

Тема 13: КРАЙНИ АВТОМАТИ

1. Определение. Видове.

Крайните автомати представляват абстрактни машини с крайна постоянна памет и краен брой вътрешни състояния. Намират приложение при изучаването на формалните езици и изкуствения интелект.

Множеството на регулярните езици е равно на множеството на езиците, разпознавани от крайни автомати, т.е. всеки език, разпознаван от краен автомат, е регулярен (теорема на Клини (Kleene)). Това означава, че всеки регулярен израз може да се представи като краен автомат и обратното.

Крайните автомати четат редица от символи (от входна азбука), наречена входна дума, и извеждат също редица от символи (от изходна азбука), наречена изходна дума. Множеството от всички входни думи се нарича език, разпознаван от автомата.

В зависимост от програмата си, крайният автомат притежава определен краен брой състояния, в които може да се намира. Начално състояние е състоянието, в което се намира автомата при започване на програмата.

Работата на крайните автомати се състои от определен брой стъпки, като на всяка стъпка се чете следващият символ на входната дума. В зависимост от прочетения символ и състоянието, в което се намира, автоматът извежда редица от изходни символи и преминава в ново състояние.

Съществува опростен вид, означаван като краен разпознавател, който не извежда изходни символи, а само спира след прочитането на входната дума или в разпознаващо състояние, или в неразпознаващо такова. В първия случай се казва, че автоматът разпознава думата, т.е. думата принадлежи на езика, разпознаван от автомата.

Крайните автомати се представят математически с наредената петорка елементи $KA=(X, Y, Z, f, g)$, в която :

- X е множеството на състоянията на автомата (крайно множество от вътрешни състояния);
- Y е входна азбуката на автомата (символи, сигнали, събития) т.е. множество на началните състояния $Y \subseteq X$;
- Z е изходна азбука на автомата (символи, действия) $Z \subseteq X$ т.е. множество на крайните състояния на автомата. Това са състояния, които позволяват „излизане“ от автомата;
- $f : X \times Z \rightarrow Z$ е функция на прехода т.е. множеството на преходите между състоянията на автомата;
- $g : X \times Z \rightarrow Z$ е функция на изхода.

Има два начина за представяне на КА: чрез граф и чрез таблица.

- Чрез граф на преходите – върховете се именуват с вътрешните състояния. Дъгите свързват върхове и представят функцията на преходите.

- Чрез таблица /матрица/ на преходите - редовете се именуват с входни символи (вътрешните състояния), а колоните - с входната азбука. В таблицата се *записват вътрешни състояния на преходите*??.

Двата начина са еквивалентни и взаимно свързани.

Крайният автомат може да се представи като ориентиран граф. Нарича се още граф на състоянието на автомата. Върховете на графа съответстват на състоянията и се означават с окръжности, а ребрата - на преходите. Крайните състояния на автомата се означават с две концентрични окръжности. Началното състояние се означава със стрелка.

Пример

Дадена е таблица на преходите. Да се построи съответен граф на преходите.

Входна азбука $\Sigma = \{ a, b, c \}$

М-во състояния $Q = \{ q_1, q_2, q_3, q_4 \}$

Изходна азбука $\Gamma = \{ 0, 1, 2 \}$

Пример за NFA низове $L = \{ amb^n \mid m, n \geq 1 \}$ РИ = $a^+ b^+$

Даден е граф на преходите. Да се построи таблицата на преходите.

Входна азбука $\Sigma = \{ a, b \}$

Начално състояние = q_0

М-во състояния $Q = \{ q_1 \}$

Краино състояние = q_2

Нека имаме един недетерминиран краен автомат **KA** = (S, Σ, T, I, A), такъв, че:

- $S = \{ 1, 2, 3 \}$
- $\Sigma = \{ a, b \}$
- $T = \{ (1, a, 1), (1, b, 1), (1, a, 2), (2, a, 3), (2, b, 3) \}$
- $I = \{ 1 \}$
- $A = \{ 3 \}$

Този автомат разпознава езика $(a+b)^* a(a+b)$.

Съставяме следната таблица на преходите:

	a	b
{1}	{1,2}	{1}
{1,2}	{1,2,3}	{1,3}
{1,2,3}	{1,2,3}	{1,3}
{1,3}	{1,2}	{1}

Крайните автомати се разделят на **детерминирани** и **недетерминирани**. При **Детерминираните крайни автомати (ДКА)** имат едно-единствено начално състояние и по един преход от дадено състояние за всяка буква от азбуката на автомата. При

недетерминирани крайни автомати (НКА) са възможни няколко различни прехода за една и съща буква.

ДКА се разделят на **крайни автомати с изход** (преобразуватели/transducer) и **крайни автомати без изход** (разпознаватели/recognizer, acceptor). Класическите крайни автомати, използвани в софтуерните технологии, са автомат на Мур (Moore), автомат на Мили (Mealy) и автомат на Харел (Harel). Те са КА с изход.

Автомат на Мур

Автомат на Мили

Автомат на Харел –хибриден КА, комбинация между автомат на Мур и автомат на Мили.

Разпознавател (Р) е програма, която чете/сканира/ входен низ x и връща “YES”, ако x е изречение от езика или връща “NO” в противен случай.

Два вида КА разпознаватели: ДКА (DFA) и НКА (NFA). И двата КА разпознават регулярни множества от символни низове. DFA са по-бързи разпознаватели от NFA. DFA заемат повече памет от еквивалентни NFA.

Всеки недетерминиран автомат може да се преобразува в детерминиран.