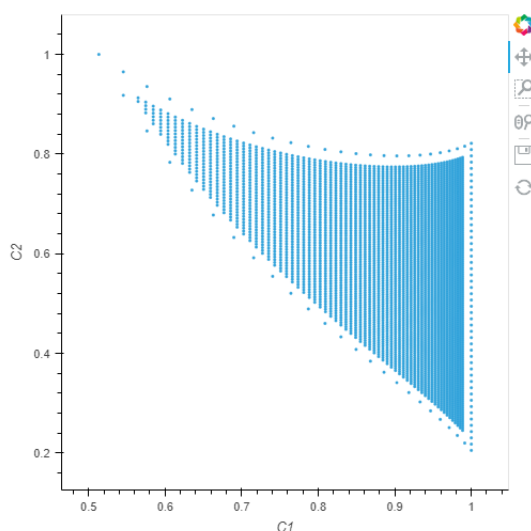


Домашнее задание
по курсу
Инструментальные средства моделирования (модуль 2)
Тема: Многокритериальная оптимизация

Бобер С.А.

December 7, 2023



Описание

Подразумевается, что студент, приступающий к выполнению этого задания уже выполнил Домашнее задание (модуль 1), хорошо представляет себе решение задач теории упругости, одномерной и многомерной оптимизации, а также владеет необходимыми для этого инструментами (модулями языка Python).

По сравнению с Домашним заданием (модуль 1), где главной целью была скалярная (т.е. однопараметрическая однокритериальная) оптимизация, в этом задании целями являются:

- исследование двухпараметрической модели и
- оптимизация ее относительно двух противоречащих друг другу критериев.

Параметрами модели P_1, P_2 являются размеры, определяющие форму плоской двумерной детали или расположение ее частей или компонент. Параметры влияют на массу детали $m(P_1, P_2)$ и ее прочность $\sigma(P_1, P_2)$, которые и являются критериями.

Массу детали можно рассчитать либо используя эмпирические формулы, либо на основе триангуляции формы детали. Для расчета прочности потребуется конечноэлементный расчет, аналогичный выполненному в Домашнем задании (модуль 1).

Параметры не являются независимыми (значение одного параметра, как правило, ограничивает область изменения второго), следовательно область допустимых значений (ОДЗ) параметров

не является прямоугольной. **Первым этапом** исследования модели требуется построить эту область и отобразить ее на графике.

Вторым этапом исследования модели является этап генерации большого количества пар параметров из ОДЗ, равномерно (или неравномерно) покрывающих эту область, и расчет для каждой пары значений обоих критериев.

В результате этого этапа должны быть построены четыре графика:

- контурная карта (contourplot) величины массы детали на плоскости параметров;
- контурная карта величины критерия прочности на плоскости параметров;
- облако точек (scatter) на плоскости критериев;
- интерактивная карта суперкритерия на плоскости параметров (рекомендуется использовать модуль matplotlib); карта должна отображать зависимость от гиперпараметров:

α - для сверточных суперкритериев (см. Рис. 1, где обозначено $P_1 = R, P_2 = D$);

σ_{ideal} и m_{ideal} - для суперкритериев на основе идеальной точки; в этом случае также должны отображаться облако точек и идеальная точка на плоскости критериев (см. Рис. 2, где обозначено на осях: $P_1 = R, P_2 = D, \sigma = C_1, m = C_2$, на слайдерах: $\sigma_{ideal} = C_1, m_{ideal} = C_2$);

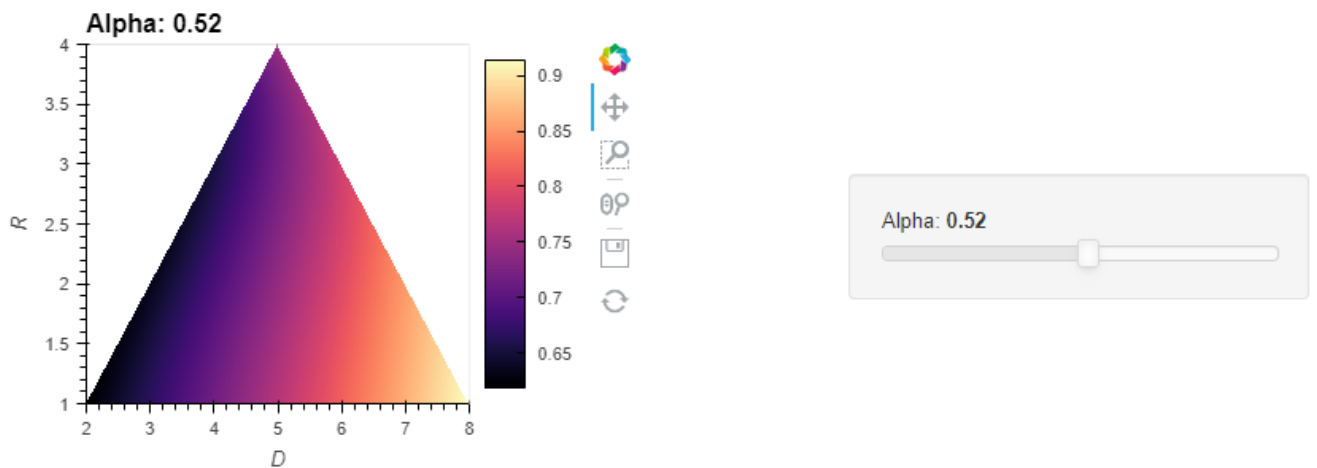


Рис. 1. Интерактивная карта сверточного суперкритерия

C1: 0.5, C2: 0.5

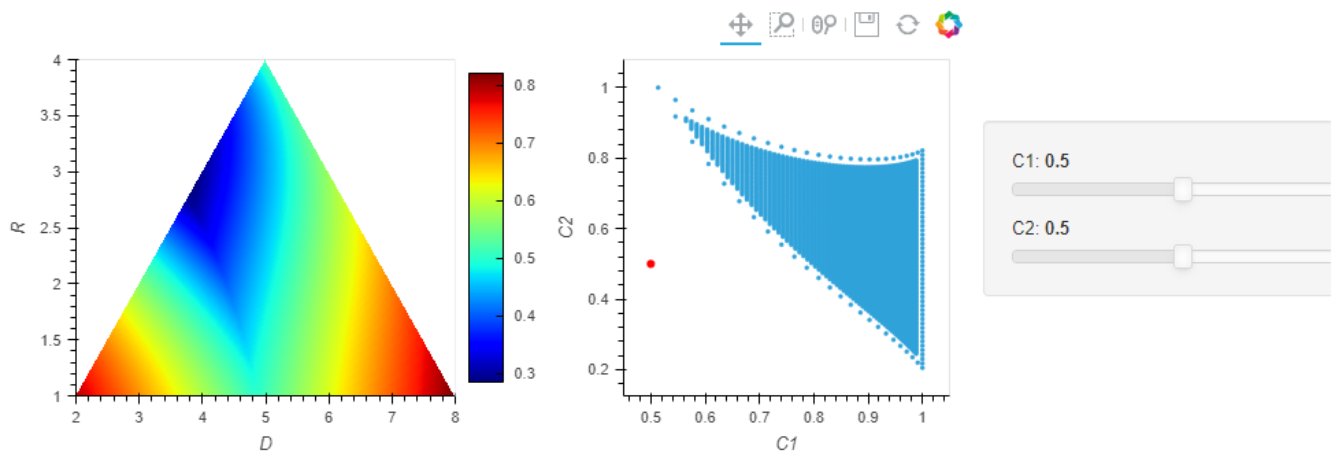


Рис. 2. Интерактивная карта суперкритерия на основе идеальной точки

Третьей стадией исследования является применение одного из методов многокритериальной оптимизации, сводящих ее к двумерной оптимизации скалярного супер-критерия $F(P_1, P_2)$. На этом этапе необходимо получить эффективные по Парето решения, применив выбранный метод оптимизации либо один раз, либо несколько, в зависимости от наличия в методе гипер-параметров: α либо $(\sigma_{ideal}, m_{ideal})$, от которых зависит результат оптимизации.

В результате этого этапа должны быть построены графики:

- облако оптимальных точек или оптимальная линия поверх облака точек (график 3 второго этапа) на плоскости критериев (σ, m) ;
- облако оптимальных точек или линия на плоскости параметров (P_1, P_2) , одновременно с границей ОДЗ;
- таблица со столбцами $[P_1, P_2, \sigma(P_1, P_2), m(P_1, P_2), F(P_1, P_2)]$, в которой отражены все оптимальные точки.

Литература

Дополнительная информация доступна по ссылкам:

1. Основы метода конечных элементов: учебн. пособ. / сост. Г. М. Макарьянц, А.Б. Прокофьев. - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2013.
2. Э. И. Старовойтов. Сопротивление материалов: Учеб. пособие для студентов технических вузов. – Гомель: БелГУТ, 1999.
3. А.В. Лотов, И.В. Поспелова. Конспект лекций по теории и методам многокритериальной оптимизации: учебн. пособ. / М.: МГУ, 2014.
4. Цикл лекций по Многокритериальной оптимизации. Университет Синергия (Youtube)
5. "Introduction to Finite Element Analysis(FEA) or Finite Element Method (FEM)"
6. "The Direct Stiffness Method I (University of Colorado Boulder)"
7. "The Direct Stiffness Method II (University of Colorado Boulder)"
8. О. Зенкевич "Метод конечных элементов в технике"
9. Л. Сегерлинд "Применение метода конечных элементов"

Свойства материалов

В качестве материала для деталей послужит конструкционная сталь различного качества. В таблице 1 указаны упругие свойства этих сталей, необходимые для расчетов.

E - модуль упругости (Юнга),

μ - коэффициент Пуассона,

ρ - плотность стали.

Table 1: Свойства материалов

№	E , ГПа	μ	ρ , кг/м ³
1	200	0.27	6800
2	210	0.29	6900
3	220	0.31	7000

Критерии прочности

В этой работе используются следующие критерии прочности (см. 2) для случая плоско-напряженного состояния:

1. $\sigma = \sigma_1$ (максимальное по модулю собственное число тензора напряжений, максимальное по всем конечным элементам)

Методы многокритериальной оптимизации

1. Аддитивная свертка критериев

$$F(P_1, P_2) = \alpha \sigma(P_1, P_2) + (1 - \alpha) m(P_1, P_2), \text{ где } \alpha \in [0, 1]$$

2. Мультипликативная свертка критериев

$$F(P_1, P_2) = \sigma^\alpha(P_1, P_2) + m^{1-\alpha}(P_1, P_2), \text{ где } \alpha \in [0, 1]$$

3. Метод идеальной точки (Евклидово расстояние)

$$F(P_1, P_2) = \sqrt{(\sigma(P_1, P_2) - \sigma_{ideal}(P_1, P_2))^2 + (m(P_1, P_2) - m_{ideal}(P_1, P_2))^2}, \text{ где } (\sigma_{ideal}, m_{ideal}) - \text{идеальная точка}$$

4. Метод идеальной точки (Манхэттенское расстояние)

$$F(P_1, P_2) = |\sigma(P_1, P_2) - \sigma_{ideal}(P_1, P_2)| + |m(P_1, P_2) - m_{ideal}(P_1, P_2)|, \text{ где } (\sigma_{ideal}, m_{ideal}) - \text{идеальная точка}$$

Варианты заданий

Во всех вариантах заданий:

- Все размеры заданы в сантиметрах;
- Толщина всех деталей - 1 см;
- Величина всех распределенных усилий - 1000 Н;
- Минимальный размер любого элемента (например, минимальная толщина стенки, минимальный радиус отверстия и т.д.), если он не указан, - 1 см;
- Первый критерий во всех задачах - масса, второй - прочность;
- Материал - любой из Таблицы 1.

Вариант 1

Параметры задачи: радиусы $R1$, $R2$.

Метод многокритериальной оптимизации: 2

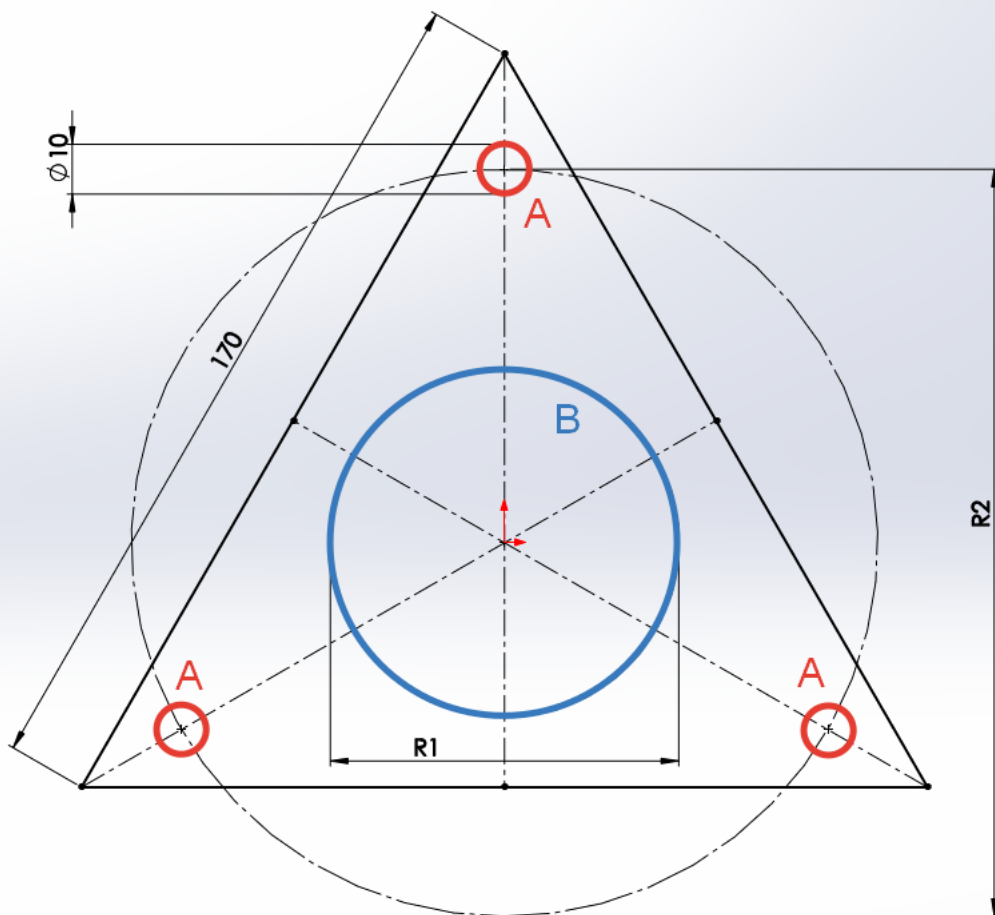
Граничные условия:

Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие, направленное по касательной в каждой точке зоны, чтобы соответствовать "вращению" круга против часовой стрелки.

Минимальный размер элемента - 5 см.

Описание детали: Деталь - равносторонний треугольник с 4-мя круглыми отверстиями. Центры всех отверстий A находятся на окружности радиуса $R2$.



Вариант 2

Параметры задачи: радиусы $R1$, $R2$.

Метод многокритериальной оптимизации: 3

Граничные условия:

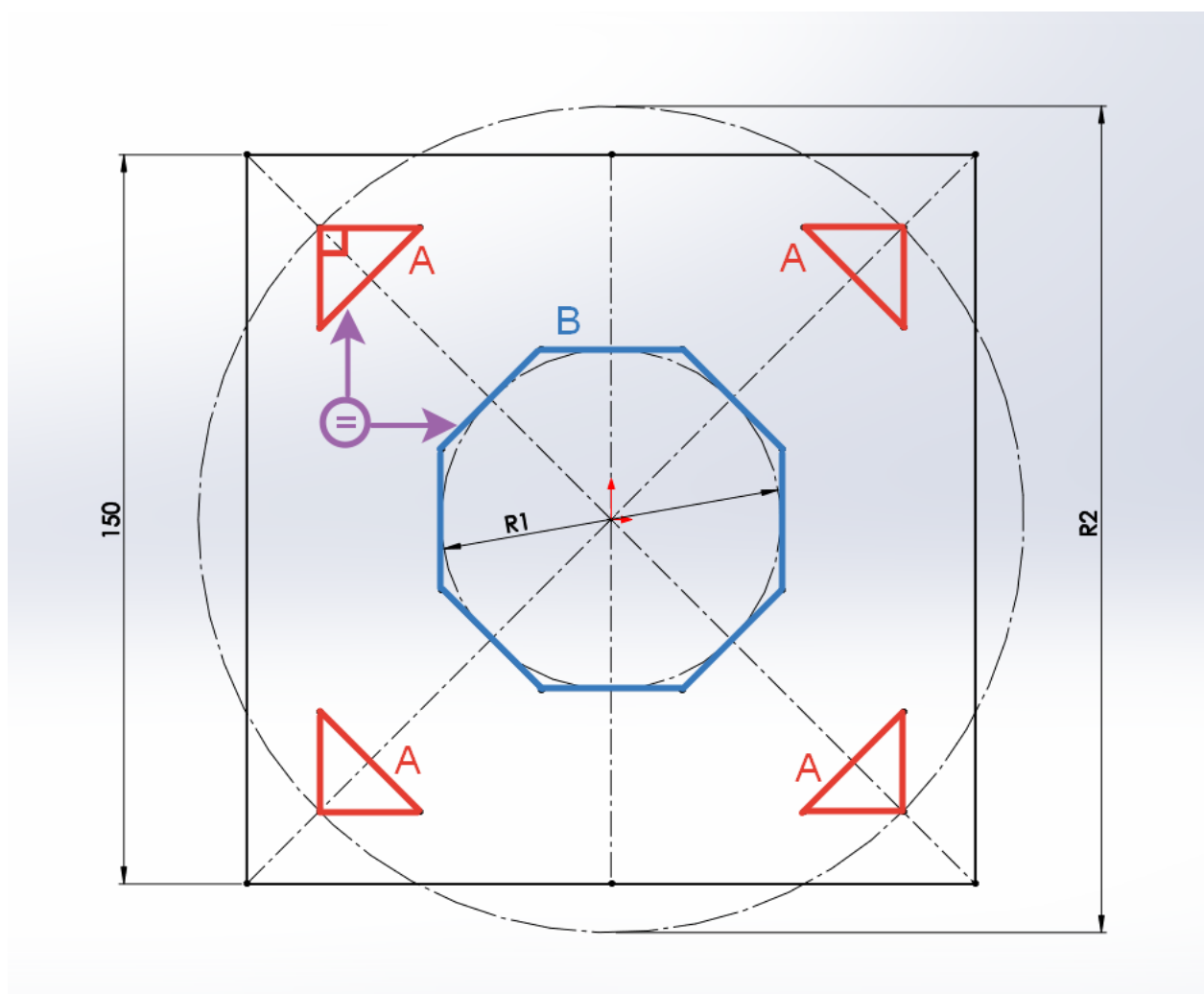
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие, направленное по касательной в каждой точке зоны, чтобы соответствовать "вращению" восьмиугольника по часовой стрелке.

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - квадрат с 4-мя одинаковыми отверстиями в форме равнобедренных прямоугольных треугольников и одним восьмиугольным отверстием по центру. Вершины прямых углов всех отверстий A находятся на окружности радиуса $R2$. Гипотенузы треугольных отверстий равны стороне восьмиугольника.



Вариант 3

Параметры задачи: радиус R , расстояние L .

Метод многокритериальной оптимизации: 4

Граничные условия:

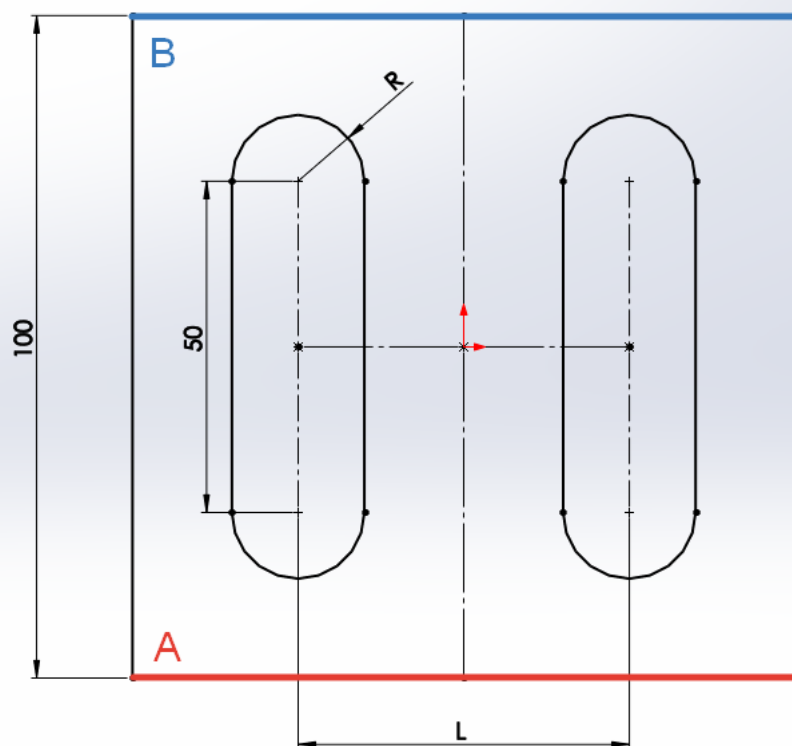
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие под углом -45° .

Минимальный размер элемента - 5 см.

Описание детали:

Деталь - квадрат с 2-мя одинаковыми отверстиями в форме слотов.



Вариант 4

Параметры задачи: радиус R , толщина W .

Метод многокритериальной оптимизации: 1

Граничные условия:

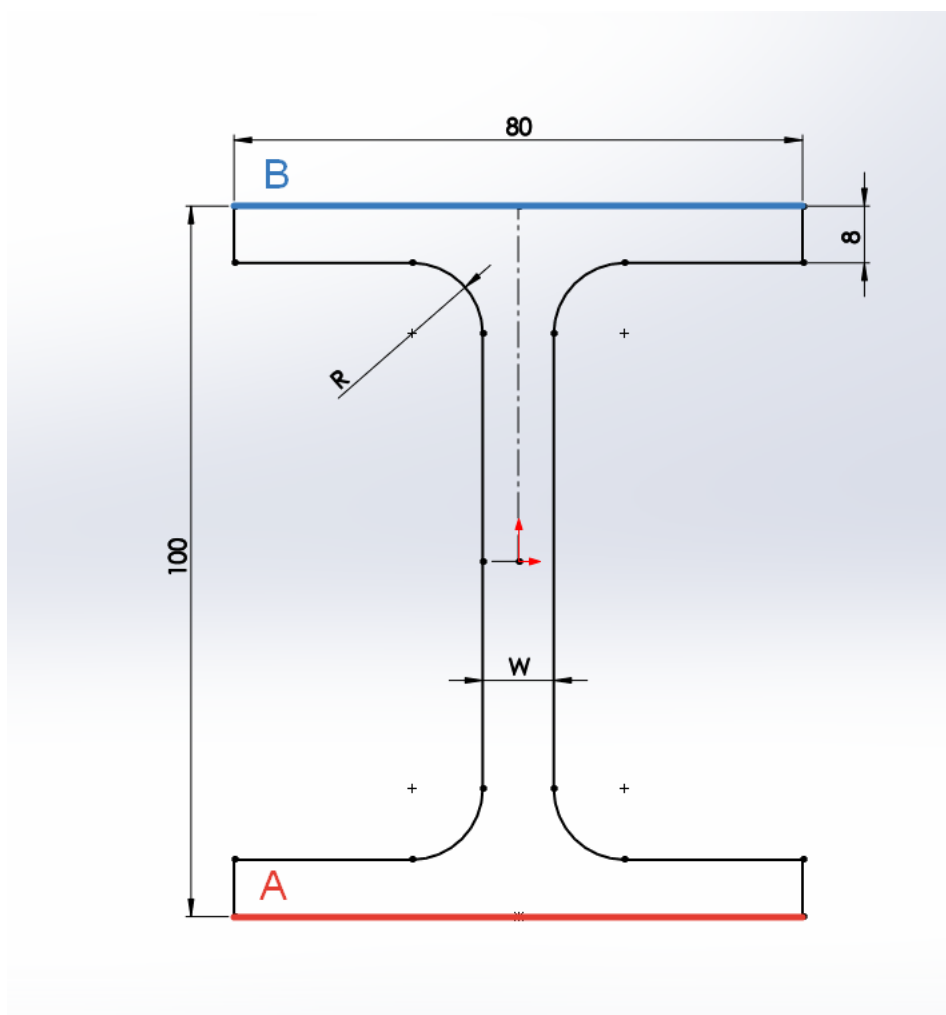
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие под углом 135° .

Минимальный размер элемента - 5 см.

Описание детали:

Деталь - I-образный профиль.



Вариант 5

Параметры задачи: расстояние L , толщина W .

Метод многокритериальной оптимизации: 4

Граничные условия:

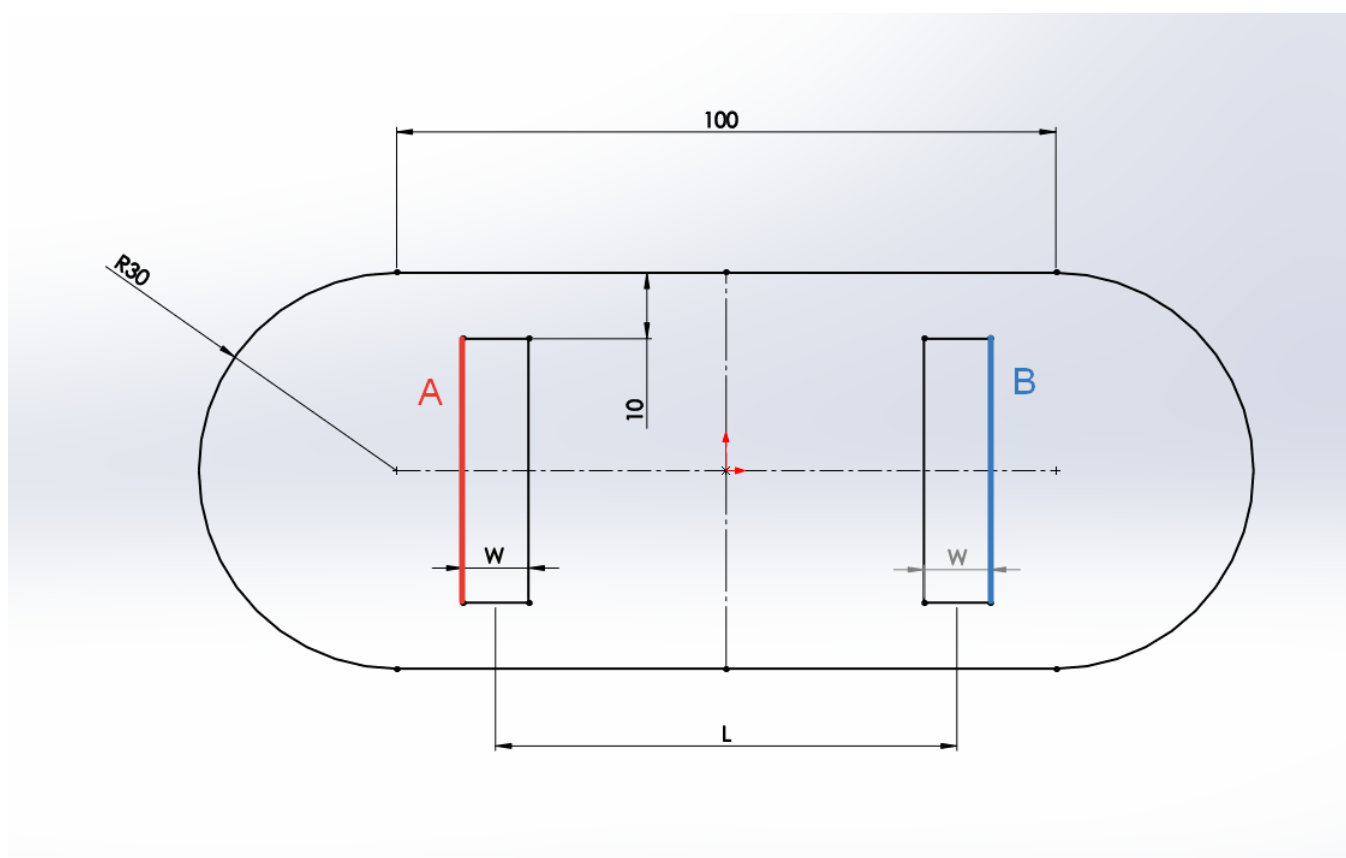
Зона A - распределенное усилие под углом 180° .

Зона B - распределенное усилие под углом 0° .

Минимальный размер элемента - 5 см.

Описание детали:

Деталь - прямоугольник с полностью скругленными короткими сторонами, содержащий два прямоугольных, расположенных симметрично относительно геометрического центра детали отверстия.



Вариант 6

Параметры задачи: радиус R , ширина L .

Метод многокритериальной оптимизации: 2

Граничные условия:

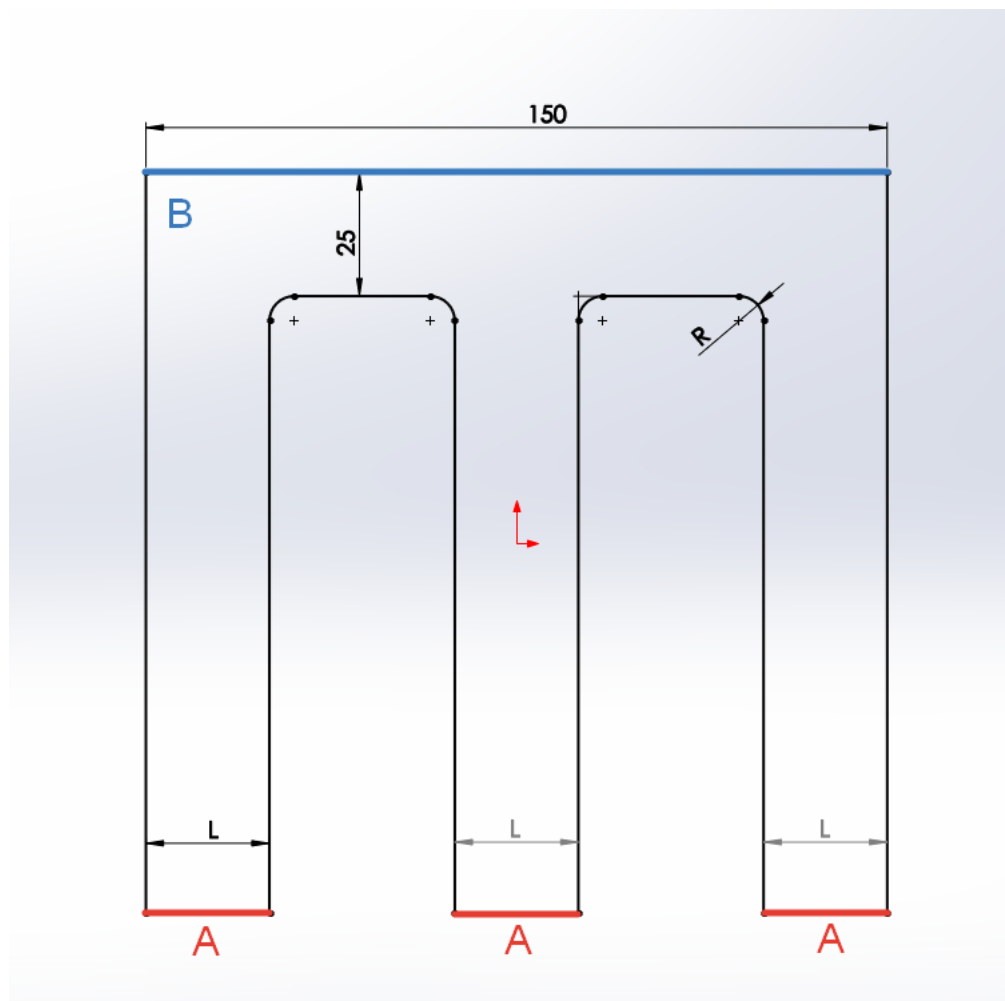
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие под углом -135° .

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - π -образный профиль, полученный из квадрата. Центральная "нога" расположена симметрично по центру.



Вариант 7

Параметры задачи: L , W .

Метод многокритериальной оптимизации: 4

Граничные условия:

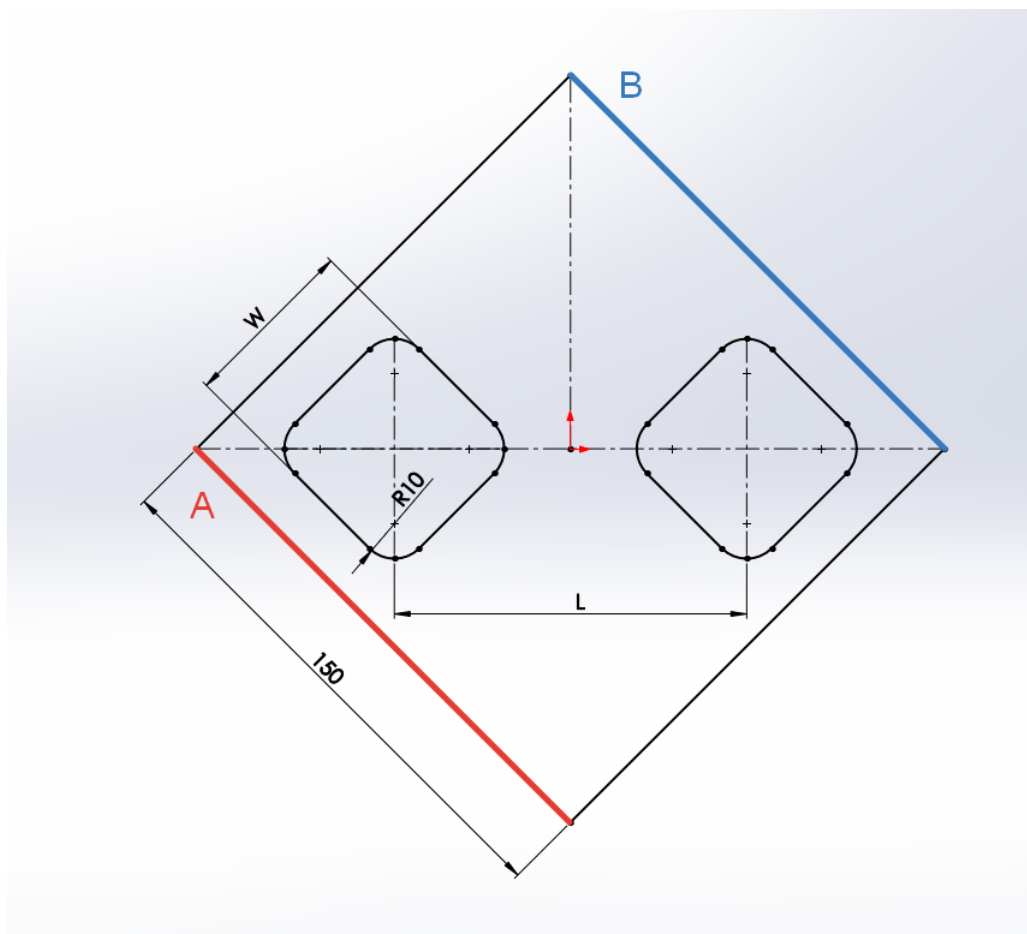
Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие под углом 0° .

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - квадрат, ориентированный диагональю вдоль горизонтальной оси, имеющий два выреза в виде скругленных квадратов со стороной W на расстоянии L друг от друга.



Вариант 8

Параметры задачи: радиусы $R1$, $R2$.

Метод многокритериальной оптимизации: 1

Граничные условия:

Зона A - полное закрепление.

Зона B - распределенное усилие, направленное по касательной в каждой точке зоны, чтобы соответствовать "вращению" по часовой стрелке.

Минимальный размер элемента - 10 см.

Описание детали:

Деталь - круг с вырезом в виде незамкнутого кольца.

