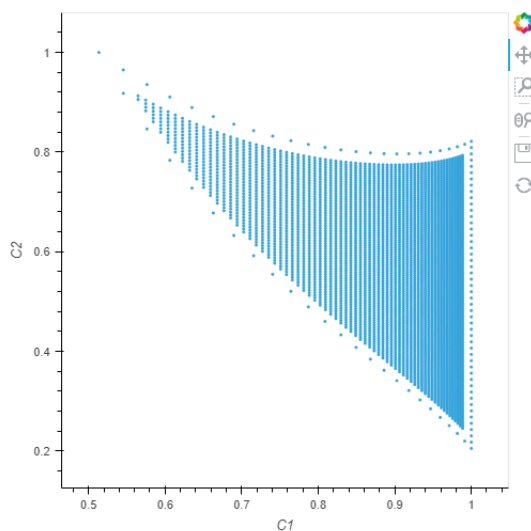


Домашнее задание
по курсу
Инструментальные средства моделирования (модуль 2)
Тема: Многокритериальная оптимизация

Бобер С.А.

December 13, 2022



Описание

Подразумевается, что студент, приступающий к выполнению этого задания уже выполнил Домашнее задание (модуль 1), хорошо представляет себе решение задач теории упругости, одномерной и многомерной оптимизации, а также владеет необходимыми для этого инструментами (модулями языка Python).

По сравнению с Домашним заданием (модуль 1), где главной целью была скалярная (т.е. однопараметрическая однокритериальная) оптимизация, в этом задании целями являются:

- исследование двухпараметрической модели и
- оптимизация ее относительно двух противоречащих друг другу критериев.

Параметрами модели являются размеры, определяющие форму плоской двумерной детали или расположение ее частей или компонент. Параметры влияют на массу детали и ее прочность, и, как правило, эти величины являются критериями в вариантах задания.

Массу детали можно рассчитать либо используя эмпирические формулы, либо на основе триангуляции формы детали. Для расчета прочности потребуется конечноэлементный расчет, аналогичный выполненному в Домашнем задании (модуль 1).

Параметры не являются независимыми (значение одного параметра, как правило, ограничивает область изменения второго), следовательно область допустимых значений (ОДЗ) параметров

не является прямоугольной. **Первым этапом** исследования модели требуется построить эту область и отобразить ее на графике.

Вторым этапом исследования модели является этап генерации большого количества пар параметров из ОДЗ, равномерно (или неравномерно) покрывающих эту область, и расчет для каждой пары значений обоих критериев.

В результате этого этапа должны быть построены четыре графика:

- контурная карта (contourplot) величины массы детали на плоскости параметров;
- контурная карта величины критерия прочности на плоскости параметров;
- облако точек (scatter) на плоскости критериев;
- интерактивная карта суперкритерия на плоскости параметров (рекомендуется использовать модуль holoviews); карта должна отображать зависимость от гиперпараметров:

α - для сверточных суперкритериев (см. Рис. 1);

координат идеальной точки x и y - для суперкритериев на основе идеальной точки; в этом случае также должны отображаться облако точек и идеальная точка на плоскости критериев (см. Рис. 2);

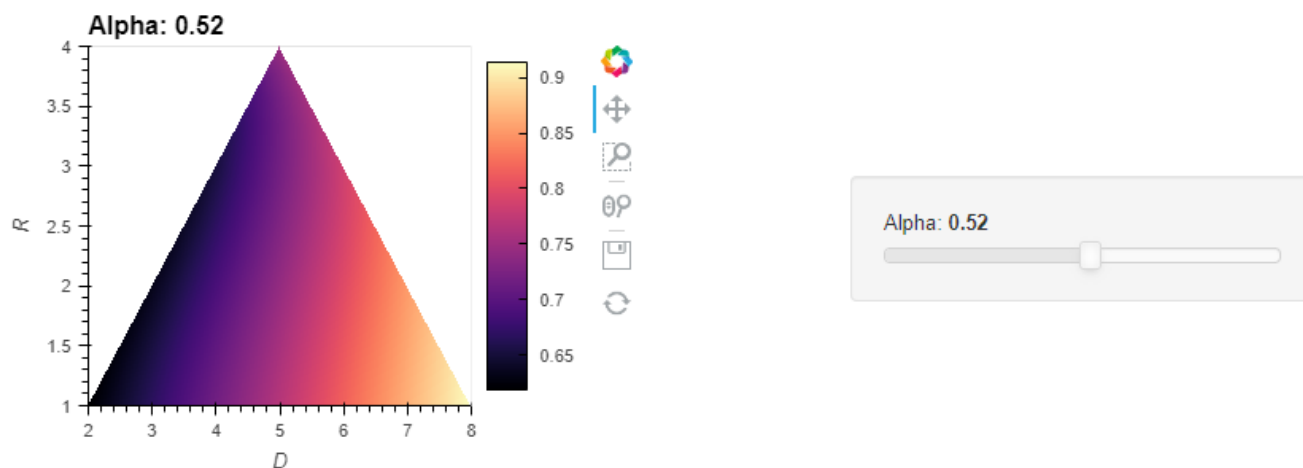


Рис. 1. Интерактивная карта сверточного суперкритерия

C1: 0.5, C2: 0.5

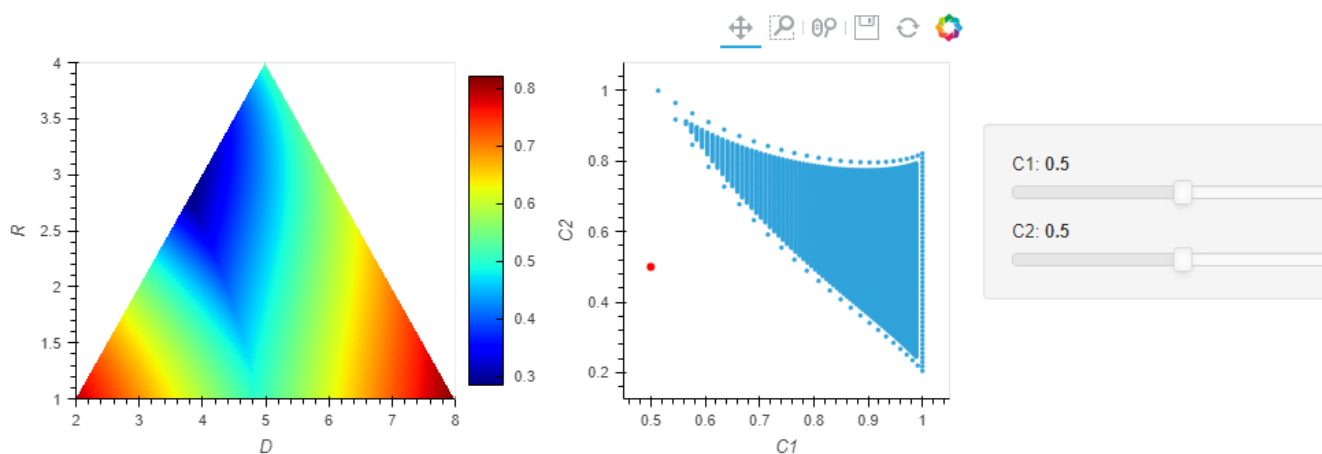


Рис. 2. Интерактивная карта суперкритерия на основе идеальной точки

Третьей стадией исследования является применение одного из методов многокритериальной оптимизации, сводящих ее к двумерной однокритериальной оптимизации супер-критерия, являющегося функцией двух исходных критериев. На этом этапе необходимо получить эффективные по Парето решения, применив выбранный метод оптимизации либо один раз, либо несколько, в зависимости от наличия в методе свободных параметров (например, весовых коэффициентов во взвешенной сумме критериев), от которых зависит результат оптимизации.

В результате этого этапа должны быть построены графики:

- облако оптимальных точек или оптимальная линия поверх облака точек (график 3 второго этапа) на плоскости критериев;
- облако оптимальных точек или линия на плоскости параметров, одновременно с границей ОДЗ;
- таблица со столбцами [Параметр 1, Параметр 2, Критерий 1, Критерий 2, Суперкритерий], в которой отражены все оптимальные точки.

Литература

Дополнительная информация доступна по ссылкам:

1. Основы метода конечных элементов: учебн. пособ. / сост. Г. М. Макарьянц, А.Б. Прокофьев. - Самара: Изд-во Самар. гос. аэ-рокосм. ун-та, 2013.
2. Э. И. Старовойтов. Сопротивление материалов: Учеб. пособие для студентов технических вузов. – Гомель: БелГУТ, 1999.
3. А.В. Лотов, И.В. Поспелова. Конспект лекций по теории и методам многокритериальной оптимизации: учебн. пособ. / М.: МГУ, 2014.
4. Цикл лекций по Многокритериальной оптимизации. Университет Синергия (Youtube)
5. "Introduction to Finite Element Analysis(FEA) or Finite Element Method (FEM)"
6. "The Direct Stiffness Method I (University of Colorado Boulder)"
7. "The Direct Stiffness Method II (University of Colorado Boulder)"
8. О. Зенкевич "Метод конечных элементов в технике"
9. Л. Сегерлинд "Применение метода конечных элементов"

Свойства материалов

В качестве материала для деталей послужит конструкционная сталь различного качества. В таблице 1 указаны упругие свойства этих сталей, необходимые для расчетов.

E - модуль упругости (Юнга),

μ - коэффициент Пуассона,

ρ - плотность стали.

Table 1: Свойства материалов

№	E , ГПа	μ	ρ , кг/м ³
1	200	0.27	6800
2	210	0.29	6900
3	220	0.31	7000

Критерии прочности

В этой работе используются следующие критерии прочности (см. 2) для случая плоско-напряженного состояния:

1. $\sigma = \sigma_1$
2. $\sigma = \sigma_1 - \mu\sigma_2$
3. $\sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2}$

Методы многокритериальной оптимизации

1. Аддитивная свертка критериев;
2. Мультипликативная свертка критериев;
3. Метод идеальной точки (Евклидово расстояние);
4. Метод идеальной точки (Манхэттенское расстояние).

Варианты заданий

Во всех вариантах заданий:

- Все размеры заданы в сантиметрах;
- Толщина всех деталей - 1 см;
- Величина всех распределенных усилий - 1000 Н;
- Минимальный размер любого элемента (например, минимальная толщина стенки, минимальный радиус отверстия и т.д.), если он не указан, - 1 см;
- Первый критерий во всех задачах - масса;
- Материал - любой из Таблицы 1.

Вариант 1

Параметры задачи: радиусы $R1$, $R2$.

Второй критерий: прочность 2.

Метод многокритериальной оптимизации: 2

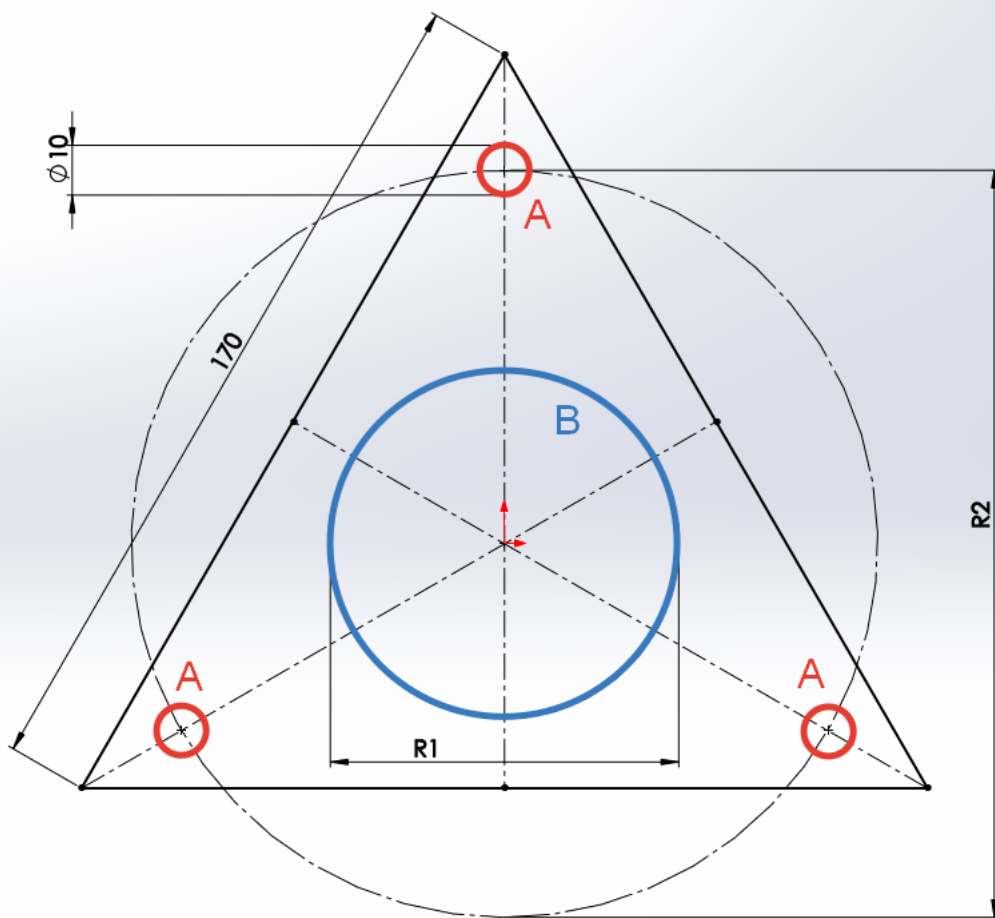
Граничные условия:

Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие, направленное по касательной в каждой точке зоны, чтобы соответствовать "вращению" круга против часовой стрелки.

Минимальный размер элемента - 5 см.

Описание детали: Деталь - равносторонний треугольник с 4-мя круглыми отверстиями. Центры всех отверстий A находятся на окружности радиуса $R2$.



Вариант 2

Параметры задачи: радиусы $R1$, $R2$.

Второй критерий: прочность 1.

Метод многокритериальной оптимизации: 3

Граничные условия:

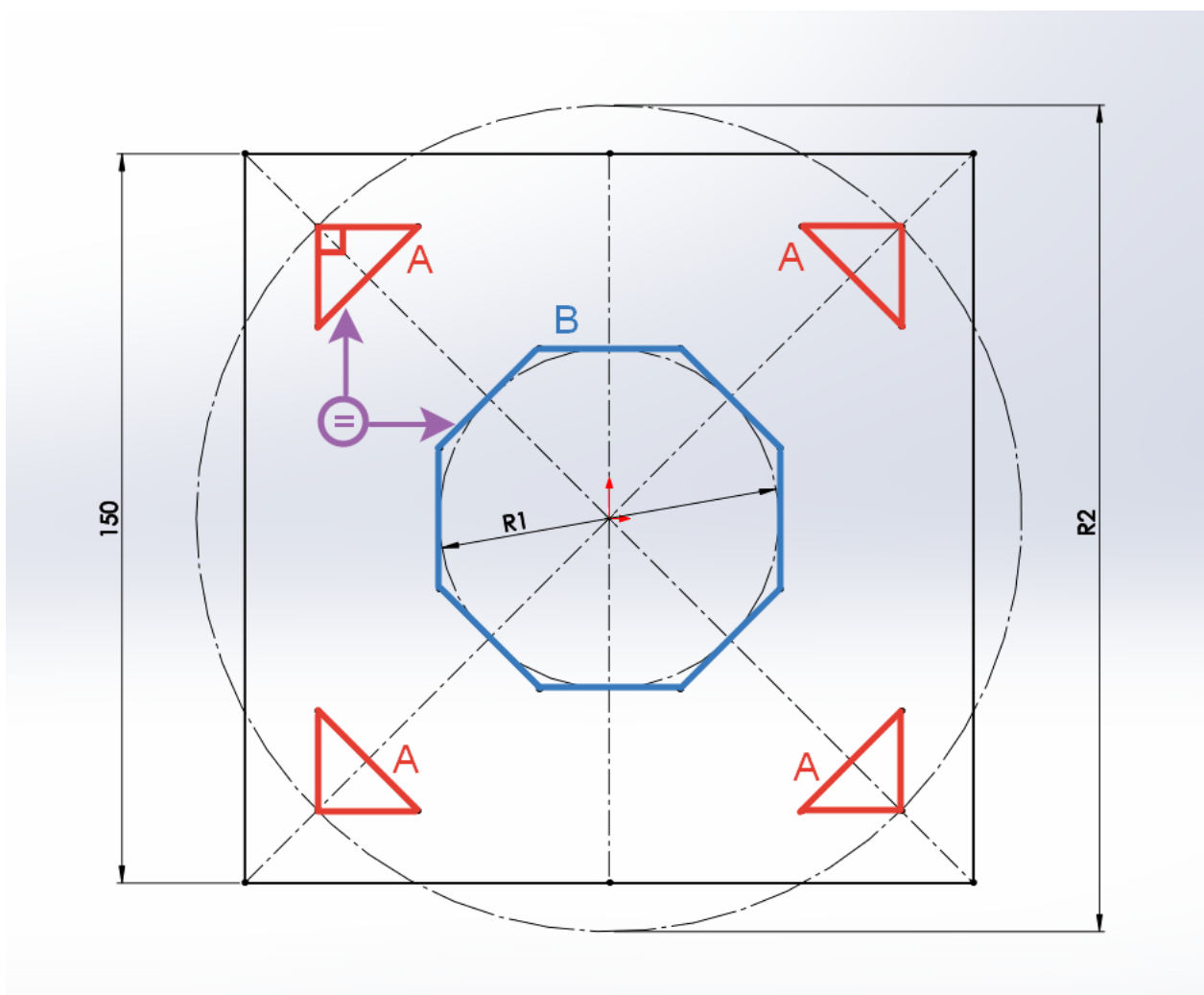
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие, направленное по касательной в каждой точке зоны, чтобы соответствовать "вращению" восьмиугольника по часовой стрелке.

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - квадрат с 4-мя одинаковыми отверстиями в форме равнобедренных прямоугольных треугольников и одним восьмиугольным отверстием по центру. Вершины прямых углов всех отверстий A находятся на окружности радиуса $R2$. Гипотенузы треугольных отверстий равны стороне восьмиугольника.



Вариант 3

Параметры задачи: радиус R , расстояние L .

Второй критерий: прочность 3.

Метод многокритериальной оптимизации: 4

Граничные условия:

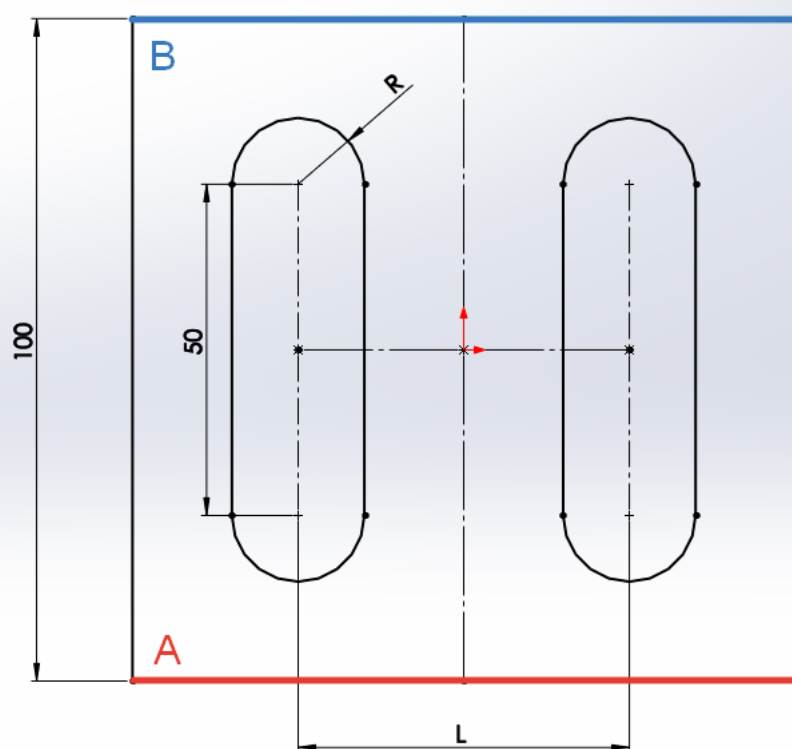
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие под углом -45° .

Минимальный размер элемента - 5 см.

Описание детали:

Деталь - квадрат с 2-мя одинаковыми отверстиями в форме слотов.



Вариант 4

Параметры задачи: радиус R , толщина W .

Второй критерий: прочность 2.

Метод многокритериальной оптимизации: 1

Граничные условия:

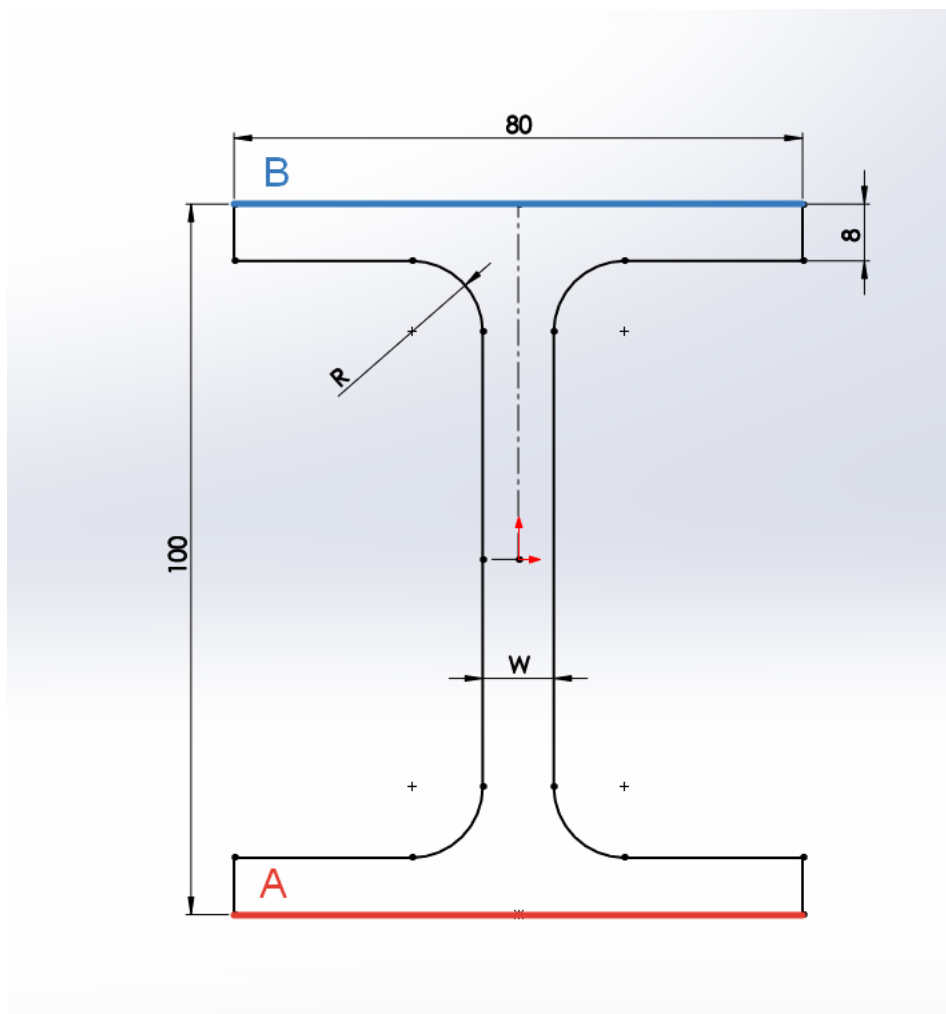
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие под углом 135° .

Минимальный размер элемента - 5 см.

Описание детали:

Деталь - I-образный профиль.



Вариант 5

Параметры задачи: диаметр D , высота H .

Второй критерий: прочность 1.

Метод многокритериальной оптимизации: 2

Граничные условия:

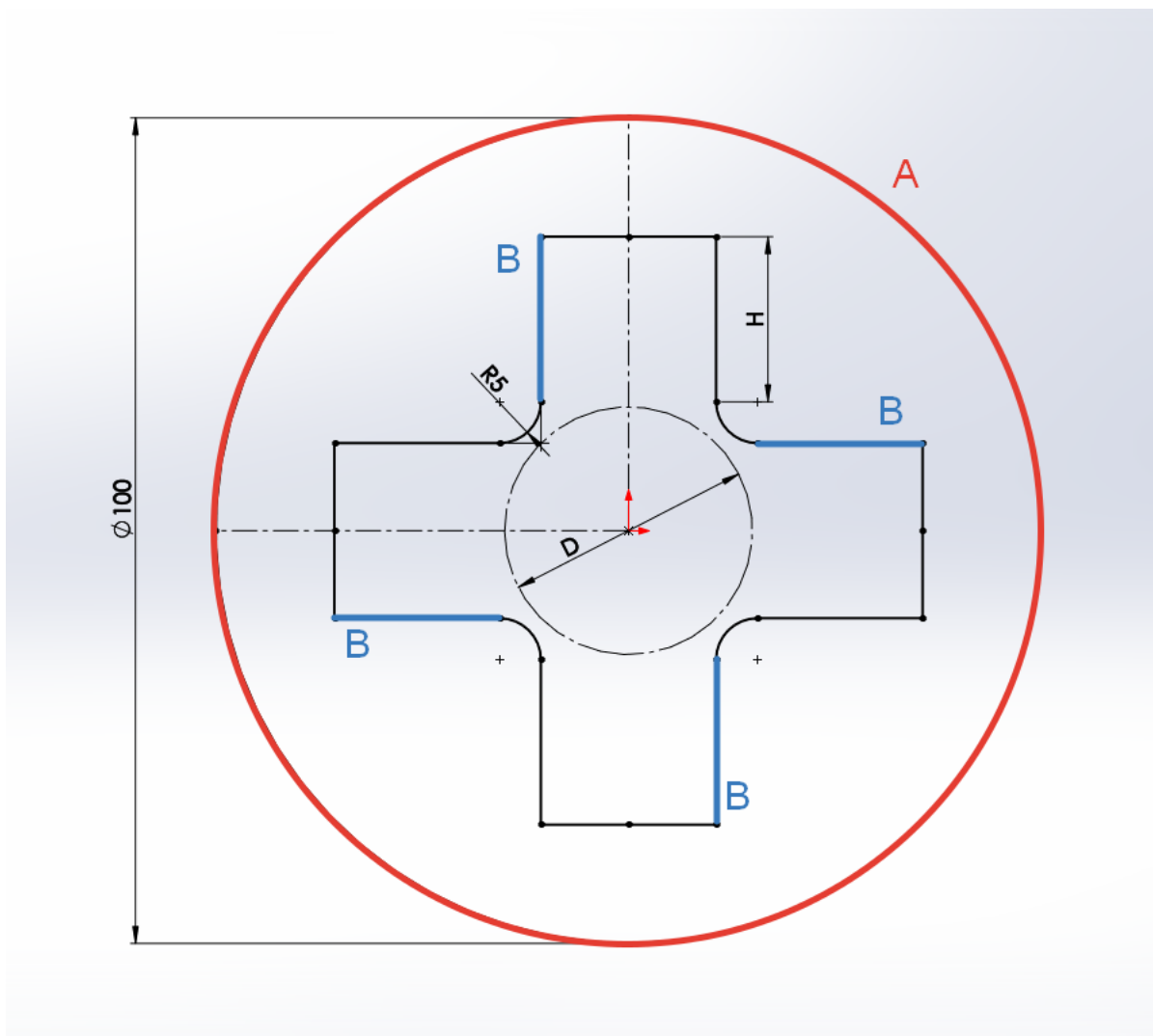
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие перпендикулярное границам соответствующее "вращению" креста против часовой стрелки.

Минимальный размер элемента - 5 см.

Описание детали:

Деталь - круг с отверстием в форме креста. Внутренние углы креста скруглены радиусом 5 см.



Вариант 6

Параметры задачи: расстояние L , толщина W .

Второй критерий: прочность 2.

Метод многокритериальной оптимизации: 4

Граничные условия:

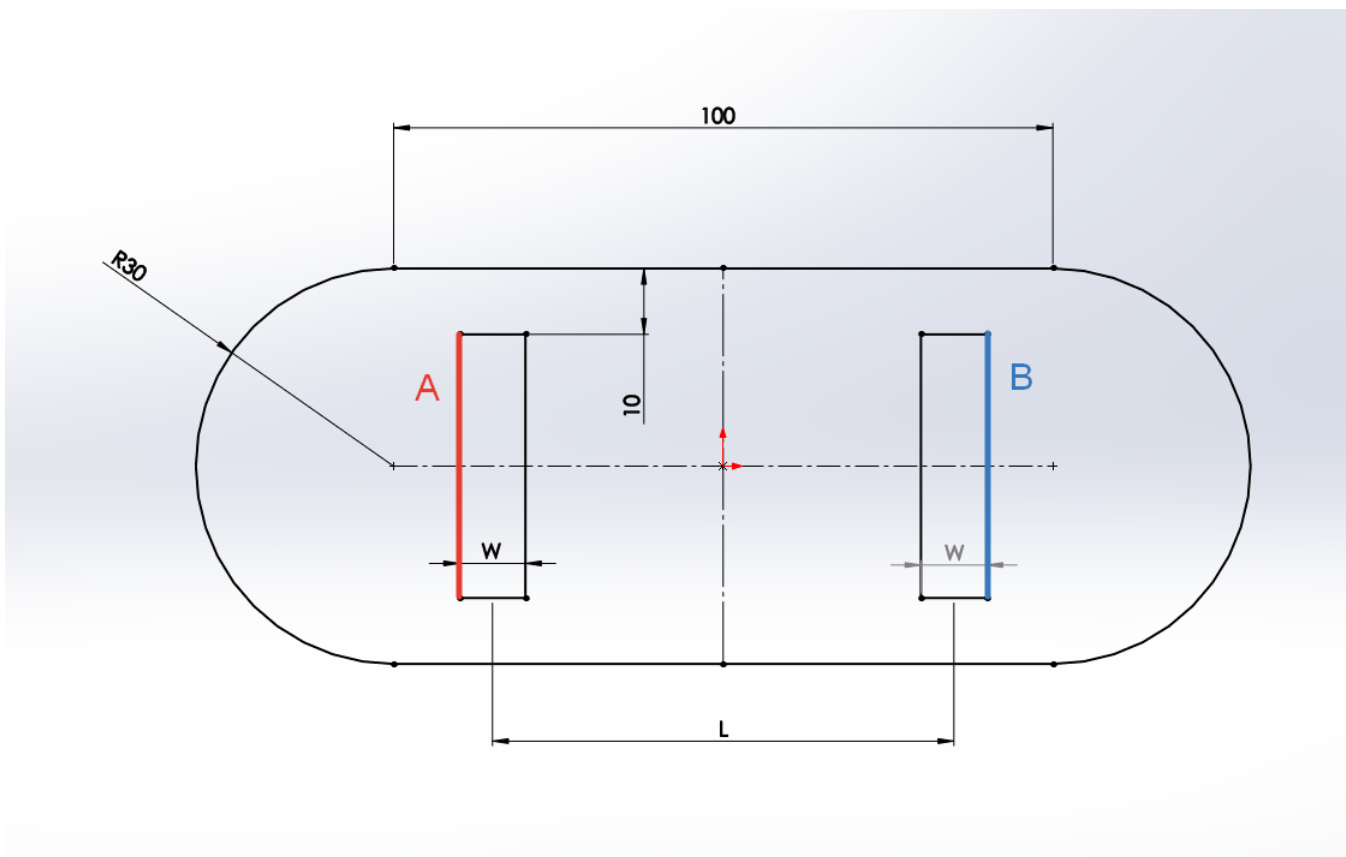
Зона A - распределенное усилие под углом 180° .

Зона B - распределенное усилие под углом 0° .

Минимальный размер элемента - 5 см.

Описание детали:

Деталь - прямоугольник с полностью скругленными короткими сторонами, содержащий два прямоугольных, расположенных симметрично относительно геометрического центра детали отверстия.



Вариант 7

Параметры задачи: радиус R , ширина W .

Второй критерий: прочность 1.

Метод многокритериальной оптимизации: 1

Граничные условия:

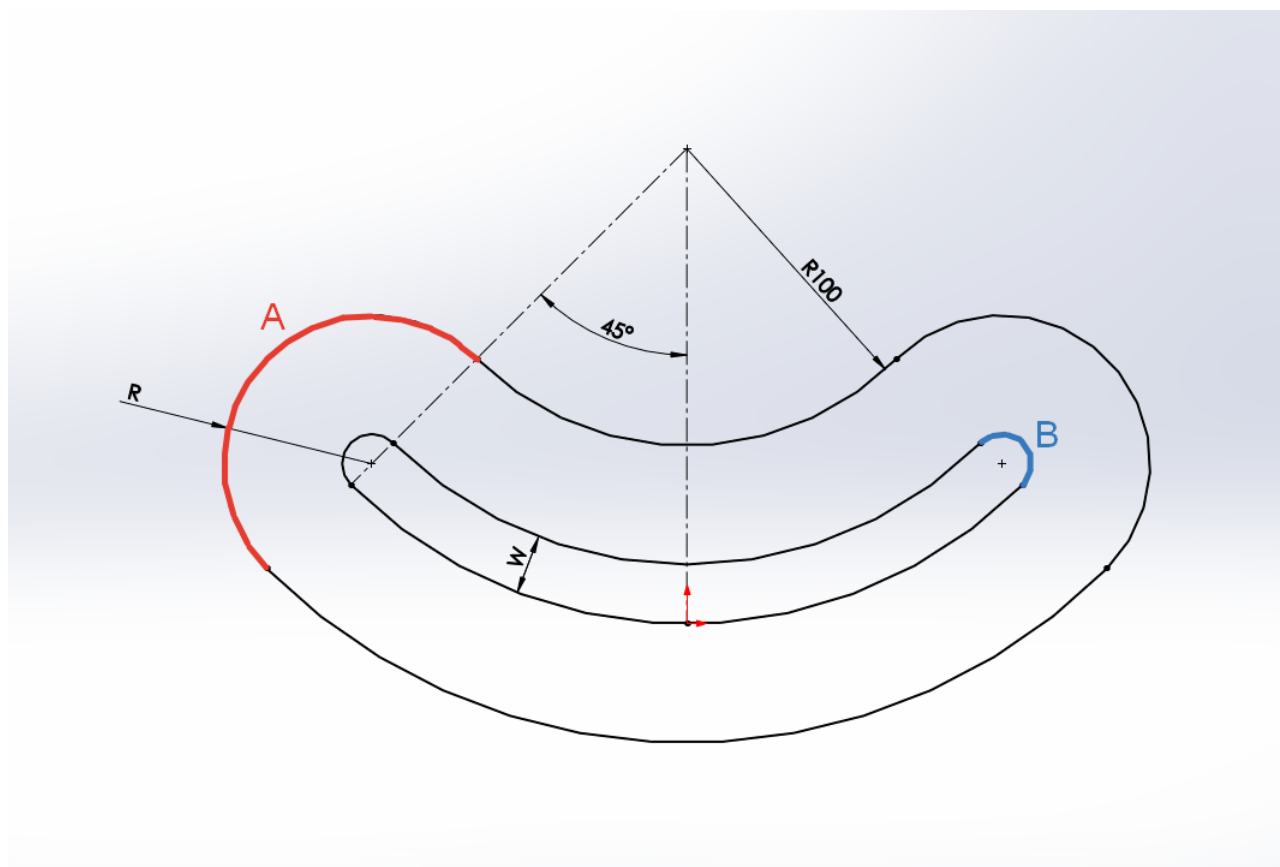
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие под углом 0° .

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - кольцо сложной формы.



Вариант 8

Параметры задачи: радиус R , ширина L .

Второй критерий: прочность 3.

Метод многокритериальной оптимизации: 2

Граничные условия:

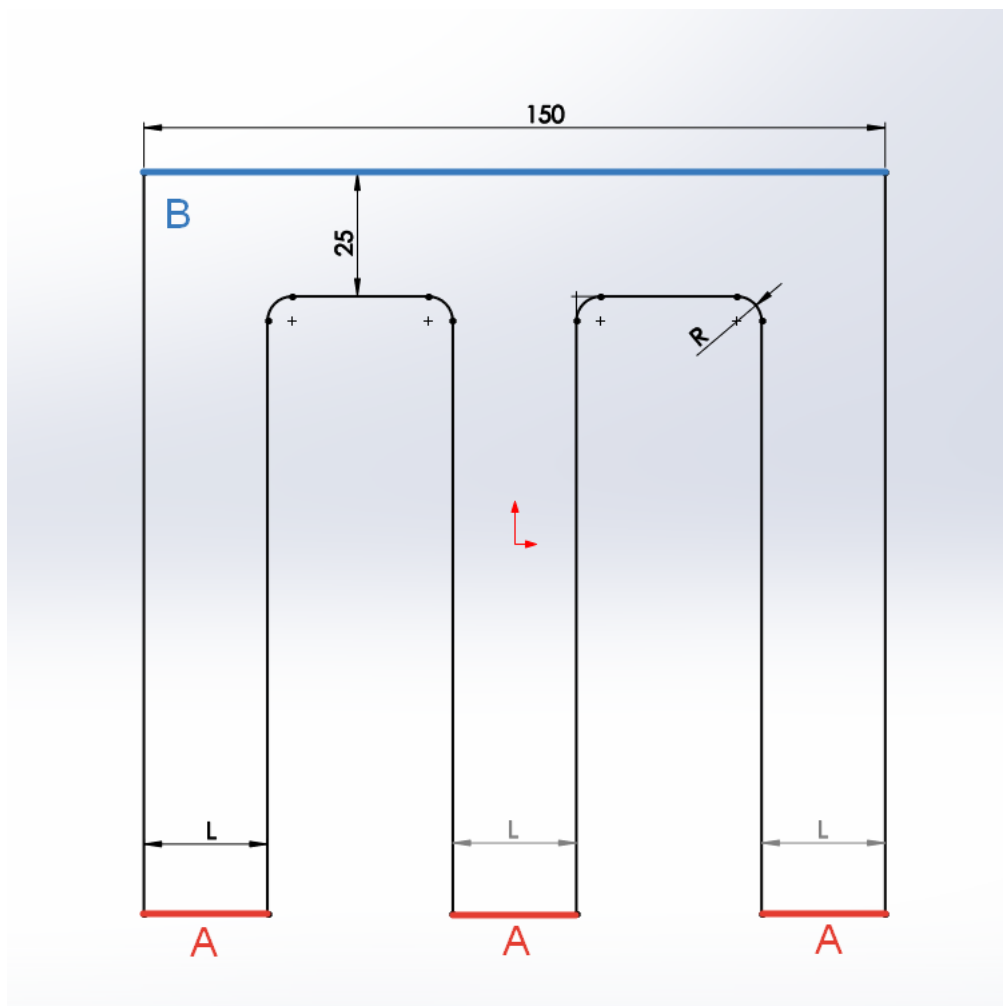
Зона А - полное закрепление.

Зона *B* - распределенное усилие под углом -135° .

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - m-образный профиль, полученный из квадрата. Центральная "нога" расположена симметрично по центру.



Вариант 9

Параметры задачи: радиусы $R1$, $R2$.

Второй критерий: прочность 1.

Метод многокритериальной оптимизации: 3

Граничные условия:

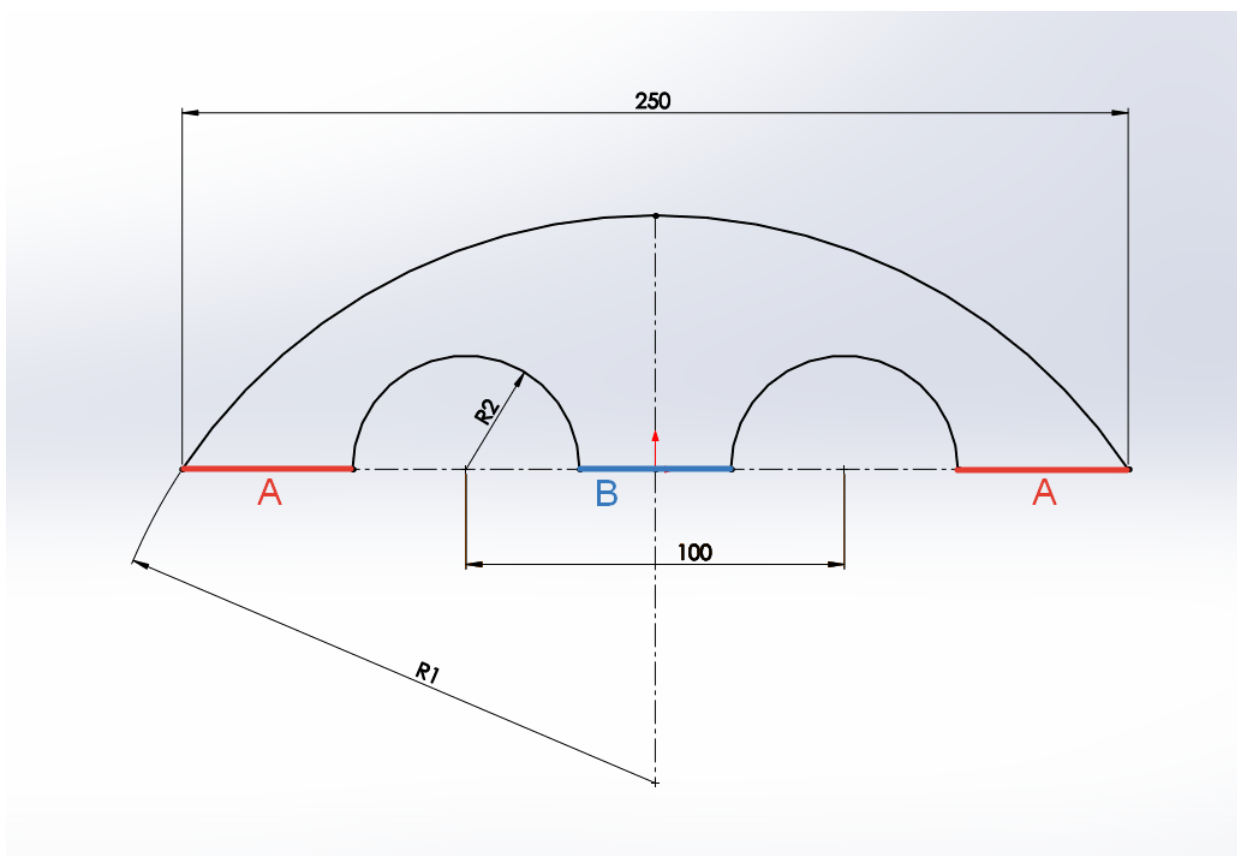
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие перпендикулярно границе.

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - сегмент круга с двумя полукруглыми вырезами, расположенными симметрично относительно центральной оси.



Вариант 10

Параметры задачи: L , W .

Второй критерий: прочность 2.

Метод многокритериальной оптимизации: 4

Граничные условия:

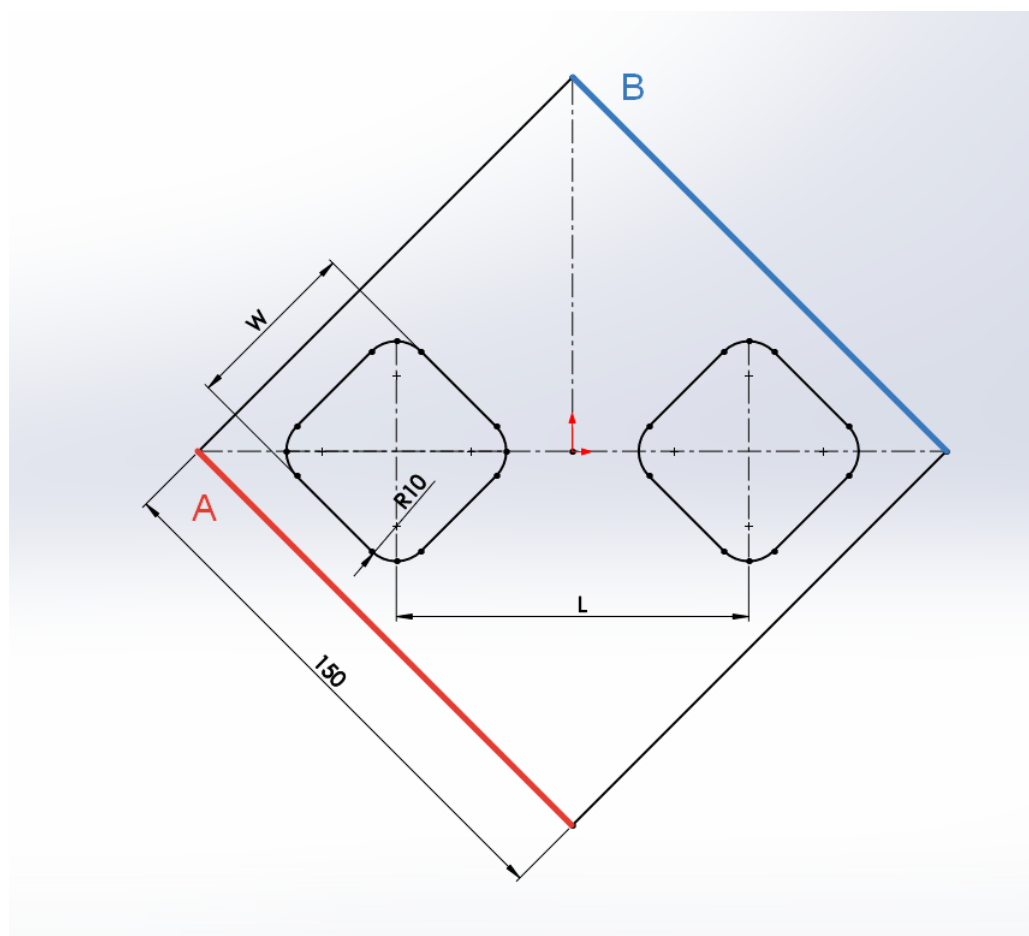
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие под углом 0° .

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - квадрат, ориентированный диагональю вдоль горизонтальной оси, имеющий два выреза в виде скругленных квадратов со стороной W на расстоянии L друг от друга.



Вариант 11

Параметры задачи: радиусы $R1$, $R2$.

Второй критерий: прочность 3.

Метод многокритериальной оптимизации: 1

Граничные условия:

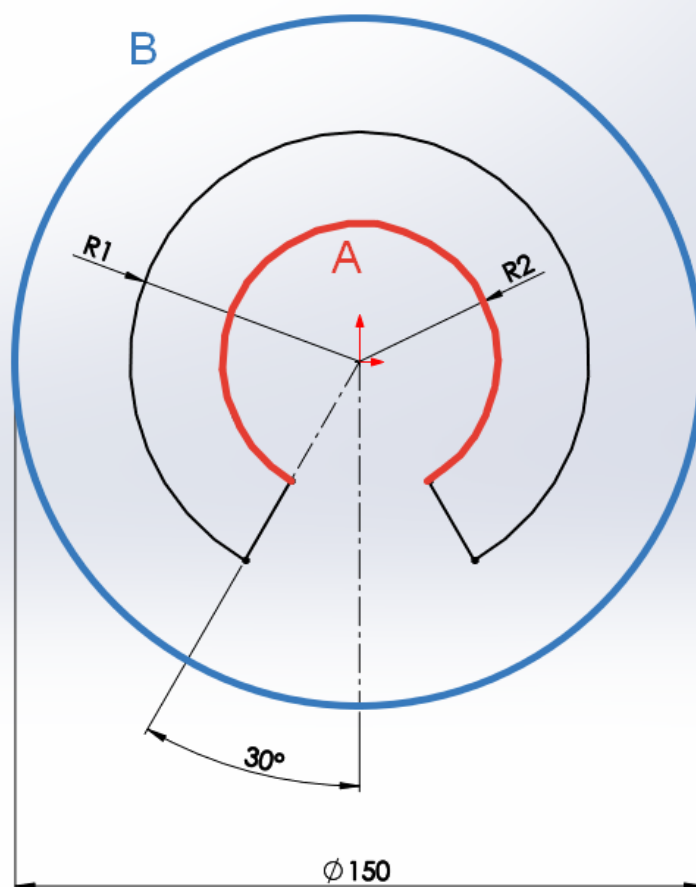
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие, направленное по касательной в каждой точке зоны, чтобы соответствовать "вращению" по часовой стрелке.

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - круг с вырезом в виде незамкнутого кольца.



Вариант 12

Параметры задачи: L , W .

Второй критерий: прочность 2.

Метод многокритериальной оптимизации: 2

Граничные условия:

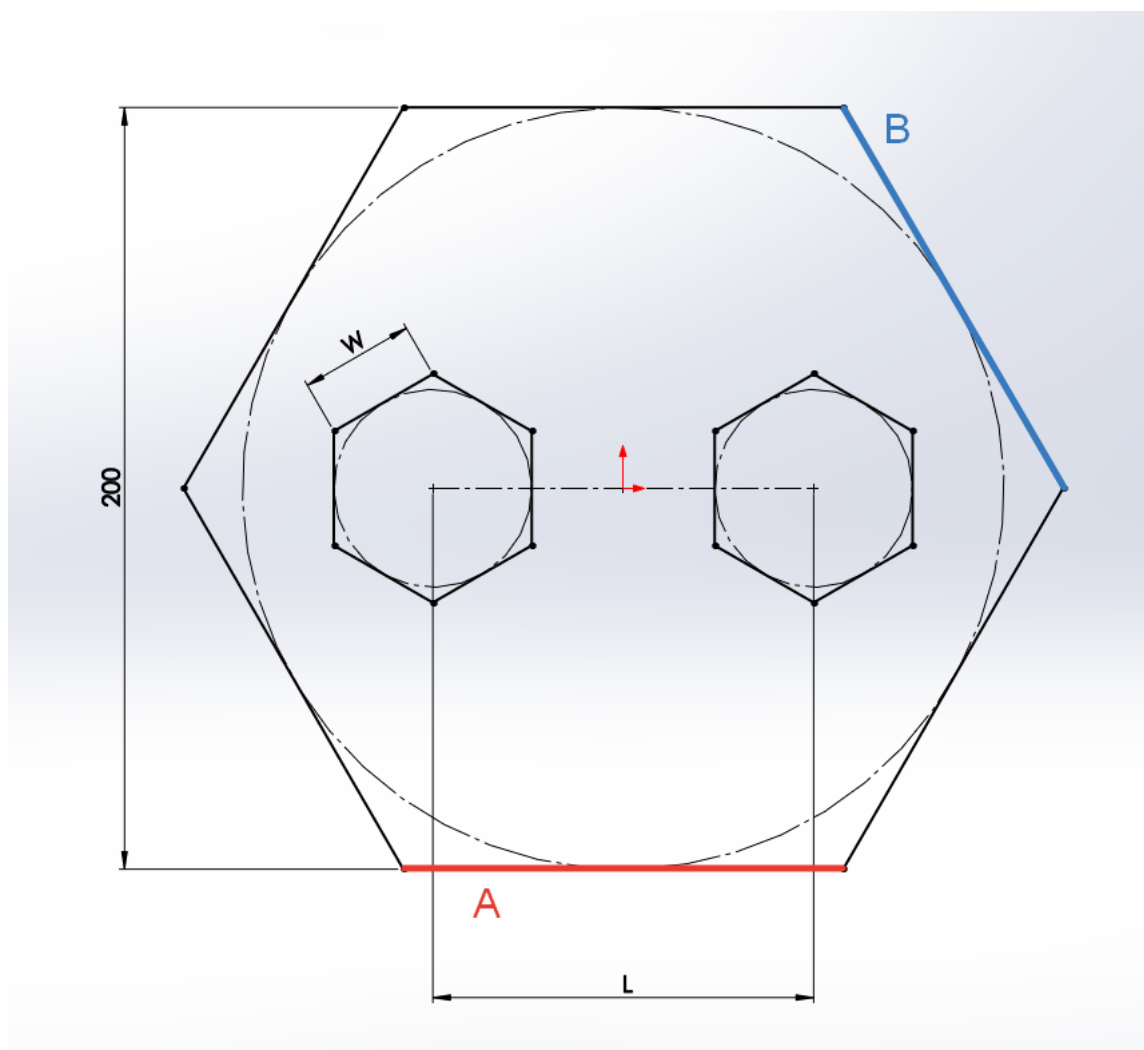
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие по нормали к грани.

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - шестиугольник с двумя шестиугольными вырезами, расположенными симметрично относительно основной вертикальной оси.



Вариант 13

Параметры задачи: L , R .

Второй критерий: прочность 1.

Метод многокритериальной оптимизации: 3

Граничные условия:

Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие под углом -90° .

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - квадрат с фрезерованными выемками радиуса R , расположенными по двум его сторонам на расстоянии L от краев.

