Universitatea “Al. I. Cuza” din Iaşi
Facultatea de Informatică
Anul I, seriile A şi B
2019-2020, semestrul I

Numele studentului:
Grupa studentului:

Examen Matematică –Restanţă
Lucrarea 1 - nr. 1 – 10.02.2020
Timp de lucru: 1h.

Subiectul 1. **(40 p.)** Se consideră următoarea serie de puteri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(n+2)}(x-1)^n.$$

a) Să se studieze natura seriei considerate. **(30 p.)**

b) Pentru $x = \frac{3}{2}$, să se calculeze suma seriei. **(10 p.)**

Subiectul 2. **(50 p.)** Se consideră aplicaţia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definită prin

$$T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 + x_2 - x_3, x_1 - x_2 + x_3).$$

a) Să se calculeze $T(-1, 1, 1)$. **(5 p.)**

b) Să se arate că aplicaţia T este liniară. **(10 p.)**

c) Determinaţi valorile proprii şi vectorii proprii corespunzători. **(15 p.)**

d) Să se arate că există o baza ortonormată în care matricea lui T are formă diagonală. **(20 p.)**

Puncte din oficiu: 10 p.

Observaţii:
1) toate subiectele sunt obligatorii;
2) nota finală este 1/10 din punctajul total.

A. Arusoaie, C. Forăscu, A. Zălinescu / 08.02.2020

Universitatea “Al. I. Cuza” din Iaşi
Facultatea de Informatică
Anul I, seriile A şi B
2019-2020, semestrul I

Numele studentului:
Grupa studentului:

Examen Matematică –Restanţă
Lucrarea 2 - nr. 1 – 10.02.2020
Timp de lucru: 1h.

Subiectul 1. (45 p.) Fie funcţia $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x,y,z) = -2x^2 + 2xy - 5y^2 - z^2 + 6x + 6y + 2z.$$

a) Calculaţi $\nabla f(1,-1,1)$, unde $\nabla f(\mathbf{x_0}) \equiv \left(\frac{\partial f}{\partial x}(\mathbf{x_0}), \frac{\partial f}{\partial y}(\mathbf{x_0}), \frac{\partial f}{\partial z}(\mathbf{x_0})\right)$, $\mathbf{x_0} \in \mathbb{R}^3$. **(15 p.)**

b) Determinaţi punctele critice ale funcţiei f. **(10p.)**

c) Determinaţi punctele de extrem local ale funcţiei f şi specificaţi tipul acestora (maxim local sau minim local). **(20 p.)**

Subiectul 2. (45 p.) Fie funcţia $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|^\alpha \cdot |y|^\beta}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

unde α şi β sunt parametri reali, $\alpha > \dfrac{1}{2}, \beta > \dfrac{1}{2}$.

a) Să se determine limitele iterate $\lim\limits_{x\to 0}\left(\lim\limits_{y\to 0} f(x,y)\right)$ şi $\lim\limits_{y\to 0}\left(\lim\limits_{x\to 0} f(x,y)\right)$. **(10 p.)**

b) Să se arate ca funcţia f este continuă pe $\mathbb{R}^2$. **(15 p.)**

c) Să se calculeze

$$\iint_D \left(x(1-y) + \frac{1}{x^2+1}\right) dxdy,$$

unde D este domeniul limitat de parabolele $y = x^2 + 1$, $y = -x^2$ şi dreptele $x = 0$, $x = 1$. **(20 p.)**

Puncte din oficiu: 10 p.

Observaţii:
1) toate subiectele sunt obligatorii;
2) nota finală este 1/10 din punctajul total.

A. Arusoaie, C. Forăscu, A. Zălinescu / 08.02.2020