ПЕРВЫЙ ВОПРОС (ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ)

МЕХАНИКА

1. Системы отсчёта. Закон движения материальной точки. Траектория, путь, перемещение. Скорость (мгновенная, средняя) и ускорение (тангенциальное, нормальное, полное) материальной точки. Принцип относительности Галилея.

Система отсчёта — совокупность тела отсчёта, связанной с ним системы координат и синхронизированных часов.

Закон движения — функциональная зависимость положения материальной точки от времени: $\vec{r} = \vec{r}(t)$. В декартовых координатах: $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ (**кинематические уравнения движения**).

Траектория — геометрическое место точек, через которые проходит движущаяся точка.

Путь (s) — длина участка траектории. Скалярная, всегда положительная величина.

Перемещение — вектор, соединяющий начальное и конечное положения: $\vec{s} = \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

Мгновенная скорость:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Направлена по касательной к траектории.

Средняя скорость:

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}, \quad v_{cp,path} = \frac{s}{\Delta t}$$

Полное ускорение:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Тангенциальное ускорение (изменение величины скорости):

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

Нормальное ускорение (изменение направления):

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Полное ускорение: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$

Принцип относительности Галилея — законы механики одинаковы во всех инерциальных системах отсчёта.

Преобразования Галилея:

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}, \quad \vec{a}' = \vec{a}, \quad t' = t$$

---

2. Характеристики движения материальной точки по окружности (угол поворота, угловая скорость, угловое ускорение) и их связь с линейными характеристиками движения. Прямая и обратная задачи кинематики.

Угол поворота (φ): $\varphi = \frac{s}{R}$ (радианы).

Угловая скорость:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

При равномерном вращении: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ (рад/с).

Угловое ускорение:

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \text{ (рад/с}^2\text{)}$$

Связь угловых и линейных величин:

$$v = \omega R, \quad a_\tau = \beta R, \quad a_n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}, \quad s = R\varphi$$

Прямая задача кинематики — найти $\vec{v}(t)$ и $\vec{a}(t)$ по известному $\vec{r}(t)$:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Обратная задача кинематики — найти $\vec{v}(t)$ и $\vec{r}(t)$ по известному $\vec{a}(t)$:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t')dt'$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t')dt'$$

При $\vec{a} = \text{const}$:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

---

3. Масса и импульс материальной точки. Силы в механике. Инерциальные и неинерциальные системы отсчёта. Законы Ньютона.

Масса (m) — мера инертности тела (кг).

Импульс:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Единица: кг·м/с.

Силы — векторные величины, характеризующие взаимодействие тел (контактные, действующие на расстоянии).

Инерциальные системы отсчёта — системы, в которых справедливы законы Ньютона; движутся прямолинейно и равномерно.

Неинерциальные системы отсчёта — системы, движущиеся с ускорением; в них появляются фиктивные силы инерции.

Первый закон Ньютона:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{const}$$

Второй закон Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{или} \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Третий закон Ньютона:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

---

4. Системы материальных точек. Импульс системы материальных точек. Закон сохранения импульса. Теорема о движении центра масс системы материальных точек. Движение тел с переменной массой.

Центр масс:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{M}$$

Импульс системы:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = M\vec{v}_{cm}$$

Закон сохранения импульса — если $\vec{F} = 0$, то $\vec{P} = \text{const}$

Теорема о движении центра масс:

$$\vec{F} = M\vec{a}_{cm}$$

Внутренние силы не влияют на движение центра масс.

Уравнение Циолковского:

$$m\frac{dv}{dt} = -u\frac{dm}{dt} \quad \text{или} \quad mdv = -udm$$

Формула Циолковского:

$$v - v_0 = u \ln \frac{m_0}{m}$$

---

5. Момент силы и момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки и относительно неподвижной оси. Уравнение моментов для материальной точки относительно неподвижной точки и относительно неподвижной оси.

Момент силы:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Модуль: $M = rF \sin\alpha = Fd$ (d — плечо силы).

Момент импульса:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

Модуль: $L = mrv \sin\alpha = mvd$

Момент импульса вращающегося тела:

$$L_z = I\omega$$

Уравнение моментов:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Для оси z: $\frac{dL_z}{dt} = M_z$

---

6. Момент инерции абсолютно твёрдого тела относительно неподвижной оси. Теорема Штейнера. Основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твёрдого тела относительно неподвижной оси. Закон сохранения моментов.

Момент инерции:

$$J = \int r^2 dm = \sum m_i r_i^2 \ (\text{кг}\cdot\text{м}^2)$$

Моменты инерции однородных тел: - Стержень (через центр): $J = \frac{1}{12}ml^2$ - Стержень (через конец): $J = \frac{1}{3}ml^2$ - Диск/цилиндр (ось симметрии): $J = \frac{1}{2}mR^2$ - Полый цилиндр: $J = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$ - Шар: $J = \frac{2}{5}mR^2$

Теорема Штейнера:

$$J = J_{cm} + md^2$$

Основное уравнение динамики вращения:

$$M = J\beta \quad \text{или} \quad \frac{dL}{dt} = M$$

Закон сохранения момента импульса — если $\sum \vec{M} = 0$, то $\vec{L} = \text{const}$

---

7. Работа консервативных и диссипативных сил. Кинетическая, потенциальная энергия материальной точки и твердого тела. Полная механическая энергия. Связь полной механической энергии с работой неконсервативных сил. Закон сохранения механической энергии.

Работа силы:

$$A = \int_{path} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{path} F \cos\alpha \, ds$$

Консервативные силы — работа не зависит от пути:

$$A_{12} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

Неконсервативные (диссипативные) силы — работа зависит от траектории (трение).

Кинетическая энергия:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{вращение: } K = \frac{1}{2}J\omega^2)$$

Потенциальная энергия: - Гравитационная: $U_g = mgh$ - Упругая: $U_e = \frac{1}{2}kx^2$

Связь силы и потенциальной энергии:

$$\vec{F} = -\nabla U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right)$$

Теорема о кинетической энергии:

$$\Delta K = A$$

Полная механическая энергия:

$$E = K + U$$

Закон сохранения механической энергии (консервативные силы):

$$E = K + U = \text{const}, \quad K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

При неконсервативных силах:

$$E_2 - E_1 = A$$

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1. Свободные незатухающие гармонические колебания и их характеристики. Математический, пружинный и физический маятники.

Гармонические колебания:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \quad \text{или} \quad x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

Параметры: - A — амплитуда (м) - ω — циклическая частота (рад/с) - φ — начальная фаза (рад) - T — период: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ - ν — частота: $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

Скорость и ускорение:

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi), \quad v_{max} = A\omega$$

$$a = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x, \quad a_{max} = A\omega^2$$

Дифференциальное уравнение:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Энергия: - Кинетическая: $K = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2(\omega t + \varphi)$ - Потенциальная: $U = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi)$ - Полная: $E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \text{const}$

Математический маятник:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Пружинный маятник:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Физический маятник:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{J}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}}$$

---

2. Свободные затухающие колебания и их характеристики. Вынужденные колебания. Явление резонанса.

Затухающие колебания (при $\gamma < \omega_0$):

$$x(t) = A_0 e^{-\gamma t}\sin(\omega t + \varphi)$$

где $\gamma = \frac{r}{2m}$ — коэффициент затухания, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

Логарифмический декремент:

$$\delta = \gamma T$$

Добротность:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\gamma}$$

Вынужденные колебания (под действием $F(t) = F_0\sin(\Omega t)$):

$$x(t) = A(\Omega)\sin(\Omega t - \psi)$$

Амплитуда вынужденных колебаний:

$$A(\Omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\gamma\Omega)^2}}$$

Разность фаз:

$$\tan\psi = \frac{2\gamma\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

Резонанс:

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} \approx \omega_0 \text{ (слабое затухание)}$$

Максимальная амплитуда при резонансе:

$$A_{max} = \frac{F_0}{2m\gamma\omega_0}$$

---

3. Векторное представление гармонических колебаний. Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты и направления. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.

Метод векторных диаграмм — гармоническое колебание $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ изображается вращающимся вектором длины A.

Сложение колебаний одной частоты и направления:

$$x = x_1 + x_2 = A\sin(\omega t + \varphi)$$

Результирующая амплитуда:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Результирующая фаза:

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

Частные случаи: - Синфазные: $A = A_1 + A_2$ - Противофазные: $A = |A_1 - A_2|$ - Квадратура: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Биения (близкие частоты):

$$x = 2A\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)\sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$$

Частота биений: $\omega = |\omega_1 - \omega_2|$

Сложение взаимно перпендикулярных колебаний:

При разности фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$: - $\Delta\varphi = 0$ или π: прямая линия - $\Delta\varphi = \pi/2$ и $A_1 = A_2$: окружность - Другие: эллипс

Уравнение траектории (эллипс):

$$\frac{x^2}{A_1^2} - \frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\Delta\varphi) + \frac{y^2}{A_2^2} = \sin^2(\Delta\varphi)$$

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1. Термодинамические параметры. Изопроцессы. Смеси газов, закон Дальтона, Закон Авогадро.

Параметры состояния газа: p (Па), V (м³), T (К), ν (моль).

Изобарный процесс (p = const):

$$\frac{V}{T} = \text{const}, \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Изохорный процесс (V = const):

$$\frac{p}{T} = \text{const}, \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Изотермический процесс (T = const):

$$pV = \text{const}, \quad p_1V_1 = p_2V_2$$

Адиабатический процесс (Q = 0):

$$pV^{\gamma} = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ — показатель адиабаты.

Закон Дальтона:

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$$

Закон Авогадро — равные объёмы газов при одинаковых p и T содержат одинаковое число молекул.

Молярный объём (норм. условия): $V_m = 22,4$ л/моль

Постоянная Авогадро: $N_A = 6,022 \times 10^{23}$ молекул/моль

---

2. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа, уравнение состояния идеального газа их взаимосвязь.

Основное уравнение МКТ:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2 \rangle$$

Средняя кинетическая энергия молекулы:

$$\langle K \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Среднеквадратичная скорость:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Из основного уравнения МКТ:

$$p = nkT$$

Уравнение состояния идеального газа:

$$pV = \nu RT \quad \text{или} \quad pV = NkT$$

где R = 8,31 Дж/(моль·К), k — постоянная Больцмана.

---

3. Внутренняя энергия и работа идеального газа. Первое начало термодинамики. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам.

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{i}{2}\nu RT$$

где i — число степеней свободы (одноатомный: 3, двухатомный: 5).

Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T$$

Работа газа:

$$A = \int pdV$$

При изобарном процессе: $A = p\Delta V = \nu R\Delta T$

При изохорном процессе: $A = 0$

При изотермическом процессе: $A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$

Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A$$

Молярные теплоёмкости:

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2}R$$

Соотношение: $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$

Применение к изопроцессам:

1. **Изобарный**: $Q = \nu C_p \Delta T$, $A = \nu R\Delta T$
2. **Изохорный**: $Q = \nu C_V \Delta T$, $A = 0$
3. **Изотермический**: $\Delta U = 0$, $Q = A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$
4. **Адиабатический**: $Q = 0$, $A = -\Delta U = -\nu C_V \Delta T$

---

4. Теплоёмкость идеального газа. Адиабатический процесс.

Закон Дюлонга и Пти (твёрдые тела):

$$C_V = 3R \approx 24,9 \text{ Дж/(моль·К)}$$

При низких температурах C_V уменьшается.

Теплоёмкость жидкостей варьируется; для воды ≈ 75 Дж/(моль·К).

---

5. Формулировки второго начала термодинамики. Тепловые машины. Цикл Карно.

Формулировка Клаузиуса — теплота не переходит самопроизвольно от холодного к горячему.

Формулировка Кельвина — невозможен процесс, превращающий теплоту в работу без других изменений.

Формулировка Планка — невозможен вечный двигатель второго рода.

Тепловая машина: - получает Q_1 от нагревателя (T_1) - совершает работу A - отдаёт Q_2 холодильнику (T_2)

КПД:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Цикл Карно (обратимый): 1. Изотермическое расширение (T_1): получает Q_1 2. Адиабатическое расширение: $T_1 \to T_2$ 3. Изотермическое сжатие (T_2): отдаёт Q_2 4. Адиабатическое сжатие: $T_2 \to T_1$

КПД Карно:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Теорема Карно — никакая машина не имеет КПД выше Карно для данных температур.

---

6. Приведенная теплота. Равенство и неравенство Клаузиуса. Энтропия. Статистический смысл энтропии.

Приведённая теплота:

$$\frac{\delta Q}{T}$$

Неравенство Клаузиуса (произвольный процесс):

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Равенство Клаузиуса (обратимый процесс):

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Энтропия:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

Для конечного процесса:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Свойства энтропии: - Функция состояния - В обратимых адиабатических процессах: $\Delta S = 0$ - В необратимых процессах: $\Delta S > 0$

Второе начало (через энтропию): - Изолированная система: $dS \geq 0$ - В равновесии: S максимальна

Формула Больцмана:

$$S = k \ln W$$

где W — число микросостояний.

Энтропия — мера беспорядка; её рост означает переход в более вероятное состояние.

---

7. Вероятностное описание случайных событий. Распределения Максвелла по компонентам скорости и модулю скорости молекул в идеальном газе. Характерные скорости движения молекул.

Функция распределения f(v) — доля молекул со скоростями от v до v + dv:

$$dN = N \cdot f(v) \cdot dv$$

Условие нормировки: $\int_0^\infty f(v)dv = 1$

Распределение Максвелла по компонентам скорости:

$$f(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right)$$

Средняя квадратичная компонента:

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{kT}{m}$$

Распределение Максвелла по модулю скорости:

$$dN = N \cdot 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv$$

Характерные скорости:

1. Наиболее вероятная:

$$v = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

2. Средняя арифметическая:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

3. Среднеквадратичная:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Соотношение: $v : \langle v \rangle : v = \sqrt{2} : \sqrt{\frac{8}{\pi}} : \sqrt{3} \approx 1 : 1,128 : 1,225$

---

8. Барометрическая формула. Распределение Больцмана. Распределение Максвелла – Больцмана. Теорема о равнораспределении средней энергии молекул по степеням свободы.

Барометрическая формула:

$$p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right)$$

или:

$$n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right)$$

Распределение Больцмана (во внешнем потенциальном поле):

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{U}{kT}\right)$$

Распределение Максвелла-Больцмана:

$$f(\vec{v},\vec{r}) = n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2/2 + U(\vec{r})}{kT}\right)$$

Теорема о равнораспределении энергии: - На каждую поступательную/вращательную степень свободы: $\langle E \rangle = \frac{1}{2}kT$ - На каждую колебательную степень свободы: $\langle E \rangle = kT$

Число степеней свободы: - Одноатомный газ: i = 3 - Двухатомный газ: i = 5 - Многоатомный нелинейный: i = 6

Полная средняя энергия молекулы:

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2}kT$$

Внутренняя энергия газа:

$$U = \nu\frac{i}{2}RT$$

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1. Элементарный заряд. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Напряжённость как силовая характеристика электрического поля. Принцип суперпозиции. Силовые линии электростатического поля.

Элементарный заряд:

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ Кл}$$

Любой заряд: $q = ne$ (n — целое число).

Закон сохранения заряда:

$$\sum q_i = \text{const}$$

Закон Кулона:

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \times 10^9$ Н·м^2/Кл^2, $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ Ф/м

Напряжённость электрического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Для точечного заряда Q:

$$E = k\frac{|Q|}{r^2}$$

Единица: В/м.

Принцип суперпозиции:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

Силовые линии электростатического поля: - Начинаются на положительных, заканчиваются на отрицательных зарядах - Не пересекаются - Плотность пропорциональна E

---

2. Поток вектора напряжённости. Теорема Остроградского – Гаусса для вектора напряжённости электростатического поля. Примеры применения теоремы.

Поток вектора напряжённости:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_S E \cos\alpha \, dA$$

Теорема Остроградского-Гаусса:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Примеры применения:

1. Бесконечная равномерно заряженная плоскость:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

2. Бесконечный равномерно заряженный цилиндр (r > R):

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

где λ — линейная плотность заряда.

3. Равномерно заряженная сфера (r > R):

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

(Внутри проводящей сферы: E = 0)

---

3. Работа сил электростатического поля. Потенциал как энергетическая характеристика электростатического поля. Циркуляция вектора напряжённости. Связь между напряжённостью и потенциалом. Эквипотенциальные поверхности.

Потенциал электростатического поля:

$$\varphi = \frac{U}{q}$$

Для точечного заряда Q:

$$\varphi = k\frac{Q}{r}$$

Единица: В.

Разность потенциалов:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_2^1 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Работа поля при перемещении заряда q:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU_{12}$$

Связь E и φ:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right)$$

В 1D: $E = -\frac{d\varphi}{dx}$

Циркуляция E:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Эквипотенциальные поверхности (φ = const): - E перпендикулярен поверхности - Работа A = 0 вдоль поверхности - Не пересекаются

---

4. Электроёмкость уединённого проводника. Конденсаторы и электроёмкость конденсатора. Энергия системы неподвижных зарядов и конденсатора. Объемная плотность энергии.

Электроёмкость уединённого проводника:

$$C = \frac{Q}{\varphi}$$

Единица: Ф (Фарад).

Электроёмкость проводящей сферы (R):

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Электроёмкость конденсатора:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Плоский конденсатор:

$$C = \varepsilon_0\varepsilon\frac{S}{d}$$

Цилиндрический конденсатор:

$$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{l}{\ln(R_2/R_1)}$$

Сферический конденсатор:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{R_1R_2}{R_2 - R_1}$$

Соединение конденсаторов:

Параллельно: $C = C_1 + C_2 + \dots$

Последовательно: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$

Энергия конденсатора:

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

Энергия системы точечных зарядов:

$$W = \sum_{i<j} k\frac{q_iq_j}{r_{ij}}$$

Объёмная плотность энергии электрического поля:

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 \text{ (Дж/м}^3\text{)}$$

Полная энергия поля:

$$W = \int w dV = \int \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 dV$$

---

5. Полярные и неполярные диэлектрики. Качественная картина поляризации диэлектриков. Вектор электрического смещения (электрической индукции). Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в диэлектриках.

Диэлектрики — вещества без свободных электронов.

Полярные молекулы — имеют постоянный дипольный момент (вода, спирт).

Неполярные молекулы — поляризуются во внешнем поле (O_2, N_2).

Поляризация диэлектрика — ориентация/деформация молекул в поле.

Вектор поляризации:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

где χ_e — электрическая восприимчивость.

Единица: Кл/м².

Диэлектрическая проницаемость:

$$\varepsilon = 1 + \chi_e$$

Вектор электрического смещения:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

Единица: Кл/м².

Теорема Гаусса для вектора D в диэлектриках:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$$

---

6. Сила тока, плотность тока. Уравнение непрерывности (закон сохранения заряда). Законы Ома, Джоуля – Ленца. Разветвлённые цепи. Правила Кирхгофа.

Сила тока:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Единица: А.

Плотность тока:

$$j = \frac{I}{S} = nev = \sigma E$$

где n — концентрация, e — заряд, v — дрейф, σ — проводимость.

Уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$$

Закон Ома (локальная форма):

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

Закон Ома (интегральная форма):

$$I = \frac{U}{R}$$

Электрическое сопротивление:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

где ρ — удельное сопротивление.

Закон Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2Rt$$

Мощность тепла:

$$P = I^2R = \frac{U^2}{R} = UI$$

Правила Кирхгофа для разветвлённых цепей:

Первое правило (узлы):

$$\sum I_i = 0$$

Второе правило (контуры):

$$\sum I_iR_i = \sum \varepsilon_j$$

ВТОРОЙ ВОПРОС (ВЫВОД ФОРМУЛЫ)

МЕХАНИКА

1. Вывод общей расчетной формулы максимальной дальности полета тела (м.т.), брошенного с некоторой высоты h, относительно уровня земли, под углом α к горизонту. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Разложим начальную скорость: $v_{0x} = v_0 \cos\alpha, v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

Уравнения движения:

$$x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t$$

$$y(t) = h + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Условие падения $y(t) = 0$:

$$\frac{g}{2}t^2 - v_0 \sin\alpha \cdot t - h = 0$$

Время полёта:

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{g}$$

Дальность полёта:

$$L = v_0 \cos\alpha \cdot t = \frac{v_0 \cos\alpha(v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh})}{g}$$

При h = 0: $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$, максимум при α = 45°: $L_{max} = \frac{v_0^2}{g}$

---

2. Вывод общей расчетной формулы максимальной высоты подъема тела (м.т.) относительно уровня Земли, если оно брошен высотой h под углом α к горизонту. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Вертикальная скорость: $v_y(t) = v_0 \sin\alpha - gt$

Максимум высоты при $v_y = 0$:

$$t_{max} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

Подставляем в $y(t) = h + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$:

$$h_{max} = h + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

Максимальная высота:

$$h_{max} = h + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

---

3. Вывод расчетной формулы момента инерции однородного полого толстостенного цилиндра массой m, внешний радиус сечения R_1, внутренний радиус сечения R_2, относительно оси симметрии.

Момент инерции сплошного цилиндра: $I = \frac{1}{2}MR^2$

Метод суперпозиции (полый = большой − вырезанный):

$$I = I_1 - I_2 = \frac{1}{2}\rho\pi H(R_1^4 - R_2^4)$$

Масса полого цилиндра: $m = \rho\pi H(R_1^2 - R_2^2)$

Подставляем $\rho\pi H = \frac{m}{R_1^2 - R_2^2}$:

$$I = \frac{m(R_1^4 - R_2^4)}{2(R_1^2 - R_2^2)} = \frac{m(R_1^2 - R_2^2)(R_1^2 + R_2^2)}{2(R_1^2 - R_2^2)}$$

Момент инерции полого цилиндра:

$$I = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$$

При $R_2 = 0$: $I = \frac{1}{2}mR_1^2$. При $R_2 = R_1$ (тонкий обруч): $I = mR_1^2$

---

4. Вывод расчетной формулы момента инерции однородного шара массой m, внешний радиус сечения R_1, внутренний радиус сечения R_2, относительно оси, проходящей через его цент.

Момент инерции сплошного шара: $I = \frac{2}{5}MR^2$

Метод суперпозиции:

$$I = I_1 - I_2 = \frac{2}{5}\rho \cdot \frac{4}{3}\pi(R_1^5 - R_2^5) = \frac{8\pi\rho}{15}(R_1^5 - R_2^5)$$

Масса полого шара: $m = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi(R_1^3 - R_2^3)$, откуда $\rho = \frac{3m}{4\pi(R_1^3 - R_2^3)}$

Момент инерции полого шара:

$$I = \frac{2m(R_1^5 - R_2^5)}{5(R_1^3 - R_2^3)}$$

При $R_2 = 0$: $I = \frac{2}{5}mR_1^2$. При $R_2 \to R_1$ (тонкая оболочка): $I \to \frac{2}{3}mR_1^2$

---

5. Вывод расчетной формулы момента инерции однородного сплошного стержня массой m, длиной l, относительно оси, проходящей через один из его концов.

Линейная плотность: $\lambda = \frac{m}{l}$

Элементарный момент инерции участка dx на расстоянии x от оси:

$$dI = x^2 dm = x^2 \frac{m}{l} dx$$

Интегрируем:

$$I = \frac{m}{l} \int_0^l x^2 dx = \frac{m}{l} \cdot \frac{l^3}{3}$$

Момент инерции стержня относительно конца:

$$I = \frac{1}{3} m l^2$$

Проверка теоремой Штейнера: $I = I_{cm} + md^2 = \frac{1}{12} m l^2 + m \frac{l^2}{4} = \frac{1}{3} m l^2$

---

6. Вывод расчетной формулы момента инерции однородного сплошного стержня массой m, длиной l, относительно оси, проходящей через его центр.

Начало координат в центре стержня, стержень от $-\frac{l}{2}$ до $+\frac{l}{2}$.

$$I = \frac{m}{l} \int_{-l/2}^{l/2} x^2 dx = \frac{m}{l} \cdot \left[\frac{x^3}{3}\right]_{-l/2}^{l/2} = \frac{m}{l} \cdot \frac{2(l/2)^3}{3} = \frac{m}{l} \cdot \frac{l^3}{12}$$

Момент инерции стержня относительно центра:

$$I = \frac{1}{12} m l^2$$

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

7. Вывод формулы периода математического маятника, находящегося в движущейся системе относительно земли с ускорением a.

В неинерциальной системе действует инерционная сила $\vec{F} = -m\vec{a}$.

Эффективное ускорение: - При ускорении вверх: $g_{eff} = g + a$ - При ускорении вниз: $g_{eff} = g - a$ - При горизонтальном ускорении: $g_{eff} = \sqrt{g^2 + a^2}$

Уравнение движения для малых углов:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g_{eff}}{\ell} \varphi = 0$$

Период колебаний:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_{eff}}}$$

При ускорении вверх: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g+a}}$

При ускорении вниз: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g-a}}$

---

8. Вывод формулы периода физического маятника в форме стержня длиной массой m, длиной l, подвешенного в точке на расстоянии x от конца.

Уравнение вращательного движения: $I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgd\sin\varphi$

Для малых углов $\sin\varphi \approx \varphi$:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgd}{I}\varphi = 0$$

Циклическая частота: $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$

Момент инерции стержня относительно оси на расстоянии d от центра масс:

$$I = I_{cm} + md^2 = \frac{1}{12}ml^2 + md^2$$

Период физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{l^2/12 + d^2}{gd}} = 2\pi\sqrt{\frac{l^2 + 12d^2}{12gd}}$$

При закреплении на конце ($d = l/2$): $T = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$

---

9. Вывод уравнения резонансной частоты для пружинного маятника для вынужденных колебаний, если известен декремент затухания δ.

Уравнение вынужденных колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\sin(\Omega t)$$

где $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, $\beta = r/(2m)$

Амплитуда:

$$A(\Omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\beta\Omega)^2}}$$

Условие максимума (производная знаменателя = 0):

$$\frac{d}{d\Omega}[(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2] = 0$$

$$-4\Omega(\omega_0^2 - \Omega^2) + 8\beta^2\Omega = 0$$

$$\Omega^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$$

Резонансная частота:

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

Через логарифмический декремент: $\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{\delta^2}{4\pi^2}}$

При $\beta = 0$: $\Omega = \omega_0 = \sqrt{k/m}$

---

10. Вывод общего уравнения для расчета неизвестного сопротивления в мосте Уитстона (схема представлена на рис.), где R_1 и R_2 являются единым проводником из металла с известной длиной l и диаметром D. Учесть, что вольтметр покажет U=0 В.

При равновесии моста (U = 0) токи в плечах:

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_3}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2 + R_x}$$

Потенциалы в узлах равны:

$$\frac{R_3}{R_1 + R_3} = \frac{R_x}{R_2 + R_x}$$

Перекрёстное умножение: $R_3(R_2 + R_x) = R_x(R_1 + R_3)$

$$R_3 R_2 = R_x R_1$$

Неизвестное сопротивление:

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

---

11. Вывод уравнения резонансной частоты для пружинного маятника для вынужденных колебаний.

См. вывод в вопросе 9:

Резонансная частота:

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{2m^2}}$$

При отсутствии затухания: $\Omega = \omega_0 = \sqrt{k/m}$

---

12. Вывод уравнения Циалковского с учетом действия поля силы тяжести, на примере реактивной ракеты, взлетающей вертикально вверх.

Уравнение движения ракеты с учётом гравитации:

$$m\frac{dv}{dt} = -u\frac{dm}{dt} - mg$$

Разделение переменных:

$$dv + g\,dt = -u\frac{dm}{m}$$

Интегрирование от начального состояния $(m_0, v = 0, t = 0)$ до текущего (m, v, t):

$$v + gt = -u[\ln m - \ln m_0] = u \ln \frac{m_0}{m}$$

Уравнение Циолковского с гравитацией:

$$v(t) = u \ln \frac{m_0}{m(t)} - gt$$

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1. Вывод уравнения молекулярно-кинетической теории с помощью уравнения состояния идеального газа.

Уравнение состояния: $pV = \nu RT = NkT$, где $k = R/N_A$

Концентрация: $n = N/V$, тогда $p = nkT$

Из МКТ давление: $p = \frac{1}{3}nm_0\langle v^2\rangle$

Приравнивая: $nkT = \frac{1}{3}nm_0\langle v^2\rangle$

Основное уравнение МКТ:

$$\langle E_k\rangle = \frac{m_0\langle v^2\rangle}{2} = \frac{3}{2}kT$$

$$p = \frac{2}{3}n\langle E_k\rangle$$

---

2. Вывод расчетной формулы наиболее вероятной скорости из распределения Максвелла (распределения молекул по скоростям).

Распределение Максвелла:

$$F(v) = 4\pi v^2\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0v^2}{2kT}}$$

Условие максимума $\frac{dF}{dv} = 0$:

$$\frac{d}{dv}\left(v^2e^{-\frac{m_0v^2}{2kT}}\right) = e^{-\frac{m_0v^2}{2kT}}\left(2v - \frac{m_0v^3}{kT}\right) = 0$$

Решение: $2 - \frac{m_0v^2}{kT} = 0$

Наиболее вероятная скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

---

3. Вывод расчетной формулы средней квадратичной скорости из распределения Максвелла (распределения молекул по скоростям).

Средний квадрат скорости:

$$\langle v^2\rangle = \int_0^\infty v^2F(v)dv = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\int_0^\infty v^4e^{-\frac{m_0v^2}{2kT}}dv$$

Табличный интеграл: $\int_0^\infty v^4e^{-\beta v^2}dv = \frac{3\sqrt{\pi}}{8\beta^{5/2}}$, где $\beta = \frac{m_0}{2kT}$

После подстановки: $\langle v^2\rangle = \frac{3kT}{m_0}$

Средняя квадратичная скорость:

$$v = \sqrt{\langle v^2\rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

---

4. Вывод формулы изменения энтропии для процесса, проходящего по закону Бойля-Мариотта.

Изотермический процесс: $T = \text{const}, pV = \text{const}$

При T = const: $dU = 0$, следовательно $\delta Q = pdV$

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{pdV}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{TV} dV = \nu R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

Изменение энтропии:

$$\Delta S = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu R \ln \frac{p_1}{p_2}$$

---

5. Вывод формулы изменения энтропии для процесса, проходящего по закону Шарля.

Изохорный процесс: $V = \text{const}$

При V = const: $\delta A = 0$, следовательно $\delta Q = dU = \nu C_V dT$

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\nu C_V dT}{T}$$

Изменение энтропии:

$$\Delta S = \nu C_V \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu C_V \ln \frac{p_2}{p_1}$$

---

6. Вывод формулы изменения энтропии для процесса, проходящего по закону Гей-Люссака.

Изобарный процесс: $p = \text{const}$

$\delta Q = dU + pdV = \nu C_V dT + \nu R dT = \nu C_p dT$

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\nu C_p dT}{T}$$

Изменение энтропии:

$$\Delta S = \nu C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu C_p \ln \frac{V_2}{V_1}$$

---

7. Вывод уравнения работы адиабатного процесса с использованием коэффициента Пуассона.

Адиабатный процесс: $\delta Q = 0$, следовательно $\delta A = -dU = -\nu C_V dT$

Работа: $A = \nu C_V (T_1 - T_2)$

Из уравнения состояния: $T = \frac{pV}{\nu R}$

$$A = \frac{C_V}{R}(p_1 V_1 - p_2 V_2)$$

Используя $C_V(\gamma - 1) = R$, где $\gamma = C_p / C_V$:

Работа адиабатного процесса:

$$A = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} = \nu C_V (T_1 - T_2)$$

---

8. Вывод уравнения максимального КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно.

Цикл Карно: изотерма $T_1 \rightarrow$ адиабата $\rightarrow$ изотерма $T_2 \rightarrow$ адиабата

Теплоты в изотермических процессах:

$$Q_1 = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad Q_2 = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

Из уравнений адиабат: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$

Отношение теплот: $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$

КПД: $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$

КПД цикла Карно:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

---

9. Вывод уравнения максимального КПД холодильной машины, работающей по циклу Карно.

Холодильный коэффициент: $\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$

Для цикла Карно: $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{1}{\frac{Q_1}{Q_2} - 1} = \frac{1}{\frac{T_1}{T_2} - 1}$$

Холодильный коэффициент цикла Карно:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1. Вывод расчетной формулы напряженности поля бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ по теореме Остроградского-Гаусса.

Теорема Гаусса: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

Поверхность Гаусса: цилиндр с основаниями площадью S по обе стороны плоскости.

Поток через основания: $\Phi_E = 2ES$ (через боковую поверхность поток = 0)

Заряд внутри: $Q = \sigma S$

$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

Напряжённость поля:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

---

2. Вывод расчетной формулы напряженности поля системы из двух коаксиальных цилиндров радиусами R_1 и R_2 ($R_1<R_2$), в точке, находящейся на расстоянии $r>R_2$ относительно общей оси.

Поверхность Гаусса: цилиндр радиусом $r > R_2$, высотой h.

Поток: $\Phi_E = E \cdot 2\pi rh$

Заряд внутри: $Q = (\lambda_1 + \lambda_2)h$

$$E \cdot 2\pi rh = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)h}{\varepsilon_0}$$

Напряжённость поля:

$$E = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}, \quad r > R_2$$

---

3. Вывод расчетной формулы напряженности поля системы из двух коаксиальных шаров радиусами R_1 и R_2 ($R_1<R_2$), в точке, находящейся на расстоянии $R_1<r<R_2$ относительно центра.

Поверхность Гаусса: сфера радиусом r ($R_1 < r < R_2$).

Поток: $\Phi_E = E \cdot 4\pi r^2$

Заряд внутри (только внутренний шар): $Q = Q_1$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}$$

Напряжённость поля:

$$E = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad R_1 < r < R_2$$

---

4. Вывод расчетной формулы разности потенциалов поля двух плоскостей площадью S, расположенных на расстоянии d и равномерно заряженных с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 ($|\sigma_1|>|\sigma_2|$).

Поле одной плоскости: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Результирующее поле между плоскостями (принцип суперпозиции): - Разноимённые заряды: $E = \frac{\sigma_1+|\sigma_2|}{2\varepsilon_0}$ - Одноимённые заряды: $E = \frac{|\sigma_1-\sigma_2|}{2\varepsilon_0}$

Разность потенциалов: $\Delta\varphi = E \cdot d$

Разность потенциалов:

$$\Delta\varphi = \frac{d|\sigma_1 - \sigma_2|}{2\varepsilon_0}$$

Для конденсатора ($\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$): $\Delta\varphi = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$

---

5. Вывод расчетной формулы потенциала поля внутри однородного шара диэлектрической проницаемостью ε, радиусом R с равномерно распределенным зарядом объемной плотностью ρ в точке, находящейся на расстоянии $0<r<R$ относительно центра.

Напряжённость внутри шара (по теореме Гаусса):

$$E(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0\varepsilon}$$

Потенциал: $\varphi(r) = -\int_{\infty}^{r} E\,dr$ (интегрируем по двум участкам)

Снаружи (r' > R): $E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 \varepsilon r'^2}$

$$\varphi_1 = \int_R^{\infty} \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 \varepsilon r'^2} dr' = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0 \varepsilon}$$

Внутри (от R до r):

$$\varphi_2 = -\int_R^{r} \frac{\rho r'}{3\varepsilon_0 \varepsilon} dr' = \frac{\rho(R^2 - r^2)}{6\varepsilon_0 \varepsilon}$$

Потенциал внутри шара:

$$\varphi(r) = \frac{\rho(3R^2 - r^2)}{6\varepsilon_0 \varepsilon}, \quad 0 < r < R$$

---

6. Вывод расчетной формулы электроемкости уединенной сферы радиусом R, помещенной в жидкость с диэлектрической проницаемостью ε.

Ёмкость: $C = \frac{Q}{\varphi}$

Потенциал поверхности заряженной сферы:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R}$$

Электроёмкость сферы:

$$C = \frac{Q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R$$

В вакууме: $C_0 = 4\pi\varepsilon_0 R$

---

7. Вывод уравнения для расчета напряжения, подаваемого на обкладки цилиндрического конденсатора радиусом R, высотой h с учетом диэлектрика толщиной d.

Внутренний радиус R_1 = R, внешний R_2 = R + d.

Напряжённость в цилиндрическом конденсаторе: $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$

Напряжение:

$$U = \int_R^{R+d} E(r)dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \ln \frac{R + d}{R}$$

Напряжение на конденсаторе:

$$U = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon h} \ln \frac{R + d}{R}$$

где $\lambda = Q/h$ — линейная плотность заряда.

---

8. Вывод уравнения для расчета изменения энергии плоского воздушного конденсатора подключенного к постоянному напряжению U с обкладками в форме дисков радиусами R, расстояние между которыми изменяется от d_1 до d_2.

Ёмкость: $C = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{d}$

Энергия при U = const: $W = \frac{CU^2}{2}$

Начальная: $W_1 = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2 U^2}{2d_1}$

Конечная: $W_2 = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2 U^2}{2d_2}$

Изменение энергии:

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2 U^2}{2}\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right) = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2 U^2 (d_1 - d_2)}{2d_1 d_2}$$

---

9. Вывод общего уравнения для расчета ЭДС с внутренним сопротивлением r, подключаемого последовательно к трем параллельно соединенным резисторам R_1, R_2, R_3.

Эквивалентное сопротивление параллельных резисторов:

$$R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

Полное сопротивление: $R = r + R$

Закон Ома: $\mathcal{E} = I \cdot R$

Сила тока в цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R} = \frac{\mathcal{E}(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3)}{r(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3) + R_1 R_2 R_3}$$

ЭДС: $\mathcal{E} = U + Ir$, где U — напряжение на внешней цепи.

---

10. Вывод общего уравнения для расчета неизвестного сопротивления в мосте Уитстона, где R_1 и R_2 являются единым проводником из металла с известной длиной l и диаметром D. Учесть, что вольтметр покажет U=0 В.

Условие равновесия: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}$

Для однородного проводника: $R = \rho \frac{l}{S}$, следовательно $\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2}$

Неизвестное сопротивление:

$$R_x = R_3 \cdot \frac{l_2}{l_1}$$

При полной длине $l = l_1 + l_2$: $R_x = R_3 \cdot \frac{l - l_1}{l_1}$

---

11. Вывод общего уравнения для расчета тепловыделения на участке проводника длиной l и площадью поперечного сечения S, находящегося под напряжением U за 1/24 долю периода полного обращения Земли вокруг оси.

Закон Джоуля-Ленца: $Q = \frac{U^2}{R}t$

Сопротивление: $R = \rho\frac{l}{S}$

Время: $t = \frac{T}{24} = \frac{86400}{24} = 3600$ с (1 час)

Тепловыделение:

$$Q = \frac{U^2 St}{\rho l} = \frac{U^2 S \cdot 3600}{\rho l}$$

---

12. Вывод уравнения плотности тока через пластину площадью S в зависимости от ее толщины h, зная разность потенциалов Δφ на торцах пластины.

Закон Ома в дифференциальной форме: $\vec{j} = \sigma\vec{E}$

Напряжённость в пластине: $E = \frac{\Delta\varphi}{h}$

Плотность тока:

$$j = \sigma\frac{\Delta\varphi}{h} = \frac{\Delta\varphi}{\rho h}$$

где σ — удельная проводимость, ρ = 1/σ — удельное сопротивление.

Плотность тока обратно пропорциональна толщине пластины.

ТРЕТИЙ ВОПРОС (ЗАДАЧА) - ПОЛНЫЕ РЕШЕНИЯ

МЕХАНИКА

Задача 1. Из одного и того же места начали равноускорено двигаться в одном направлении две точки, причем вторая начала свое движение через 2 с после первой. Первая точка двигалась с начальной скоростью v1=1 м/с и ускорением a1=2 м/с², вторая — с начальной скоростью v2=10 м/с и ускорением a2=1 м/с². Через сколько времени и на каком расстоянии от исходного положения вторая точка догонит первую?

Решение:

$x_1 = v_1 t + \frac{1}{2}a_1 t^2 = t + t^2$

$x_2 = v_2(t-2) + \frac{1}{2}a_2(t-2)^2 = 0.5t^2 + 8t - 18$ (при $t > 2$)

Условие встречи $x_1 = x_2$:

$t + t^2 = 0.5t^2 + 8t - 18 \Rightarrow t^2 - 14t + 36 = 0$

$t = 7 + \sqrt{13} \approx 10.6$ с (корень $7 - \sqrt{13} \approx 3.4$ с отбрасываем: $t < 2$)

$x = t + t^2 = 10.6 + 112.4 \approx 123$ м

Ответ: $t' \approx 8.6$ с (после старта второй точки); $x \approx 123$ м.

Задача 2. Миномет установлен под углом α=60° к горизонту на крыше здания, высота которого h=40 м. Начальная скорость v_0 мины равна 50 м/с. Требуется: 1) написать кинематические уравнения движения и уравнения траектории и начертить эту траекторию с соблюдением масштаба; 2) определить время τ полета мины, максимальную высоту H ее подъема, горизонтальную дальность s полета, скорость v в момент падения мины на землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

$v_{0x} = v_0 \cos 60° = 25$ м/с; $v_{0y} = v_0 \sin 60° = 43.3$ м/с

1) Кинематические уравнения: $x = 25t$; $y = 40 + 43.3t - 5t^2$; $v_x = 25$ м/с; $v_y = 43.3 - 10t$ м/с

Траектория: $y = 40 + 1.732x - 0.008x^2$

2) Время полета ($y = 0$): $5\tau^2 - 43.3\tau - 40 = 0 \Rightarrow \tau \approx 9.5$ с

Максимальная высота ($v_y = 0$): $t_{max} = 4.33$ с; $H = 40 + 43.3 \cdot 4.33 - 5 \cdot 4.33^2 \approx 134$ м

Дальность: $s = 25 \cdot 9.5 = 237.5$ м

Скорость при падении: $v_y = 43.3 - 95 = -51.7$ м/с; $v = \sqrt{25^2 + 51.7^2} \approx 57.4$ м/с

Ответ: $\tau \approx 9.5$ с; $H \approx 134$ м; $s \approx 237.5$ м; $v \approx 57.4$ м/с под углом 64° к горизонту.

Задача 3. Велосипедное колесо вращается с частотой n=5 c^{-1}. Под действием сил трения оно остановилось через интервал времени Δt=1 мин. Определить угловое ускорение ε и число N оборотов, которое сделает колесо за это время.

Решение:

$\omega_0 = 2\pi n = 10\pi$ рад/с; $\omega = 0$; $\Delta t = 60$ с

$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{-10\pi}{60} = -\frac{\pi}{6} \approx -0.52$ рад/с^2

$\phi = \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2}\varepsilon(\Delta t)^2 = 600\pi - 300\pi = 300\pi$ рад

$N = \frac{\phi}{2\pi} = 150$ оборотов

Ответ: $\varepsilon = -0.52$ рад/с^2; $N = 150$ оборотов.

Задача 4. На гладком столе лежит брусок массой m=4 кг. К бруску привязаны два шнура, перекинутые через неподвижные блоки, прикрепленные к противоположным краям стола. К концам шнуров подвешены гири, массы которых m_1=1 кг и m_2=2 кг. Найти ускорение a, с которым движется брусок, и силу натяжения T каждого из шнуров. Массой блоков и трением пренебречь.

Решение:

Уравнения движения (m_2 опускается, m_1 поднимается, брусок движется к m_2):

$T_1 - m_1 g = m_1 a$; $m_2 g - T_2 = m_2 a$; $T_2 - T_1 = ma$

$(m_2 - m_1)g = a(m + m_1 + m_2)$

$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m + m_1 + m_2} = \frac{1 \cdot 10}{7} = \frac{10}{7} \approx 1.43$ м/с^2

$T_1 = m_1(g + a) = 1 \cdot \frac{80}{7} \approx 11.4$ Н; $T_2 = m_2(g - a) = 2 \cdot \frac{60}{7} \approx 17.1$ Н

Ответ: $a \approx 1.43$ м/с^2; $T_1 \approx 11.4$ Н; $T_2 \approx 17.1$ Н.

Задача 5. Два груза массами m_1=10 кг и m_2=15 кг подвешены на нитях длиной l=2 м так, что грузы соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на угол φ=60° и выпущен. Определить высоту h, на которую поднимутся оба груза после удара. Удар грузов считать неупругим.

Решение:

1. Скорость m_1 перед ударом (закон сохранения энергии):

$\Delta h = l(1-\cos 60°) = 1$ м; $v_1 = \sqrt{2g\Delta h} = \sqrt{20} \approx 4.47$ м/с

2. Неупругий удар (закон сохранения импульса):

$v = \frac{m_1 v_1}{m_1+m_2} = \frac{10\cdot 4.47}{25} \approx 1.79$ м/с

3. Подъём после удара:

$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{3.2}{20} = 0.16$ м

Ответ: $h = 0.16$ м = 16 см.

Задача 6. На цилиндр намотана тонкая гибкая нерастяжимая лента, массой которой по сравнению с массой цилиндра можно пренебречь. Свободный конец ленты прикрепили к кронштейну и предоставили цилиндру опускаться под действием силы тяжести. Определить линейное ускорение а оси цилиндра, если цилиндр: 1) сплошной; 2) полый тонкостенный.

Решение:

Связь: $a = \beta R$. Уравнения: $Mg - T = Ma$; $TR = I\beta$

1) Сплошной цилиндр ($I_1 = \frac{1}{2}MR^2$):

$T = \frac{1}{2}Ma \Rightarrow Mg = \frac{3}{2}Ma \Rightarrow a_1 = \frac{2}{3}g \approx 6.67$ м/с^2

2) Полый тонкостенный ($I_2 = MR^2$):

$T = Ma \Rightarrow Mg = 2Ma \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}g = 5$ м/с^2

Ответ: 1) $a_1 = \frac{2}{3}g \approx 6.67$ м/с^2; 2) $a_2 = \frac{1}{2}g = 5$ м/с^2.

Задача 7. Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой m=0,4 кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью v=20 м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии r=0,8 м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поммавшим мяч, если суммарный момент инерции J человека и скамьи равен 6 кг·м^2?

Решение:

Закон сохранения момента импульса: $mvr = (J + mr^2)\omega$

$\omega = \frac{mvr}{J+mr^2} = \frac{0.4\cdot 20\cdot 0.8}{6+0.4\cdot 0.64} = \frac{6.4}{6.256} \approx 1.02$ рад/с

Ответ: $\omega \approx 1.02$ рад/с.

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Задача 8. Колебания точки происходят по закону x=A cos(ωt+φ). В некоторый момент времени смещение x точки равно 5 см, ее скорость v=20 см/с и ускорение a=-80 см/с². Найти амплитуду A, угловую частоту ω, период T колебаний и фазу (ωt+φ) в рассматриваемый момент времени.

Решение:

Связь: $a = -\omega^2 x$; $A^2 = x^2 + v^2/\omega^2$

$\omega^2 = -\frac{a}{x} = \frac{80}{5} = 16 \Rightarrow \omega = 4$ рад/с

$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{25 + \frac{400}{16}} = \sqrt{50} \approx 7.07$ см

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \approx 1.57$ с

$\cos\Phi = \frac{x}{A} = 0.707$; $\sin\Phi = -\frac{v}{A\omega} = -0.707 \Rightarrow \Phi = -\frac{\pi}{4}$ рад

Ответ: $A \approx 7.07$ см; $\omega = 4$ рад/с; $T \approx 1.57$ с; $(\omega t + \varphi) = -45°$.

Задача 9. К спиральной пружине подвесили грузик, в результате чего пружина растянулась на x=9 см. Каков будет период T колебаний грузика, если его немного оттянуть вниз и затем отпустить?

Решение:

Равновесие: $kx = mg \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{x}{g}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.09}{10}} \approx 0.60$ с

Ответ: $T \approx 0.60$ с.

Задача 10. Гиря массой m=500 г подвешена к спиральной пружине жесткостью k=20 Н/м и совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент колебаний θ=0,004. Определить число N полных колебаний, которые должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в n=2 раза. За какое время t произойдет это уменьшение?

Решение:

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{40} \approx 6.32$ рад/с; $T = \frac{2\pi}{\omega_0} \approx 0.994$ с

$N = \frac{\ln n}{\theta} = \frac{\ln 2}{0.004} = \frac{0.693}{0.004} \approx 173$ колебания

$t = NT = 173 \cdot 0.994 \approx 172$ с

Ответ: $N \approx 173$ колебания; $t \approx 172$ с.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Задача 1. Одна треть молекул азота массой m=10 г распалась на атомы. Определить полное число N частиц, находящихся в газе.

Решение:

$N_0 = \frac{m}{M_{N_2}} \cdot N_A = \frac{10}{28} \cdot 6.022 \times 10^{23} \approx 2.15 \times 10^{23}$

После распада: $\frac{2}{3}N_0$ молекул + $\frac{2}{3}N_0$ атомов (из $\frac{1}{3}N_0$ распавшихся)

$N = \frac{4}{3}N_0 = \frac{4}{3} \cdot 2.15 \times 10^{23} \approx 2.87 \times 10^{23}$

Ответ: $N \approx 2.87 \times 10^{23}$ частиц.

Задача 2. Колба вместимостью V=300 см^3, закрытая пробкой с краном, содержит разреженный воздух. Для измерения давления в колбе горлышко колбы погрузили в воду на незначительную глубину и открыли кран, в результате чего в колбу вошла вода массой m=292 г. Определить первоначальное давление p в колбе, если атмосферное давление p_0 = 100 кПа.

Решение:

$V = \frac{m}{\rho} = \frac{292}{1000} = 292$ см^3; $V' = V - V = 300 - 292 = 8$ см^3

Закон Бойля-Мариотта: $pV = p_0V'$

$p = p_0 \cdot \frac{V'}{V} = 100 \cdot \frac{8}{300} \approx 2.67$ кПа

Ответ: $p \approx 2.67$ кПа.

Задача 3. Найти плотность ρ газовой смеси водорода и кислорода, если их массовые доли w_1 и w_2 равны соответственно 1/9 и 8/9. Давление p смеси равно 100 кПа, температура T=300 К.

Решение:

$M = \frac{1}{w_1/M_1 + w_2/M_2} = \frac{1}{\frac{1/9}{2} + \frac{8/9}{32}} = \frac{1}{\frac{1}{18} + \frac{1}{36}} = \frac{1}{1/12} = 12$ г/моль

$\rho = \frac{pM}{RT} = \frac{10^5 \cdot 0.012}{8.314 \cdot 300} \approx 0.48$ кг/м^3

Ответ: $\rho \approx 0.48$ кг/м^3.

Задача 4. Колба вместимостью V=4 л содержит некоторый газ массой m=0,6 г под давлением p=200 кПа. Определить среднюю квадратичную скорость ⟨vкв⟩ молекул газа.

Решение:

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0.6 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} = 0.15$ кг/м^3

$p = \frac{1}{3}\rho v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5}{0.15}} = 2000$ м/с

Ответ: $v = 2000$ м/с.

Задача 5. Найти показатель адиабаты γ для смеси газов, содержащей гелий массой m_1=10 г и водород массой m_2=4 г.

Решение:

$n_1 = \frac{10}{4} = 2.5$ моль (He, одноатомный); $n_2 = \frac{4}{2} = 2$ моль (H_2, двухатомный)

$C_V = n_1 \cdot \frac{3}{2}R + n_2 \cdot \frac{5}{2}R = 3.75R + 5R = 8.75R$

$C_p = n_1 \cdot \frac{5}{2}R + n_2 \cdot \frac{7}{2}R = 6.25R + 7R = 13.25R$

$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{13.25}{8.75} = \frac{53}{35} \approx 1.51$

Ответ: $\gamma \approx 1.51$.

Задача 6. Смешали воду массой m_1=5 кг при температуре T_1=280 К с водой массой m_2=8 кг при температуре T_2=350 К. Найти температуру θ смеси и изменение ΔS энтропии, происходящее при смешивании.

Решение:

$\theta = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = \frac{5 \cdot 280 + 8 \cdot 350}{13} = \frac{4200}{13} \approx 323$ К

$\Delta S = m_1 c \ln \frac{\theta}{T_1} + m_2 c \ln \frac{\theta}{T_2} = 4186(5 \ln \frac{323}{280} + 8 \ln \frac{323}{350})$

$\Delta S = 4186(5 \cdot 0.143 - 8 \cdot 0.080) \approx 280$ Дж/К

Ответ: $\theta \approx 323$ К; $\Delta S \approx 280$ Дж/К.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Задача 1. Полусфера несет заряд, равномерно распределенный с поверхностной плотностью σ=1 нКл/м². Найти напряженность E электрического поля в геометрическом центре полусферы.

Решение:

Кольцевой элемент: $dS = 2\pi R^2 \sin\theta d\theta$; $dq = \sigma dS$

Компонента поля вдоль оси от кольца: $dE_z = 2\pi k\sigma \sin\theta \cos\theta d\theta$

$E = \int_0^{\pi/2} 2\pi k\sigma \sin\theta \cos\theta d\theta = \pi k\sigma \int_0^{\pi/2} \sin(2\theta) d\theta = \pi k\sigma$

$E = \pi \cdot 8.99 \times 10^9 \cdot 10^{-9} \approx 28.3$ В/м

Ответ: $E \approx 28.3$ В/м.

Задача 2. Электрическое поле создано положительным точечным зарядом. Потенциал φ поля в точке, удаленной от заряда на r=12 см, равен 24 В. Определить значение и направление градиента потенциала в этой точке.

Решение:

$\varphi = \frac{kq}{r} = 24$ В $\Rightarrow kq = 24 \cdot 0.12 = 2.88$ В·м

$E = \frac{kq}{r^2} = \frac{2.88}{0.0144} = 200$ В/м

$|\nabla\varphi| = E = 200$ В/м; направление — радиально от заряда.

Ответ: $|\nabla\varphi| = 200$ В/м, направлен радиально от заряда.

Задача 3. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 1,33 м, площадь S пластин равна 20 см². В пространстве между пластинами конденсатора находятся два слоя диэлектриков: слюды толщиной d_1=0,7 мм и эбонита толщиной d_2=0,3 мм. Определить электроемкость С конденсатора.

Решение:

$S = 2 \times 10^{-3}$ м²; $\varepsilon_1 = 6$ (слюда); $\varepsilon_2 = 3$ (эбонит); $d_0 = 1.329$ м (воздух)

Последовательное соединение слоёв:

$\frac{1}{C} = \frac{1}{\varepsilon_0 S}\left(d_0 + \frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}\right) = \frac{1}{1.77\times10^{-14}}\left(1.329 + \frac{0.0007}{6} + \frac{0.0003}{3}\right)$

$C \approx 1.33 \times 10^{-14}$ Ф = 13.3 пФ

Ответ: $C \approx 13.3$ пФ.

Задача 4. Напряжение U на шинах электростанции равно 6,6 кВ. Потребитель находится на расстоянии l=10 км. Определить площадь S сечения медного провода, который следует взять для устройства двухпроводной линии передачи, если сила тока I в линии равна 20 А и потери напряжения в проводах не должны превышать 3%.

Решение:

$\Delta U = 0.03 \cdot 6600 = 198$ В; $\rho_{Cu} = 1.7 \times 10^{-8}$ Ом·м

$\Delta U = IR = I\rho\frac{2l}{S} \Rightarrow S = \frac{2I\rho l}{\Delta U} = \frac{2\cdot20\cdot1.7\times10^{-8}\cdot10^4}{198} \approx 3.4 \times 10^{-5}$ м^2

Ответ: $S \approx 0.34$ см^2 = 34 мм^2.

Задача 5. При силе тока I_1=3 А во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность P_1=18 Вт, при силе тока I_2=1 А – соответственно P_2=10 Вт. Определить ЭДС ξ и внутреннее сопротивление r батареи.

Решение:

$P = I\xi - I^2 r$

Система уравнений: $18 = 3\xi - 9r$; $10 = \xi - r$

Из второго: $\xi = 10 + r$. Подставляем: $18 = 30 + 3r - 9r \Rightarrow r = 2$ Ом; $\xi = 12$ В

Ответ: $\xi = 12$ В; $r = 2$ Ом.

Задача 6. Сила тока в проводнике сопротивлением r=100 Ом равномерно нарастает от I_0=0 до Imax=10 А в течение времени τ=30 с. Определить количество теплоты Q, выделившееся за это время в проводнике.

Решение:

$I(t) = \frac{I_{max}}{\tau}t = \frac{t}{3}$ А; $P(t) = I^2 r = \frac{100t^2}{9}$ Вт

$Q = \int_0^{30} \frac{100t^2}{9}dt = \frac{100}{9} \cdot \frac{t^3}{3}\Big|_0^{30} = \frac{100}{27} \cdot 27000 = 100000$ Дж = 100 кДж

Ответ: $Q = 100$ кДж.
