

# Logică pentru Informatică - Săptămâna 9

## Sintaxa logicii de ordinul I

### Exerciții pentru Seminar

November 20, 2019

1. Definiți următoarele noțiuni: mulțime, relație, funcție.
2. Dați 3 exemple de relații binare.
3. Dați 3 exemple de funcții.
4. Dați 3 exemple de relații care nu sunt funcții.
5. Ce este o structură? Dar o semnătură?
6. Identificați o semnătură pentru următoarele afirmații și modelați afirmațiile ca formule în logica de ordinul I:

Ion este student. Orice student învață la Logică. Oricine învață la Logică trece examenul. Orice student este om. Există un om care nu a trecut examenul. Deci: nu toți oamenii sunt studenți.

7. Fie structura  $S = (\mathbb{R}, \{Nat, Int, Prim, Par, >\}, \{+, 0, 1, 2\})$ , unde  $Nat$ ,  $Int$ ,  $Prim$ ,  $Par$  sunt predicate unare cu următoarea semnificație:  $Nat(u) = "u \text{ este număr natural}"$ ,  $Int(u) = "u \text{ este număr întreg}"$ ,  $Prim(u) = "u \text{ este număr prim}"$  și  $Par(u) = "u \text{ este număr par}"$ . Predicatul binar  $>$  este relația "mai mare" peste numere reale. Funcția  $+$  este funcția de adunare a numerelor reale. Constantele  $0, 1, 2$  sunt chiar numerele  $0, 1, 2$ .

Modelați următoarele afirmații ca formule de ordinul I în semnătura asociată structurii  $S$  de mai sus:

- (a) Orice număr natural este și număr întreg.
- (b) Suma oricăror două numere naturale este număr natural.
- (c) Oricum am alege un număr natural, există un număr prim care este mai mare decât numărul respectiv.
- (d) Dacă orice număr natural este număr prim, atunci zero este număr prim.

- (e) Oricum am alege un număr prim, există un număr prim mai mare decât el.
  - (f) Suma a două numere pare este un număr par.
  - (g) Orice număr prim mai mare decât 2 este impar.
  - (h) Orice număr prim poate fi scris ca suma a patru numere prime.
  - (i) Suma a două numere pare este un număr impar.
8. Dați exemplu de 5 termeni peste signaturile de la Exercițiul 7 și calculați arborele abstract al acestor termeni.
  9. Dați exemplu de 5 formule peste signatura de la Exercițiul 7 și calculați arborele abstract al acestora.
  10. Calculați arborele abstract al următoarelor formule (indicație: puneți paranteze în jurul formulelor, în ordinea de prioritate a conectorilor):
    - (a)  $P(x) \vee P(y) \wedge \neg P(z)$ ;
    - (b)  $\neg \neg P(x) \vee P(y) \rightarrow P(x) \wedge \neg P(z)$ ;
    - (c)  $\forall x. \forall y. \neg \neg P(x) \vee P(y) \rightarrow P(x) \wedge \neg P(z)$ ;
    - (d)  $\forall x. \forall y. \neg \neg P(x) \vee P(y) \rightarrow \exists z. P(x) \wedge \neg P(z)$ ;
    - (e)  $\forall x'. \neg \forall x. P(x) \wedge \exists y. Q(x, y) \vee \neg Q(z, z) \rightarrow \exists z'. P(z')$ .