

- Prof.Dr. Ferucio Laurentiu Tiplea
- Asist.Prof.Dr. Cătălin Birjoveanu

Department of Computer Science
“Al.I.Cuza” University of Iași
C 301
Tel: (0232) 201538

Date: Jan 28, 2008

Examen final – Soluții

1. Considerăm următoarea schemă de distribuție a cheii pentru n utilizatori. Administratorul (TA) alege un număr prim $p > n$, trei coeficienți $a, b, c \in \mathbf{Z}_p$ (distincti doi câte doi) și formează polinomul

$$f(x, y) = a + b(x + y) + cxy \bmod p.$$

TA distribuie fiecărui utilizator U polinomul

$$g_U(x) = f(x, r_U) \bmod p = a_U + b_U x \bmod p,$$

unde $r_U \in \mathbf{Z}_p$ este un parametru public ales aleator de U . Polinomul g_U este secret al lui U .

Doi utilizatori U și V vor comunica prin intermediul cheii

$$K_{UV} = g_U(r_V) = f(r_U, r_V) = f(r_V, r_U) = g_V(r_U) = K_{VU}.$$

În cadrul cursului s-a arătat că schema este rezistentă la atac de coaliție 1. Modificați schema astfel încât aceasta să fie rezistentă la atac de coaliție $1 < k < n$. (30p)

Soluție: Fie polinomul simetric

$$f(x, y) = \sum_{i=0, j=0}^{\alpha} a_{i,j} x^i y^j$$

unde $a_{i,j} = a_{j,i} \bmod p$, iar în rest coeficienții sunt distincti doi câte doi (calculul va fi peste tot modulo p).

Acest polinom are $\frac{(\alpha+1)(\alpha+2)}{2}$ coeficienți. Un utilizator U va primi polinomul g_U ce are gradul α și, deci, $\alpha + 1$ coeficienți. Deci, dacă dorim ca schema să fie rezistentă la atac de coaliție k , atunci trebuie să avem satisfăcute cerințele:

$$\begin{cases} k(\alpha + 1) < (\alpha + 1)(\alpha + 2)/2 \\ (k + 1)(\alpha + 1) \geq (\alpha + 1)(\alpha + 2)/2 \end{cases}$$

Aceste relații conduc imediat la $\alpha = 2k - 1$ sau $\alpha = 2k$. Ca urmare, alegându-se $\alpha = 2k - 1$ (de exemplu), obținem o schemă rezistentă la coaliții de dimensiune k , dar nu la coaliții de dimensiune $k + 1$.

Notă: nestabilirea faptului că determinantul sistemului este nenul (în cazul unei coaliții de dimensiune $k + 1$) nu va diminua punctajul stabilit (de 30p).

2. Descrieți o modalitate prin care componenta IKE a protocolului IPsec poate fi modificată prin includerea schemei de la punctul precedent, și studiați securitatea ei. Discutați apoi avantajele și dezavantajele acestei noi metode în comparație cu metoda IKE standard. (20p)

Soluție: Schema de la 1 poate fi folosită în IKE în cel puțin două moduri:

- în prima fază: dat un TA, fiecare utilizator U va comunica cu TA printr-un canal sigur pentru a obține g_U . Se poate trece apoi direct la faza 2 din IKE cu utilizarea cheilor $K_{U,V}$ între U și V .
 - securitate: dată de canalul sigur dintre U și TA ;
 - avantaje: lipsa fazei 1 din IKE care poate fi costisitoare;
 - dezavantaje: necesitatea unui TA; canale sigure între U și TA pot exista doar în cazuri particulare;
- în a doua fază: se derulează prima fază din IKE pentru a se obține o cheie secretă cu care apoi în faza 2 IKE se transportă polinomul g_U de la TA către fiecare utilizator U (plus alte informații necesare). $K_{U,V}$ se utilizează pentru criptarea payload-urilor între U și V .
 - securitate: dată de faza 1 IKE;
 - avantaje: evaluare polinom în locul exponențierii modulare;
 - dezavantaje: necesitatea unui TA.

Notă: Pot exista variații a acestor 2 soluții, precum și modalități diverse de realizare a protocoalelor corespunzătoare. Orice abordare rezonabilă va fi punctată.

Punctajul minim la proba scrisă, pentru promovarea examenului, este de 20p.