Universitatea “Al. I. Cuza” din Iaşi **Numele studentului:**

Facultatea de Informatică

Testul 1 - Matematică

(18.11.2021 - 10:00-11:45)

timp de lucru: 1h30'+15'

SUBIECTUL I (15 puncte)

Pe mulţimea $\mathbb{Z}$ se consideră relaţia

$$xRy \Longleftrightarrow x = 2y \text{ pentru orice } x, y \in \mathbb{Z}.$$

Determinaţi care dintre proprietăţile următoare sunt satisfăcute de relaţia R: reflexivitate, simetrie, antisimetrie, tranzitivitate. Justificaţi.

SUBIECTUL II (40 puncte)

1. Se consideră următoarea serie de puteri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n n^\alpha}(2+x)^n, \alpha \geq 0.$$

   i. Discutaţi în funcţie de parametrul α convergenţa seriei. *(15 puncte)*

   ii. Este seria convergentă pentru $x = -\dfrac{8}{3}$ şi $\alpha = 0$? În caz afirmativ, determinaţi suma seriei. *(10 puncte)*

2. Să se calculeze limita şirului $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, unde $x_n = \dfrac{2^a + 5^a + \ldots + (3n-1)^a}{n^{a+1}}$, $a \in \mathbb{N}$. *(15 puncte)*

SUBIECTUL III (35 puncte)

Fie endomorfismul $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, definit prin matricea sa în raport cu baza canonică B_C din $\mathbb{R}^3$

$$A_{B_C} = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 9 \\ -\frac{1}{3} & 0 & -3 \\ \frac{1}{9} & -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Să se calculeze $T(-2, 1, 0)$. *(5 puncte)*
2. Să se determine valorile proprii şi subspaţiile proprii corespunzătoare aplicaţiei liniare T. *(20 puncte)*
3. Este endomorfismul T unul diagonalizabil? În caz afirmativ, determinaţi forma diagonală a matricii lui T, precum şi baza lui $\mathbb{R}^3$ relativ la care T are această formă. *(10 puncte)*

Precizări:

1) Toate subiectele sunt obligatorii.
2) Punctaj din oficiu - 10 puncte.
3) Nota finală reprezintă 1/10 din punctajul total obţinut.

Succes!