Ex 129 − 7)

obțin $P(a)$ pt liniei 13

1. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)), \neg P(a) \vdash \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a))$ (ip)
2. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)), \neg P(a) \vdash \neg P(a)$ (ip)
3. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)), \neg P(a) \vdash (\neg P(a)\vee\neg Q(a))$ $(\vee i_1, 2)$
4. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)), \neg P(a) \vdash \bot$ $(\neg e, 3, 1)$
5. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)) \vdash \neg\neg P(a)$ $(\neg i, 4)$
6. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)) \vdash P(a)$ $(\neg\neg e, 5)$

pt a obține $\bot$ aleg $\varphi_2 = \neg P(a)\vee\neg Q(a)$ și am deja $\neg\varphi_2$ din ip

procedez iar presupunând φ_1 și obțin $\neg\varphi_1$ cu $\neg i$ (aici $\varphi_1 = \neg P(a)$)

similar pt $Q(a)$

7. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)), \neg Q(a) \vdash \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a))$ (ip)
8. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)), \neg Q(a) \vdash \neg Q(a)$ (ip)
9. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)), \neg Q(a) \vdash (\neg P(a)\vee\neg Q(a))$ $(\vee i_2, 8)$
10. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)), \neg Q(a) \vdash \bot$ $(\neg e, 9, 7)$
11. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)) \vdash \neg\neg Q(a)$ $(\neg i, 10)$
12. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)) \vdash Q(a)$ $(\neg\neg e, 11)$
13. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)) \vdash (P(a)\wedge Q(a))$ $(\wedge i, 6, 12)$
14. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)) \vdash \neg(P(a)\wedge Q(a))$ (ip)

acum caut o formulă φ_2 și $\neg\varphi_2$ pt a aplica $\neg e$ (aleg $\varphi_2 = (P(a)\wedge Q(a))$)

15. $\neg(P(a)\wedge Q(a)), \neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a)) \vdash \bot$ $(\neg e, 13, 14)$
16. $\neg(P(a)\wedge Q(a)) \vdash \neg\neg(\neg P(a)\vee\neg Q(a))$ $(\neg i, 15)$
17. $\neg(P(a)\wedge Q(a)) \vdash \underbrace{(\neg P(a)\vee\neg Q(a))}_{\varphi}$ $(\neg\neg e, 16)$

am presupus $\neg\varphi$ și cu $\neg i$ obțin $\neg\neg\varphi$

$\varphi_1 = \neg\varphi$ în cazul meu

$$\neg i \quad \frac{\Gamma, \varphi_1 \vdash \bot}{\Gamma \vdash \neg\varphi_1}$$