

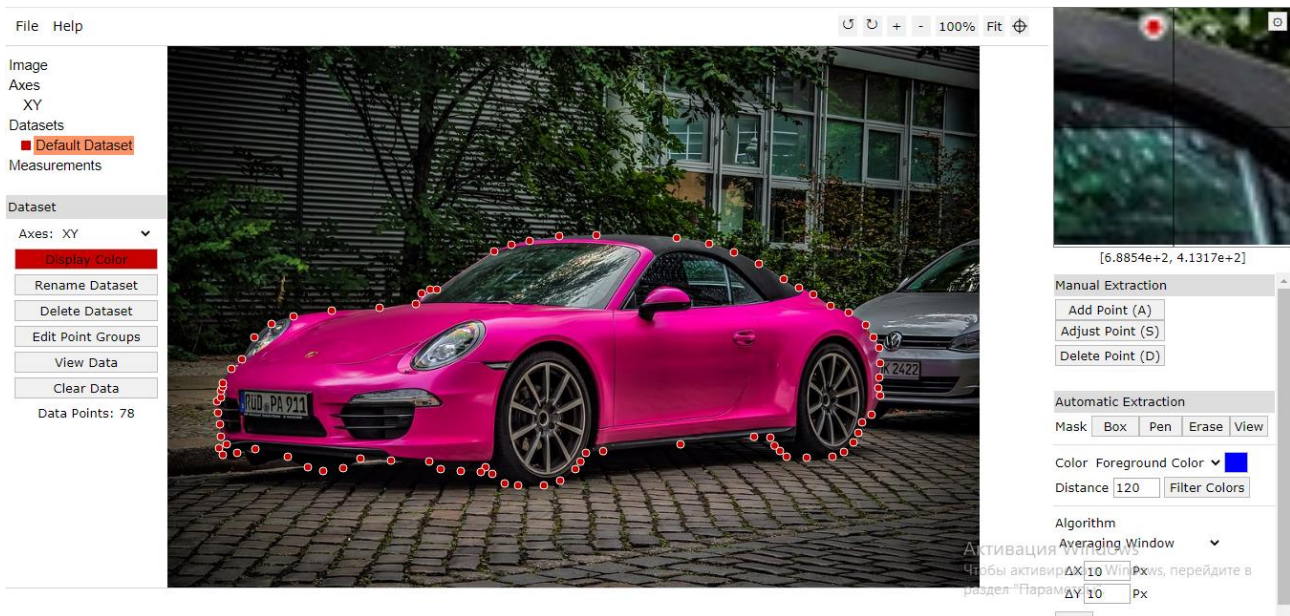
Проект №1 № «Интерполяция»

Бобровникова Василиса, ФКИ, 202

Вариант 1

1. Оцифровка изображения

Загружаем фотографию на сайт: <https://apps.automeris.io/wpd/>, проставляем точки по контуру, составляем вручную массивы координат для верхней части (26 точек) и полного контура для параметризации (78 точек), округлив значения до целых.

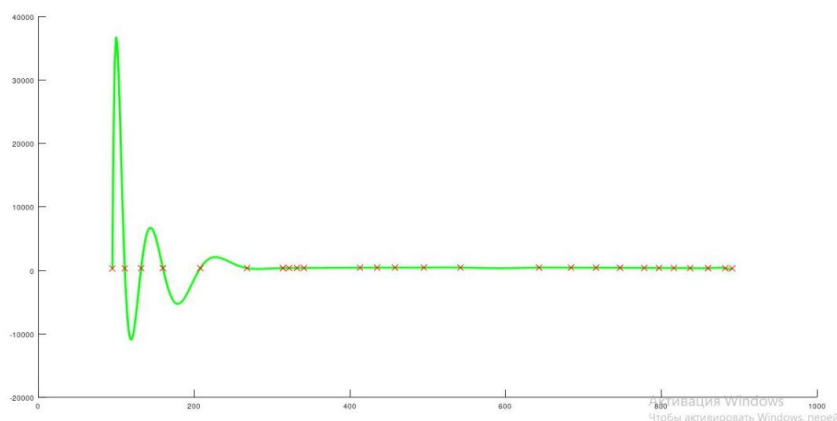


2. Полином Лагранжа

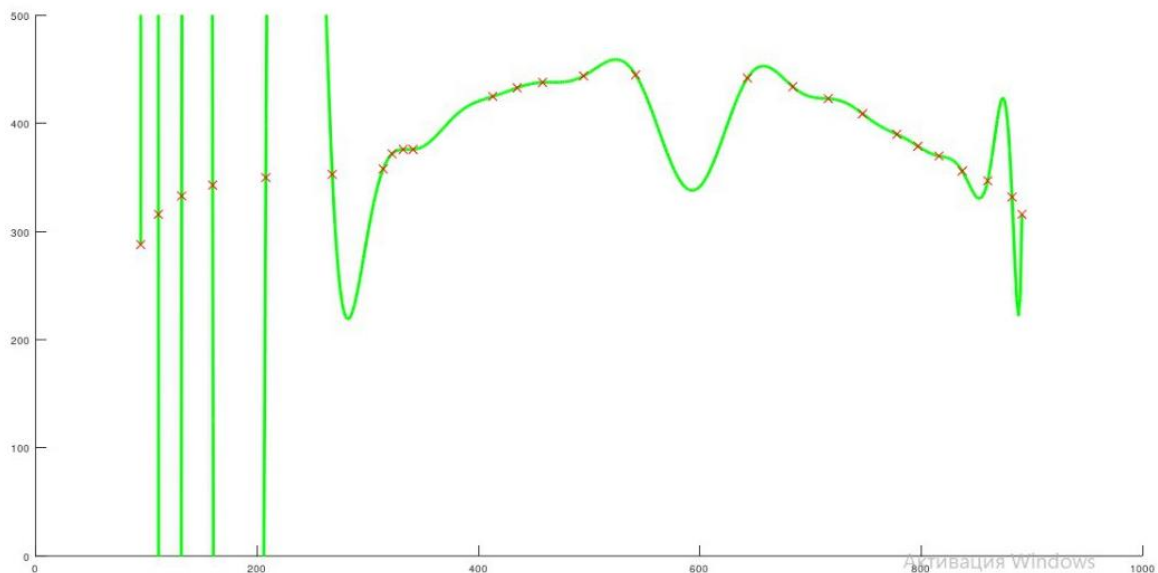
Используем формулу:

$$F(t) = \sum_{i=0}^n y_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{t - x_j}{x_i - x_j}$$

Получаем следующий график:



Поменяем масштаб:



Точки соединены, но до контура машины далеко.

3. Смыкающий кубический сплайн

В первом варианте на обоих концах задано значение первой производной. Возьмем их 1 и -1.

Первое и последнее уравнения системы примут вид:

$$m_0 = \frac{3}{h_0}(d_0 - S'(x_0)) - \frac{m_1}{2}$$

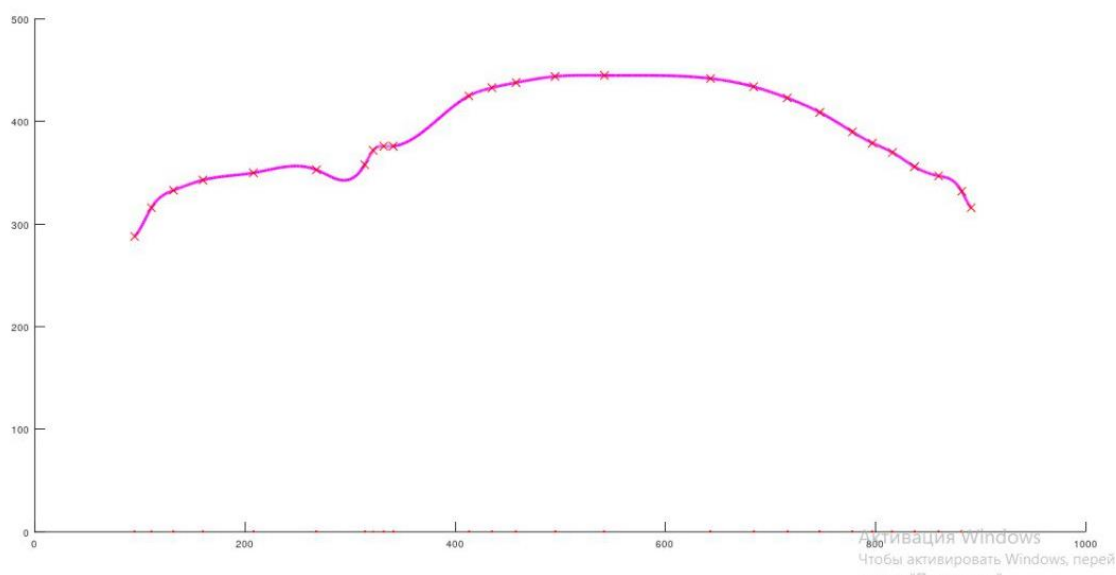
$$m_N = \frac{3}{h_{N-1}}(S'(x_N) - d_{N-1}) - \frac{m_{N-1}}{2}$$

В этом конкретном случае:

$$m_0 = \frac{3}{h_0}(d_0 - 1) - \frac{m_1}{2}$$

$$m_{25} = \frac{3}{h_{24}}(-d_{24} - 1) - \frac{m_{24}}{2}$$

Строим график сплайна и получаем:

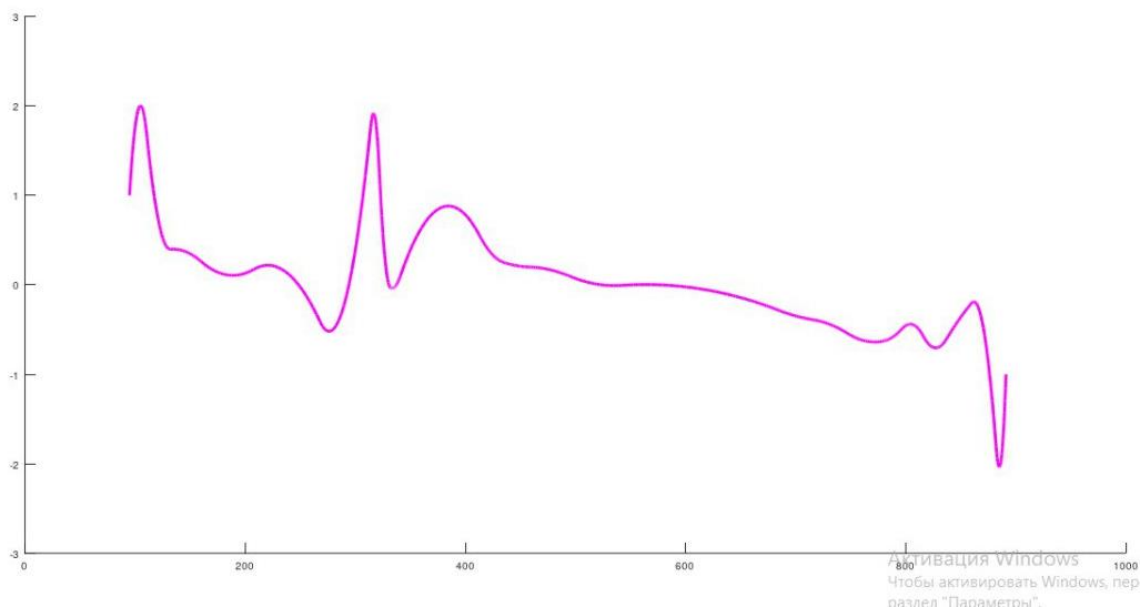


Сплайн приближает контур сильно лучше полинома Лагранжа.

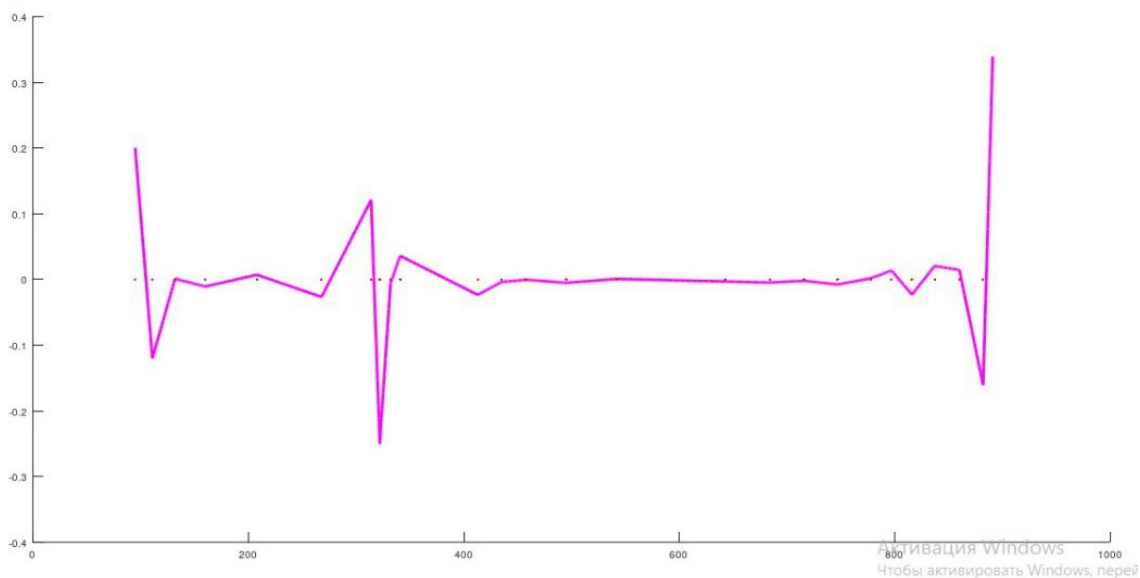
4. Первая и вторая производные сплайна

Создаем две новые функции, строящие производные по заданным коэффициентам сплайна.

Получаем график первой:



И второй:



Обе непрерывны, значит коэффициенты вычислены верно.

5. Смыкающийся кубический сплайн для параметрически заданной кривой контура машины

Выбор параметризации не важен. Используем самый простой вариант. Массив t – массив натуральных чисел по количеству точек. Находим коэффициенты двух сплайнов: для функции $x(t)$ и для функции $y(t)$. Создаем новые массивы точек, увеличивая разбиение. По этим массивам стоим такой график:

