

Logică pentru Informatică - Subiectul 5 (28.01.2019)

Se va completa de către student
Nume, prenume:
An, grupă:

Începeți rezolvarea pe această pagină. Numerotați toate paginile.

Se va completa de profesorul corector	
Subiect	Punctaj
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Reguli de inferență pentru deducția naturală:

$$\begin{array}{c}
 \wedge i \frac{\Gamma \vdash \varphi \quad \Gamma \vdash \varphi'}{\Gamma \vdash (\varphi \wedge \varphi')}, \quad \wedge e_1 \frac{\Gamma \vdash (\varphi \wedge \varphi')}{\Gamma \vdash \varphi}, \quad \wedge e_2 \frac{\Gamma \vdash (\varphi \wedge \varphi')}{\Gamma \vdash \varphi'}, \quad \rightarrow e \frac{\Gamma \vdash (\varphi \rightarrow \varphi') \quad \Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \varphi'}, \quad \rightarrow i \frac{\Gamma, \varphi \vdash \varphi'}{\Gamma \vdash (\varphi \rightarrow \varphi')}, \quad \vee i_1 \frac{\Gamma \vdash \varphi_1}{\Gamma \vdash (\varphi_1 \vee \varphi_2)}, \quad \vee i_2 \frac{\Gamma \vdash \varphi_2}{\Gamma \vdash (\varphi_1 \vee \varphi_2)}, \\
 \vee e \frac{\Gamma \vdash (\varphi_1 \vee \varphi_2) \quad \Gamma, \varphi_1 \vdash \varphi' \quad \Gamma, \varphi_2 \vdash \varphi'}{\Gamma \vdash \varphi'}, \quad \neg e \frac{\Gamma \vdash \varphi \quad \Gamma \vdash \neg \varphi}{\Gamma \vdash \perp}, \quad \neg i \frac{\Gamma, \varphi \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg \varphi}, \quad \perp e \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash \varphi}, \quad \text{IPOTEZĂ} \frac{}{\Gamma \vdash \varphi} \varphi \in \Gamma, \quad \text{EXTINDERE} \frac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma, \varphi' \vdash \varphi}, \\
 \neg \neg e \frac{\Gamma \vdash \neg \neg \varphi}{\Gamma \vdash \varphi}, \quad \forall e \frac{\Gamma \vdash \forall x. \varphi}{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto t]}, \quad \exists e \frac{\Gamma \vdash \exists x. \varphi \quad \Gamma \cup \{\varphi[x \mapsto x_0]\} \vdash \psi \quad x_0 \notin \text{vars}(\Gamma, \varphi, \psi)}{\Gamma \vdash \psi}, \quad \forall i \frac{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto x_0] \quad x_0 \notin \text{vars}(\Gamma, \varphi)}{\Gamma \vdash \forall x. \varphi}, \quad \exists i \frac{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto t]}{\Gamma \vdash \exists x. \varphi}.
 \end{array}$$

- (5p). Enunțați definiția următoarei noțiuni: mulțimea $\text{bound}(\varphi)$.
- (10p). Scrieți o formulă din LP1 care modelează următoarea afirmație: *produsul oricăror două numere naturale este număr par*.
- (10p). Fie $\Sigma = (\{P\}, \{f, i, e\})$ și Σ -structura $S = (\mathbb{Z}, \{=\}, \{+, s, 0\})$ unde $=$ este predicatul de egalitate peste numere întregi, $+$ este funcția (binară) de adunare peste numere întregi, s este funcția (unară) ce returnează succesorul unui număr întreg și 0 este elementul neutru (constantă). Este formula $\varphi = \exists x. P(i(x), x)$ satisfiabilă în structura S de mai sus? Dar satisfiabilă? Este obligatorie justificarea răspunsului.
- (10p). Demonstrați folosind rezoluția de ordinul I că formula de mai jos este nesatisfiabilă:

$$\varphi = \forall x. \left(\neg(\neg \forall y. (R(x, x, y) \wedge (Q(i(x)) \vee Q(y)))) \wedge (\neg R(i(x), i(x), f(x, y)) \vee \neg Q(x)) \right).$$

- (10p). Dați o demonstrație formală pentru secvența $\{\exists x. (P(x) \rightarrow Q(x)), \forall x. (P(x) \wedge R(x))\} \vdash \exists x. (Q(x) \wedge R(x))$, folosind deducția naturală.