

SEMINAR 10

Exerciții recomandate: 10.1 b),d),f), 10.2 a),c), 10.3

Rezerve: 10.2 b), 10.4 a), 10.5 a)

S10.1 Determinați extremele locale ale următoarelor funcții:

- a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cos x \cdot e^{\sin^2 x};$
- b) $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x (\ln x)^2;$
- c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 \cos x + x^2;$
- d) $f : \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = xy + \frac{4}{x} + \frac{2}{y} - 3;$
- e) $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = \frac{2 - xy}{x^2 + y^2 + 1};$
- f) $f : \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}_+^*, f(x, y, z) = x + \frac{y^2}{4x} + \frac{z^2}{y} + \frac{2}{z}.$

S10.2 Găsiți extremele cu legături pentru fiecare din cazurile următoare:

- a) $f(x, y) = x^2 + y^2$, cu legătura $3x + 2y - 6 = 0;$
- b) $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$, cu legătura $x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0;$
- c) $f(x, y, z) = xy^2z^3$, cu legătura $x + y + z = 12, x > 0, y > 0, z > 0;$
- d) $f(x, y, z) = xyz$, cu legăturile $x + y + z = 5$ și $xy + yz + zx = 8.$

S10.3 Determinați cum trebuie tăiată o bară metalică pentru a confecționa un acvariu paralelipipedic de capacitate maximă.

S10.4 Găsiți extremele următoarelor funcții:

- a) $f_1(x, y) = x^2 e^{-x^4 - y^2}, (x, y) \in \mathbb{R}^2;$
- b) $f_2(x, y, z) = xy^2z^3(1 - x - 2y - 3z), (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$

S10.5 Găsiți extremele cu legături ale următoarelor funcții:

- a) $f(x, y, z) = xy + xz + yz$, pentru $xyz = 1, x > 0, y > 0, z > 0;$
- b) $f(p_1, p_2, \dots, p_n) = \log_2 \left(\sum_{i=1}^n p_i^2 \right)$, cu $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ și $p_i \in (0, 1), \forall 1 \leq i \leq n$ (entropia Rényi).

S10.6 Găsiți extremele globale pentru următoarele funcții pe submulțimile K descrise mai jos.

- a) $f(x, y) = 5x^2 + 3xy + y^2, (x, y) \in K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\};$
- b) $f(x, y) = \sin x + \sin y + \sin(x + y), (x, y) \in K = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right\}.$

BIBLIOGRAFIE RECOMANDATĂ

- [1] S. Baz, B. Iftimie, L. Manu-Iosifescu, *Analiză matematică. Culegere de probleme pentru anul I*, ASE București, 2000.
- [2] C. Drăgușin, *Calcul diferențial (Culegere de exerciții și probleme)*, Editura "Fair Partners", București, 2008.
- [3] B. H. Edwards, R. Larson, *Multivariable Calculus*, Amazon, 2015.
- [4] A. Fulga, I. Radomir, *Analiză matematică. Culegere de probleme*, Ed. Albastră, Cluj-Napoca, 2005.
- [5] C. Good, *Extreme Values of Functions of Several Real Variables*, 2014.
- [6] J. Miller, *Maxima and Minima of Functions of Several Variables*, Website owner, 2016.
- [7] V. Postolică, G. Spătaru-Burcă, *Analiză matematică. Exerciții și probleme*, Editura Matrix Rom, București, 2005.