SEMINAR 10

Exerciţii recomandate: 10.1 b),d),f), 10.3 a),c)
Rezerve: 10.3 b), 10.4 a), 10.5 a)

S10.1 Determinaţi extremele locale/globale ale următoarelor funcţii:

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x \cdot e^{\sin^2 x}$;
b) $f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, $f(x) = x(\ln x)^2$;
c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2\cos x + x^2$;
d) $f : \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = xy + \dfrac{4}{x} + \dfrac{2}{y} - 3$;
e) $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = \dfrac{2 - xy}{x^2 + y^2 + 1}$;
f) $f : \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}_+^*$, $f(x, y, z) = x + \dfrac{y^2}{4x} + \dfrac{z^2}{y} + \dfrac{2}{z}$.

S10.2 Determinaţi cum trebuie tăiată o bară metalică pentru a confecţiona un acvariu paralelipipedic de capacitate maximă.

S10.3 Găsiţi extremele cu legături pentru fiecare din cazurile următoare:

a) $f(x, y) = x^2 + y^2$, cu legătura $3x + 2y - 6 = 0$;
b) $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$, cu legătura $x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0$;
c) $f(x, y, z) = xy^2z^3$, cu legătura $x + y + z = 12$, $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$;
d) $f(x, y, z) = xyz$, cu legăturile $x + y + z = 5$ şi $xy + yz + zx = 8$.

S10.4 Găsiţi extremele globale pentru următoarele funcţii pe submulţimile K descrise mai jos.

a) $f(x, y) = 5x^2 + 3xy + y^2$, $(x, y) \in K = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \le 1\right\}$;
b) $f(x, y) = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$, $(x, y) \in K = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}, 0 \le y \le \dfrac{\pi}{2}\right\}$.

S10.5 Găsiţi extremele următoarelor funcţii:

a) $f_1(x, y) = x^2 e^{-x^4 - y^2}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$;
b) $f_2(x, y, z) = xy^2z^3(1 - x - 2y - 3z)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

S10.6 Găsiţi extremele cu legături ale următoarelor funcţii:

a) $f(x, y, z) = xy + xz + yz$, pentru $xyz = 1$, $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$;
b) $f(p_1, p_2, \ldots, p_n) = \log_2\left(\sum_{i=1}^n p_i^2\right)$, cu $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ şi $p_i \in (0, 1)$, $\forall 1 \le i \le n$ (*entropia Rényi*).

Bibliografie recomandată

[1] S. Baz, B. Iftimie, L. Manu-Iosifescu, *Analiză matematică. Culegere de probleme pentru anul I,* ASE Bucureşti, 2000.
[2] C. Drăguşin, *Calcul diferenţial (Culegere de exerciţii şi probleme)*, Editura "Fair Partners", Bucureşti, 2008.
[3] B. H. Edwards, R. Larson, *Multivariable Calculus,* Amazon, 2015.
[4] A. Fulga, I. Radomir, *Analiză matematică. Culegere de probleme*, Ed. Albastră, Cluj-Napoca, 2005.
[5] C. Good, *Extreme Values of Functions of Several Real Variables*, 2014.
[6] J. Miller, *Maxima and Minima of Functions of Several Variables*, Website owner, 2016.
[7] V. Postolică, G. Spătaru-Burcă, *Analiză matematică. Exerciţii şi probleme,* Editura Matrix Rom, Bucureşti, 2005.