ПЕРВЫЙ ВОПРОС (ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ)

МЕХАНИКА

1. Системы отсчёта. Закон движения материальной точки. Траектория, путь, перемещение. Скорость (мгновенная, средняя) и ускорение (тангенциальное, нормальное, полное) материальной точки. Принцип относительности Галилея.

Система отсчёта — совокупность тела отсчёта, системы координат и синхронизированных часов для определения положения объектов в пространстве.

Закон движения — функциональная зависимость положения материальной точки от времени: $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Траектория — геометрическое место точек, через которые проходит движущаяся материальная точка.

Путь (s) — длина участка траектории, пройденного за определённый промежуток времени (скалярная величина).

Перемещение — вектор, соединяющий начальное и конечное положения: $\vec{s} = \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

Мгновенная скорость:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории.

Средняя скорость: $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$; средняя путевая скорость: $v_{,path} = \frac{s}{\Delta t}$.

Ускорение характеризует скорость изменения скорости:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Тангенциальное ускорение (изменение величины скорости): $a_\tau = \frac{dv}{dt}$, направлено по касательной.

Нормальное ускорение (центростремительное, изменение направления): $a_n = \frac{v^2}{R}$, направлено к центру кривизны.

Полное ускорение: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$.

Принцип относительности Галилея: Законы механики одинаковы во всех инерциальных системах отсчёта. При переходе между инерциальными системами (преобразования Галилея):

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}, \quad \vec{a}' = \vec{a}, \quad t' = t$$

---

2. Характеристики движения материальной точки по окружности (угол поворота, угловая скорость, угловое ускорение) и их связь с линейными характеристиками движения. Прямая и обратная задачи кинематики.

Угол поворота (φ) — центральный угол, на который поворачивается радиус-вектор за время движения (в радианах): $\varphi = \frac{s}{R}$.

Угловая скорость: $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, рад/с. Связь с периодом и частотой: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$.

Угловое ускорение: $\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$, рад/с^2.

Связь угловых и линейных характеристик:

$$v = \omega R, \quad a_\tau = \beta R, \quad a_n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}, \quad s = R\varphi$$

Прямая задача кинематики: По известному закону движения $\vec{r}(t)$ найти скорость и ускорение дифференцированием:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Обратная задача кинематики: По известному ускорению $\vec{a}(t)$ и начальным условиям найти скорость и положение интегрированием:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t')dt', \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t')dt'$$

При постоянном ускорении: $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$.

---

3. Масса и импульс материальной точки. Силы в механике. Инерциальные и неинерциальные системы отсчёта. Законы Ньютона.

Масса (m) — мера инертности тела, сопротивления изменению скорости (кг).

Импульс (количество движения): $\vec{p} = m\vec{v}$ (кг·м/с).

Инерциальные системы отсчёта — системы, в которых справедливы законы Ньютона. Свободное тело либо покоится, либо движется с постоянной скоростью.

Неинерциальные системы — движутся с ускорением относительно инерциальной системы. В них появляются фиктивные (инерционные) силы.

Законы Ньютона:

Первый закон: Тело остаётся в покое или прямолинейного равномерного движения, если $\sum \vec{F} = 0$.

Второй закон: $\vec{F} = m\vec{a}$ или $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

Третий закон: Силы взаимодействия двух тел равны и противоположны: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

---

4. Системы материальных точек. Импульс системы материальных точек. Закон сохранения импульса. Теорема о движении центра масс системы материальных точек. Движение тел с переменной массой.

Центр масс (центр инерции) системы:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{M}$$

где M — общая масса системы.

Импульс системы: $\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = M\vec{v}_{cm}$.

Закон сохранения импульса: Если $\sum \vec{F} = 0$, то $\vec{P} = \text{const}$.

Теорема о движении центра масс:

$$\vec{F} = M\vec{a}_{cm}$$

Центр масс движется как материальная точка с массой всей системы, на которую действует равнодействующая внешних сил.

Движение тел с переменной массой (уравнение Циалковского):

$$m\frac{dv}{dt} = -u\frac{dm}{dt}$$

где u — скорость выбрасываемого вещества. Интегрирование даёт:

$$v - v_0 = u \ln \frac{m_0}{m}$$

5. Момент силы и момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки и относительно неподвижной оси. Уравнение моментов для материальной точки относительно неподвижной точки и относительно неподвижной оси.

Момент силы относительно точки O:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad M = rF \sin\alpha = Fd$$

где d — плечо силы (перпендикулярное расстояние от O до линии действия силы).

Момент импульса: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$, $L = mrv \sin\alpha$.

Для вращающегося тела: $L_z = I\omega$.

Уравнение моментов — основное уравнение динамики вращательного движения:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

или в компонентной форме: $\frac{dL_z}{dt} = M_z$.

---

6. Момент инерции абсолютно твёрдого тела относительно неподвижной оси. Теорема Штейнера. Основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твёрдого тела относительно неподвижной оси. Закон сохранения моментов.

Момент инерции относительно оси:

$$J = \int r^2 dm = \sum m_i r_i^2$$

где r — перпендикулярное расстояние от оси.

Примеры моментов инерции однородных тел: - Стержень длиной l (относительно центра): $J = \frac{1}{12}ml^2$ - Стержень (относительно конца): $J = \frac{1}{3}ml^2$ - Диск/цилиндр радиусом R: $J = \frac{1}{2}mR^2$ - Полый цилиндр (R_1, R_2): $J = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$ - Шар радиусом R: $J = \frac{2}{5}mR^2$

Теорема Штейнера:

$$J = J_{cm} + md^2$$

где d — расстояние между параллельными осями.

Основное уравнение динамики вращательного движения:

$$M = J\beta$$

или $\frac{dL}{dt} = M$.

Закон сохранения момента импульса: Если $\sum \vec{M} = 0$, то $\vec{L} = \text{const}$.

---

7. Работа консервативных и диссипативных сил. Кинетическая, потенциальная энергия материальной точки и твердого тела. Полная механическая энергия. Связь полной механической энергии с работой неконсервативных сил. Закон сохранения механической энергии.

Работа силы: $A = \int_{path} \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Консервативные силы — работа не зависит от пути: $A_{12} = U_1 - U_2$. Работа по замкнутому пути равна нулю.

Неконсервативные (диссипативные) силы — работа зависит от траектории (трение, сопротивление).

Кинетическая энергия: $K = \frac{1}{2}mv^2$; для вращающегося тела: $K = \frac{1}{2}J\omega^2$.

Потенциальная энергия: **-** Гравитационная в однородном поле: $U_g = mgh$ **-** Упругая пружины: $U_e = \frac{1}{2}kx^2$

Связь силы и потенциальной энергии: $\vec{F} = -\nabla U$, или в одномерном случае: $F = -\frac{dU}{dx}$.

Полная механическая энергия: $E = K + U$.

Закон сохранения механической энергии: Если действуют только консервативные силы:

$$E = K + U = \text{const}$$

или $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$.

При наличии неконсервативных сил: $E_2 - E_1 = A$.

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1. Свободные незатухающие гармонические колебания и их характеристики. Математический, пружинный и физический маятники.

Гармонические колебания:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

где A — амплитуда, ω — циклическая частота (рад/с), φ — начальная фаза.

Период: $T = \frac{2\pi}{\omega}$; **Частота**: $\nu = \frac{1}{T}$.

Скорость и ускорение:

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi), \quad v_{max} = A\omega$$
$$a = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x, \quad a_{max} = A\omega^2$$

Дифференциальное уравнение: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$.

Полная энергия: $E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \text{const}$.

Математический маятник (точка массой m на нити длиной l):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Пружинный маятник (груз на пружине с жёсткостью k):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Физический маятник (твёрдое тело, вращающееся около горизонтальной оси):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{J}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}}$$

где d — расстояние от оси до центра масс, J — момент инерции.

---

2. Свободные затухающие колебания и их характеристики. Вынужденные колебания. Явление резонанса.

Затухающие колебания (при сопротивлении $F = -rv$):

$$x(t) = A_0 e^{-\gamma t}\sin(\omega t + \varphi)$$

где $\gamma = \frac{r}{2m}$ — коэффициент затухания, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$.

Логарифмический декремент: $\delta = \gamma T$.

Добротность: $Q = \frac{\omega_0}{2\gamma}$.

Вынужденные колебания под действием периодической силы $F(t) = F_0 \sin(\Omega t)$:

$$x(t) = A(\Omega)\sin(\Omega t - \psi)$$

Амплитуда вынужденных колебаний:

$$A(\Omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\gamma\Omega)^2}}$$

Резонанс — максимум амплитуды при:

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} \approx \omega_0 \text{ (при слабом затухании)}$$

Максимальная амплитуда при резонансе: $A_{max} = \frac{F_0}{2m\gamma\omega_0}$.

---

3. Векторное представление гармонических колебаний. Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты и направления (метод векторных диаграмм). Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.

Метод векторных диаграмм: Гармоническое колебание изображается вращающимся вектором длины A, вращающимся с угловой скоростью ω.

Сложение колебаний одной частоты:

$$x_1 = A_1\sin(\omega t + \varphi_1), \quad x_2 = A_2\sin(\omega t + \varphi_2)$$

Результирующее колебание: $x = A\sin(\omega t + \varphi)$, где:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Частные случаи: - Синфазные ($\varphi_2 - \varphi_1 = 0$): $A = A_1 + A_2$ - Противофазные ($\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$): $A = |A_1 - A_2|$

Биения при близких частотах: амплитуда колеблется с частотой $\omega = |\omega_1 - \omega_2|$.

Сложение взаимно перпендикулярных колебаний $x = A_1\sin(\omega t + \varphi_1)$, $y = A_2\sin(\omega t + \varphi_2)$: - При $\Delta\varphi = 0$ или π: прямая линия - При $\Delta\varphi = \pi/2$ и $A_1 = A_2$: окружность - При других углах: эллипс

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1. Термодинамические параметры. Изопроцессы. Смеси газов, закон Дальтона, Закон Авогадро.

Термодинамические параметры: давление p (Па), объём V (м^3), температура T (К), количество вещества ν (моль).

Изобарный процесс (p = const): $\frac{V}{T} = \text{const}$.

Изохорный процесс (V = const): $\frac{p}{T} = \text{const}$.

Изотермический процесс (T = const): $pV = \text{const}$.

Адиабатический процесс (Q = 0): $pV^{\gamma} = \text{const}$, где $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$.

Закон Дальтона: Давление смеси газов равно сумме парциальных давлений:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

Закон Авогадро: Равные объёмы различных идеальных газов при одинаковых p и T содержат одинаковое число молекул (или молей).

Молярный объём при нормальных условиях: $V_m = 22{,}4$ л/моль.

Постоянная Авогадро: $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}$ молекул/моль.

---

2. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа, уравнение состояния идеального газа их взаимосвязь.

Основное уравнение МКТ:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2 \rangle = nkT$$

где n — концентрация молекул, m_0 — масса молекулы, k — постоянная Больцмана.

Средняя кинетическая энергия молекулы: $\langle K \rangle = \frac{3}{2}kT$.

Среднеквадратичная скорость: $v = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

Уравнение состояния идеального газа (Менделеева-Клапейрона):

$$pV = \nu RT = NkT$$

где R = 8,31 Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная, k = 1,38 × 10^{-23} Дж/К — постоянная Больцмана.

---

3. Внутренняя энергия и работа идеального газа. Первое начало термодинамики. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам.

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = N\langle K \rangle = \frac{i}{2}\nu RT$$

где i — число степеней свободы (одноатомный: i = 3; двухатомный: i = 5).

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T$$

Работа газа: $A = \int p dV$.

- Изобарный процесс: $A = p\Delta V = \nu R\Delta T$
- Изохорный процесс: $A = 0$
- Изотермический процесс: $A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$

Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A$$

Теплота, переданная газу, идёт на увеличение внутренней энергии и совершение работы.

Молярные теплоёмкости:

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2}R, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$$

Применение первого начала к изопроцессам:

- **Изобарный**: $Q = \nu C_p \Delta T$, $A = \nu R\Delta T$
- **Изохорный**: $Q = \nu C_V \Delta T$, $A = 0$
- **Изотермический**: $\Delta U = 0$, $Q = A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$
- **Адиабатический**: $Q = 0$, $\Delta U = -A$

---

4. Теплоёмкость идеального газа. Адиабатический процесс.

Закон Дюлонга и Пти для твёрдых тел: $C_V = 3R \approx 24,9$ Дж/(моль·К).

При низких температурах теплоёмкость уменьшается (модель Дебая).

Для адиабатического процесса справедливы соотношения:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{const}$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ — показатель адиабаты.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1. Элементарный заряд. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Напряжённость как силовая характеристика электрического поля. Принцип суперпозиции. Силовые линии электростатического поля.

Элементарный заряд: $e = 1,602 \times 10^{-19}$ Кл. Любой заряд кратен e.

Закон сохранения заряда: $\sum q_i = \text{const}$ в замкнутой системе.

Закон Кулона: Сила взаимодействия двух точечных зарядов:

$$F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \times 10^9$ Н·м²/Кл², $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ Ф/м.

Напряжённость электрического поля — силовая характеристика:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad E = k\frac{Q}{r^2}$$

Единица: В/м или Н/Кл.

Принцип суперпозиции: $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$.

Силовые линии — линии, направленные вдоль вектора E. Они начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных. Плотность линий пропорциональна E.

---

2. Поток вектора напряжённости. Теорема Остроградского – Гаусса для вектора напряжённости электростатического поля. Примеры применения теоремы.

Поток вектора напряжённости:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_S E \cos\alpha \, dA$$

Единица: В·м.

Теорема Гаусса:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Поток напряжённости через замкнутую поверхность пропорционален заряду внутри.

Примеры:

- **Бесконечная плоскость** (поверхностная плотность σ): $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
- **Бесконечный цилиндр** (линейная плотность λ): $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$
- **Сфера** (радиус R, заряд Q):
  - Снаружи (r > R): $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$
  - Внутри проводящей сферы (r < R): $E = 0$

---

3. Работа сил электростатического поля. Потенциал как энергетическая характеристика электростатического поля. Циркуляция вектора напряжённости. Связь между напряжённостью и потенциалом. Эквипотенциальные поверхности.

Потенциал — энергетическая характеристика:

$$\varphi = \frac{U}{q}, \quad \varphi = k\frac{Q}{r}$$

Единица: В (Вольт).

Разность потенциалов (напряжение):

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_2^1 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Работа электрического поля: $A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU_{12}$.

Связь E и φ:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi, \quad E = -\frac{d\varphi}{dx}$$

Циркуляция вектора E (потенциальное поле):

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Эквипотенциальные поверхности (φ = const): - Перпендикулярны линиям напряжённости - Работа при движении вдоль них равна нулю - Не пересекаются

---

4. Электроёмкость уединённого проводника. Конденсаторы и электроёмкость конденсатора. Энергия системы неподвижных зарядов и конденсатора. Объемная плотность энергии.

Электроёмкость уединённого проводника: $C = \frac{Q}{\varphi}$ (Ф).

Проводящая сфера радиусом R: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$.

Плоский конденсатор: $C = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d}$, где S — площадь, d — расстояние между пластинами.

Цилиндрический конденсатор: $C = 2\pi\varepsilon_0 \varepsilon \frac{l}{\ln(R_2/R_1)}$.

Сферический конденсатор: $C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$.

Соединение конденсаторов: - Параллельное: $C = C_1 + C_2 + \dots$ - Последовательное: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$

Энергия конденсатора:

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

Энергия системы точечных зарядов:

$$W = \sum_{i<j} k \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Объёмная плотность энергии электрического поля:

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon E^2$$

Полная энергия: $W = \int w \, dV$.

---

5. Полярные и неполярные диэлектрики. Качественная картина поляризации диэлектриков. Вектор электрического смещения (электрической индукции). Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в диэлектриках.

Полярные молекулы — имеют постоянный дипольный момент (вода, спирт).

Неполярные молекулы — становятся поляризованными в поле (кислород, азот).

Поляризация диэлектрика — ориентация или деформация молекул под действием поля.

Вектор поляризации: $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$, где χ_e — электрическая восприимчивость.

Диэлектрическая проницаемость: $\varepsilon = 1 + \chi_e$.

Вектор электрического смещения (индукции):

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

Единица: Кл/м^2.

Теорема Гаусса для D в диэлектриках:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$$

Поток D зависит только от свободных зарядов, не от связанных.

---

6. Сила тока, плотность тока. Уравнение непрерывности (закон сохранения заряда). Законы Ома, Джоуля – Ленца. Разветвлённые цепи. Правила Кирхгофа.

Сила тока: $I = \frac{dq}{dt}$ (А).

Плотность тока: $j = \frac{I}{S}$ (А/м^2); $j = \sigma E$.

Уравнение непрерывности: $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$.

Закон Ома: - Локальная форма: $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ - Интегральная форма: $I = \frac{U}{R}$

Электрическое сопротивление: $R = \rho\frac{l}{S}$, где ρ — удельное сопротивление.

Закон Джоуля-Ленца: Теплота, выделенная при прохождении тока:

$$Q = I^2Rt, \quad P = I^2R = \frac{U^2}{R} = UI$$

Правила Кирхгофа:

Первое правило (для узлов): $\sum I_i = 0$ — сумма входящих токов равна сумме выходящих.

Второе правило (для контуров): $\sum I_iR_i = \sum \varepsilon_j$ — сумма напряжений равна сумме ЭДС.

ВТОРОЙ ВОПРОС (ВЫВОД ФОРМУЛЫ)

МЕХАНИКА

1. Вывод общей расчетной формулы максимальной дальности полета тела, брошенного с высоты h под углом α к горизонту.

Исходные условия: - Начальная высота: h - Угол броска: α - Начальная скорость: v_0

Разложение скорости:

$$v_{0x} = v_0\cos\alpha, \quad v_{0y} = v_0\sin\alpha$$

Уравнения движения:

Горизонтальное (равномерное): $x(t) = v_0\cos\alpha \cdot t$

Вертикальное (равнопеременное): $y(t) = h + v_0\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$

Определение времени полета:

Полет заканчивается при $y(t) = 0$:

$$\frac{g}{2}t^2 - v_0\sin\alpha \cdot t - h = 0$$

Решение квадратного уравнения:

$$t = \frac{v_0\sin\alpha + \sqrt{v_0^2\sin^2\alpha + 2gh}}{g}$$

Расчетная формула дальности полета:

$$L = v_0\cos\alpha \cdot t = \frac{v_0\cos\alpha(v_0\sin\alpha + \sqrt{v_0^2\sin^2\alpha + 2gh})}{g}$$

Или через тригонометрическое тождество $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$:

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} + \frac{v_0 \cos \alpha}{g}\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}$$

Частные случаи: - При h = 0: $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ - При α = 0: $L = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$

---

2. Вывод общей расчетной формулы максимальной высоты подъема тела, брошенного с высоты h под углом α к горизонту.

Вертикальная скорость:

$$v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt$$

Максимальная высота достигается при $v_y = 0$:

$$t_{max} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

Подстановка в уравнение высоты:

$$h_{max} = h + v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2$$

$$h_{max} = h + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Расчетная формула максимальной высоты:

$$h_{max} = h + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Частные случаи: - При α = 90°: $h_{max} = h + \frac{v_0^2}{2g}$ - При α = 0°: $h_{max} = h$ - При α = 45°: $h_{max} = h + \frac{v_0^2}{4g}$

---

3. Вывод расчетной формулы момента инерции полого толстостенного цилиндра массой m, внешний радиус R_1, внутренний радиус R_2.

Метод суперпозиции:

Полый цилиндр = большой цилиндр **-** малый цилиндр

Момент инерции сплошного цилиндра: $I = \frac{1}{2}MR^2$

Для полого цилиндра:

$$I = \frac{1}{2}m_1 R_1^2 - \frac{1}{2}m_2 R_2^2$$

где $m_1 = \rho\pi R_1^2 H$ и $m_2 = \rho\pi R_2^2 H$

Упрощение через полную массу:

Масса полого цилиндра: $m = \rho\pi H(R_1^2 - R_2^2)$

Используя $R_1^4 - R_2^4 = (R_1^2 - R_2^2)(R_1^2 + R_2^2)$:

Расчетная формула:

$$I = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$$

Частные случаи: - При $R_2 = 0$ (сплошной): $I = \frac{1}{2}mR_1^2$ - При $R_2 = R_1$ (тонкое кольцо): $I = mR_1^2$

---

4. Вывод расчетной формулы момента инерции полого шара массой m, внешний радиус R₁, внутренний радиус R₂.

Метод суперпозиции:

Полый шар = большой шар - малый шар

Момент инерции сплошного шара: $I = \frac{2}{5}MR^2$

Для полого шара:

$$I = \frac{2}{5}m_1R_1^2 - \frac{2}{5}m_2R_2^2$$

где $m_1 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R_1^3$ и $m_2 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R_2^3$

После упрощения:

Масса полого шара: $m = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi(R_1^3 - R_2^3)$

$$I = \frac{2m(R_1^5 - R_2^5)}{5(R_1^3 - R_2^3)}$$

Частные случаи: - При $R_2 = 0$ (сплошной): $I = \frac{2}{5}mR_1^2$ - При $R_2 \to R_1$ (тонкая оболочка): $I \to \frac{2}{3}mR_1^2$

---

5. Вывод расчетной формулы момента инерции стержня массой m, длиной l, относительно оси через конец.

Выбор координат: Начало в точке вращения, ось вдоль стержня.

Элементарный участок:

Масса на расстоянии x: $dm = \frac{m}{l}dx$

Момент инерции участка: $dI = x^2dm = x^2\frac{m}{l}dx$

Интегрирование:

$$I = \int_0^l x^2\frac{m}{l}dx = \frac{m}{l} \cdot \frac{x^3}{3}\Big|_0^l = \frac{m}{l} \cdot \frac{l^3}{3}$$

Расчетная формула:

$$I = \frac{1}{3}ml^2$$

Проверка теоремой Штейнера:

$$I = I_{cm} + m(l/2)^2 = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

□

6. Вывод расчетной формулы момента инерции стержня массой m, длиной l, относительно оси через центр.

Выбор координат: Начало в центре, стержень от $-l/2$ до $+l/2$.

Элементарный участок:

$dm = \frac{m}{l}dx, dI = x^2 dm = x^2 \frac{m}{l}dx$

Интегрирование:

$$I = \int_{-l/2}^{l/2} x^2 \frac{m}{l}dx = \frac{m}{l} \cdot \frac{x^3}{3}\Big|_{-l/2}^{l/2}$$

$$I = \frac{m}{l} \cdot \frac{2(l/2)^3}{3} = \frac{m}{l} \cdot \frac{l^3}{12} = \frac{ml^2}{12}$$

Расчетная формула:

$$I = \frac{1}{12}ml^2$$

Проверка через момент от конца:

$$I = I_{center} + m(l/2)^2 \Rightarrow \frac{1}{3}ml^2 = I_{center} + \frac{1}{4}ml^2$$

$$I_{center} = \frac{1}{12}ml^2$$

□

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

7. Вывод формулы периода математического маятника в ускоренной системе отсчета.

В неинерциальной системе появляется фиктивная сила: $\vec{F} = -m\vec{a}$

Эффективное ускорение: - Ускорение вверх: $g_{eff} = g + a$ - Ускорение вниз: $g_{eff} = g - a$ - Горизонтальное: $g_{eff} = \sqrt{g^2 + a^2}$

Уравнение движения:

Для малых углов: $\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g_{eff}}{\ell}\varphi = 0$

Циклическая частота: $\omega = \sqrt{\frac{g_{eff}}{\ell}}$

Расчетная формула периода:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_{eff}}}$$

Примеры: - При ускорении вверх $a = g/2$: $T = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}} = T_0\sqrt{\frac{2}{3}}$ - При ускорении вниз $a = g/4$: $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\ell}{3g}} = T_0\sqrt{\frac{4}{3}}$

---

8. Вывод формулы периода физического маятника (стержень массой m, длиной l, закреплен на расстоянии d от центра масс).

Уравнение движения:

$$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgd\varphi$$

(для малых углов)

Циклическая частота: $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$

Для стержня:

Момент инерции: $I = I_{cm} + md^2 = \frac{1}{12}ml^2 + md^2$

Расчетная формула периода:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}ml^2 + md^2}{mgd}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l^2 + 12d^2}{12gd}}$$

Частные случаи: - Закреплен на конце ($d = l/2$): $T = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$ **-** Приведенная длина: $L = \frac{I}{md} = \frac{l^2}{12d} + d$

---

9. Вывод уравнения резонансной частоты для вынужденных колебаний пружинного маятника.

Амплитуда вынужденных колебаний:

$$A(\Omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\beta\Omega)^2}}$$

где $\omega_0 = \sqrt{k/m}, \beta = r/(2m)$

Условие резонанса (максимум амплитуды):

Найдем минимум знаменателя:

$$\frac{d}{d\Omega}[(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\beta\Omega)^2] = 0$$

$$-4\Omega(\omega_0^2 - \Omega^2) + 8\beta^2\Omega = 0$$

$$\Omega^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$$

Расчетная формула резонансной частоты:

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

Альтернативные формы: - Через декремент: $\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{\delta^2}{4\pi^2}}$ - Через добротность Q: $\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$

Частные случаи: - При отсутствии затухания: $\Omega = \omega_0$ - При слабом затухании: $\Omega \approx \omega_0$

---

10. Вывод уравнения для расчета неизвестного сопротивления в мосте Уитстона.

Условие баланса: Напряжения в одинаковых точках равны

На левом плече (через R_1 и R_3):

$$V_1 = \frac{U \cdot R_3}{R_1 + R_3}$$

На правом плече (через R_2 и R_x):

$$V_2 = \frac{U \cdot R_x}{R_2 + R_x}$$

При равновесии: $V_1 = V_2$

$$\frac{R_3}{R_1 + R_3} = \frac{R_x}{R_2 + R_x}$$

Перекрестное умножение:

$$R_3(R_2 + R_x) = R_x(R_1 + R_3)$$

$$R_3R_2 = R_xR_1$$

Расчетная формула:

$$R_x = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}$$

Или в форме условия баланса: $R_1 \cdot R_x = R_2 \cdot R_3$

---

11. Вывод уравнения Циолковского с учетом гравитации (ракета, взлетающая вертикально).

Уравнение Мещерского для переменной массы:

$$m\frac{dv}{dt} = -u\frac{dm}{dt} - mg$$

где u — скорость выброса газов, m уменьшается

Преобразование:

$$m\,dv + mg\,dt = -u\,dm$$

$$dv + g\,dt = -u\frac{dm}{m}$$

Интегрирование от начального состояния (t = 0, m = m_0, v = 0) до текущего (m, v, t):

$$v + gt = -u \ln \frac{m}{m_0}$$

$$v + gt = u \ln \frac{m_0}{m}$$

Расчетная формула (уравнение Циолковского с гравитацией):

$$v(t) = u \ln \frac{m_0}{m(t)} - gt$$

Физический смысл:

Идеальная скорость минус потери из-за гравитации

$$v = v - gt$$

Для постоянного расхода ($m = m_0 - \alpha t$):

$$v(t) = u \ln \frac{m_0}{m_0 - \alpha t} - gt$$

Максимальная высота достигается при $v = 0$:

$$gt_{max} = u \ln \frac{m_0}{m_{max}}$$

ТРЕТИЙ ВОПРОС (ЗАДАЧА), примерная тематика задач

МЕХАНИКА

1. Две точки начали равноускоренное движение из одного места в одном направлении. Вторая начала через 2 с. Первая: v_1=1 м/с, a_1=2 м/с^2. Вторая: v_2=10 м/с, a_2=1 м/с^2. Когда вторая догонит первую?

Исходные данные: - Первая: v_1 = 1 м/с, a_1 = 2 м/с^2 **-** Вторая: v_2 = 10 м/с, a_2 = 1 м/с^2 (начало через 2 с)

Уравнения пути:

$$s_1 = v_1 t + \frac{a_1 t^2}{2} = t + t^2$$

$$s_2 = v_2(t-2) + \frac{a_2(t-2)^2}{2} = 10(t-2) + \frac{(t-2)^2}{2}$$

Раскроем для второй:

$$s_2 = 10t - 20 + \frac{t^2 - 4t + 4}{2} = 8t - 18 + \frac{t^2}{2}$$

Условие встречи: $s_1 = s_2$

$$t + t^2 = 8t - 18 + \frac{t^2}{2}$$

$$t^2 - 14t + 36 = 0$$

Решение:

$$t = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 144}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{52}}{2} = 7 \pm \sqrt{13}$$

$$t_1 \approx 10.6 \text{ с (физически верное)} t_2 \approx 3.4 \text{ с (отбрасываем, < 2 с)}$$

Расстояние:

$$s = 10.6 + 10.6^2 = 122.96 \text{ м} \approx 123 \text{ м}$$

Ответ: t ≈ 10.6 с, s ≈ 123 м

---

2. Миномет под углом α=60° на крыше (h=40 м). v_0=50 м/с. Найти: время полета, макс. высоту, дальность, скорость при падении.

Исходные данные: - h = 40 м, α = 60°, v_0 = 50 м/с, g = 10 м/с^2

Компоненты скорости:

$$v_{0x} = 50\cos 60° = 25 \text{ м/с} v_{0y} = 50\sin 60° = 25\sqrt{3} \approx 43.3 \text{ м/с}$$

Время полета (y = 0):

$$0 = 40 + 43.3t - 5t^2 5t^2 - 43.3t - 40 = 0$$

$$t = \frac{43.3 + \sqrt{1874 + 800}}{10} = \frac{43.3 + 52}{10} \approx 9.5 \text{ с}$$

Максимальная высота:

Вертикальная скорость = 0 при: $t_{max} = \frac{43.3}{10} = 4.33$ с

$$h_{max} = 40 + 43.3 \cdot 4.33 - 5 \cdot 4.33^2 = 40 + 187.7 - 93.8 = 133.9 \text{ м}$$

Дальность:

$$L = v_{0x} \cdot t = 25 \cdot 9.5 = 237.5 \text{ м}$$

Скорость при падении:

$$v_x = 25 \text{ м/с} v_y = 43.3 - 10 \cdot 9.5 = -51.7 \text{ м/с}$$

$$v = \sqrt{25^2 + 51.7^2} = \sqrt{625 + 2673} \approx 57.5 \text{ м/с}$$

Ответ: τ ≈ 9.5 с, H ≈ 134 м, s ≈ 238 м, v ≈ 57.5 м/с

---

3. Колесо вращается с частотой n=5 $с^{-1}$. Под трением остановилось за Δt=1 мин. Найти угловое ускорение ε и число оборотов N.

Исходные данные: - Начальная частота: n = 5 $с^{-1}$ - Время остановки: Δt = 60 с - Конечная частота: 0

Начальная угловая скорость:

$$\omega_0 = 2\pi n = 2\pi \cdot 5 = 10\pi \approx 31.4 \text{ рад/с}$$

Угловое ускорение (отрицательное):

$$\varepsilon = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} = \frac{0 - 31.4}{60} = -0.523 \text{ рад/с}^2$$

Число оборотов:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} = 31.4 \cdot 60 - \frac{0.523 \cdot 3600}{2}$$

$$\varphi = 1884 - 942 = 942 \text{ рад}$$

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{942}{6.28} \approx 150 \text{ оборотов}$$

Ответ: ε ≈ -0.52 рад/$с^2$, N ≈ 150 оборотов

---

4. На столе брусок m=4 кг. К нему привязаны два шнура через блоки. На концах подвешены гири m_1=1 кг и m_2=2 кг. Найти ускорение a и натяжение T шнуров.

Исходные данные: - Брусок: m = 4 кг - Гири: m_1 = 1 кг, m_2 = 2 кг

Анализ:

Если гири вниз, они тянут брусок с силами $T_1 = m_1 g$ и $T_2 = m_2 g$.

Для более тяжелой гири (m_2):

$$m_2 g - T_2 = m_2 a T_2 = m_2(g - a)$$

Для легкой гири (m_1):

$$T_1 - m_1 g = m_1 a T_1 = m_1(g + a)$$

Для бруска на столе:

$$T_2 - T_1 = m a m_2(g - a) - m_1(g + a) = ma$$

$$2(10 - a) - 1(10 + a) = 4a20 - 2a - 10 - a = 4a10 = 7a$$

$$a = \frac{10}{7} \approx 1.43 \text{ м/с}^2$$

Натяжения:

$$T_1 = 1(10 + 1.43) = 11.43 \text{ Н}$$

$$T_2 = 2(10 - 1.43) = 17.14 \text{ Н}$$

Ответ: a ≈ 1.43 м/с^2, T_1 ≈ 11.4 Н, T_2 ≈ 17.1 Н

---

5. Найти показатель адиабаты γ для смеси гелия m_1=10 г и водорода m_2=4 г.

Исходные данные: - He: m_1 = 10 г, M_1 = 4 г/моль (одноатомный) - H_2: m_2 = 4 г, M_2 = 2 г/моль (двухатомный)

Количество молей:

$$n_1 = \frac{10}{4} = 2.5 \text{ моль} n_2 = \frac{4}{2} = 2 \text{ моль}$$

Теплоемкости:

Гелий (одноатомный): $C_{V1} = \frac{3}{2}R, C_{p1} = \frac{5}{2}R$

Водород (двухатомный): $C_{V2} = \frac{5}{2}R, C_{p2} = \frac{7}{2}R$

Общие теплоемкости:

$$C_{V,total} = 2.5 \cdot \frac{3}{2}R + 2 \cdot \frac{5}{2}R = 3.75R + 5R = 8.75R$$

$$C_{p,total} = 2.5 \cdot \frac{5}{2}R + 2 \cdot \frac{7}{2}R = 6.25R + 7R = 13.25R$$

Показатель адиабаты:

$$\gamma = \frac{13.25R}{8.75R} = \frac{13.25}{8.75} = 1.514 \approx 1.51$$

Ответ: γ ≈ 1.51

---

6. Смешивают воду m_1=5 г при T_1=280 К с водой m_2=8 кг при T_2=350 К. Найти T и ΔS.

Исходные данные: - Холодная: m_1 = 5 г = 0.005 кг, T_1 = 280 К - Горячая: m_2 = 8 кг, T_2 = 350 К - c = 4200 Дж/(кг·К)

Температура смеси:

$$T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = \frac{0.005 \cdot 280 + 8 \cdot 350}{8.005} \approx 350 \text{ К}$$

(Горячей воды намного больше, поэтому T ≈ T_2)

Изменение энтропии:

$$\Delta S = m_1 c \ln \frac{T}{T_1} + m_2 c \ln \frac{T}{T_2}$$

$$\Delta S = 0.005 \cdot 4200 \cdot \ln \frac{350}{280} + 8 \cdot 4200 \cdot \ln \frac{350}{350}$$

$$\Delta S = 21 \cdot \ln(1.25) + 0 = 21 \cdot 0.223 \approx 4.7 \text{ Дж/К}$$

Ответ: T ≈ 350 К, ΔS ≈ 4.7 Дж/К

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

8. Колебания: x = A cos(ωt + φ). В момент времени: x=5 см, v=20 см/с, a=-80 см/с^2. Найти A, ω, T, фазу.

Исходные данные: - x = 5 см = 0.05 м - v = 20 см/с = 0.2 м/с - a = -80 см/с^2 = -0.8 м/с^2

Угловая частота:

Из соотношения $a = -\omega^2 x$:

$$\omega^2 = \frac{|a|}{x} = \frac{0.8}{0.05} = 16$$

$$\omega = 4 \text{ рад/с}$$

Амплитуда:

Из $v^2 + \omega^2 x^2 = A^2 \omega^2$:

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = 0.05^2 + \frac{0.2^2}{16} = 0.0025 + 0.0025 = 0.005$$

$$A = \sqrt{0.005} \approx 0.071 \text{ м} = 7.1 \text{ см}$$

Период:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \approx 1.57 \text{ с}$$

Фаза:

$$\cos(\omega t + \varphi) = \frac{x}{A} = \frac{0.05}{0.071} = 0.704$$

$$\omega t + \varphi = \arccos(0.704) \approx 0.78 \text{ рад} \approx 45°$$

Ответ: A ≈ 7.1 см, ω = 4 рад/с, T ≈ 1.57 с, фаза ≈ 0.78 рад

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1. 1/3 молекул азота (m=10 г) распалась на атомы. Найти полное число частиц N.

Исходные данные: - m = 10 г, M(N_2) = 28 г/моль - 1/3 молекул распалось - N_A = 6.022 × 10^{23}

Начальное количество молекул:

$$n = \frac{10}{28} = 0.357 \text{ моль}$$

$$N_0 = 0.357 \cdot 6.022 \times 10^{23} = 2.15 \times 10^{23}$$

После диссоциации:

- Целых молекул: $\frac{2}{3}N_0 = 1.43 \times 10^{23}$
- Атомов из 1/3 молекул: $2 \cdot \frac{1}{3}N_0 = 1.43 \times 10^{23}$

Полное число частиц:

$$N = \frac{2}{3}N_0 + \frac{2}{3}N_0 = \frac{4}{3}N_0 = 2.87 \times 10^{23}$$

Ответ: N ≈ 2.87 × 10^{23} частиц

---

2. Колба V=300 $см^3$ содержит воздух. Погружена в воду, открыт кран. Вода вошла m=292 г. Найти p в колбе (p_0=100 кПа).

Исходные данные: - V = 300 $см^3$ = 3 × 10^{-4} $м^3$ - m_вода = 292 г = 0.292 кг, ρ = 1000 кг/$м^3$ - p_0 = 100 кПа

Объем воды:

$$V = \frac{0.292}{1000} = 2.92 \times 10^{-4}\ м^3$$

Объем газа после:

$$V_{gas} = 3 \times 10^{-4} - 2.92 \times 10^{-4} = 0.08 \times 10^{-4}\ м^3$$

Изотермический процесс:

$$p_0 V = p \cdot V_{gas}$$

$$p = \frac{p_0 V}{V_{gas}} = \frac{100 \cdot 3}{0.08} = 3750\ кПа$$

(Проверьте исходные данные — результат кажется большим)

Ответ: p ≈ 3750 кПа (или пересчитайте исходные значения)

---

3. Смесь H_2 и O_2 с массовыми долями w_1=1/9 и w_2=8/9. p=100 кПа, T=300 К. Найти ρ.

Исходные данные: - w_1 = 1/9 (H_2), M_1 = 2 г/моль - w_2 = 8/9 (O_2), M_2 = 32 г/моль - p = 100 кПа = 10^5 Па

Средняя молярная масса:

$$M_{avg} = \frac{1}{\frac{w_1}{M_1} + \frac{w_2}{M_2}} = \frac{1}{\frac{1/9}{2} + \frac{8/9}{32}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{18} + \frac{1}{36}} = \frac{1}{\frac{3}{36}} = 12\ г/моль$$

Из уравнения состояния:

$$\rho = \frac{pM_{avg}}{RT} = \frac{10^5 \cdot 0.012}{8.314 \cdot 300} = \frac{1200}{2494} \approx 0.48 \text{ кг/м}^3$$

Ответ: $\rho \approx 0.48$ кг/м³

---

4. Колба V=4 л, газ m=0.6 г, p=200 кПа. Найти среднеквадратичную скорость молекул.

Исходные данные: - V = 4 л = 4×10^{-3} м³ - m = 0.6 г = 6×10^{-4} кг - p = 200 кПа = 2×10^5 Па

Плотность:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{6 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-3}} = 0.15 \text{ кг/м}^3$$

Из МКТ:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \times 10^5}{0.15}} = \sqrt{4 \times 10^6} = 2000 \text{ м/с}$$

Ответ: v_rms = 2000 м/с

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1. Полусфера с σ=1 мкКл/м². Найти E в центре полусферы.

Исходные данные: - σ = 1 мкКл/м² = 10^{-6} Кл/м²

Для полусферы (в центре по оси):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{10^{-6}}{2 \cdot 8.85 \times 10^{-12}}$$

$$E = \frac{10^{-6}}{1.77 \times 10^{-11}} = 5.65 \times 10^4 \text{ В/м}$$

Ответ: E ≈ 56.5 кВ/м, направлено вдоль оси полусферы

---

2. Поле от положительного заряда. r=12 см, φ=24 В. Найти E и направление.

Исходные данные: - r = 0.12 м, φ = 24 В

Связь E и φ:

$$E = \frac{\varphi}{r} = \frac{24}{0.12} = 200 \text{ В/м}$$

Направление: Радиально от положительного заряда (наружу).

Ответ: E = 200 В/м, направлено радиально наружу

---

3. Плоский конденсатор: d=1.33 мм, S=20 см². Слои: слюда d_1=0.7 мм, эбонит d_2=0.3 мм. Найти С.

Исходные данные: - d = 1.33 мм, S = 20 см² = 20×10^{-4} м² - Слюда ($\varepsilon_1 \approx 6$): d_1 = 0.7 мм - Эбонит ($\varepsilon_2 \approx 3$): d_2 = 0.3 мм

Для последовательного соединения:

$$\frac{1}{C} = \frac{d_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S} + \frac{d_2}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}$$

$$C = \frac{8.85 \times 10^{-12} \cdot 20 \times 10^{-4}}{\frac{0.7 \times 10^{-3}}{6} + \frac{0.3 \times 10^{-3}}{3}}$$

$$C = \frac{1.77 \times 10^{-13}}{0.117 \times 10^{-3} + 0.1 \times 10^{-3}} = \frac{1.77 \times 10^{-13}}{2.17 \times 10^{-4}}$$

$$C \approx 0.81 \times 10^{-9}\ \text{Ф} = 0.81\ \text{нФ}$$

Ответ: С ≈ 0.81 нФ (или 810 пФ)
