

Universitatea “Al. I. Cuza” din Iași
Facultatea de Informatică
Anul I, Semestrul I, 2019 – 2020

Numele studentului:
Grupa studentului:

Lucrarea 1 - MATEMATICĂ
(26.11.2019 - 08:00-09:45)
timp de lucru: 1h45'

SUBIECTUL I (20 puncte)

Pe mulțimea \mathbb{R} se consideră relația

$$x\rho y \iff \cos^2(x) + \sin^2(y) = 1, \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Să se demonstreze că ρ este o relație de echivalență.

SUBIECTUL II (30 puncte)

Se consideră următoarea serie de puteri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n-1}}{n^2 + 2n} \cdot (1-x)^n.$$

- a) Să se studieze natura seriei considerate. (20p)
- b) Pentru $x = \frac{3}{4}$ să se calculeze suma seriei. (10p)

SUBIECTUL III (40 puncte)

Se consideră endomorfismul $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definit prin

$$T(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 - x_2 + x_3, -x_1 + 2x_2 - x_3, x_1 - x_2 + 2x_3).$$

- a) Să se calculeze $T(-1, 2, 1)$; (5p)
- b) Să se scrie matricea endomorfismului T în baza canonică din \mathbb{R}^3 ; (5p)
- c) Să se găsească cea mai mare valoare proprie a lui T ; (15p)
- d) Determinați o bază ortonormală - în raport cu produsul scalar euclidian - pentru subspațiul propriu ce corespunde celei mai mici valori proprii. (10p)
- e) Este endomorfismul T ortogonal? (5p)

Precizări:

- 1) Toate subiectele sunt obligatorii.
- 2) Punctaj din oficiu - 10 puncte.
- 3) Nota finală reprezintă 1/10 din punctajul total obținut.