Universitatea “Al. I. Cuza” din Iaşi
Facultatea de Informatică

Numele studentului:

Grupa studentului:

Test 1 - Matematică

(25.11.2020 - 08:30-09:45)

Timp de lucru: 1h15'+15'

SUBIECTUL I (20 puncte)

Pe mulţimea $\mathbb{Z}$ se consideră relaţia

$$xRy \iff x+3y \text{ este par, pentru orice } x,y\in\mathbb{Z}.$$

i. Arătaţi că R o relaţie reflexivă. *(5 puncte)*

ii. Este R o relaţie de echivalenţă? Justificaţi răspunsul.*(15 puncte)*

SUBIECTUL II (30 puncte)

Se consideră următoarea serie

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\alpha^n(\sqrt{n}-1)}{n^2+1}, \alpha\in\mathbb{R}.$$

i. Să se studieze natura seriei dacă $\alpha = 1$. *(10 puncte)*

ii. Discutaţi în funcţie de parametrul $\alpha\in\mathbb{R}$ convergenţa seriei. *(20 puncte)*

SUBIECTUL III (40 puncte)

Fie endomorfismul $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$, definit prin matricea sa în raport cu baza canonică B_C din $\mathbb{R}^3$,

$$A_{B_C} = \begin{bmatrix} 4 & m & 0\\ 8 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 8\end{bmatrix},$$

unde $m\in\mathbb{R}$ este un parametru real.

a) Să se calculeze $T(1,-2,0)$. *(5 puncte)*

b) Să se determine parametrul $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $dim(Ker(T)) = 1$ şi în acest caz să se determine $Ker(T)$ şi $Im(T)$, indicând şi o bază în aceste subspaţii. *(10 puncte)*

c) Pentru $m = 2$ să se determine valorile proprii şi vectorii proprii corespunzători din fiecare subspaţiu propriu. *(15 puncte)*

d) Este T este diagonalizabil pentru $m = 2$? În caz afirmativ, determinaţi baza B_D relativ la care T are matricea diagonală A_{B_D}, deci, implicit, determinaţi matricea diagonală A_{B_D}. *(10 puncte)*

Precizări:

1) Toate subiectele sunt obligatorii.
2) Punctaj din oficiu - 10 puncte.
3) Nota finală reprezintă 1/10 din punctajul total obţinut.

Succes!