Probabilitatea de oprire

Wednesday, 27 May 2020 08:34

```
randSearch (a, n)
{   do {
      i = random(n);
      if (a[i]==1) return i;
    } while (1);
}
```

Probabilitatea ca algoritmul să întoarcă $i \in \{0..n-1\}$ (adică probabilitatea să se oprească)

X_i = se oprește după i iterații a buclei

$P(X_i)$ = probabilitatea să se oprească după i iterații

$P(X_1) = \frac{1}{2}$ (este aleasă o poziție i pe care se află o valoare de 1)

$P(X_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ (alg o poziție cu valoarea 0 apoi una cu valoarea 1)

$P(X_3) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$

- - - -

$P(X_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

X = alg. se oprește

$$P(X) = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} P(X_i) = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^i =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \right) =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\frac{1}{2} - 1} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{-\frac{1}{2}} = 1$$

SAU

X – alg. nu se oprește (are loc când se alege mereu o poziție cu valoarea 0)

$$P(X) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2^n} = 0$$

=> Probabilitatea ca alg. să se oprească este

$$1 - P(X) = 1 - 0 = 1$$