V - крайно непразно множество

Елементите на V - букви. V - азбука

Дума над азбуката V - всяка крайна редица от букви

ε - празната дума

V^* - множеството от всички думи над V

$|\alpha|$ - дължина на дума $d(\alpha)$

Конкатенация $\alpha\beta$

Префикс, суфикс

Формален език - всяко подмножество на V^*

$L \subset V^*$

$\emptyset$ - празен език (нито една дума)

$\{\varepsilon\}$ - съдържа само празната дума

Степен на дума

$\alpha^1 = \alpha$

$\alpha^0 = \varepsilon$

$\alpha^2 = \alpha\alpha$

$\alpha^n = \underbrace{\alpha\alpha\ldots\alpha}_{n \text{ пъти}}$

Детерминирани крайни автомати

$$A = (Q, V, \delta, q_0, F)$$

Q – крайно множество от вътрешни състояния

V – входна азбука

δ – функция на преходите

$\delta(q, a)$ – следващо състояние

$q_0 \in Q$ – начално състояние

$F \subset Q$ – множество от заключителни състояния

<u>Пример:</u>

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$

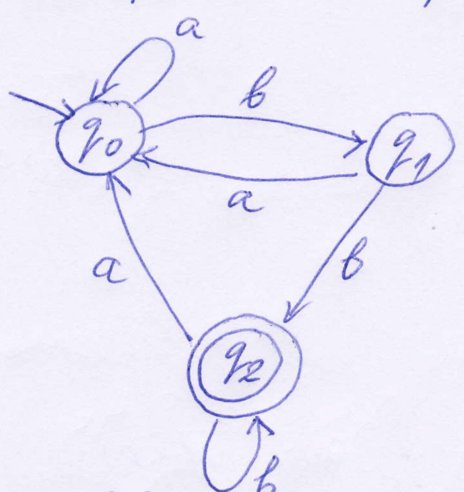
$V = \{a, в\}$

	a	в
q_0	q_0	q_1
q_1	q_0	q_2
q_2	q_0	q_2

q_0 – начално

$F = \{q_2\}$

Диаграма на преходите



дума аввавв – разпознава се от автомата

аава – не се разпознава

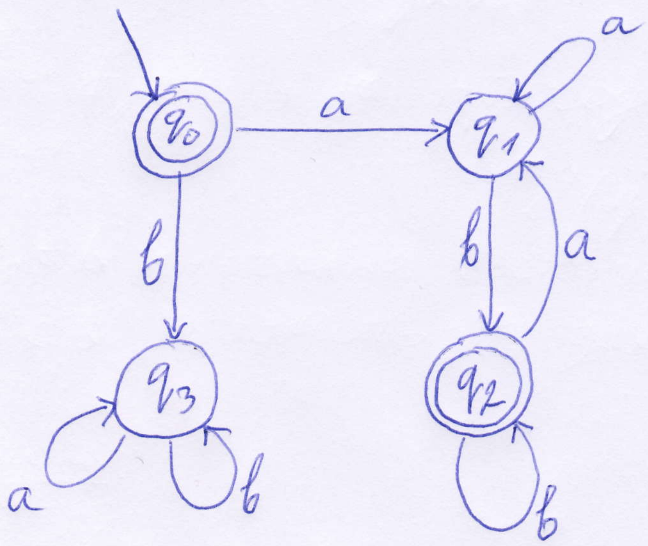
$L(A)$ – език, разпознаван от автомата A

$L(A)$ – всички думи, завършващи на вв

Да се построи детерминиран краен автомат, който разпознава празната дума и всички думи, които започват с а и завършват на в

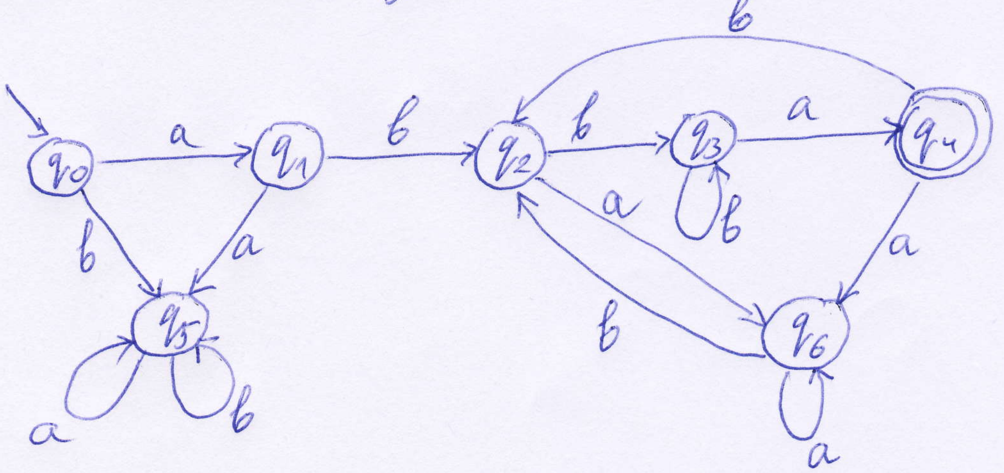
а...в

ав

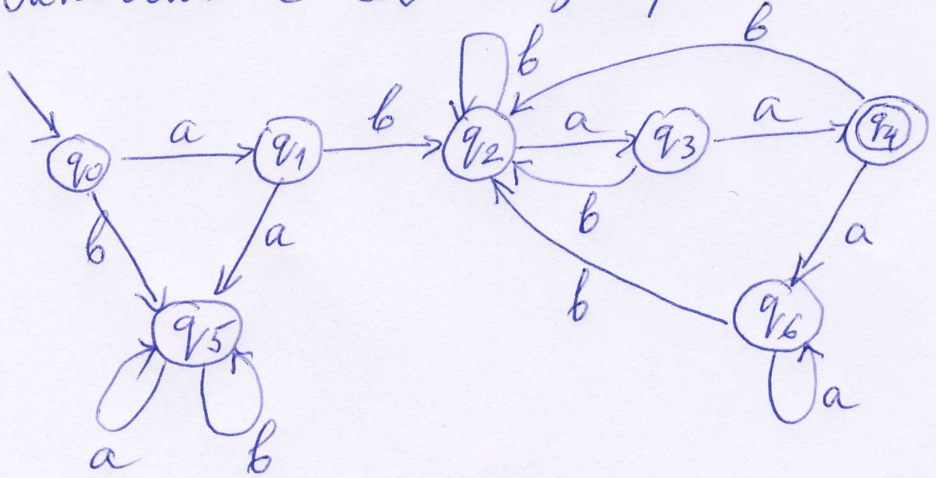


Да се построи автомат, който разпознава всички думи, започващи с ав и завършващи с вва.

Най-късата дума с това свойство е авва



Започват с ав и завършват с ваа

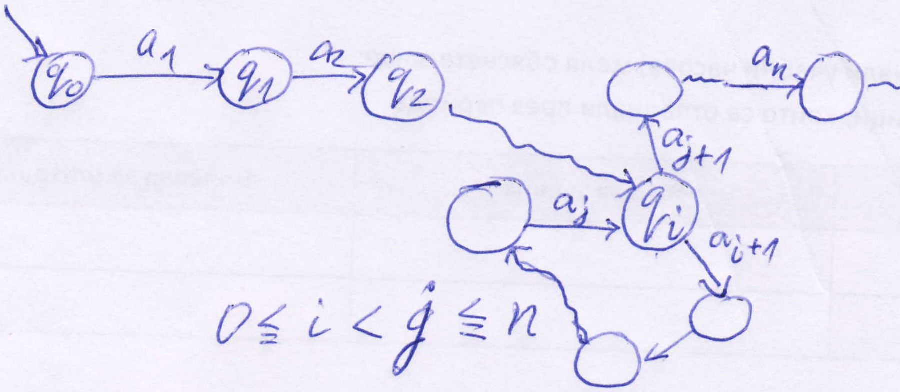


Теорема: uvw-теорема

Нека A е автомат с n състояния и α е дума с дължина $m \geq n$, която се разпознава от автомата.
Тогава $\alpha = uvw$, като дължината на u е по-малка от n, дължината на v е поне 1, думите $uw, uv^2w, uv^3w, \dots, uv^kw$ също се разпознават от A

Доказателство:
Нека $\alpha = a_1 a_2 a_3 \dots a_n \dots a_m$

Разглеждаме състоянията, през които минава автоматът за думата
$a_1 a_2 \dots a_n$



q_i и q_j едно и също

$0 \leq i < j \leq n$

$u = a_1 a_2 \dots a_i$ — дължина по-малка от n
$v = a_{i+1} a_{i+2} \dots a_j$ — дължина на цикъла ≥ 1
$w = a_{j+1} a_{j+2} \dots a_m$
uw — разпознава се
$uv^2w \in L(A)$

Да разгледаме езика

$$L = \{a^k b^k,\ k = 1, 2, 3, \dots\}$$

ab

$a^2 b^2 = aabb$

$a^3 b^3 = aaabbb$

L не се разпознава от краен детерминиран автомат

Допускаме противното.

Нека $|Q| = n$.

Разглеждаме дума $\alpha = a^n b^n$ $\quad |\alpha| = 2n > n$

Прилагаме uvw-теоремата.

$$\underbrace{aa\dots a}_{u}\underbrace{ab}_{v}\underbrace{b\dots b}_{w}$$

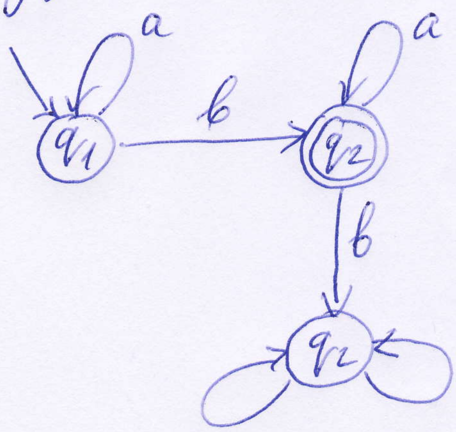
Отстраняването на v води до дума, която се разпознава от автомата (с равен брой a-та и b-та). Следователно и думата v е с равен брой a-та и b-та.

Сега да повторим v

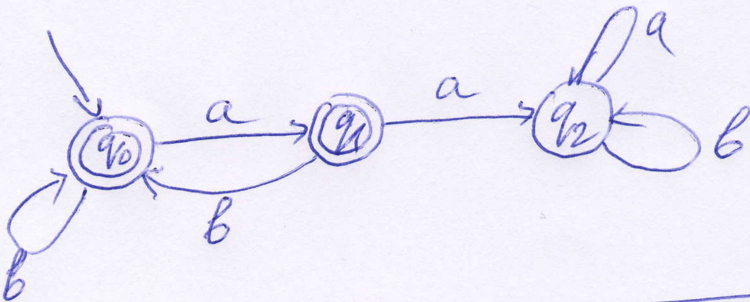
$$aa\dots a\underbrace{aa\dots bb}_{v}\underbrace{aa\dots bb}_{v}bb\dots b \notin L \text{ - против.}$$

$V = \{a, b\}$

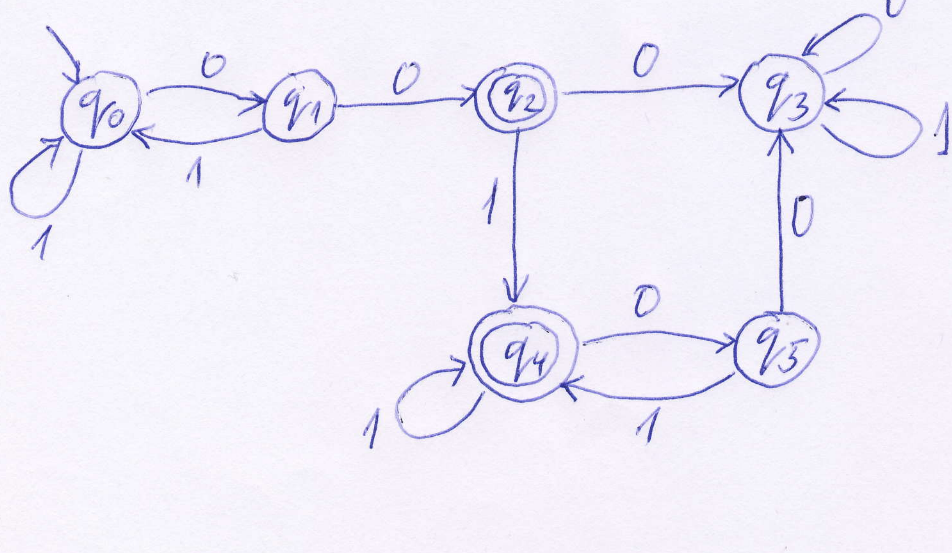
L - думите, които имат точно едно в

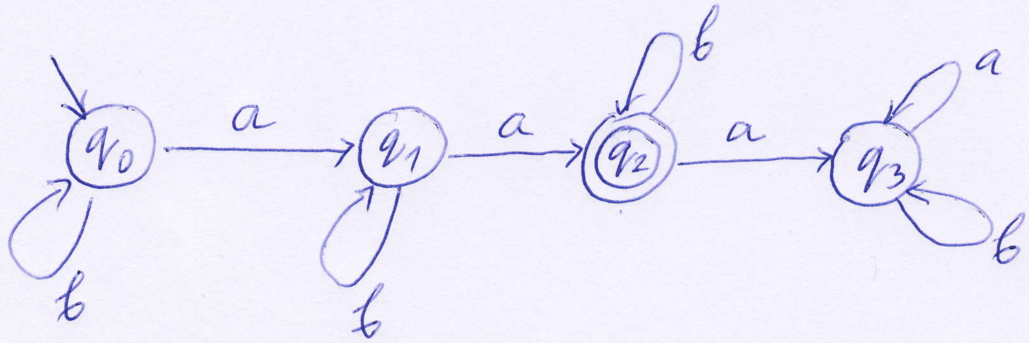


L - думите, които нямат две последователни а-та.

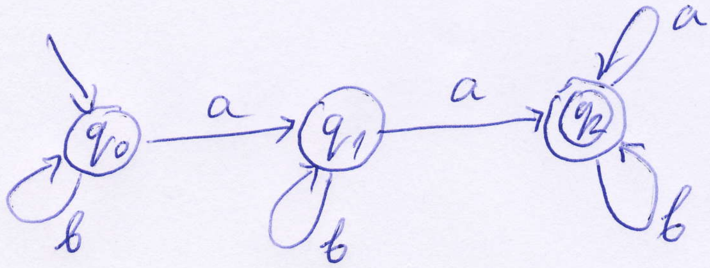


$V = \{0, 1\}$ L - точно веднъж се среща 00

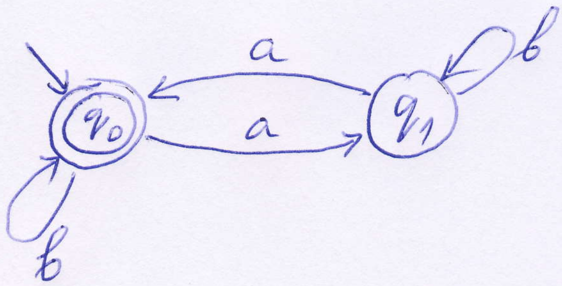




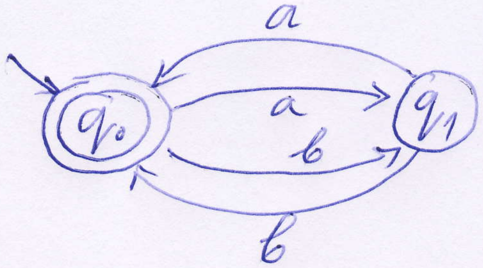
точно две <u>a</u>



поне две <u>a</u>



четен брой букви <u>a</u>



четна дължина