Lucrare 1

25 Octombrie 2021

Fiecare student va rezolva Subiectul 1 şi Subiectul 2 aferent codului său.

1 Subiectul 1

O clasă poate fi asimilată cu o mulţime.

1. Pe clasa şirurilor cu valori reale $Seq = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:
$$(x_n) \sim (y_n) \iff (x_n - y_n) \xrightarrow{n\to\infty} 0.$$
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

2. Pe clasa şirurilor cu valori reale $Seq = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:
$$(x_n) \sim (y_n) \iff (x_n - y_n) \text{ şir convergent.}$$
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

3. Pe clasa şirurilor cu valori reale nenule $Seq^* = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^*\}$, se consideră următoarea relaţie:
$$(x_n) \sim (y_n) \iff \frac{x_n}{y_n} \text{ şir constant.}$$
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

4. Pe clasa şirurilor cu valori reale nenule $Seq^* = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^*\}$, se consideră următoarea relaţie:
$$(x_n) \sim (y_n) \iff \frac{x_n}{y_n} \xrightarrow{n\to\infty} 1.$$
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

5. Pe clasa şirurilor cu valori reale $Seq = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:
$$(x_n) \sim (y_n) \iff (x_n - y_n) \text{ şir constant.}$$
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

6. Pe clasa şirurilor cu valori reale $Seq = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:
$$(x_n) \sim (y_n) \iff |x_n - y_n| \xrightarrow{n\to\infty} 0$$
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

7. Pe clasa şirurilor cu valori reale $Seq = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:
$$(x_n) \sim (y_n) \iff x_n \cdot y_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$$
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

8. Pe clasa şirurilor cu valori reale nenule $Seq^* = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^*\}$, se consideră următoarea relaţie:
$$(x_n) \sim (y_n) \iff x_n \cdot y_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$$
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

9. Pe clasa şirurilor cu valori reale $Seq = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff x_n \cdot y_n \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

10. Pe clasa şirurilor cu valori reale $Seq = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff (x_n - y_n) \text{ şir mărginit.}$$

11. Pe clasa şirurilor cu valori reale $Seq = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff |x_n - y_n| \text{ şir mărginit.}$$

12. Pe clasa şirurilor cu valori reale $Seq = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff |x_n| - |y_n| \text{ şir mărginit.}$$

13. Pe clasa şirurilor cu valori reale nenule $Seq^* = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^*\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \frac{x_n}{y_n} \text{ şir convergent.}$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

14. Pe clasa şirurilor cu valori reale nenule $Seq^* = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^*\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \frac{x_n}{y_n} \xrightarrow{n\to\infty} 1.$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

15. Pe clasa şirurilor cu valori reale nenule $Seq^* = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^*\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \frac{x_n}{y_n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

16. Pe clasa şirurilor cu valori reale nenule $Seq^* = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^*\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \frac{x_n}{y_n} \text{ şir mărginit.}$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

17. Pe clasa şirurilor cu valori reale nenule $Seq^* = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^*\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \frac{x_n}{y_n} \text{ şir fundamental/Cauchy.}$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

18. Pe clasa şirurilor cu valori reale $Seq = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff (x_n - y_n) \text{ şir fundamental/Cauchy.}$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

19. Pe clasa şirurilor cu valori reale nenule $Seq^* = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^*\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \frac{x_n}{y_n} \text{ şir mărginit.}$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Seq^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

20. Pe clasa şirurilor convergente $Conv = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ şir convergent$\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} y_n.$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe $Conv$? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

21. Pe clasa şirurilor convergente $Conv = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ şir convergent$\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \lim_{n\to\infty} x_n \cdot \lim_{n\to\infty} y_n > 0$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe $Conv$? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

22. Pe clasa şirurilor convergente $Conv = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ şir convergent$\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff |\lim_{n\to\infty} x_n| = |\lim_{n\to\infty} y_n|.$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe $Conv$? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

23. Pe clasa şirurilor convergente $Conv = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ şir convergent$\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \lim_{n\to\infty} x_n \cdot \lim_{n\to\infty} y_n \geq 0$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe $Conv$? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

24. Pe clasa şirurilor cu limită $Conv = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ şir convergent$\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \lim_{n\to\infty} x_n \cdot \lim_{n\to\infty} y_n \neq 0.$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe $Conv$? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

25. Pe clasa şirurilor cu limită $Lim = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ şir cu limită$\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} y_n.$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Lim? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

26. Pe clasa şirurilor convergente $Lim = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ şir cu limită$\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \lim_{n\to\infty} x_n \cdot \lim_{n\to\infty} y_n > 0$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Lim? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

27. Pe clasa şirurilor convergente $Lim = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ şir cu limită$\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \lim_{n\to\infty} x_n \cdot \lim_{n\to\infty} y_n \geq 0$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Lim? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

28. Pe clasa şirurilor cu limită $Lim = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ şir cu limită$\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff |\lim_{n\to\infty} x_n| = |\lim_{n\to\infty} y_n|.$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Lim? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

29. Pe clasa şirurilor cu limită $Lim = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ şir cu limită$\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$(x_n) \sim (y_n) \iff \lim_{n\to\infty} x_n \cdot \lim_{n\to\infty} y_n \neq 0.$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Lim? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

30. Pe clasa seriilor cu termeni reali pozitivi $Ser_+ = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}_+\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} \in (0, \infty).$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser_+? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

31. Pe clasa seriilor cu termeni reali pozitivi $Ser_+ = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}_+\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0.$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser_+? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

32. Pe clasa seriilor cu termeni reali pozitivi $Ser_+ = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}_+\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \frac{a_n}{b_n} \text{ şir constant.}$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser_+? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

33. Pe clasa seriilor cu termeni reali pozitivi $Ser_+ = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}_+\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \lim_{n\to\infty} \frac{s_{a_n}}{s_{b_n}} = 0,$$

unde s_{a_n}, s_{b_n} sunt şirurile sumelor parţiale corespunzătoare seriilor $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ respectiv $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser_+? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

34. Pe clasa seriilor cu termeni reali pozitivi $Ser_+ = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}_+\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \frac{s_{a_n}}{s_{b_n}} \text{ şir constant,}$$

unde s_{a_n}, s_{b_n} sunt şirurile sumelor parţiale corespunzătoare seriilor $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ respectiv $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser_+? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

35. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \lim_{n\to\infty} \frac{|s_{a_n}|}{|s_{b_n}|} = 0,$$

unde s_{a_n}, s_{b_n} sunt şirurile sumelor parţiale corespunzătoare seriilor $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ respectiv $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

36. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \frac{|s_{a_n}|}{|s_{b_n}|} = \text{şir constant,}$$

unde s_{a_n}, s_{b_n} sunt şirurile sumelor parţiale corespunzătoare seriilor $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ respectiv $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

37. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \lim_{n\to\infty} |s_{a_n} - s_{b_n}| = 0,$$

unde s_{a_n}, s_{b_n} sunt şirurile sumelor parţiale corespunzătoare seriilor $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ respectiv $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

38. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \lim_{n\to\infty} s_{a_n} - s_{b_n} = 0,$$

unde s_{a_n}, s_{b_n} sunt şirurile sumelor parţiale corespunzătoare seriilor $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ respectiv $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

39. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff |s_{a_n} - s_{b_n}| = \text{ şir constant},$$

unde s_{a_n}, s_{b_n} sunt şirurile sumelor parţiale corespunzătoare seriilor $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ respectiv $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

40. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff |a_n - b_n| = \text{ şir constant.}$$

Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

41. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} |a_n - b_n| \text{ serie convergentă.}$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

42. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} (a_n - b_n) \text{ serie absolut convergentă.}$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

43. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} (a_n - b_n) \text{ serie absolut convergentă.}$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

44. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \lim_{n\to\infty} (a_n - b_n) = 0.$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

45. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \lim_{n\to\infty} |a_n - b_n| = 0.$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

46. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \lim_{n\to\infty} |a_n| - |b_n| = 0.$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

47. Pe clasa seriilor cu termeni reali pozitivi $Ser_+ = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}_+\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \lim_{n\to\infty} s_{a_n} = \lim_{n\to\infty} s_{b_n},$$

unde s_{a_n}, s_{b_n} sunt şirurile sumelor parţiale corespunzătoare seriilor $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ respectiv $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser_+? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

48. Pe clasa seriilor cu termeni reali pozitivi $Ser_+ = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}_+\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \frac{\lim_{n\to\infty} s_{a_n}}{\lim_{n\to\infty} s_{b_n}} \in \mathbb{R}^*,$$

unde s_{a_n}, s_{b_n} sunt şirurile sumelor parţiale corespunzătoare seriilor $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ respectiv $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser_+? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

49. Pe clasa seriilor cu termeni reali pozitivi $Ser_+ = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}_+\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \frac{\lim_{n\to\infty} s_{a_n}}{\lim_{n\to\infty} s_{b_n}} \in \mathbb{R},$$

unde s_{a_n}, s_{b_n} sunt şirurile sumelor parţiale corespunzătoare seriilor $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ respectiv $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.
Este $\sim$ relaţie de echivalenţă pe Ser_+? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

50. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} |a_n - b_n| \text{ serie convergentă.}$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

51. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{b_n} \text{ serie convergentă.}$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

52. Pe clasa seriilor cu termeni reali $Ser = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{b_n} \text{ serie absolut convergentă.}$$

53. Pe clasa seriilor cu termeni reali pozitivi $Ser_+ = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}_+\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{b_n} \text{ serie convergentă.}$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser_+? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

54. Pe clasa seriilor cu termeni reali pozitivi $Ser_+ = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{b_n} \text{ serie absolut convergentă.}$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser_+? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

55. Pe clasa seriilor cu termeni reali nenuli $Ser^* = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}^*\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|a_n|}{|b_n|} \text{ serie convergentă.}$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

115. Pe clasa seriilor cu termeni reali nenuli $Ser^* = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|a_n|}{|b_n|} \text{ serie absolut convergentă.}$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

117. Pe clasa seriilor cu termeni reali nenuli $Ser^* = \{\sum_{n=0}^{\infty} a_n | (a_n) \subset \mathbb{R}\}$, se consideră următoarea relaţie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sim \sum_{n=0}^{\infty} b_n \iff \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{a_n} \text{ serie absolut convergentă.}$$

Este $\sim$ este relaţie de echivalenţă pe Ser^*? Studiaţi reflexivitatea, simetria şi tranzitivitatea.

2 Subiectul 2

1. Fie $a > 0$. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{a^n}{(1+a)(1+a^2)\dots(1+a^n)}.$$

2. Calculaţi limita şirului

$$x_n = n - \sum_{k=1}^{n} \frac{k^2+4k+1}{k^2+4k+3}.$$

3. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \left(\frac{1+\sin\frac{\pi}{n}}{1+\tan\frac{\pi}{n}}\right)^{n^2}.$$

4. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{1}{n}\sqrt[n]{(a+1)(a+n+1)\dots(a+2n)}, a > 0 \text{ fixat.}$$

5. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \prod_{k=1}^{n}\left(1 - \frac{8}{(3m+2k+1)(3m+2k+3)}\right),$$

unde $m \in \mathbb{R}$.

6. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n^2+k}.$$

7. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)}{n^4}.$$

8. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \sum_{k=2}^{n} \frac{(k-1)k(k+1)(k+2)-1}{(k!)^2(k+1)(k+2)}$$

9. Calculaţi limita şitului

$$x_n = \frac{\sum_{k=1}^{n} 1^2+2^2+\dots+k^2}{n(n+1)(n+2)(n+3)}.$$

10. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{\sqrt{n+2\sqrt{n+1}} - \sqrt{n+4\sqrt{n+1}}}{\sqrt{n+11+8\sqrt{n+5}} - \sqrt{n+4+2\sqrt{n+5}}}.$$

11. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \prod_{k=2}^{n} \frac{k^3-1}{k^3+1}.$$

12. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \sqrt[n]{\frac{(n!)^2}{(2n)!8^n}}.$$

13. Calculaţi limita įrului

$$x_n = \frac{42^n + 90\cdot 1936^n + 81\cdot 1978^n}{55^n + 44\cdot 1960^n + 27\cdot 1978^n}.$$

14. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{\sqrt{n!}}{\prod_{k=1}^{n}(3+\sqrt{k})}.$$

15. Calculaţi limita şirului

$$x_n = n\left(\left(\frac{3}{\pi}\right)^n + n\sin\frac{\pi}{3^n}\right).$$

16. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \prod_{k=1}^{n}\left(1 - \frac{1}{C_{n+1}^k}\right).$$

17. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \left(\frac{\sqrt[n]{3} + \sqrt[n]{7}}{2}\right)^n.$$

18. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{\sqrt[n]{(n!)^2(n+1)}}{n^3}.$$

19. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \left(\left(\frac{3}{4}\right)^n + \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)^{\frac{1}{n-1}}.$$

20. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \left(\frac{1 + \sqrt[n]{2}}{2}\right)^n.$$

21. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \sum_{k=1}^{n}(ln(1+k) - 2ln(2+k) + ln(3+n)).$$

22. Calculaţi limita şirului

$$x_n = n^3(\sqrt[n^3]{3} - \sqrt[n^3]{2}).$$

23. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{6}{(k+1)(k+2)(k+3)}.$$

24. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \sqrt[n]{\frac{3^{2n}(n!)^2}{(3n)!}}.$$

25. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{\left(2+\frac{1}{n}\right)^3 - 8}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 - 1}.$$

26. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \frac{(2n-1)!!}{3^n \cdot n!}.$$

27. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \frac{\sum_{k=1}^{n}(3k-2)^3}{(\sum_{k=1}^{n}(3k-2)^3)}.$$

28. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \frac{1}{2n}C_{2n}^n.$$

29. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \sqrt[n]{\frac{(n!)^2}{(2n+1)!!}}.$$

30. Să se calcueze limita şirului

$$x_n = \frac{n!}{(n^2+1)(n^2+2)\dots(n^2+n)}.$$

31. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \sqrt[3]{n}(\sqrt[3]{(n+1)^2} - \sqrt[3]{(n-1)^2}).$$

32. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \frac{\sum_{k=1}^{n} k^6}{n^6}.$$

33. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \left(\frac{4n^2-5}{4n^2-n+1}\right)^{\frac{n^2-1}{n}}$$

34. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \frac{ln(\sqrt{n+1}+\sqrt{n+2})}{n^2+1}.$$

35. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \sqrt[n]{ln(n!)}.$$

36. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = n\sqrt[n]{\frac{\sqrt{n}}{n!}}.$$

37. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = n^3(\sqrt[n^3]{3} - \sqrt[n^3]{2}).$$

38. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{6}{(k+1)(k+2)(k+3)}.$$

39. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \sqrt[n]{\frac{3^{2n}(n!)^2}{(3n)!}}.$$

40. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{\left(2+\frac{1}{n}\right)^3 - 8}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 - 1}.$$

41. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \frac{(2n-1)!!}{3^n \cdot n!}.$$

42. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \frac{\sum_{k=1}^{n}(3k-2)^3}{(\sum_{k=1}^{n}(3k-2)^3)}.$$

43. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \frac{1}{2n}C_{2n}^{n}.$$

44. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \sqrt[n]{\frac{(n!)^2}{(2n+1)!!}}.$$

45. Să se calcueze limita şirului

$$x_n = \frac{n!}{(n^2+1)(n^2+2)\dots(n^2+n)}.$$

46. Să se calculeze limita şirului

$$x_n = \sqrt[3]{n}(\sqrt[3]{(n+1)^2} - \sqrt[3]{(n-1)^2}).$$

47. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \prod_{k=1}^{n} \left(1 - \frac{8}{(3m+2k+1)(3m+2k+3)}\right),$$

unde $m \in \mathbb{R}$.

48. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{\sin k}{n^2+k}.$$

49. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)}{n^4}.$$

50. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \sum_{k=2}^{n} \frac{(k-1)k(k+1)(k+2)-1}{(k!)^2(k+1)(k+2)}$$

51. Calculaţi limita şitului

$$x_n = \frac{\sum_{k=1}^{n} 1^2+2^2+\cdots+k^2}{n(n+1)(n+2)(n+3)}.$$

52. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{\sqrt{n+2\sqrt{n+1}} - \sqrt{n+4\sqrt{n+1}}}{\sqrt{n+11+8\sqrt{n+5}} - \sqrt{n+4+2\sqrt{n+5}}}.$$

53. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \prod_{k=2}^{n} \frac{k^3-1}{k^3+1}.$$

54. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \sqrt[n]{\frac{(n!)^2}{(2n)!8^n}}.$$

55. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \frac{\sqrt{n!}}{\prod_{k=1}^{n}(3+\sqrt{k})}.$$

115. Calculaţi limita şirului

$$x_n = n\left(\left(\frac{3}{\pi}\right)^n + n\sin\frac{\pi}{3^n}\right).$$

117. Calculaţi limita şirului

$$x_n = \prod_{k=1}^{n} \left(1 - \frac{8}{(2k+4)(2k+6)}\right),$$

unde $m \in \mathbb{R}$.