Examen Matematică

(21.01.2022)

timp de lucru: 1h45'

Subjectul 1. (20 p.) Determinați integrala

$$\int_0^{\pi/2} e^{\cos x} \sin(2x) dx.$$

Subiectul 2. (30 p.) Fie funcția $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{\sin(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0); \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

- a) Calculați limitele iterate $\lim_{x\to 0}\lim_{y\to 0}f(x,y)$ și $\lim_{y\to 0}\lim_{x\to 0}f(x,y)$; (15 p.)
- b) Fie funcția $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x,y) := x \cdot f(x,y)$. Determinați derivata direcțională a funcției g în (0,0) în direcția (1,2). (15 p.)

Subiectul 3. (40 p.) Fie funcția $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x, y, z) := 8x^2y - 27y^2z + z^2x - x^2.$$

- a) Calculați derivatele parțiale de ordinul întâi ale funcției f (10 p.);
- b) Calculați derivatele parțiale de ordinul doi ale funcției f (10 p.);
- c) Determinați punctele critice ale funcției f și tipul acestora (minim local, maxim local sau punct șa) (20 p.).

Puncte din oficiu: 10 p.