

$$\{ \neg(p_1 \wedge p_2) \rightarrow (q_3 \wedge q_4) \} \vdash (p_1 \wedge p_2) \vee (q_3 \wedge q_4)$$

Note:  $\varphi_1 = (p_1 \wedge p_2)$

$\varphi_2 = (q_3 \wedge q_4)$

1.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2), \neg\varphi_1 \vdash \neg\varphi_1$  (ip)
2.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2), \neg\varphi_1 \vdash \neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$  (ip)
3.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2), \neg\varphi_1 \vdash \varphi_2$  ( $\rightarrow e, 2, 1$ )
4.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2), \neg\varphi_1 \vdash \varphi_1 \vee \varphi_2$  ( $\vee i, 3$ )
5.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2), \neg\varphi_1 \vdash \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2)$  (ip)
6.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2), \neg\varphi_1 \vdash \perp$  ( $\neg e, 4, 5$ )
7.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2) \vdash \neg\neg\varphi_1$  ( $\neg i, 6$ )
8.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2) \vdash \varphi_1$  ( $\neg\neg e$ )
9.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2) \vdash \varphi_1 \vee \varphi_2$  ( $\vee i, 8$ )
10.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2) \vdash \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2)$  (ip)
11.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2, \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2) \vdash \perp$  ( $\neg e, 9, 10$ )
12.  $\neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \vdash \neg\neg(\varphi_1 \vee \varphi_2)$  ( $\neg i, 11$ )
13.  $\{ \neg\varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \} \vdash \varphi_1 \vee \varphi_2$  ( $\neg\neg e, 12$ )