Logică pentru Informatică - Subiectul 4 (28.01.2019)

Se va completa de către student
Nume, prenume:
An, grupă:

Se va completa de profesorul corector	
Subiect	Punctaj
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Începeți rezolvarea pe această pagină. Numerotați toate paginile.

Reguli de inferență pentru deducția naturală:

$$\wedge i\,\frac{\Gamma \vdash \varphi \qquad \Gamma \vdash \varphi'}{\Gamma \vdash (\varphi \wedge \varphi')}, \qquad \wedge e_1\,\frac{\Gamma \vdash (\varphi \wedge \varphi')}{\Gamma \vdash \varphi}, \qquad \wedge e_2\,\frac{\Gamma \vdash (\varphi \wedge \varphi')}{\Gamma \vdash \varphi'}, \qquad \rightarrow e\,\frac{\Gamma \vdash (\varphi \rightarrow \varphi') \qquad \Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \varphi'}, \qquad \rightarrow i\,\frac{\Gamma, \varphi \vdash \varphi'}{\Gamma \vdash (\varphi \rightarrow \varphi')}, \qquad \vee i_1\,\frac{\Gamma \vdash \varphi_1}{\Gamma \vdash (\varphi_1 \vee \varphi_2)}, \qquad \vee i_2\,\frac{\Gamma \vdash \varphi_2}{\Gamma \vdash (\varphi_1 \vee \varphi_2)},$$

$$\vee e\,\frac{\Gamma \vdash (\varphi_1 \vee \varphi_2) \qquad \Gamma, \varphi_1 \vdash \varphi' \qquad \Gamma, \varphi_2 \vdash \varphi'}{\Gamma \vdash \varphi'}, \qquad \neg e\,\frac{\Gamma \vdash \varphi \qquad \Gamma \vdash \neg\varphi}{\Gamma \vdash \bot}, \qquad \neg i\,\frac{\Gamma, \varphi \vdash \bot}{\Gamma \vdash \neg\varphi}, \qquad \bot e\,\frac{\Gamma \vdash \bot}{\Gamma \vdash \varphi}, \qquad \textsc{Ipoteză}\,\frac{}{\Gamma \vdash \varphi}\ \varphi \in \Gamma, \qquad \textsc{Extindere}\,\frac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma, \varphi' \vdash \varphi},$$

$$\neg\neg e\,\frac{\Gamma \vdash \neg\neg\varphi}{\Gamma \vdash \varphi}, \qquad \forall e\,\frac{\Gamma \vdash \forall x.\varphi}{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto t]}, \qquad \exists e\,\frac{\Gamma \vdash \exists x.\varphi \qquad \Gamma \cup \{\varphi[x \mapsto x_0]\} \vdash \psi}{\Gamma \vdash \psi}\ x_0 \notin vars(\Gamma, \varphi, \psi), \qquad \forall i\,\frac{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto x_0]}{\Gamma \vdash \forall x.\varphi}\ x_0 \notin vars(\Gamma, \varphi), \qquad \exists i\,\frac{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto t]}{\Gamma \vdash \exists x.\varphi}.$$

1. (5p). Enunțați definiția următoarei noțiuni: mulțimea *free*(φ).
2. (10p). Scrieți o formulă din `LP1` care modelează următoarea afirmație: *niciun număr natural nu este negativ.*
3. (10p). Fie $\Sigma = (\{P\}, \{f, i, e\})$, unde: P este un simbol predicativ de aritate 2, f este simbol funcțional de aritate 2; i este simbol funcțional de aritate 1; și e este simbol funcțional de aritate 0. Formula $P(x, f(i(i(y)), x))$ este validă? Dar satisfiabilă? Este obligatorie justificarea răspunsului.
4. (10p). Demonstrați folosind *rezoluția de ordinul I* că formula de mai jos este nesatisfiabilă:

$$\varphi = \forall x.(\neg Q(i(f(x, z))) \wedge (\forall y.P(i(x), y)) \wedge (\forall y.P(y, x) \rightarrow Q(y))).$$

5. (10p). Dați o demonstrație formală pentru secvența $\{\forall x.\neg P(x)\} \vdash \neg(\exists x.P(x))$, folosind deducția naturală.