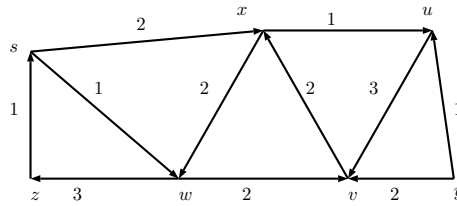


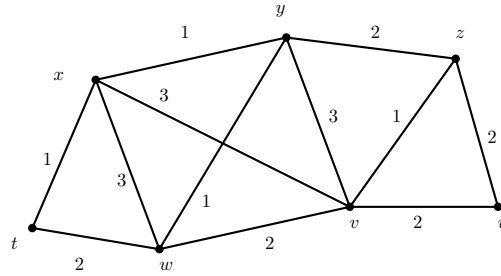
## Examen - specimen - 19 ianuarie 2022

Baza = 10 puncte, fiecare exercițiu = 10 puncte.  
Fiecare răspuns trebuie justificat!

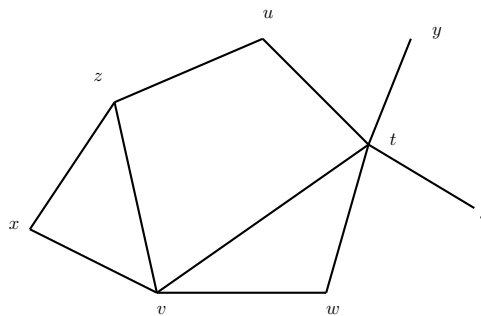
1. Fie  $G = (V, E)$  un digraf,  $s \in V$  și  $a : E \rightarrow \mathbb{R}_+$  o funcție de cost pe arcele sale.
- (a) Adevărat sau fals: după primele  $p(\leq n)$  iterații ale algoritmului lui Dijkstra putem întotdeauna returna costurile minime (i. e.  $u_j$ ) ale drumurilor care pornesc din  $s$  pentru  $(p+1)$  noduri?
- (b) Determinați în graful de mai jos costurile minime ale drumurilor de la  $s$  la toate celelalte noduri utilizând algoritmul lui Dijkstra.



2. Fie  $G = (V, E)$  un graf conex și  $c : E \rightarrow \mathbb{R}$ .
- (a) Adevărat sau fals: dacă o muchie  $e \in E$  nu este de cost maxim pe niciun circuit al lui  $G$ , atunci  $e$  se găsește în orice arbore parțial de cost minim al lui  $G$ ?
- (b) Să se determine în graful de mai jos un arbore parțial de cost minim utilizând algoritmul lui Prim.

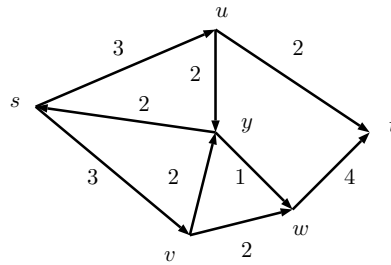


3. Fie  $G = (V, E)$  un graf fără noduri izolate.
- (a) Dacă  $G$  e dat prin liste de adiacență și  $\Delta(G) \leq 2$ , descrieți un algoritm de complexitate timp  $\mathcal{O}(|G|)$  pentru determinarea numărului de cuplaj al acestui graf.
- (b) Să se determine în graful de mai jos un cuplaj de cardinal maxim și o acoperire cu muchii de cardinal minim.



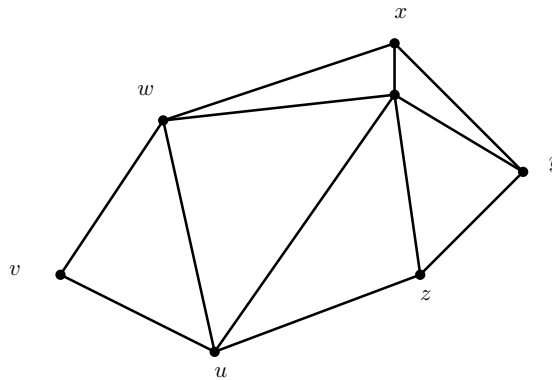
4. Fie  $R = (G, s, t, c)$  o rețea de transport.

- (a) În rețeaua  $R$  se cunoaște un flux  $x$ . Descrieți un algoritm de complexitate  $\mathcal{O}(|V(G)| + |E(G)|)$  care să decidă dacă  $x$  este de valoare maximă în  $R$ .
- (b) Determinați în rețeaua de mai jos o secțiune de capacitate minimă folosind unul dintre algoritmii cunoscuți.



5.

- (a) Arătați că dacă pentru orice graf se poate decide în timp polinomial dacă este 3-colorabil, atunci se poate decide pentru orice digraf dacă este trasabil.
- (b) Este graful de mai jos 3-colorabil?



6.

- (a) Fie  $G$  un graf plan conex cu  $n \geq 3$  noduri și  $\omega(G) < 3$ . Arătați că numărul de fețe ale lui  $G$  este cel mult  $n - 2$ .
- (b) Arătați că graful  $K_{3,3} - e$  este planar, unde  $e \in E(K_{3,3})$ .