

SEMINAR 12

Exerciții recomandate: 12.1 a),b),d); 12.2

Rezerve: 12.1 b); 12.3; 12.5

S12.1 Calculați:

- a) $\iint_D (x^2 + y) dx dy$, unde D este domeniul mărginit de curbele $x = y^2$ și $y = x^2$;
- b) $\iint_D \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$, unde D este domeniul mărginit de curbele $x^2 + y^2 = 1$ și $x^2 + y^2 = 4$;
- b) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, unde D este domeniul mărginit de curbele $y = \frac{1}{x}$ și $y = x$, cu $x \in [1, 2]$;
- d) $\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$, unde D este domeniul mărginit de curbele $y = x$ și $y = \frac{x^2}{4}$.

S12.2 Calculați:

- a) $\iiint_D \frac{1}{(x+y+z)^3} dx dy dz$, unde $D = [1, 2] \times [1, 2] \times [1, 2]$;
- b) $\iiint_D xyz \sin(x+y+z) dx dy dz$, unde D este domeniul mărginit de planele $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ and $x + y + z = \frac{\pi}{2}$.

S12.3 Utilizând coordonatele cilindrice, calculați volumul mărginit de suprafețele

$$x^2 + y^2 - 3z = 0 \text{ și } (x^2 + y^2)^2 = 9(x^2 - y^2).$$

S12.4 Calculați aria mărginită de curba $(a_1x + b_1y + c_1)^2 + (a_2x + b_2y + c_2)^2 = 1$, unde $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ sunt astfel încât $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$.

S12.5 Calculați aria mărginită de curba

$$\left| \frac{x}{a} \right|^p + \left| \frac{y}{b} \right|^p = 1,$$

unde a, b și p sunt parametri din \mathbb{R}_+^* .

S12.6 În ce proporție este împărțit volumul sferei

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4z$$

de suprafața $x^2 + y^2 + z = 4$?

S12.7 Analizați convergența integralei

$$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

unde $D = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$.

BIBLIOGRAFIE RECOMANDATĂ

- [1] G. Bucur, E. Câmpu, S. Găină, *Culegere de probleme de calcul diferențial și integral*, Ed. Tehnică, București, 1966.
- [2] C. David, *Double and Triple Integrals. Solutions*, Engineering Mathematics 233, Concordia University, Department of Mathematics & Statistics, 2015.
- [3] A. Diamandescu, *Analiză matematică. Probleme rezolvate*, Editura "Universitaria", Craiova, 2006.
- [4] A. Foster, *Calculus III. Double and Triple Integrals Step by Step*, The City College of The City University of New York Publ., 2014.
- [5] A. Fulga, I. Radomir, *Analiză matematică. Culegere de probleme*, Ed. Albastră, Cluj-Napoca, 2005.
- [6] A. J. Hildebrand - *Practice Problems on Double Integrals. Solutions*, Math 461, 2016.
- [7] M. Postolache (coord.), D. Cioroboiu, A. Pitea, *Calcul integral. Exerciții și probleme*, Editura "Fair Partners", București, 2010.