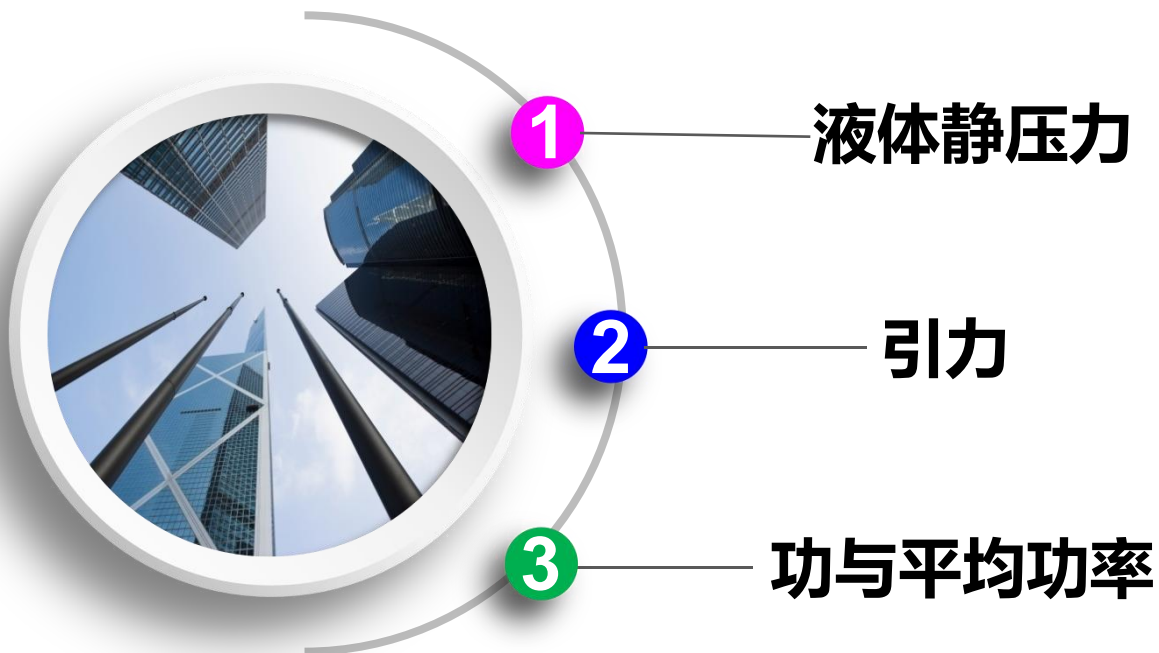


10.5 定积分在物理中的某些应用



一、液体静压力

- ◆ 物体在液体下深为 h 处受到的压强为

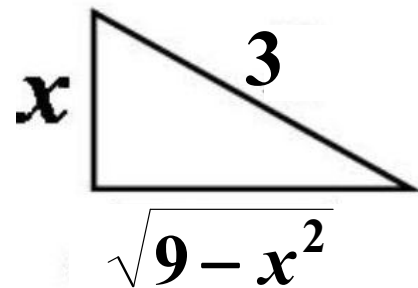
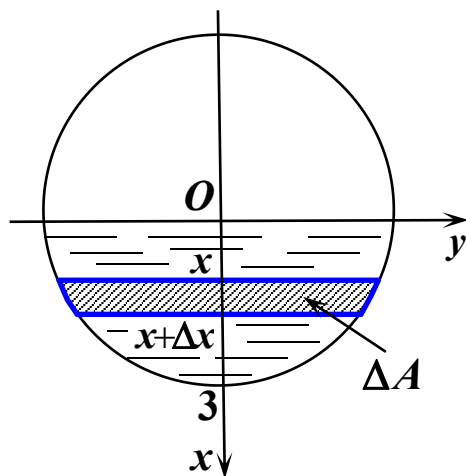
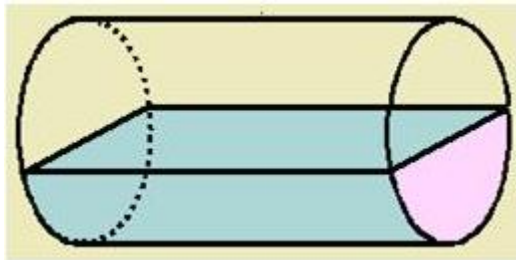
$$P = \rho gh .$$

(其中 ρ 为液体的密度, g 为重力加速度)

- ◆ 若物体的表面积为 A , 则受到的液体的压力为

$$F = PA = \rho ghA .$$

例1、 设一半径为 3 米的圆柱形管道有一道闸门。
求管道的水与直径平齐时闸门所受的压力。



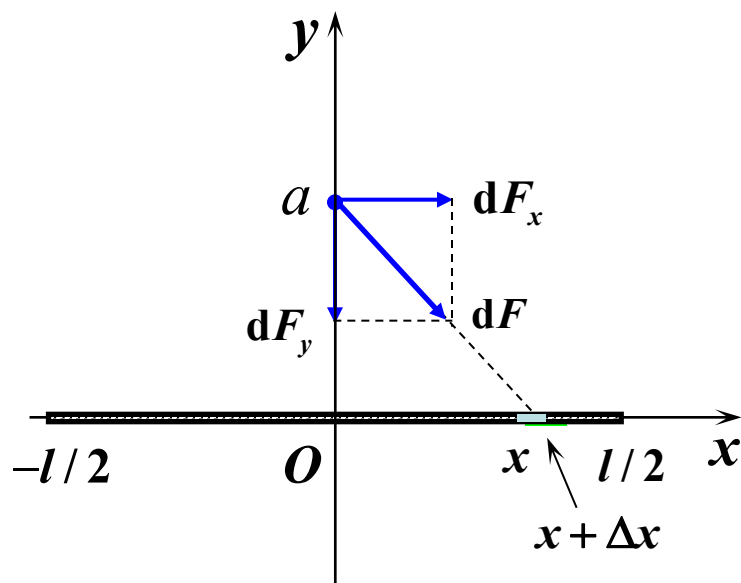
二、引力

◆ 质量分别为 m_1, m_2 , 距离为 r 的两质点间的引力为

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

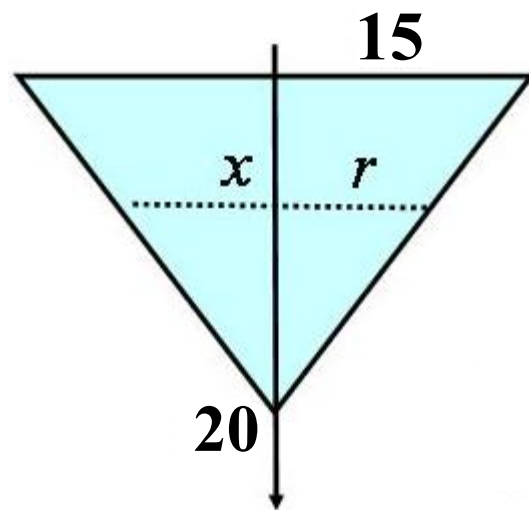
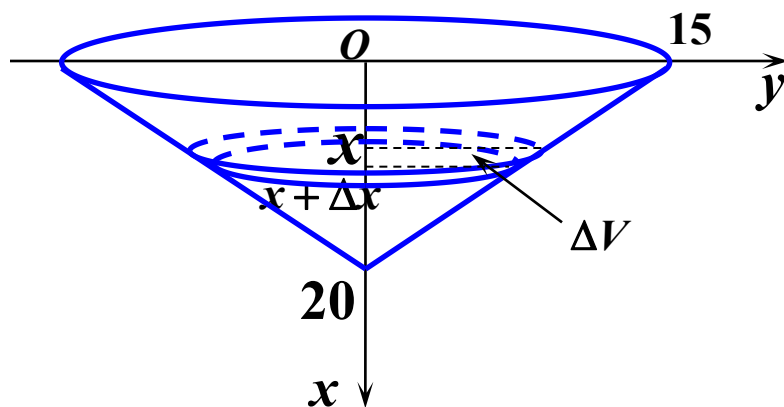
其中 G 为引力常量。

例2、一根长为 l 的均匀细杆, 质量为 M , 在其中垂线上相距细杆为 a 处有一质量为 m 的质点. 试求细杆对质点的万有引力.



三、功与平均功率

例3、一圆锥形水池, 池口直径为 30 米, 深 20 米, 池中盛满了水, 求将全部池水抽到池口外所作的功。



例4、已知 220 伏交流电的电压 $U(t) = U_m \sin(\omega t)$,
其中 $U_m = 220\sqrt{2}$ 伏.

(1) 求电流在一个周期上通过电阻为 R 的电路时做的功.

(2) 求电流通过电阻为 R 的电路时的平均功率, 并求与交流电相当的直流电压.

注: 交流电压 $U_m \sin(\omega t)$ 在一个周期上的平均功率与直流电压 $U_m / \sqrt{2}$ 的功率相等.



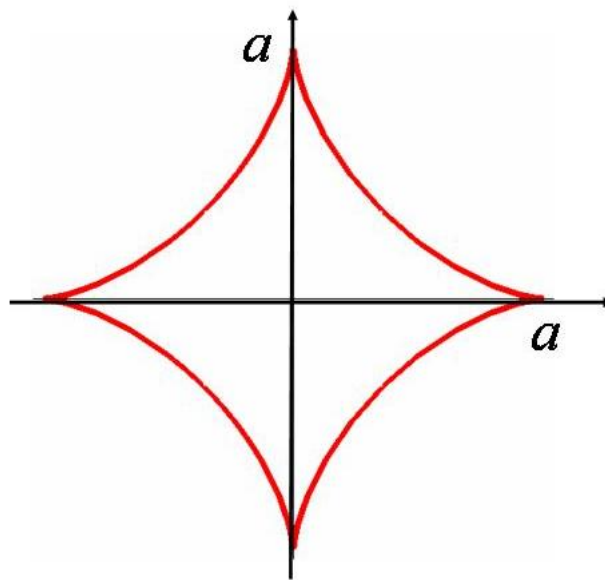
作业

习题10-5: 1、4、7

习题 10.1

P225. T4. 求内摆线 $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ ($a > 0$)

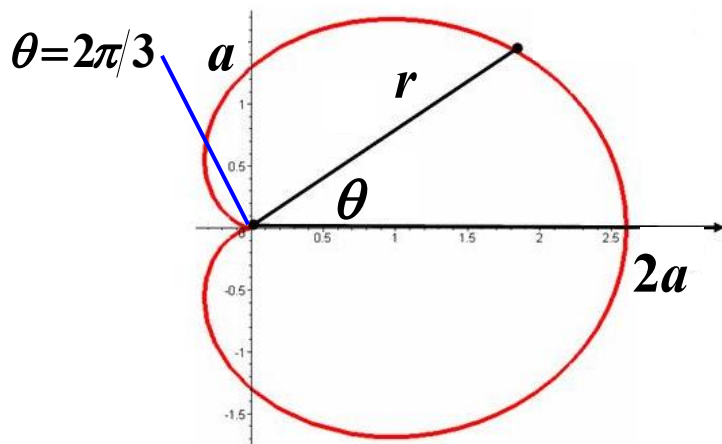
所围图形的面积.



习题 10.2

P229. T2. 求下列曲线 绕轴旋转所围成立体体积.

(3) $r = a(1 + \cos \theta)$ ($a > 0$), 绕极轴.



习题 10.2

P229. T3. 已知球半径为 r , 验证高为 h 的球缺体

$$\text{体积 } V = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3} \right) (h \leq r).$$

习题 10.4

P239. T1. 求下列平面曲线绕指定轴旋转所得
旋转曲面的面积.

(4) $x^2 + (y - a)^2 = r^2$ ($r < a$),
绕 x 轴.

