[redacted] - 13

8

13. $Seq^* = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^*\}$ $\quad (x_n)\sim(y_n) \iff \frac{x_n}{y_n}$ șir conv

rel de echivalență pe Seq^*?

reflexivitatea: $(x_n)\sim(x_n) \iff \frac{x_n}{x_n}$ șir convergent

$\iff 1$ șir convergent (A) ✓

simetria: $(x_n)\sim(y_n) \Rightarrow (y_n)\sim(x_n) \iff$

$\frac{x_n}{y_n}$ șir convergent $\Rightarrow \frac{y_n}{x_n}$ șir convergent

Nu are leg.

Dacă $\left|\frac{x_n}{y_n}\right|$ convergent $\frac{1}{\frac{x_n}{y_n}}$, conform seriei armonice este divergent

Fie $\frac{x_n}{y_n} \to 0 \to \frac{y_n}{x_n} \to \infty$ nu e conv

tranzitivitatea: Dacă $(x_n)\sim(y_n)$ și $(y_n)\sim(z_n)$

$\Rightarrow (x_n)\sim(z_n)$ $\quad \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{z_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{y_n} \cdot \frac{y_n}{z_n} =$

$\frac{x_n}{y_n}$ șir conv. $\frac{y_n}{z_n}$ șir conv $\Rightarrow \frac{x_n}{z_n}$ conv

R $\Rightarrow l_1 = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{y_n}$ $\quad l_2 = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{y_n}{z_n} \in \mathbb{R}$ $\quad \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{y_n} \cdot \lim\limits_{n\to\infty} \frac{y_n}{z_n}$

$l_1, l_2 \in \mathbb{R}$

$\to \frac{x_n}{z_n}$ conv

II $\lim_{x \to \infty} x_n = 3$

$$x_n = \frac{42^n + 40 \cdot 1936^n + 81 \cdot 1978^n}{55^n + 44 \cdot 1960^n + 27 \cdot 1978^n}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\cancel{1978^n}\left(\left(\frac{42}{1978}\right)^n_{\to 0} + 40 \cdot \left(\frac{1936}{1978}\right)^{n \to 0} + 81\right)}{\cancel{1978^n}\left(\left(\frac{55}{1978}\right)^n_{\to 0} + 44 \cdot \left(\frac{1960}{1978}\right)^n_{\to 0} + 27\right)}$$

$$= \lim \frac{0 + 40 \cdot 0 + 81}{0 + 44 \cdot 0 + 27}$$

$$= \frac{81}{27} = 3$$