Комбинаторни конфигурации

Вариация

Вариация без повторение на ***n*** елемента от ***k***-ти клас V_n^k $(k < n)$ се нарича такова съединение, което съдържа по ***k*** различни елемента от дадените ***n*** и те се различават едно от друго или по елементите, или по реда на елементите.

$V_n^k = n.(n-1).(n-2).\cdots.(n-k-1), \quad 0 \leq k \leq n$

Вариация без повторение при която $k = n$ е частен случай. Нарича се още **пермутация**.

$V_n^k = P_n = \mathbf{n}! = n.(n-1).(n-2).\cdots.3.2.1$

Вариация с повторение (с наредба) от на ***n*** елемента от ***k***-ти клас V_n^k $(k < n)$ се нарича наредена ***k*** - торка елементи от ***n*** , която всеки елемент може да участва само веднъж т.е. елементите са различни.

$V_n^k = \mathbf{n}^k$

Пермутация

Пермутация P_n на ***n*** елемента е всяка тяхна вариация от ***n*** -ти клас т.е всяка тяхна подредба.

Пермутациите от ***n*** елемента са наредени ***n*** – торки, които са съставени от всички елементи на множеството и се различават само по наредбата на елементите в тях.

$P_n = \mathbf{n}! = n.(n-1).(n-2).\cdots.3.2.1$

Пермутация без повторение наричаме конфигурация от ***n*** - елементно множество, от което трябва да изберем всичките ***n*** елемента, като редът е от значение. Броят на конфигурациите е **n !** (ен факториел) и има стойност

$$\mathbf{n}\,! = n.(n-1).(n-2).\ \cdots.3.2.1$$

$$P_n = \mathbf{n}\,! = n.(n-1).(n-2).\ \cdots.3.2.1$$

Пермутация от ***n*** неразличими елемента $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ от ***k*** вида **с повторение** е всяка тяхна наредба, където a_i се среща n_i пъти за всяко ***i=1,k.***

$$P_n\ (n_1, n_2, \ldots, n_k) = \mathbf{n}\,! \,/\, n_1!.\ n_2!\ldots\ n_k!$$

Пермутация с повторение наричаме съединение на ***n*** - елемента от ***n*** – елементно множество, като редът е от значение, при което някои елементи от множеството могат да се повтарят в съединението. Броят на всичките конфигурации е $\mathbf{n}^{n}$.

$$P_n = \mathbf{n}^{n}$$

Комбинация

Комбинация без повторение от *k*-ти клас C_n^k се нарича наредена ***k***- торка от елементи, в която всеки един елемент може да участва точно веднъж (елементите са различни).

Комбинация без повторение е ненаредена извадка т.е редът на елементите е без значение. Две комбинации са еднакви, ако се състоят от едни и същи елементи или се състоят от равен брой елемети. Например, комбинациите (2,4,7,9) и (7,4,9,2) са еднакви, както и комбинациите (1,2,2,1), (2,2,1,1) и (2,1,1,2). Последните комбинации са от 4 – ти клас на елементите на множеството A={1,2}.

Броят на всички комбинации без повторение на ***n*** – елемента от ***k***-ти клас се определя по формулата:

$C_n^k = n!/k!.(n-k)! = V_n^k/k!$

Комбинация с повторение от *k*-ти клас C_n^k се нарича наредена ***k***- торка от незадължително различни елементи. Броят на комбинациите се определя по следната формула:

$C_n^k = (n+k-1)!/ k!.(n-1)! = n.(n+1)...(n+k-1)/k!$

$n!/k!.(n-k)!$ – се нарича още **биномен коефициент.**

Примери за приложение на комбинаторните конфигурации

1. V_{18}^4 = n.(n-1).(n-2).(n-3)=18.17.16.15=73 440

2. V_{16}^4 = 4^{16}=4 294 967 296

3. **A={0,3,7,8,9}**

P_5=5!=5.4.3.2.1=120

P_4=4!=4.3.2.1=24

120-24=96

4. **11 броя, 5 вида (2 ч., 3 з., 4 с., 1 б., 1 черно)**

P_{11}=11!/2!.3!.4!.1!.1!=138 600

5. **7 момчета и 5 момичета**
   Отбори 6 участника (4 момчета и 2 момичета)

$C_7^4 . C_5^2 = n!/k!.(n-k)! = (7!/4!.3!).(5!/2!.3!) = 350$ – броя на възможните комбинации