

**Logică pentru Informatică - Subiectul 6 (28.01.2019)**

<b>Se va completa de către student</b>
Nume, prenume:
An, grupă:

Se va completa de profesorul corector	
Subiect	Punctaj
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

**Începeți rezolvarea pe această pagină. Numerotați toate paginile.**

Reguli de inferență pentru deducția naturală:

$$\begin{array}{c}
 \wedge i \frac{\Gamma \vdash \varphi \quad \Gamma \vdash \varphi'}{\Gamma \vdash (\varphi \wedge \varphi')}, \quad \wedge e_1 \frac{\Gamma \vdash (\varphi \wedge \varphi')}{\Gamma \vdash \varphi}, \quad \wedge e_2 \frac{\Gamma \vdash (\varphi \wedge \varphi')}{\Gamma \vdash \varphi'}, \quad \rightarrow e \frac{\Gamma \vdash (\varphi \rightarrow \varphi') \quad \Gamma \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \varphi'}, \quad \rightarrow i \frac{\Gamma, \varphi \vdash \varphi'}{\Gamma \vdash (\varphi \rightarrow \varphi')}, \quad \vee i_1 \frac{\Gamma \vdash \varphi_1}{\Gamma \vdash (\varphi_1 \vee \varphi_2)}, \quad \vee i_2 \frac{\Gamma \vdash \varphi_2}{\Gamma \vdash (\varphi_1 \vee \varphi_2)}, \\
 \vee e \frac{\Gamma \vdash (\varphi_1 \vee \varphi_2) \quad \Gamma, \varphi_1 \vdash \varphi' \quad \Gamma, \varphi_2 \vdash \varphi'}{\Gamma \vdash \varphi'}, \quad \neg e \frac{\Gamma \vdash \varphi \quad \Gamma \vdash \neg \varphi}{\Gamma \vdash \perp}, \quad \neg i \frac{\Gamma, \varphi \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg \varphi}, \quad \perp e \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash \varphi}, \quad \text{IPOTEZĂ} \frac{}{\Gamma \vdash \varphi} \varphi \in \Gamma, \quad \text{EXTINDERE} \frac{\Gamma \vdash \varphi}{\Gamma, \varphi' \vdash \varphi}, \\
 \neg \neg e \frac{\Gamma \vdash \neg \neg \varphi}{\Gamma \vdash \varphi}, \quad \forall e \frac{\Gamma \vdash \forall x. \varphi}{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto t]}, \quad \exists e \frac{\Gamma \vdash \exists x. \varphi \quad \Gamma \cup \{\varphi[x \mapsto x_0]\} \vdash \psi \quad x_0 \notin \text{vars}(\Gamma, \varphi, \psi)}{\Gamma \vdash \psi}, \quad \forall i \frac{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto x_0] \quad x_0 \notin \text{vars}(\Gamma, \varphi)}{\Gamma \vdash \forall x. \varphi}, \quad \exists i \frac{\Gamma \vdash \varphi[x \mapsto t]}{\Gamma \vdash \exists x. \varphi}.
 \end{array}$$

- (5p). Enunțați definiția următoarei noțiuni: formă normală Prenex (FNP).
- (10p). Scrieți o formulă din LP1 care modelează următoarea afirmație: *nu există două numere naturale pare consecutive*.
- (10p). Fie  $\Sigma = (\{P\}, \{f, i, e\})$  și  $\Sigma$ -structura  $S = (\mathbb{Z}, \{\geq\}, \{+, s, 0\})$  unde  $=$  este predicatul de egalitate peste numere întregi,  $+$  este funcția (binară) de adunare peste numere întregi,  $s$  este funcția (unară) ce returnează succesorul unui număr întreg și  $0$  este elementul neutru (constantă). Este formula  $\varphi = P(i(f(x, x)), i(x))$  validă în structura  $S$  de mai sus? Dar validă în LP1? Este obligatorie justificarea răspunsului.
- (10p). Demonstrați folosind rezoluția de bază că formula de mai jos este validă:

$$\varphi = (\forall x. P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow ((\forall x. P(x)) \rightarrow \exists x. Q(x)).$$

- (10p). Dați o demonstrație formală pentru secvența  $\{\forall x. (P(x) \rightarrow Q(x)), P(a)\} \vdash \exists x. (Q(x) \wedge P(x))$ , folosind deducția naturală.