

Logica Propozițională. Seminar 6 - Fișă de exerciții

1. Arătați că următoarele secvențe sunt valide ($p, q, r, \varphi \in LP$):

- (a) $(p \wedge q) \rightarrow r \vdash p \rightarrow (q \rightarrow r)$
- (b) $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \rightarrow r$
- (c) $p \rightarrow q \vdash (p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r)$
- (d) $q \rightarrow r \vdash (p \vee q) \rightarrow (p \vee r)$
- (e) $(p \vee q) \vee r \vdash p \vee (q \vee r)$
- (f) $p \wedge (q \vee r) \vdash (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- (g) $p \rightarrow (q \rightarrow r), p, \neg r \vdash \neg q$
- (h) $(p \wedge \neg q) \rightarrow r, \neg r, p \vdash q$
- (i) $\vdash \varphi \vee \neg \varphi$ (**LEM**) este derivată, în ordine, din $(\forall i_1)$, $(\neg e)$, $(\neg i)$, $(\forall i_2)$ (iar $(\neg e)$, iar $(\neg i)$...) și $(\neg \neg e)$
- (j) $p \rightarrow q \vdash \neg p \vee q$ (aici, folosind (**LEM**))

2. Arătați, folosind deducția naturală:

- (a) $\neg(p \wedge q) \dashv\vdash \neg q \vee \neg p$
- (b) $p \rightarrow q \dashv\vdash \neg q \rightarrow \neg p$
- (c) $(p \wedge q) \rightarrow p \dashv\vdash r \vee \neg r$
- (d) $\neg(p \vee q) \dashv\vdash \neg q \wedge \neg p$
- (e) $p \rightarrow q \dashv\vdash \neg p \vee q$
- (f) $(p \wedge q) \rightarrow r \dashv\vdash p \rightarrow (q \rightarrow r)$