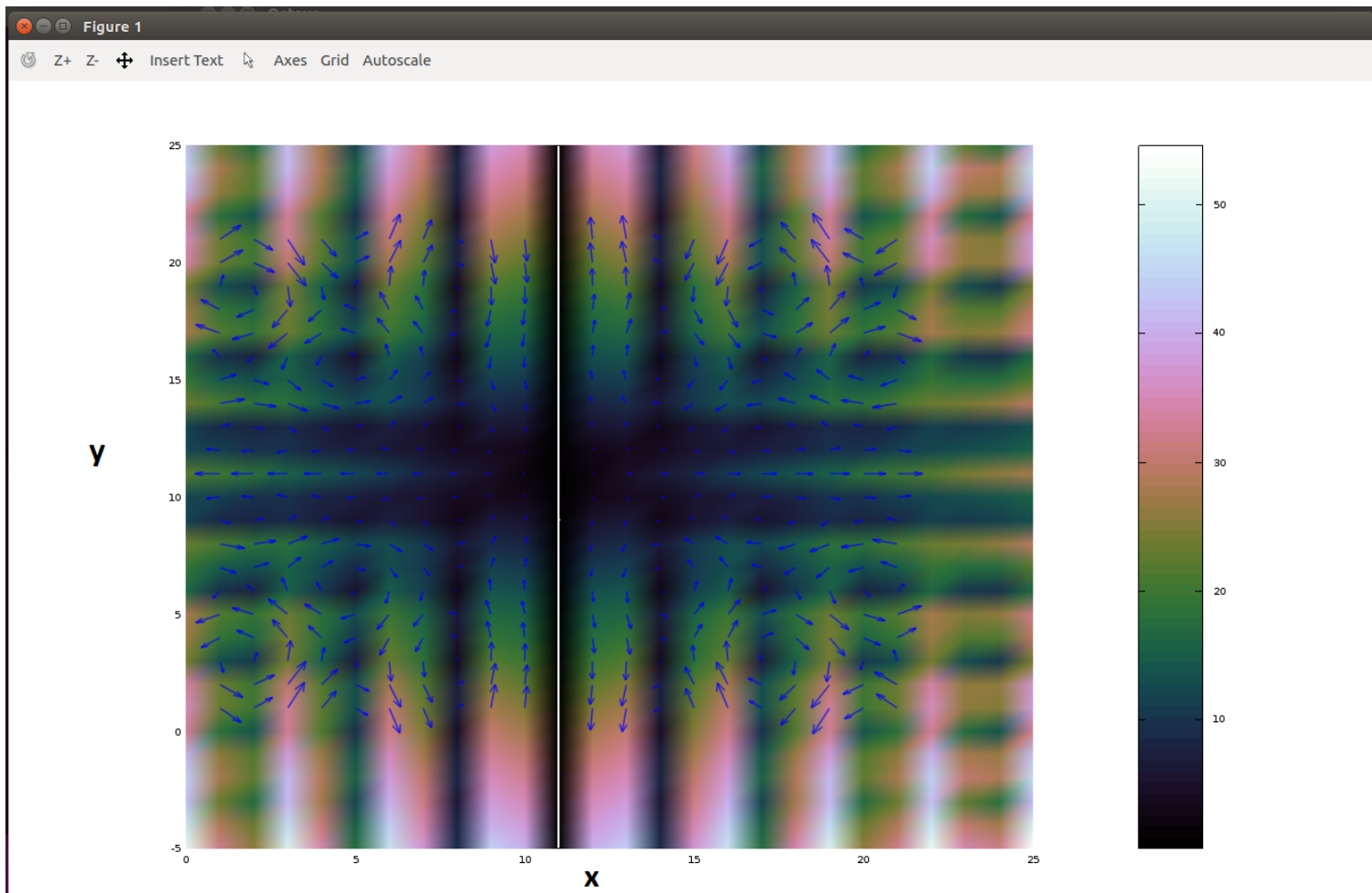


Figure 3: Spectrul campului G (reprezentat cu albastru), suprapus peste harta de valori a modulului campului

EXERCITIUL 2.a. - COD OCTAVE

```
function vectorial_field_representation ()
    x = linspace(-10, 10, 21);
    y = linspace(-10, 10, 21);
    surfx = linspace(0, 25, 26);
    surfy = linspace(-5, 25, 31);

    [X Y] = meshgrid(x, y);
    [surfX surfY] = meshgrid(surfx, surfy);
    figure; hold; colormap("cubehelix");
    Gmodule = sqrt( (2 * (surfX-11).* cos(surfY-11)).^2 + (3 * (surfY-11).* sin(surfX-11)).^2);
    surf(surfX, surfY, Gmodule - 50);
    shading interp;
    G = quiver(2 * X.* cos(Y), 3 * Y.* sin(X));

    colorbar("EastOutside");

endfunction
```

În continuare, va fi prezentat graficul gradientului campului scalar f (f de la Exercițiul 1), suprapus peste reprezentarea curbelor de nivel (echivalorilor) graficului lui f .

Pe caz general, gradientul unei funcții de variabilă multiplă este un vector ce conține derivatele parțiale ale variabilei și care, în sens fizic, indică panta cu gradul cel mai mare de înclinare de pe graficul funcției, în sensul de urcare, într-un punct anume. În cazul campului scalar reprezentat de valorile funcției f , gradientul apare sub forma vectorului $[\partial f / \partial x, \partial f / \partial y]$, adică este egal cu $[\partial(\sin(x) + \sin(y))^2 / \partial x, \partial(\sin(x) + \sin(y))^2 / \partial y]$. Se obține că gradientul campului scalar f într-un punct de coordonate (x, y) este $[2 \cdot (\sin(x) + \sin(y)) \cdot \cos(x), 2 \cdot (\sin(x) + \sin(y)) \cdot \cos(y)]$.

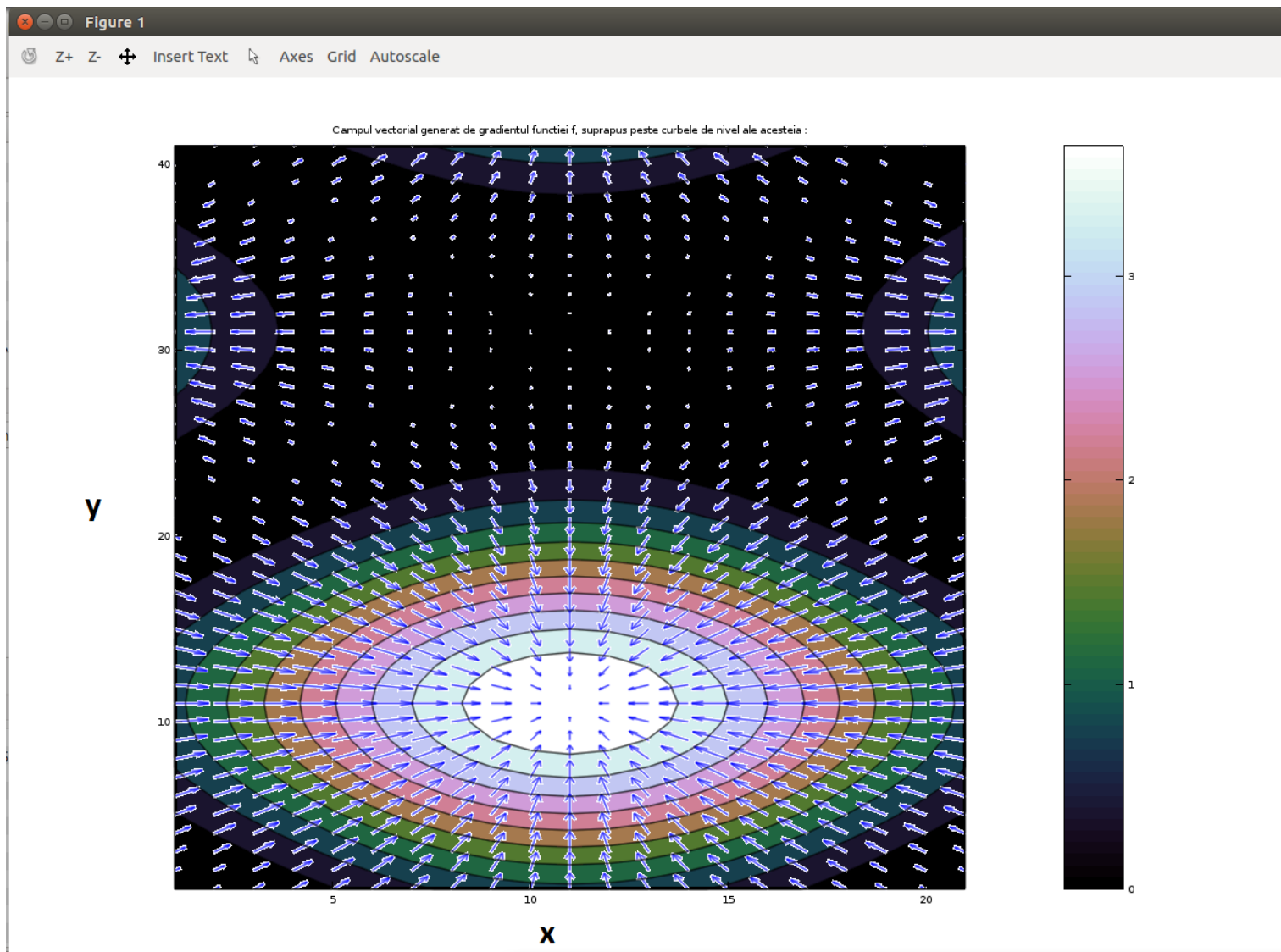


Figure 4: Gradientul campului scalar f și echivalorile graficului lui f .

EXERCITIUL 2.b. - COD OCTAVE

```
function gradient_f ()
    x = linspace(0,pi,21);
    y = linspace(0,2*pi,41);

    [X Y] = meshgrid(x, y);

    function_f = (sin(X) + sin(Y)).^2;
    derx = 2 * (sin(X) + sin(Y)).* cos(X);
    dery = 2 * (sin(X) + sin(Y)).* cos(Y);

    figure; hold;
    colormap("cubehelix");

    title(sprintf("Campul vectorial generat de gradientul functiei f, suprapus peste curbele de nivel ale aces-
tea :"));
    quiver(derx, dery);
    contourf(function_f);
    colorbar("EastOutSide");

endfunction
```

Vom calcula si vom reprezenta divergenta campului vectorial G . Pe caz general, divergenta reprezinta densitatea de flux dintr-o unitate infinit de mica de volum, specifica unui punct. Matematic, considerand un camp vectorial G , cu $G(x,y) = G_x(x,y) \cdot i + G_y(x,y) \cdot j$, divergenta acestuia este $\partial G_x(x,y) / \partial x + \partial G_y(x,y) / \partial y$.

In cazul nostru, divergenta lui G este $2 \cdot \cos(x) + 3 \cdot \sin(y)$.

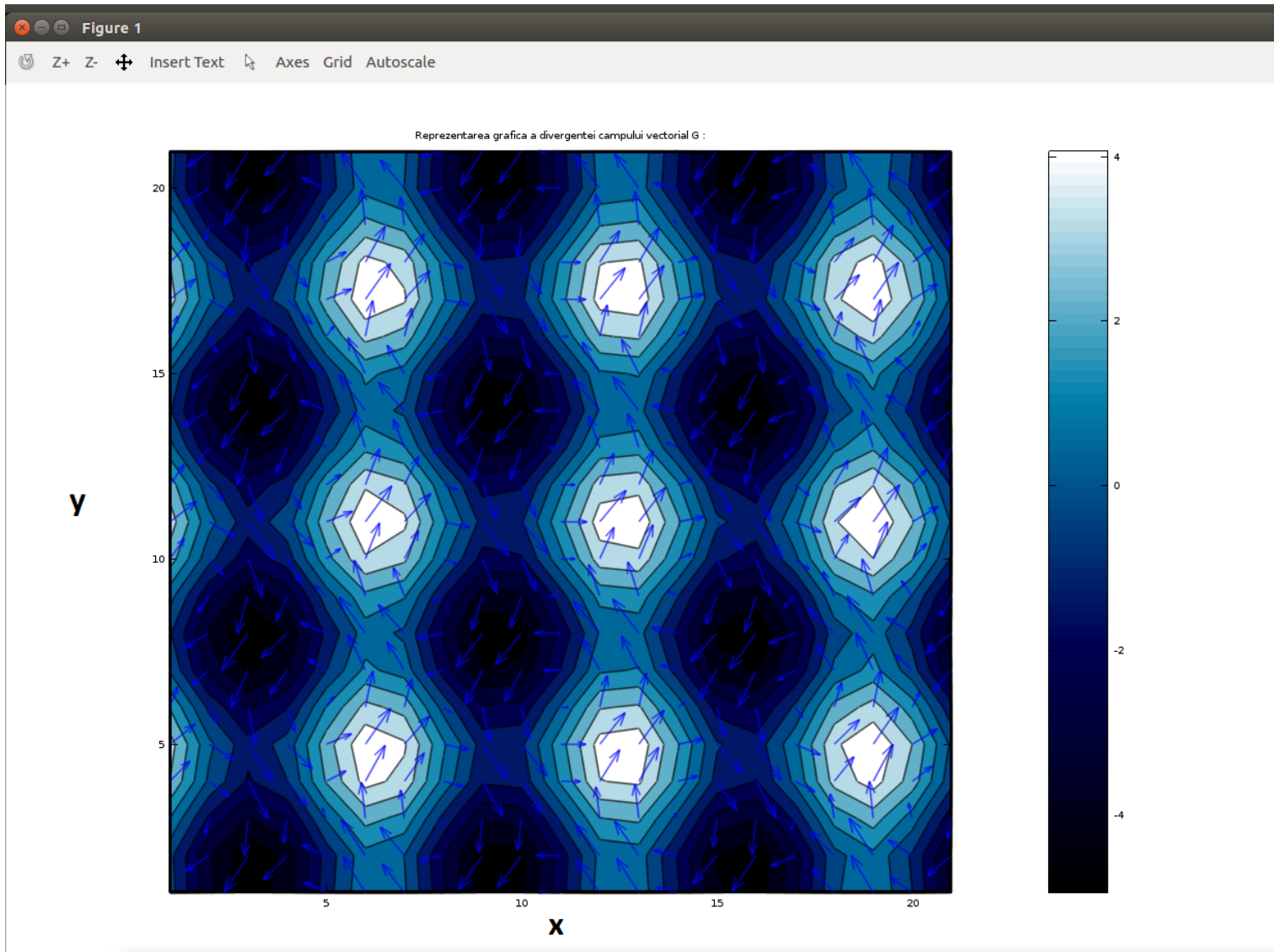


Figure 5: Divergenta campului vectorial G (bidimensional).

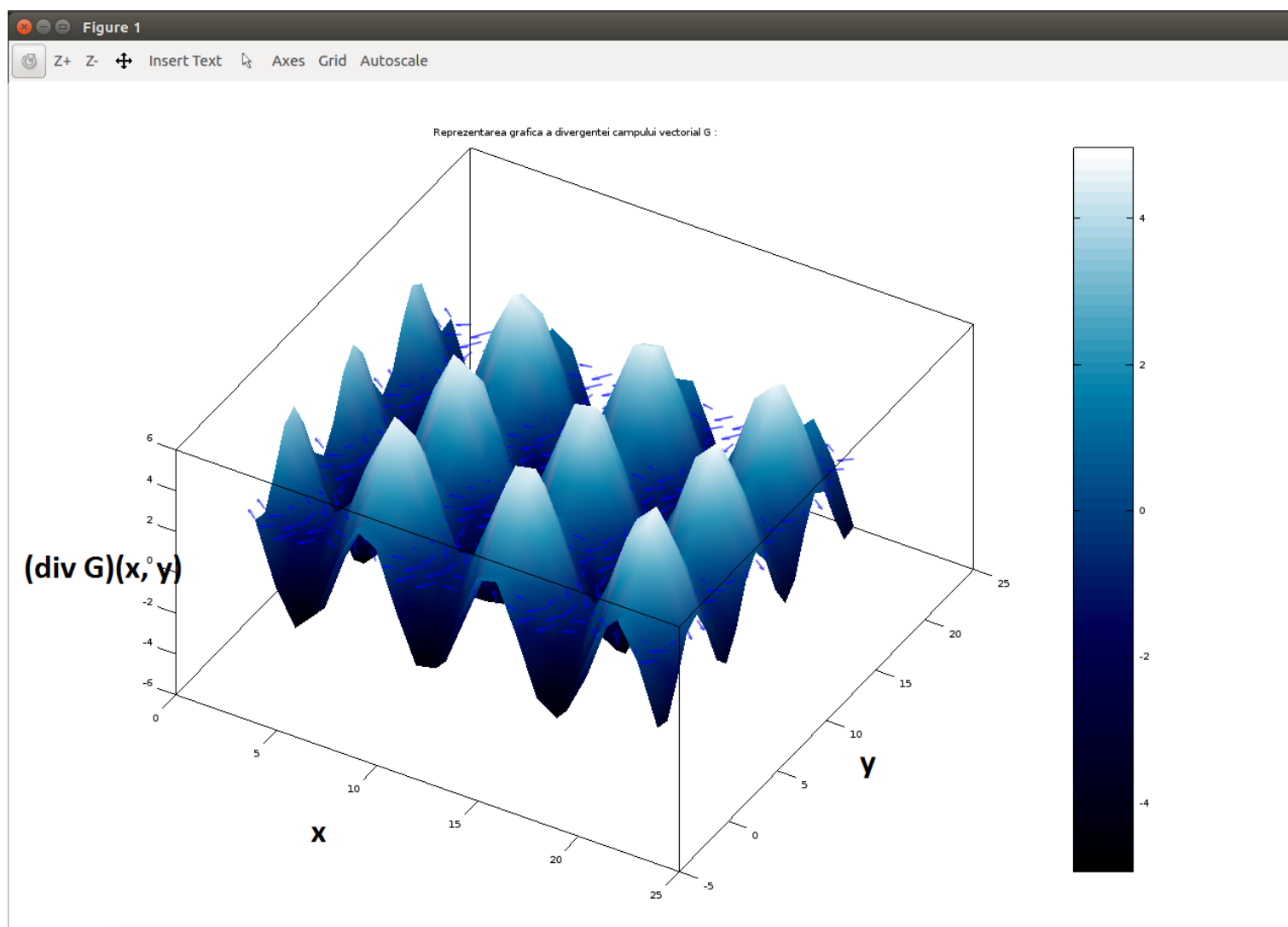


Figure 6: Divergenta campului vectorial G (tridimensional).

EXERCITIUL 2.c. - COD OCTAVE

```
function divergence_G ()
    x = linspace(-10, 10, 21);
    y = linspace(-10, 10, 21);

    [X Y] = meshgrid(x, y);

    figure; hold; colormap("ocean");
    title("Reprezentarea grafica a divergentei campului vectorial G :");
    %G = quiver(2 * X.* cos(Y), 3 * Y.* sin(X)); ----- campul vectorial G
    divergence_G = 2 * cos(Y) + 3 * sin(X);
    mesh(divergence_G);
    shading interp;
    colorbar("EastOutSide");

endfunction
```

În continuare vom calcula rotorul câmpului vectorial G . În sens fizic, rotorul indică rotația unui vector din câmp, în jurul punctului din domeniu de care aparține. Vectorul rotorului este orientat după regula burghiului. Sensul orientării rotorului (perpendicular pe suprafața câmpului) indică sensul de rotație al vectorului, iar modulul acestuia descrie viteza de rotație a vectorului din câmp. Matematic, pentru un câmp vectorial bidimensional $G(x,y) = G_x(x,y) \cdot \mathbf{i} + G_y(x,y) \cdot \mathbf{j}$, rotorul este egal cu: $\partial G_y(x,y) / \partial x - \partial G_x(x,y) / \partial y$.

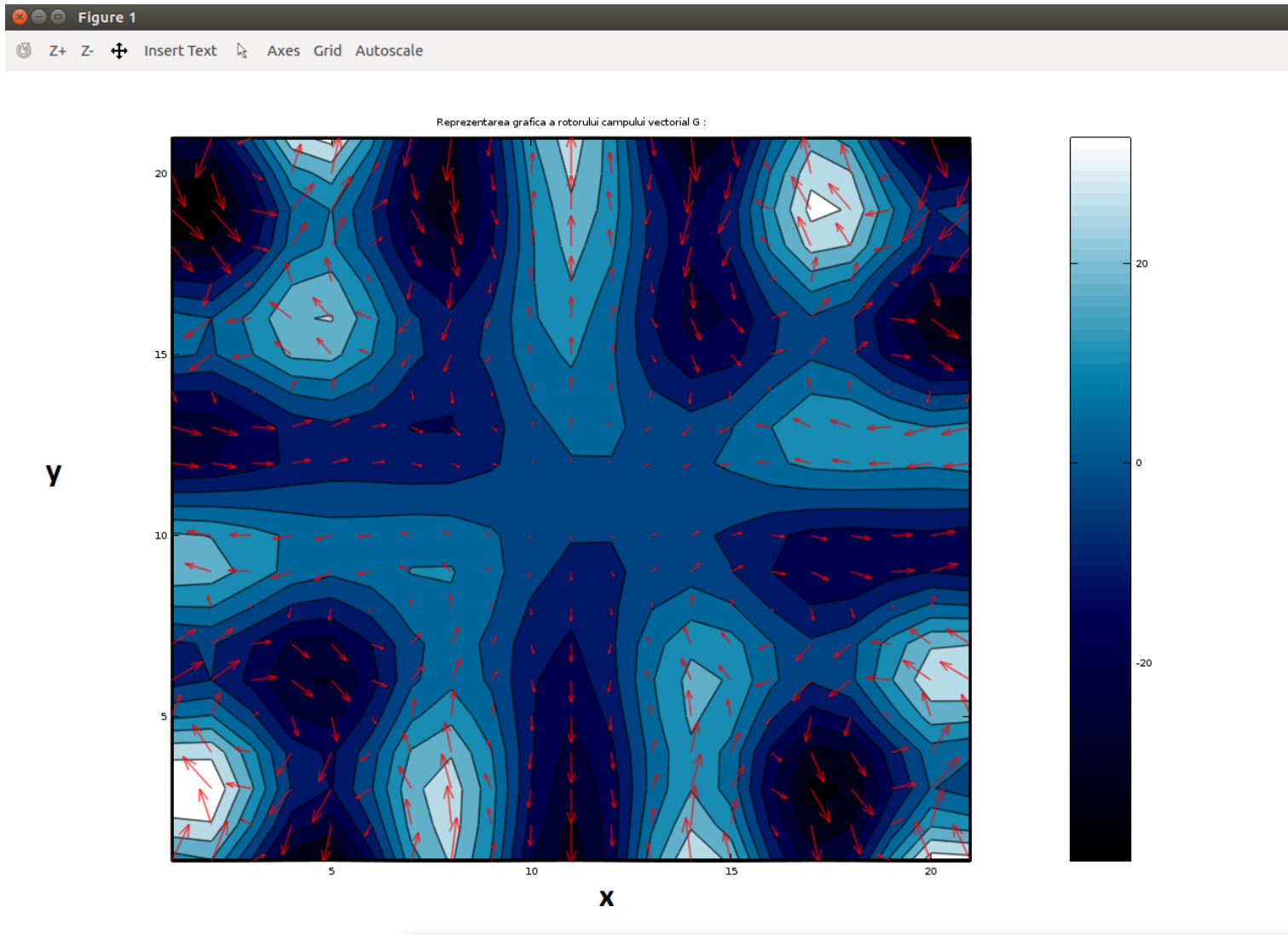


Figure 7: Rotorul câmpului vectorial G (bidimensional).

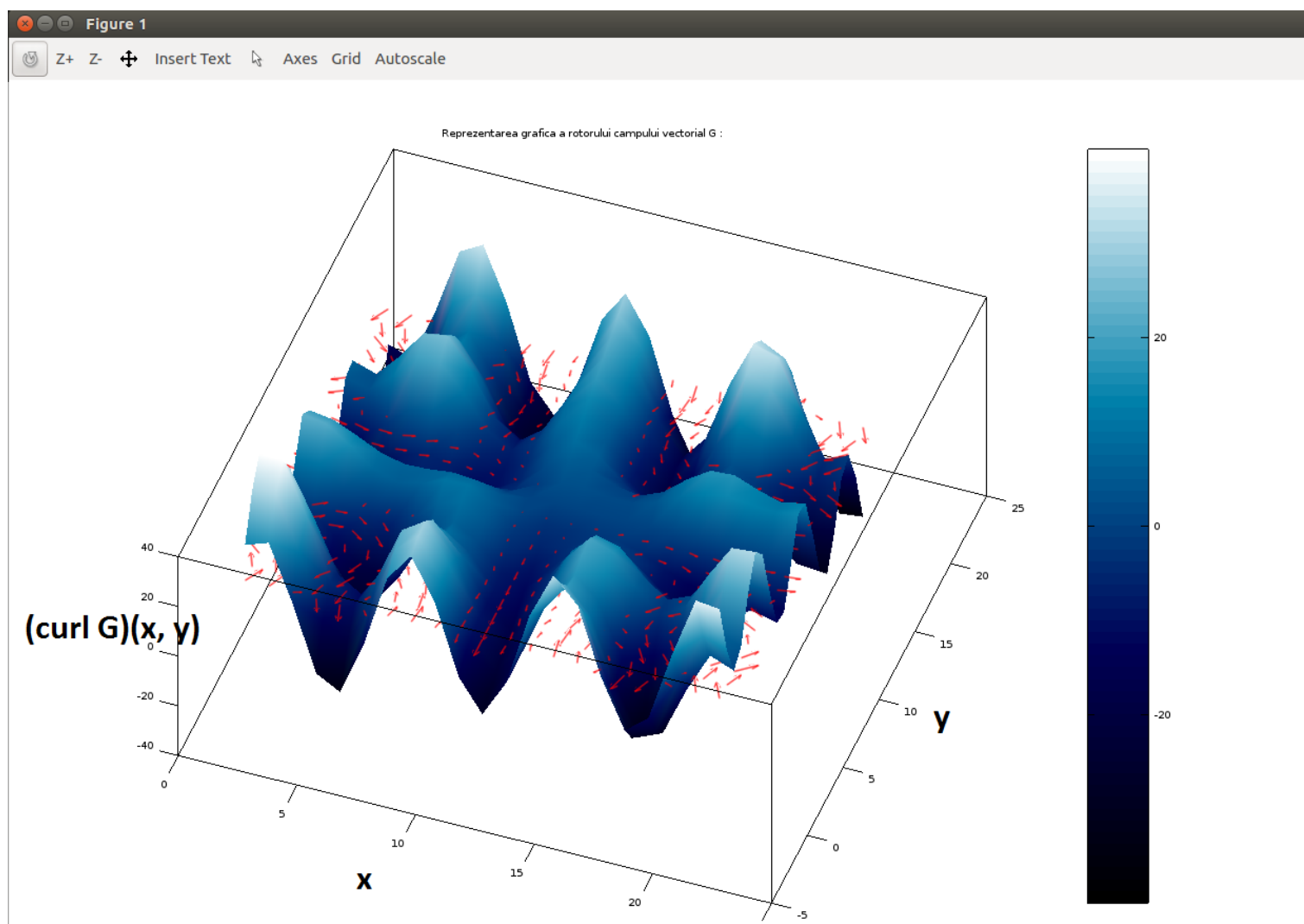


Figure 8: Rotorul campului vectorial G (tridimensional).

EXERCITIUL 2.d. - COD OCTAVE

```
function curl_G ()
    x = linspace(-10, 10, 21);
    y = linspace(-10, 10, 21);

    [X Y] = meshgrid(x, y);

    figure; hold; colormap("ocean");
    title("Reprezentarea grafica a rotorului campului vectorial G :");
    %G = quiver(2 * X.* cos(Y), 3 * Y.* sin(X), 'r'); ----- campul vectorial G
    curl_G = 3 * Y.* cos(X) + 2 * X.* sin(Y);
    mesh(curl_G); -pentru a doua figura am folosit contour
    quiver(-2 * X.* sin(Y), 3 * Y.* cos(X), 'r');
    %contourf(curl_G); -pentru prima figura am folosit mesh
    shading interp;
    colorbar("EastOutside");

endfunction
```

EXERCITII BONUS

EXERCITIUL 1

Reprezentarea campurilor scalare variabile in timp

Consideram o functie reala de 3 variabile scalare (2 variabile spatiale x si y si o variabila temporala t) $f(x,y,t)$, unde x si y reprezinta coordonate carteziene, iar t reprezinta timpul.

Fie aceasta functie $f : [0, \pi] \times [0, 2\pi] \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y,t) = x \cdot \sin(y - t \cdot 0.1) \cdot i + 3 \cdot y \cdot \cos(x + t \cdot 0.1) \cdot j$. Vom realiza o animatie a hartilor echivalorilor functiei, in intervalul de timp pe care este definita functia. Variabila temporala putand lua 10 valori, inseamna ca animatia va cuprinde 10 grafice pe care le vom reprezenta mai jos.

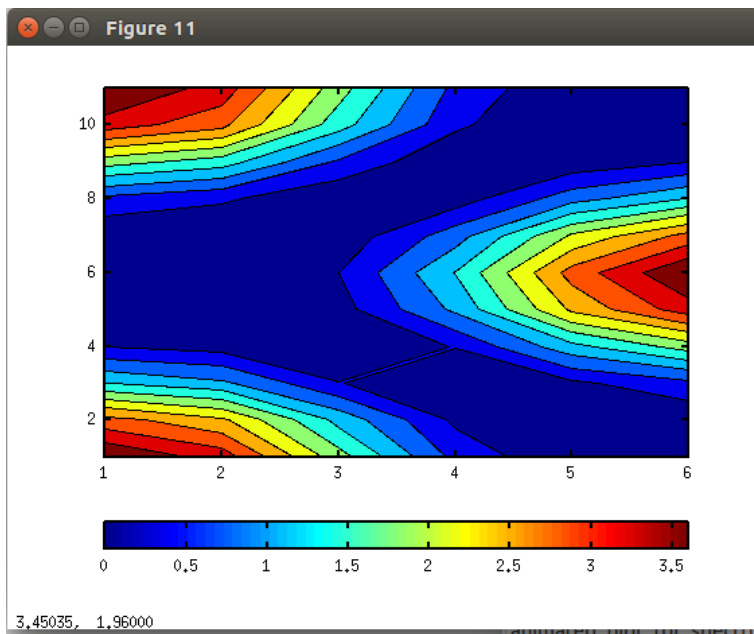


Figure 9: Animatia 1.

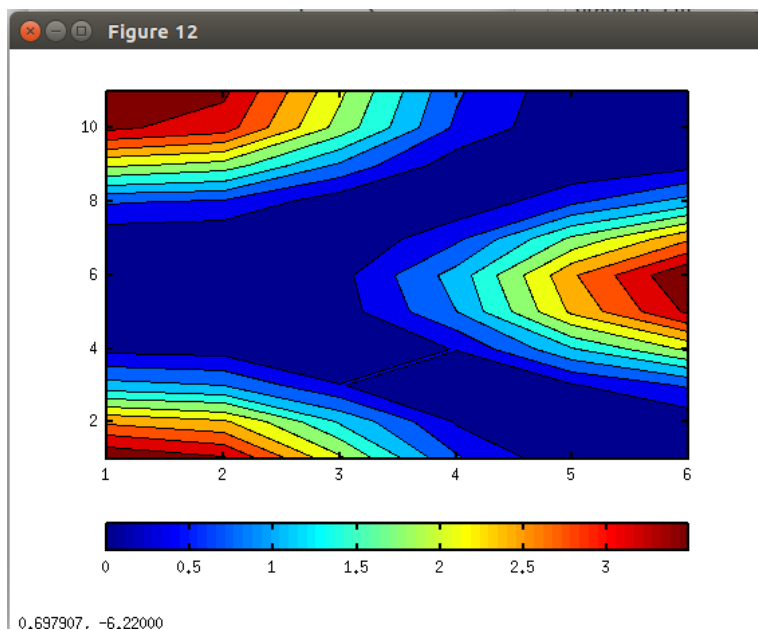


Figure 10: **Animatia 2.**

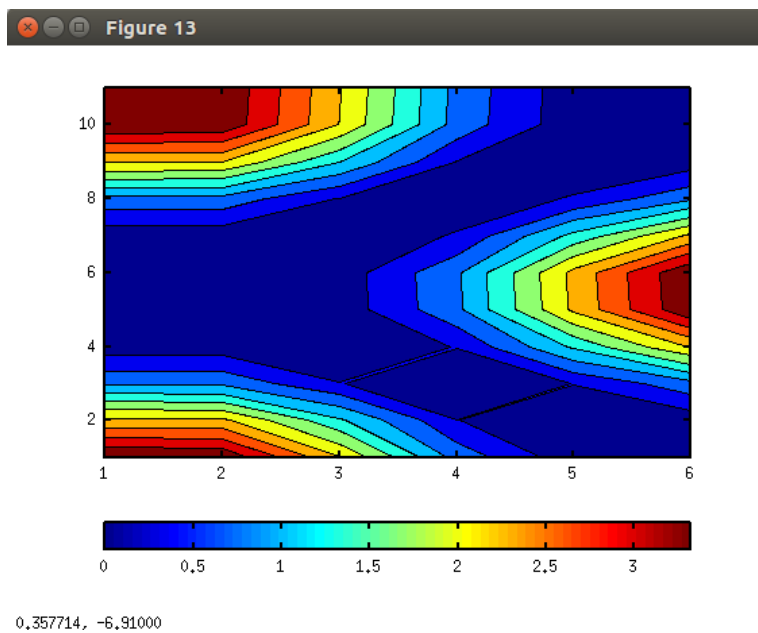


Figure 11: **Animatia 3.**

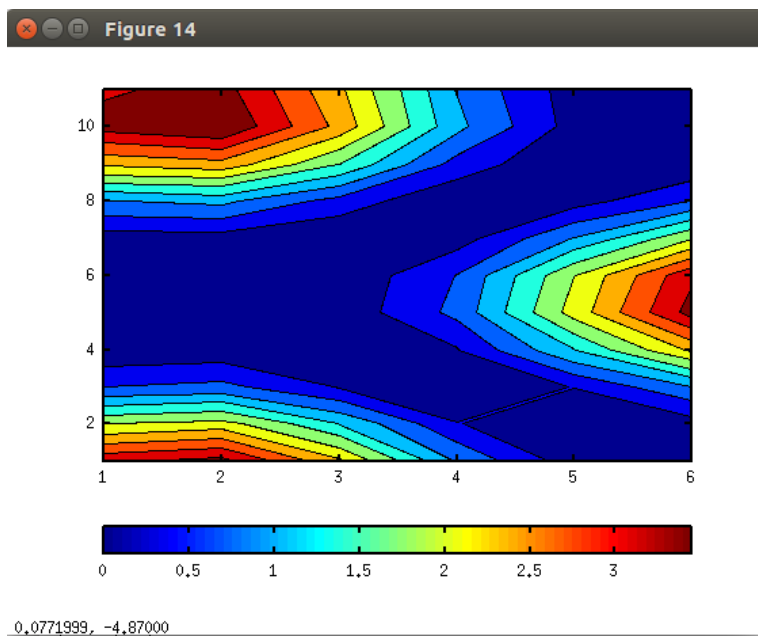


Figure 12: **Animatia 4.**

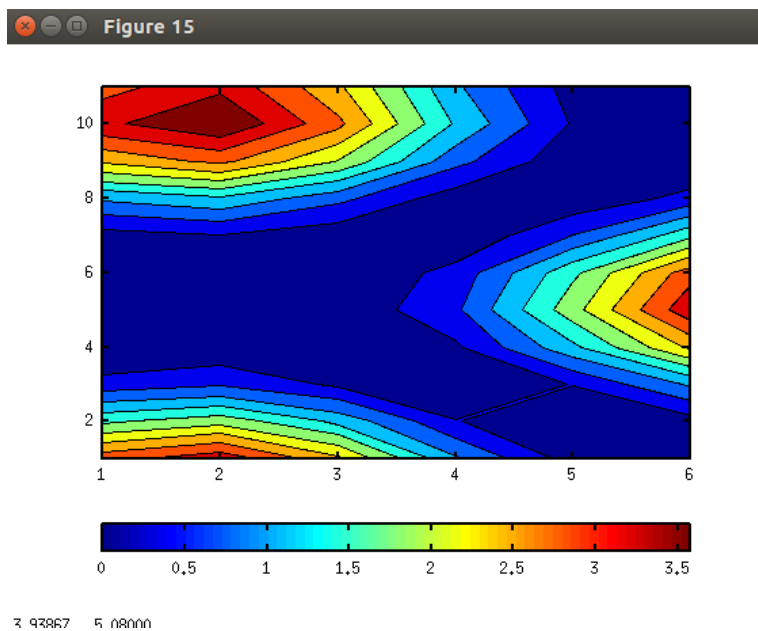


Figure 13: **Animatia 5.**

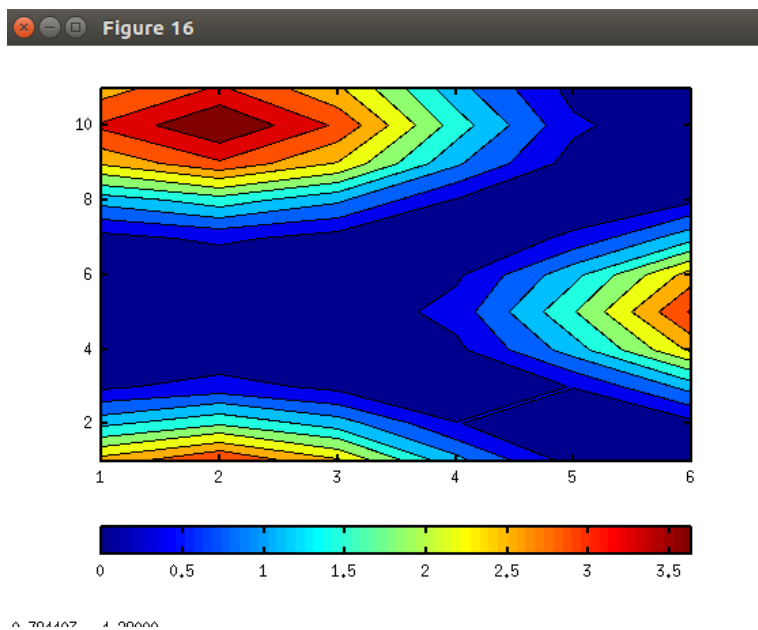


Figure 14: **Animatia 6.**

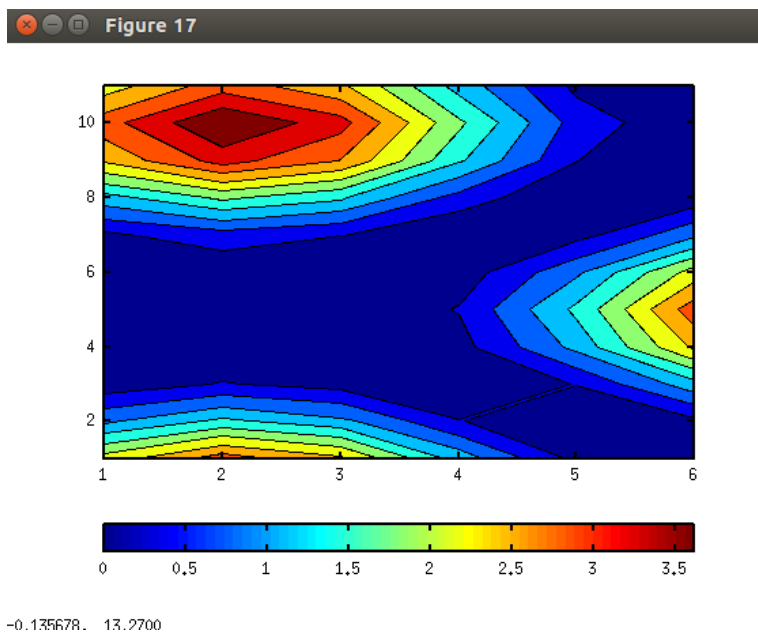


Figure 15: **Animatia 7.**

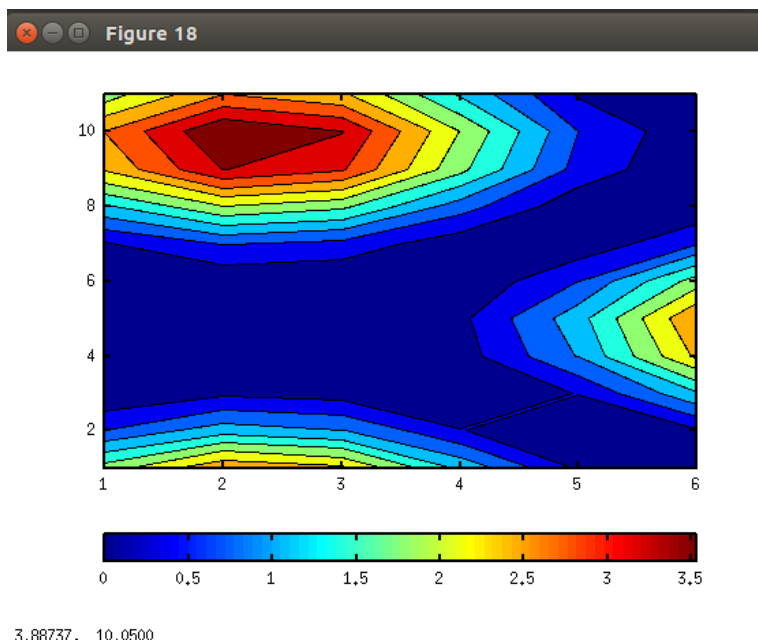


Figure 16: **Animatia 8.**

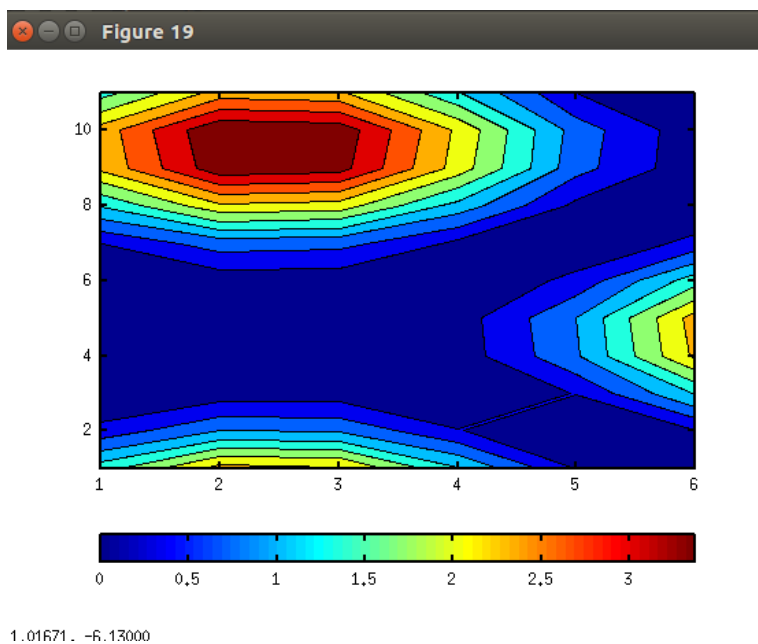


Figure 17: **Animatia 9.**

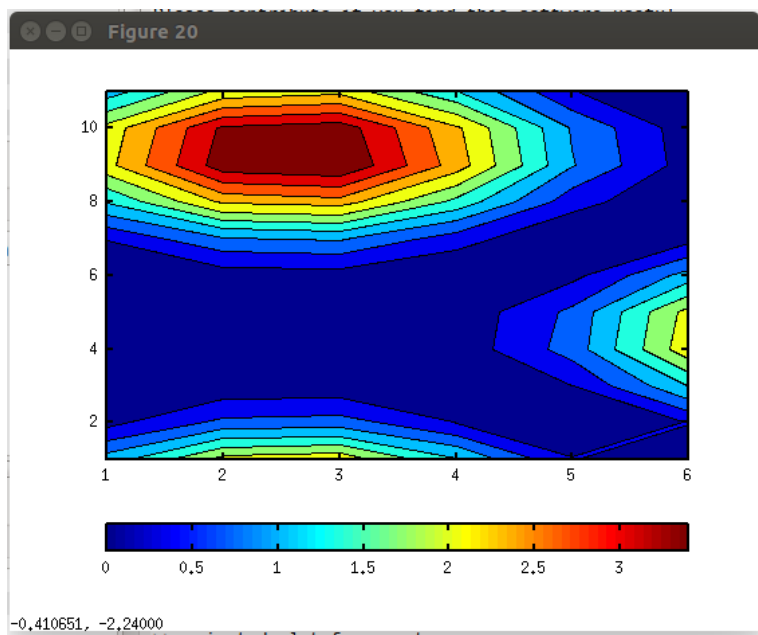


Figure 18: **Animatia 10.**

EXERCITIUL BONUS 1 - COD OCTAVE

```
function animated_plot ()
    graphics_toolkit("gnuplot");
    x = linspace(0,pi,6);
    y = linspace(0,2*pi,11);
    t = linspace(1,10,10);
    [X Y] = meshgrid(x, y);

    for i = 1 : 10
        figure;
        Z = (cos(X - t(i)*0.1) + cos(Y + t(i)*0.1)).^2;

        colormap("default");
        title(sprintf("Reprezentari, ex1"));
        contourf(Z);
        Fname = sprintf("file_%i.png", 1, ";;");
        print(Fname);
        colorbar("SouthOutSide");
    endfor

endfunction
```

EXERCITII BONUS

EXERCITIUL 2

Reprezentarea campurilor vectoriale variabile in timp

Consideram o functie vectoriala de 3 variabile scalare (2 variabile spatiale x si y si o variabila temporala t) $f(x,y,t)$, unde x si y reprezinta coordonate carteziene, iar t reprezinta timpul. Fie aceasta functie $f : [0, \pi] \times [0, 2\pi] \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y,t) = x \cdot \sin(y - t \cdot 0.3) \cdot i + 3 \cdot y \cdot \cos(x + t \cdot 0.3) \cdot j$. Vom realiza o animatie a spectrului campului functiei, in intervalul de timp pe care este definita functia. Variabila temporala putand lua 10 valori, inseamna ca animatia va cuprinde 10 grafice pe care le vom reprezenta mai jos.

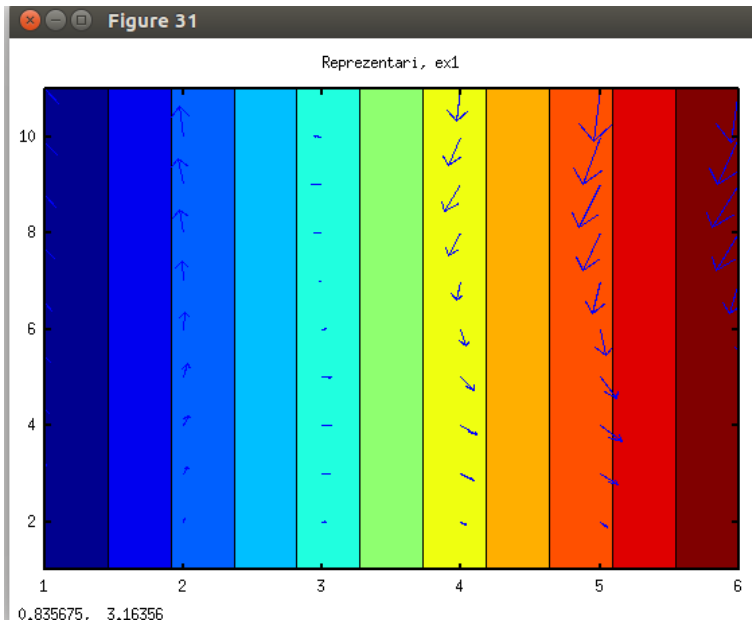


Figure 19: Animatia 1.

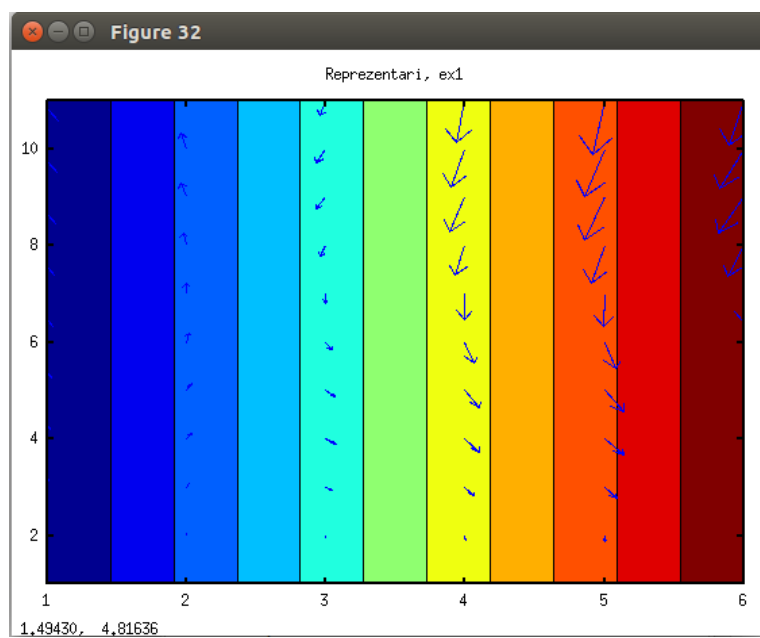


Figure 20: **Animatia 2.**

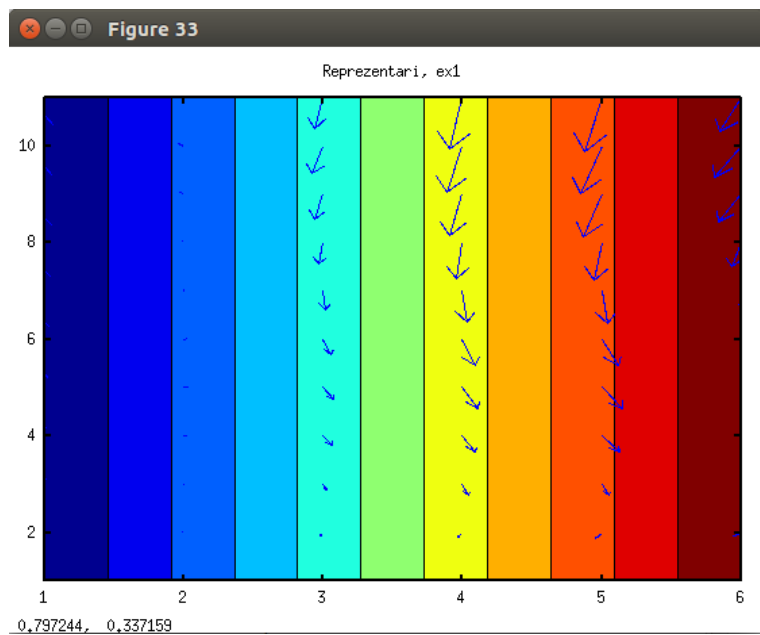


Figure 21: **Animatia 3.**

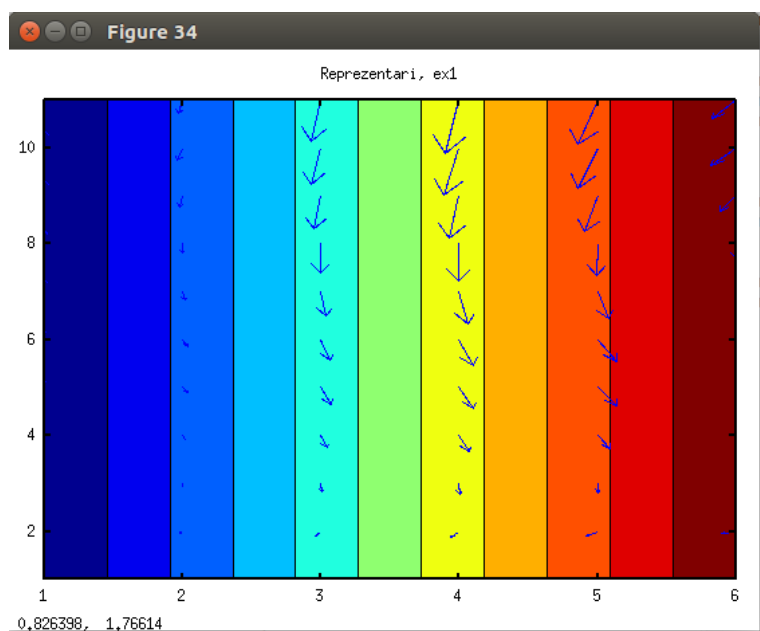


Figure 22: **Animatia 4.**

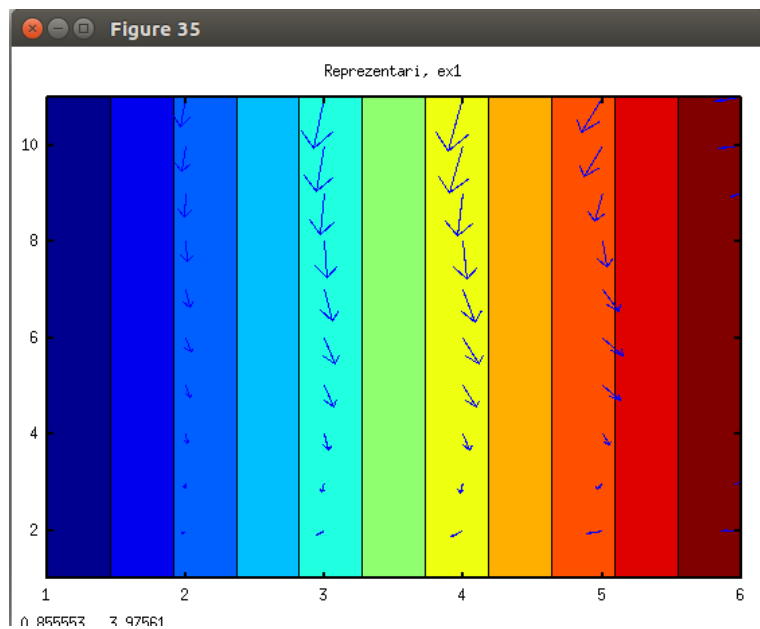


Figure 23: **Animatia 5.**

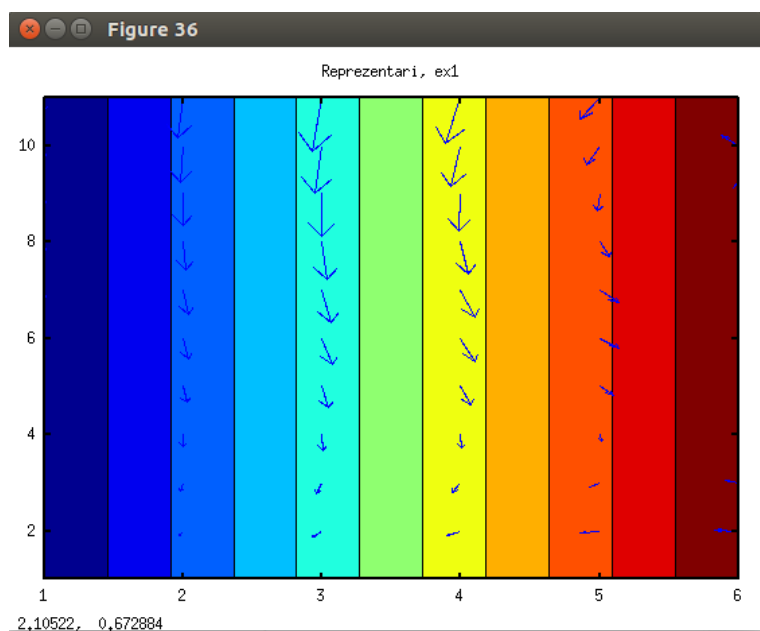


Figure 24: **Animatia 6.**

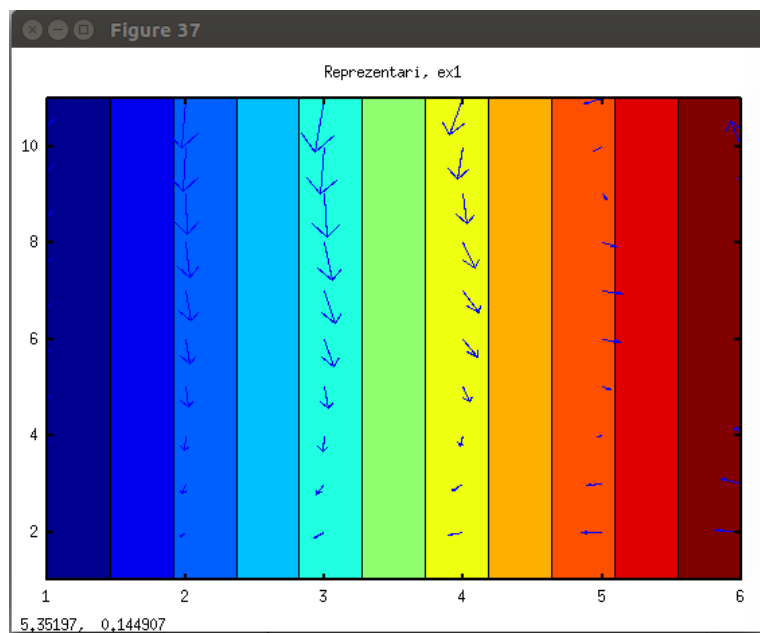


Figure 25: **Animatia 7.**

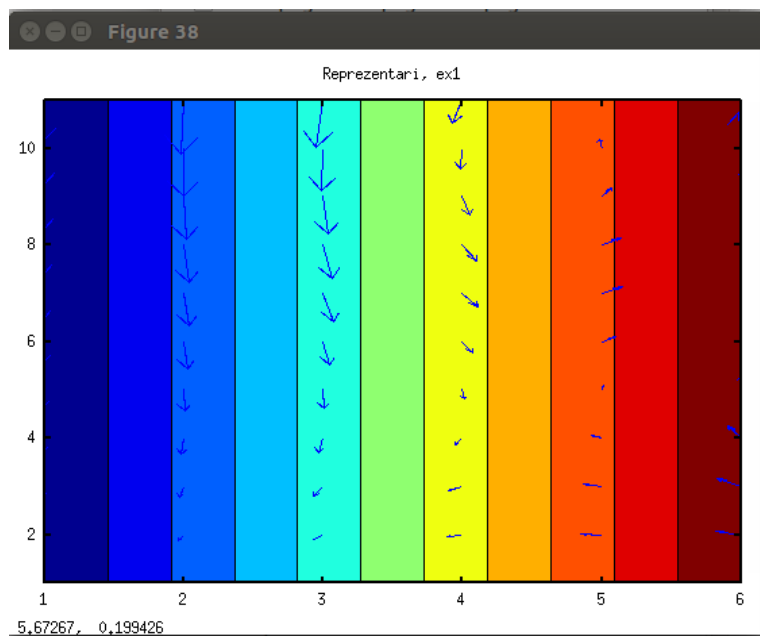


Figure 26: **Animatia 8.**

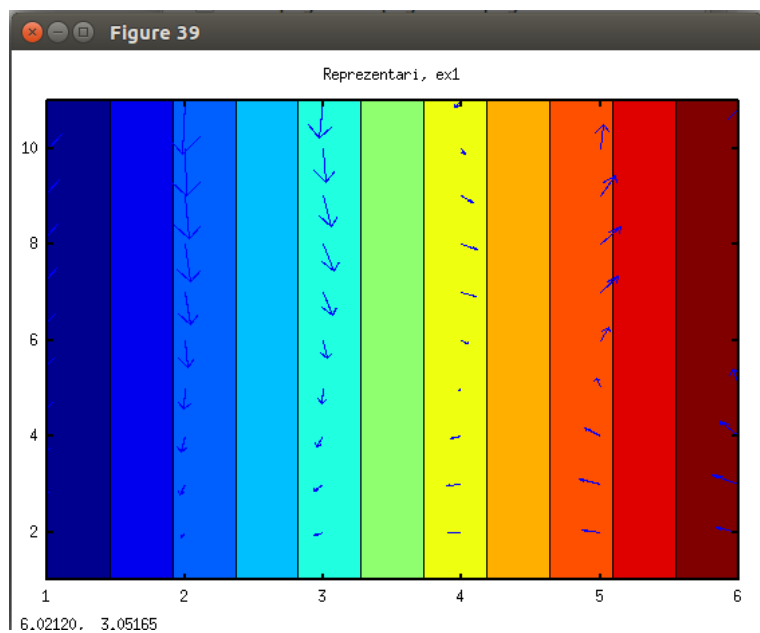


Figure 27: **Animatia 9.**

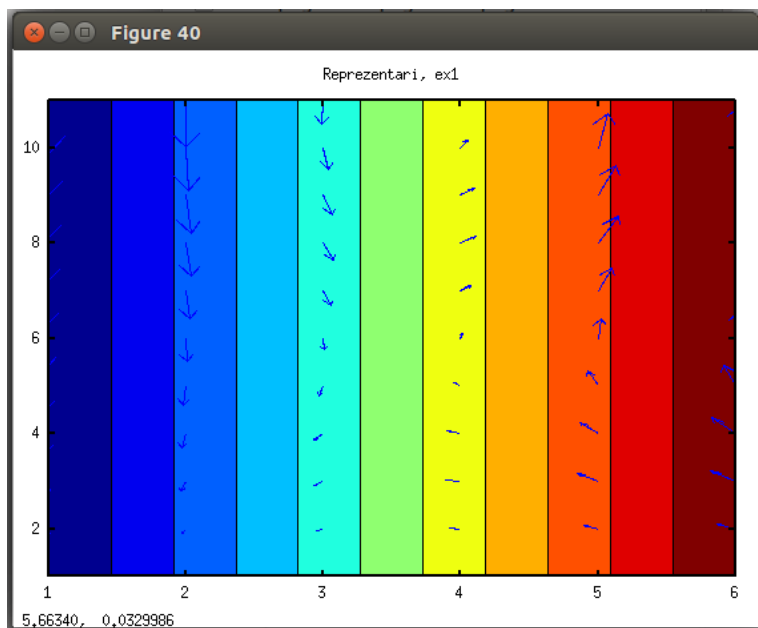


Figure 28: Animatia 10.

EXERCITIUL BONUS 2 - COD OCTAVE

```
function animated_plot_for_spectrum ()
    graphics_toolkit("gnuplot");
    x = linspace(0,pi,6);
    y = linspace(0,2*pi,11);
    t = linspace(1,10,10);
    [X Y] = meshgrid(x, y);
    for i = 1 : 10
        figure; hold;
        colormap("default");
        title(sprintf("Reprezentari, ex1"));
        contourf(X);
        G = quiver(X.* sin(Y - t(i)*0.3), 3 * Y.* cos(X + t(i)*0.3), 'b');
        Fname = sprintf("file_%i.png", i, ";;"); print(Fname);
    endfor

endfunction
```

REFERINTE