

Simulare examen Calcul Numeric 2022

Oficiu: 1p

Timp de lucru: 1h

1. (4p) Fie sistemul liniar:

$$\begin{cases} 2x_1 & + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 7x_3 = 10 \end{cases}$$

- (a) Să se calculeze o descompunere LU pentru matricea sistemului cu $l_{ii} = 1$ în felul următor: o linie din L, o coloană din U.
(b) Să se rezolve sistemul liniar de mai sus folosind această descompunere și metodele substituției.

2. (3p) Fie sistemul liniar:

$$\begin{cases} 2x_1 & + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 & = 2 \\ x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

și metoda iterativă Jacobi de rezolvare a sistemelor liniare.

- (a) Să se construiască matricea iterației M cu metoda Jacobi.
(b) Să se studieze convergența metodei.
(c) Pentru $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$, să se calculeze $x^{(1)}$.

3. (2p) Fie $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ o matrice nesingulară. Fie următorul șir $\{V_k; k \geq 0\}$:

$$V_0 - \text{dat}; V_{k+1} = V_k(2I_n - AV_k), k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Să presupunem că implementăm algoritmul iterativ care calculează la iterația k matricea V_k și că algoritmul converge.

- (a) Ce înseamnă că algoritmul converge? (Atenție: vă întrebăm ceva legat strict de algoritm, NU de șir!)
(b) Presupunem că V_k este matrice nesingulară, $\forall k$. Ce reprezintă ultima matrice V_k calculată în algoritm? Justificați.