Lucrare 1

15 Decembrie 2021

Fiecare student va rezolva Subiectul 1 şi Subiectul 2 aferent codului său.

1 Subiectul 1

1. Se dă forma pătratică omogenă: $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$:

$$h(x) = 9x_1^2 + 7x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_2x_3$$

   (a) Aduceţi h la forma normală.

   (b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

   (c) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ asociată lui h.

2. Se dă forma biliniară omogenă $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$g(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 + x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_3y_2 + x_3y_3.$$

   (a) Calculaţi $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forma pătratică asociată lui g.

   (b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

   (c) Determinaţi signatura lui h.

3. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 - 5x^2.$$

   (a) Aduceţi h la forma normală.

   (b) Găsiţi o bază în care h are forma normală.

   (c) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

4. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x^2.$$

   (a) Aduceţi h la o formă canonică.

   (b) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ asociată formei canonice a lui h.

   (c) Este g produs scalar?

5. Se dă forma pătratică omogenă $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dată de

$$h(x) = 5x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_2^2 + 4x_2x_3 + 7x_3^2$$

   (a) Aduceţi h la o formă canonică.

   (b) Determinaţi baza lui $\mathbb{R}^3$ în care h are forma canonică.

   (c) Determinaţi signatura lui h.

6. Se dă forma pătratică omogenă: $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$:

$$h(x) = 9x_1^2 + 7x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_2x_3$$

   (a) Aduceţi h la forma normală.

(b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

(c) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ asociată lui h.

7. Se dă forma biliniară omogenă $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$g(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 + x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_3y_2 + x_3y_3.$$

   (a) Calculaţi $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forma pătratică asociată lui g.

   (b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

   (c) Determinaţi signatura lui h.

8. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 - 5x^2.$$

   (a) Aduceţi h la forma normală.

   (b) Găsiţi o bază în care h are forma normală.

   (c) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

9. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x^2.$$

   (a) Aduceţi h la o formă canonică.

   (b) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ asociată formei canonice a lui h.

   (c) Este g produs scalar?

10. Se dă forma pătratică omogenă $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dată de

$$h(x) = 5x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_2^2 + 4x_2x_3 + 7x_3^2$$

   (a) Aduceţi h la o formă canonică.

   (b) Determinaţi baza lui $\mathbb{R}^3$ în care h are forma canonică.

   (c) Determinaţi signatura lui h.

11. Se dă forma pătratică omogenă: $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$:

$$h(x) = 9x_1^2 + 7x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_2x_3$$

   (a) Aduceţi h la forma normală.

   (b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

   (c) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ asociată lui h.

12. Se dă forma biliniară omogenă $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$g(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 + x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_3y_2 + x_3y_3.$$

   (a) Calculaţi $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forma pătratică asociată lui g.

   (b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

   (c) Determinaţi signatura lui h.

13. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 - 5x^2.$$

   (a) Aduceţi h la forma normală.

   (b) Găsiţi o bază în care h are forma normală.

   (c) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

14. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x^2.$$

(a) Aduceţi h la o formă canonică.

(b) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ asociată formei canonice a lui h.

(c) Este g produs scalar?

15. Se dă forma pătratică omogenă $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dată de

$$h(x) = 5x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_2^2 + 4x_2x_3 + 7x_3^2$$

(a) Aduceţi h la o formă canonică.

(b) Determinaţi baza lui $\mathbb{R}^3$ în care h are forma canonică.

(c) Determinaţi signatura lui h.

16. Se dă forma pătratică omogenă: $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$:

$$h(x) = 9x_1^2 + 7x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_2x_3$$

(a) Aduceţi h la forma normală.

(b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

(c) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ asociată lui h.

17. Se dă forma biliniară omogenă $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$g(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 + x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_3y_2 + x_3y_3.$$

(a) Calculaţi $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forma pătratică asociată lui g.

(b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

(c) Determinaţi signatura lui h.

18. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 - 5x^2.$$

(a) Aduceţi h la forma normală.

(b) Găsiţi o bază în care h are forma normală.

(c) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

19. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x^2.$$

(a) Aduceţi h la o formă canonică.

(b) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ asociată formei canonice a lui h.

(c) Este g produs scalar?

20. Se dă forma pătratică omogenă $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dată de

$$h(x) = 5x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_2^2 + 4x_2x_3 + 7x_3^2$$

(a) Aduceţi h la o formă canonică.

(b) Determinaţi baza lui $\mathbb{R}^3$ în care h are forma canonică.

(c) Determinaţi signatura lui h.

21. Se dă forma pătratică omogenă: $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$:

$$h(x) = 9x_1^2 + 7x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_2x_3$$

(a) Aduceţi h la forma normală.

(b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

(c) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ asociată lui h.

22. Se dă forma biliniară omogenă $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$g(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 + x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_3y_2 + x_3y_3.$$

(a) Calculaţi $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forma pătratică asociată lui g.

(b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

(c) Determinaţi signatura lui h.

23. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 - 5x^2.$$

(a) Aduceţi h la forma normală.

(b) Găsiţi o bază în care h are forma normală.

(c) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

24. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x^2.$$

(a) Aduceţi h la o formă canonică.

(b) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ asociată formei canonice a lui h.

(c) Este g produs scalar?

25. Se dă forma pătratică omogenă $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dată de

$$h(x) = 5x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_2^2 + 4x_2x_3 + 7x_3^2$$

(a) Aduceţi h la o formă canonică.

(b) Determinaţi baza lui $\mathbb{R}^3$ în care h are forma canonică.

(c) Determinaţi signatura lui h.

26. Se dă forma pătratică omogenă: $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$:

$$h(x) = 9x_1^2 + 7x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_2x_3$$

(a) Aduceţi h la forma normală.

(b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

(c) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ asociată lui h.

27. Se dă forma biliniară omogenă $g : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$g(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 + x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_3y_2 + x_3y_3.$$

(a) Calculaţi $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ forma pătratică asociată lui g.

(b) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

(c) Determinaţi signatura lui h.

28. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 - 5x^2.$$

(a) Aduceţi h la forma normală.

(b) Găsiţi o bază în care h are forma normală.

(c) Determinaţi natura geometrică a nucleului lui h.

97. Se dă forma pătratică omogenă $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$h(x) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x^2.$$

(a) Aduceţi h la o formă canonică.

(b) Determinaţi forma biliniară $g : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ asociată formei canonice a lui h.

(c) Este g produs scalar?

2 Subiectul 2

1. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^4+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   (a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.
   (b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.
   (c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:
$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$
   Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y) \neq (0,0)$ şi în $(0,0)$.

2. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de
$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{xyz^2}{x^2+y^2+z^4}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$
   (a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0,0,0)$.(la alegerere)
   (b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0,0,0)$.
   (c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:
$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$
   Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ şi în $(0,0,0)$.

3. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y^3}{x^6+y^6}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   (a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.
   (b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.
   (c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:
$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$
   Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y) \neq (0,0)$ şi în $(0,0)$.

4. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de
$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{xyz^2}{x^4+y^4+z^4}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$
   (a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0,0,0)$.(la alegerere)
   (b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0,0,0)$.
   (c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:
$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$
   Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ şi în $(0,0,0)$.

5. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x-y}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   (a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.
   (b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x, y) \neq (0, 0)$ şi în $(0, 0)$.

6. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{x^2y^2z^2}{(x^2+y^2+z^2)^3}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0, 0, 0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0, 0, 0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ şi în $(0, 0, 0)$.

7. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^4+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0, 0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0, 0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x, y) \neq (0, 0)$ şi în $(0, 0)$.

8. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{xyz}{(x^2+y^2+z^2)^3}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0, 0, 0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0, 0, 0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ şi în $(0, 0, 0)$.

9. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy(x+y)^2}{x^4+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0, 0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0, 0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x, y) \neq (0, 0)$ şi în $(0, 0)$.

10. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{xy^2z}{(x^2+y^2+z^2)^2}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0,0,0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0,0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ şi în $(0,0,0)$.

11. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x^2+y^2)^2}{x^4+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y) \neq (0,0)$ şi în $(0,0)$.

12. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{x^4-y^4}{(x^2+y^2+z^2)^2}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0,0,0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0,0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ şi în $(0,0,0)$.

13. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(xy)^2}{x^4+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y) \neq (0,0)$ şi în $(0,0)$.

14. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2+z^2}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0,0,0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0,0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ şi în $(0, 0, 0)$.

15. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0, 0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0, 0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x, y) \neq (0, 0)$ şi în $(0, 0)$.

16. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x^4}{(x^2+y^2+z^2)^2}, & (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0, & (x, y, z) = (0, 0, 0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0, 0, 0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0, 0, 0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ şi în $(0, 0, 0)$.

17. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2+y^4}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0, 0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0, 0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x, y) \neq (0, 0)$ şi în $(0, 0)$.

18. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^4+y^2+z^4}, & (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0, & (x, y, z) = (0, 0, 0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0, 0, 0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0, 0, 0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ şi în $(0, 0, 0)$.

19. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x-y)^4}{x^4+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y) \neq (0,0)$ şi în $(0,0)$.

20. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{x^2+y^2+z^2}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0,0,0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0,0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ şi în $(0,0,0)$.

21. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y^3}{(x^2+y^2)^3}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y) \neq (0,0)$ şi în $(0,0)$.

22. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{x^4yz}{(x^2+y^2+z^2)^2}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0,0,0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0,0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ şi în $(0,0,0)$.

23. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y) \neq (0,0)$ şi în $(0,0)$.

24. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{xz}{x^2+y^2+z^2}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0,0,0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0,0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ şi în $(0,0,0)$.

25. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3-x^3y}{x^4+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y) \neq (0,0)$ şi în $(0,0)$.

26. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{xy^3}{(x^2+y^2+z^2)^2}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0,0,0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0,0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ şi în $(0,0,0)$.

27. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3-x^3y}{x^4+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y) \neq (0,0)$ şi în $(0,0)$.

28. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{xy^3+x^2z^2+x^4}{(x^2+y^2+z^2)^2}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi două limite iterate ale lui f în $(0,0,0)$.(la alegerere)

(b) Calculaţi limita globală a lui f în $(0,0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ şi în $(0,0,0)$.

97. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dată de

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) Calculaţi limitele iterate ale lui f în $(0,0)$.

(b) Studiaţi dacă există limita globală a lui f în $(0,0)$.

(c) Studiaţi dacă există derivatele parţiale de ordinul 1 ale lui f:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}.$$

Indiciu: Trebuie să studiaţi derivatele parţiale într-un punct oarecare $(x,y) \neq (0,0)$ şi în $(0,0)$.