# Инструментальные средства моделирования Модуль 1 Домашнее задание

Бобер С.А.

October 1, 2021

# Введение

Материал, прочитанный на лекциях и примеры решения задач доступны в кратком содержании курса и в соответствующем классе Google Classroom.

# Задание

Построить алгоритм численного решения и оптимизации предложенной в конкретном варианте задачи на языке Python (с использованием библиотек NumPy, SciPy, Matplotlib, Holoviews) и визуализировать результаты. Решение должно быть выполнено в Jupyter Notebook (Jupyter Lab, Google Colab).

Должны быть построены следующие рисунки:

• Рисунок 1. Сетка конечных элементов. Элементы отображаются треугольниками, узлы точками. Элементы и узлы должны быть отображены разными цветами. Отобразить номера граничных узлов.

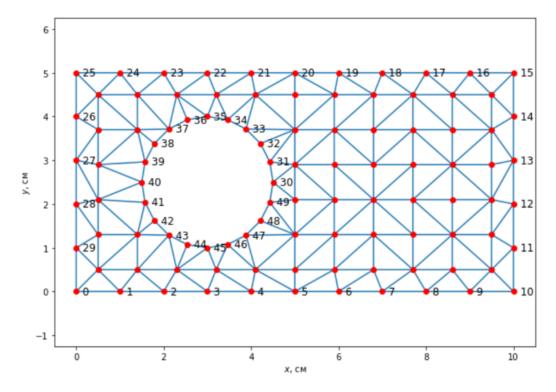


Рис. 1. Сетка конечных элементов

- Рисунок 2. Контурная карта главных напряжений. Должны быть отображены:
  - начальная форма границы детали,
  - контурная карта поля главных напряжений в узлах,
  - координаты узлов должны учитывать перемещение (с учетом масштабного коэффициента), полученное в результате решения задачи,
  - цветовая шкала (colorbar), цвета и значения в которой соответствуют отображенному полю.
  - значения главных напряжений в тех узлах, где заданы граничные условия, а также в узлах с максимальным и минимальным значением главного напряжения.



Рис. 2. Контурная карта главных напряжений

- Рисунок 3. Интерактивный рисунок, демонстрирующий формоизменение детали (рекомендуется использовать модуль holoviews). Должны быть отображены:
  - цветовая карта главных напряжений,
  - элемент управления **scale**, позволяющий изменять масштаб формоизменения от 0 до значения, соответствующего максимальному перемещению в 5-10% характерного размера детали.

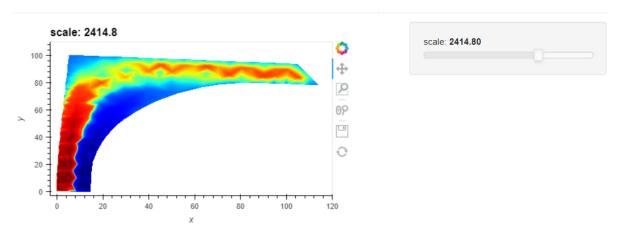
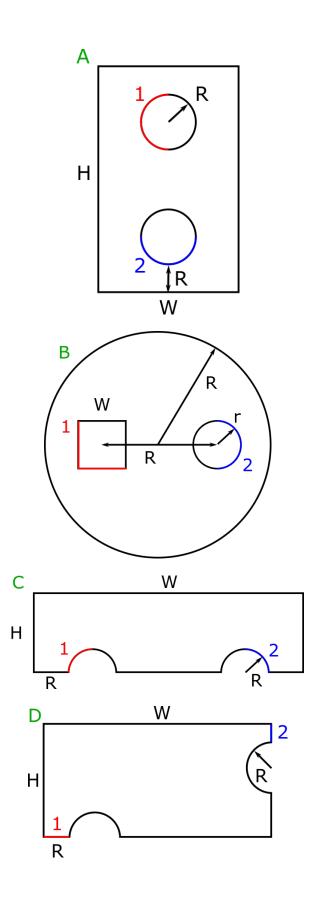


Рис. 3. Интерактивный рисунок

# Типы деталей

На рисунке 3 приведены изображения 6 типов деталей A - F. Детали характеризуются размерами  $L,\,H,\,W$  и радиусом R. На каждой детали указаны зоны границ, пронумерованные  $1,\,2,\,3$ .



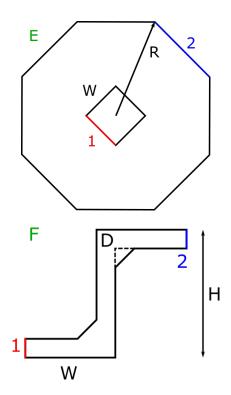


Рис. 3. Типовые детали

# Свойства материала

В качестве материала для деталей послужит конструкционная сталь различного качества. В таблице 1 указаны упругие свойства этих сталей, необходимые для расчетов.

E - модуль упругости (Юнга),

 $\sigma_T$  - предел текучести при растяжении.

Табл. 1. Свойства материалов

No	$E, \Gamma\Pi a$	$\mu$	$\sigma_T$ , M $\Pi$ a
1	200	0.27	300
2	210	0.29	600
3	220	0.31	900

# Критерий оптимизации

В этом задании принимается следующий простейший критерий оптимизации - критерий выхода из зоны упругости: если первое главное напряжение превышает предел текучести  $\sigma_T$ .

# Этапы решения

- Построение разбиения границы, генерации узлов и конечных элементов для указанного типа детали;
- Построение глобальной матрицы жесткости;
- Расчет граничных условий в указанных зонах (1-2) и внесение их в систему уравнений МКЭ;
- Решение задачи теории упругости при фиксированном параметре, и визуализация полученных при решении данных;

- Проверка корректности решения, исправление ошибок;
- Создание процедуры для оптимизации задачи по указанному в условии задачи параметру;
- Выполнение оптимизации и визуализация результатов.

# Варианты заданий

## Вариант 1

Рассчитать минимальную толщину t (см), при которой деталь A упруго деформируется равномерно распределенной по зоне границы 1 нагрузкой P=20 кг под углом  $105^{\circ}$ . Деталь изготовлена из стали  $\mathbb{N}^{1}$ , имеет размеры H,W,R=10,4,1 см, а зона границы 2 не перемещается.

# Вариант 2

Равномерно распределенная нагрузка P=25 кг, приложенная к зоне 2 под углом -105°, деформирует деталь B с размерами  $R,W,r=6,\ 1,\ 2$  см. Найти наименьшую толщину детали t (см), при которой не возникает пластической деформации, если зона 1 неподвижна, а деталь изготовлена из стали  $\mathbb{N}2$ .

# Вариант 3

Рассчитать максимальное смещение U (см) детали C, которое она способна выдержать (до возникновения пластической деформации) при воздействии равномерно распределенного усилия P (кг) на зону границы 1 под углом -15°. Деталь имеет размеры R, H, W = 3, 10, 10 см, толщину - 8 (см), материал -  $\mathbb{N}^3$ , а зона границы 2 закреплена.

#### Вариант 4

Деталь D с размерами R, H, W = 2, 9, 7 см и толщиной 5 см подвержена упругой деформации посредством приложенного к зоне 2 равномерно распределенного усилия P (кг), действующего под углом 75°. Зона 1 неподвижна. Определить наибольшее смещение детали U (см) при условии сохранения упругой деформации, если деталь изготовлена из стали №3.

# Вариант 5

Рассчитать максимальную величину равномерно распределенного усилия P (H/cм²), приходящегося на зону границы 1 и действующего под углом -45°, которую деталь E из стали №1 способна выдержать (не допуская пластической деформации). Размеры детали - R,W = 7, 1 см, толщина - 4 см. Зона 2 закреплена.

# Вариант 6

Зона 2 границы детали F закреплена, а зона 1 равномерно нагружена усилием P ( $H/cm^2$ ) под углом  $30^\circ$ . Деталь задана следующими размерами: H,W,D=6,4,1 см и толщиной t=3 см. При условии сохранения упругости деформации определить наибольшую величину усилия P, если деталь изготовлена из стали N = 3.

# Вариант 7

Рассчитать минимальную толщину t (см), при которой деталь A упруго деформируется равномерно распределенной по зоне границы 2 нагрузкой P=40 кг под углом  $120^{\circ}$ . Деталь изготовлена из стали  $\mathbb{N}^{2}$ , имеет размеры H,W,R=8,8,1 см, а зона границы 1 не перемещается.

# Вариант 8

Равномерно распределенная нагрузка P=30 кг, приложенная к зоне 1 под углом  $90^{\circ}$ , деформирует деталь B с размерами  $R,W,r=6,\ 3,\ 1$  см. Найти наименьшую толщину детали t (см), при которой не возникает пластической деформации, если зона 2 неподвижна, а деталь изготовлена из стали N1.

# Вариант 9

Рассчитать максимальное смещение U (см) детали C, которое она способна выдержать (до возникновения пластической деформации) при воздействии равномерно распределенного усилия P (кг) на зону границы 2 под углом -120°. Деталь имеет размеры R, H, W = 1, 4, 7 см, толщину - 9 (см), материал -  $\mathbb{N}^2$ , а зона границы 1 закреплена.

# Вариант 10

Деталь D с размерами R, H, W = 1, 6, 5 см и толщиной 6 см подвержена упругой деформации посредством приложенного к зоне 1 равномерно распределенного усилия P (кг), действующего под углом  $120^{\circ}$ . Зона 2 неподвижна. Определить наибольшее смещение детали U (см) при условии сохранения упругой деформации, если деталь изготовлена из стали  $\mathbb{N}^3$ .

# Вариант 11

Рассчитать максимальную величину равномерно распределенного усилия P (H/cм²), приходящегося на зону границы 2 и действующего под углом -30°, которую деталь E из стали №2 способна выдержать (не допуская пластической деформации). Размеры детали - R,W = 5, 1 см, толщина - 2 см. Зона 1 закреплена.

## Вариант 12

Зона 1 границы детали F закреплена, а зона 2 равномерно нагружена усилием P ( $H/cm^2$ ) под углом -15°. Деталь задана следующими размерами: H, W, D = 8, 4, 2 см и толщиной t = 3 см. При условии сохранения упругости деформации определить наибольшую величину усилия P, если деталь изготовлена из стали N1.

# Вариант 13

Рассчитать минимальную толщину t (см), при которой деталь A упруго деформируется равномерно распределенной по зоне границы 1 нагрузкой P=30 кг под углом  $75^{\circ}$ . Деталь изготовлена из стали M1, имеет размеры H,W,R=7,5,1 см, а зона границы 2 не перемещается.

# Вариант 14

Равномерно распределенная нагрузка P=30 кг, приложенная к зоне 2 под углом -60°, деформирует деталь B с размерами  $R,W,r=12,\ 5,\ 4$  см. Найти наименьшую толщину детали t (см), при которой не возникает пластической деформации, если зона 1 неподвижна, а деталь изготовлена из стали №2.

# Вариант 15

Рассчитать максимальное смещение U (см) детали C, которое она способна выдержать (до возникновения пластической деформации) при воздействии равномерно распределенного усилия P (кг) на зону границы 1 под углом  $105^\circ$ . Деталь имеет размеры R, H, W = 2, 3, 10 см, толщину - 6 (см), материал - N3, а зона границы 2 закреплена.

#### Вариант 16

Деталь D с размерами R, H, W=1, 5, 5 см и толщиной 2 см подвержена упругой деформации посредством приложенного к зоне 2 равномерно распределенного усилия P (кг), действующего под углом 30°. Зона 1 неподвижна. Определить наибольшее смещение детали U (см) при условии сохранения упругой деформации, если деталь изготовлена из стали  $\mathbb{N}^3$ .

## Вариант 17

Рассчитать максимальную величину равномерно распределенного усилия P (H/см²), приходящегося на зону границы 1 и действующего под углом 75°, которую деталь E из стали №1 способна выдержать (не допуская пластической деформации). Размеры детали - R, W = 6, 2 см, толщина - 7 см. Зона 2 закреплена.

# Вариант 18

Зона 2 границы детали F закреплена, а зона 1 равномерно нагружена усилием P ( $H/cm^2$ ) под углом 75°. Деталь задана следующими размерами: H,W,D=6,4,1 см и толщиной t=3

см. При условии сохранения упругости деформации определить наибольшую величину усилия P, если деталь изготовлена из стали  $\mathbb{N}^1$ .

# Вариант 19

Рассчитать минимальную толщину t (см), при которой деталь A упруго деформируется равномерно распределенной по зоне границы 2 нагрузкой P=35 кг под углом -90°. Деталь изготовлена из стали №1, имеет размеры H, W, R=8, 3, 1 см, а зона границы 1 не перемещается.

#### Вариант 20

Равномерно распределенная нагрузка P=40 кг, приложенная к зоне 1 под углом -60°, деформирует деталь B с размерами R,W,r=7,1,3 см. Найти наименьшую толщину детали t (см), при которой не возникает пластической деформации, если зона 2 неподвижна, а деталь изготовлена из стали №1.

## Вариант 21

Рассчитать максимальное смещение U (см) детали C, которое она способна выдержать (до возникновения пластической деформации) при воздействии равномерно распределенного усилия P (кг) на зону границы 2 под углом -105°. Деталь имеет размеры R, H, W = 2, 4, 10 см, толщину - 5 (см), материал - №3, а зона границы 1 закреплена.

# Вариант 22

Деталь D с размерами R, H, W = 2, 7, 8 см и толщиной 5 см подвержена упругой деформации посредством приложенного к зоне 1 равномерно распределенного усилия P (кг), действующего под углом -75°. Зона 2 неподвижна. Определить наибольшее смещение детали U (см) при условии сохранения упругой деформации, если деталь изготовлена из стали №3.

## Вариант 23

Рассчитать максимальную величину равномерно распределенного усилия P (H/см²), приходящегося на зону границы 2 и действующего под углом  $105^{\circ}$ , которую деталь E из стали №3 способна выдержать (не допуская пластической деформации). Размеры детали - R,W = 6,3 см, толщина - 7 см. Зона 1 закреплена.

## Вариант 24

Зона 1 границы детали F закреплена, а зона 2 равномерно нагружена усилием P ( $H/cm^2$ ) под углом -90°. Деталь задана следующими размерами: H, W, D = 6, 4, 2 см и толщиной t = 1 см. При условии сохранения упругости деформации определить наибольшую величину усилия P, если деталь изготовлена из стали  $\mathbb{N}_2$ .

#### Вариант 25

Рассчитать минимальную толщину t (см), при которой деталь A упруго деформируется равномерно распределенной по зоне границы 1 нагрузкой P=40 кг под углом  $30^{\circ}$ . Деталь изготовлена из стали N1, имеет размеры H,W,R=16,4,2 см, а зона границы 2 не перемещается.

# Вариант 26

Равномерно распределенная нагрузка P=35 кг, приложенная к зоне 2 под углом -90°, деформирует деталь B с размерами  $R,W,r=8,\ 2,\ 1$  см. Найти наименьшую толщину детали t (см), при которой не возникает пластической деформации, если зона 1 неподвижна, а деталь изготовлена из стали №3.

# Вариант 27

Рассчитать максимальное смещение U (см) детали C, которое она способна выдержать (до возникновения пластической деформации) при воздействии равномерно распределенного усилия P (кг) на зону границы 1 под углом  $90^{\circ}$ . Деталь имеет размеры R, H, W = 1, 2, 7 см, толщину - 5 (см), материал - N1, а зона границы 2 закреплена.

# Вариант 28

Деталь D с размерами R, H, W=1, 5, 9 см и толщиной 7 см подвержена упругой деформации посредством приложенного к зоне 2 равномерно распределенного усилия P (кг), действующего под углом  $120^{\circ}$ . Зона 1 неподвижна. Определить наибольшее смещение детали U (см) при условии сохранения упругой деформации, если деталь изготовлена из стали N2.

# Вариант 29

Рассчитать максимальную величину равномерно распределенного усилия P (H/cм²), приходящегося на зону границы 1 и действующего под углом 90°, которую деталь E из стали №3 способна выдержать (не допуская пластической деформации). Размеры детали - R, W = 5, 2 см, толщина - 3 см. Зона 2 закреплена.