

Hw1 解開方程式 $F(x) = 0$

406262292 資工三乙 梁鈞韋

2020/03/28 完成

方程式

- $e^x - 3x\cos 2x = 8.3 \quad x \in (-10, 2)$
- $e^{x\sin x} - x\cos 2x = 2.8 \quad x \in (-5, 5)$
- $e^{3x} - \cos x = 0 \quad x \in (-8, -1)$
- $x^2 + \cos x = 8 \quad x \in (-10, 10)$

畫圖的網站

<https://www.geogebra.org/graphing> (<https://www.geogebra.org/graphing>).

檔案

MATH的壓縮檔內 分別有4個資料夾

- function_1
- function_2
- function_3
- function_4
 - 執行各個資料夾底下的.exe檔
 - 即可點開output.txt 觀看結果
 - 各個資料夾底下都有.png檔
 - 可觀看各function的圖形

分析

- **Bisection Method:**
 - 條件
 - 第一次選的 a, b 必須達到 $f(a) * f(b) < 0$
 - 作法
 - 取 $c = (a + b)/2$

- 如果 $f(a) * f(c) > 0$
 - $a = c$
- 反之,
 - $b = c$
- 直到 $|a - b| < 10^{-10}$
 - $\text{Answer} = (a+b)/2$
- 計算次數平均落在29次
- 直觀、簡單的作法

• FalsePosition Method:

- 創造出斜直線利用斜率找出近似答案的點
- 修正x座標希望找到 $f(x) = 0$
- 條件
 - 第一次選的 a, b 必須達到 $f(a) * f(b) < 0$
- 作法
 - $Xold = c$
 - $c = \frac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)}$
 - 如果 $f(a) * f(c) > 0$
 - $a = c$
 - 反之,
 - $b = c$
 - 直到 $|Xold - b| < 10^{-10}$
 - $\text{Answer} = c$
- 計算次數平均落在5~10次
- 把Bisection的缺點修正
 - 次數

• ModifyFalsePosition Method:

- 條件
 - 第一次選的 a, b 必須達到 $f(a) * f(b) < 0$
- 修正x,y座標希望找到 $f(x) = 0$
- 作法
 - $Xold = c$
 - $c = \frac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)}$
 - 如果 $f(a) * f(c) > 0$
 - $a = c, f(b) / 2$

- 反之,
 - $b = c, f(a) / 2$
- 直到 $|Xold - b| < 10^{-10}$
 - Answer = c

- 計算次數平均落在30~35次
- 實驗結果, 即使修正了卻沒有比較好

• Secant Method:

- 利用割線把在x軸的點 當作修改的c點
- 作法
 - a, b用Guess的
 - $c = \frac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)}$
 - 接著 $a = b, b = c$
 - 直到 $|b - a| < 10^{-10}$
 - Answer = c
- 計算次數平均落在5~9次
- 好方法, 快, 準確度高

• Newton Method:

- 利用切線, 微分的方式找解
- 作法
 - 先把原方程式微分
 - 設 $\xi = -\frac{f(c)}{f'(c)}$
 - $c = c + \xi$
 - 直到 $\xi < 10^{-10}$
 - Answer = c
- 計算次數平均落在4~6次
- 跟Secant Method 相像, 但比較準確, 此方法就像是修正Secant Method般

• FixedPoint Method:

- 作法
 - 先將原方程式改寫
 - $x^2 - 2x - 3 = 0$ 改寫為 $x = \frac{3}{x-2}$
 - Xold = c 紀錄上一次的點
 - 再帶c點進入改寫後的方程式, 得到新的值

- 直到 $|X_{old} - c| < 10^{-10}$
 - Answer = c
- 此方法較難成功
- 要注意改寫後的方程式 是否為收斂
 - 假設是收斂, 才找得到答案
 - 假設是發散, 跑不出來, 會掉進無限迴圈