

LFAC PARTEA 1 - MODELE DE EXERCITII

-

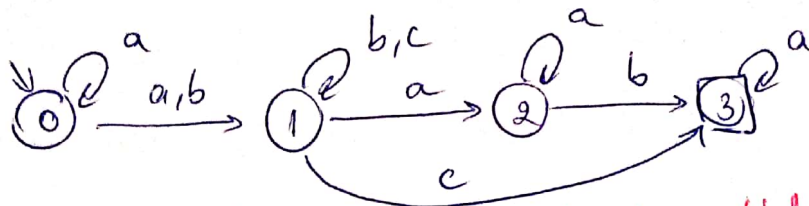
2021

Cuprins

1	Transformare din automat NEDETERMINIST in DETERMINIST	2
2	Forma normala	4
3	Forma normala Chomsky	6
4	Forma redusa	8
5	Reducerea unei expresii regulate + Arborele expresiei + Automatul cu ϵ -tranzitii + Tranformarea din ϵ -tranzitii in determinist + Automatul minimal	10
6	Pushdown	15
7	CYK	17

1 Transformare din automat NEDETERMINIST in DETERMINIST

AUTO MAT → NEDETERMINIST → DETERMINIST



PAS 1: se face "tabela de tranziție"

(se ia fiecare stare și se notează la fiecare simbol cu care ajunge în ce stări)

se face asta cu toate simbolurile de stări obținute

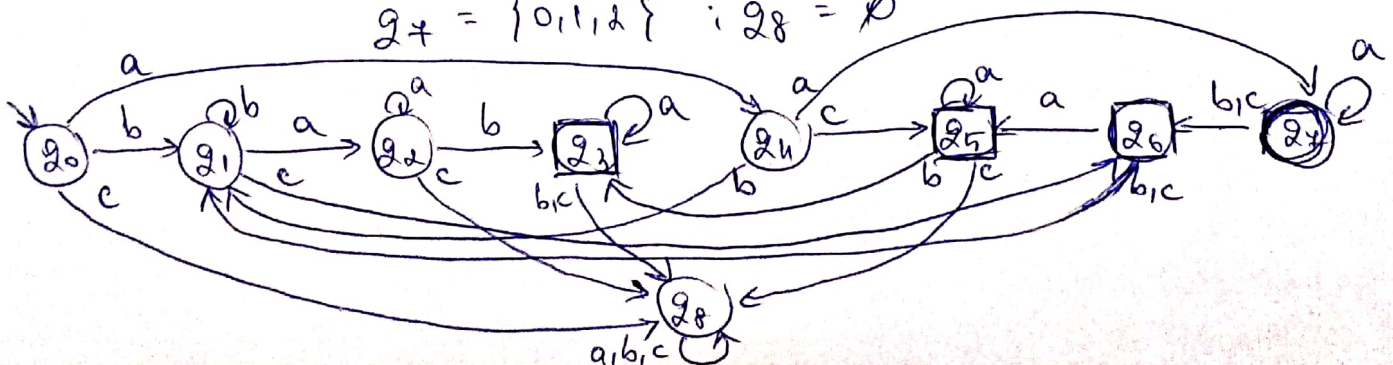
se începe cu starea inițială

S	a	b	c
0	{0, 1}	{1}	∅
{0, 1}	{0, 1, 2}	{1}	{2, 3}
{1}	{2}	{1}	{1, 3}
∅	∅	∅	∅
{0, 1, 2}	{0, 1, 2}	{1, 3}	{1, 3}
{2, 3}	{2, 3}	{3}	∅
{2}	{2}	{3}	∅
{1, 3}	{2, 3}	{1}	{1}
{3}	{3}	∅	∅

PAS 2: se iau stările și se face automatul
∅ = cosul de gunoier.

NOTE 2: $q_0 = \{0\}$; $q_1 = \{1\}$; $q_2 = \{2\}$; $q_3 = \{3\}$
 $q_4 = \{0, 1\}$; $q_5 = \{2, 3\}$; $q_6 = \{1, 3\}$
 $q_7 = \{0, 1, 2\}$; $q_8 = \emptyset$

! TOATE stările care conțin starea finală din noul aut. vor fi stări finale în aut.



2 Forma normala

4) FORMA NORMALĂ (GRAMATICĂ ECHIVALENTĂ)

$$S \rightarrow aXbXc$$

$$X \rightarrow aX \mid a \mid bX \mid b \mid cX \mid c$$

FORMA NORMALĂ = GRAMATICĂ ECHIVALENTĂ TIP 3

$$L = \{ a \text{ civa } b \text{ altciva } c \}$$

~~$$\text{civa} = (a|b|c)^* = \{a|b|c\}^*$$~~

$$\text{civa} = (a|b|c)^* \setminus \{\epsilon\} = \{a, b, c\}^*, \text{ lungime civa} \geq 1.$$

Analog altciva.

$$L = \{ a u b w c \mid u \in \{a, b, c\}^*, w \in \{a, b, c\}^* \text{ și}$$

lungimile lui u și $w \geq 1$ }.

- gramatică generată.

$$S \rightarrow aA$$

$$A \rightarrow aA \mid bA \mid cA \mid \cancel{a|b|c} \mid aB \mid bB \mid cB$$

generată u și w

continuă curântul

$$B \rightarrow bC$$

pentru generat w și c

$$C \rightarrow aC \mid bC \mid cC \mid aD \mid bD \mid cD$$

generată w

anigată lungimea lui u și pentru w adaugă 'c'

$$D \rightarrow c.$$

3 Forma normala Chomsky

14) ADUCERE ÎN F.N. CHOMSKY

$S \rightarrow BAaA$
 $B \rightarrow bBc \mid C$
 $C \rightarrow dC \mid \varepsilon$
 $A \rightarrow aA \mid bA \mid \varepsilon$

PAS 1: se elimină regulile de ștergere $N \rightarrow \varepsilon$

$N_0 = \{N\}$

$N_1 = N_0 \cup \{\text{civa}\}$

civa $\rightarrow N$ (sau continuare din N_0)

poate cauză $N_i = N_j, j < i$

$N_0 = \{A, C\}$

$N_1 = N_0 \cup \{B\} = \{A, B, C\}$

$N_2 = N_1 \cup \emptyset \Rightarrow N_2 = N_1$

PAS 3: se șterge regula/reguli $N \rightarrow \varepsilon$

se adaugă reguli astfel:

- se dau noile terminale din $N_i = N_j, j < i$
 - se elimină din partea dreaptă a regulilor

$S \rightarrow BAaA \mid AaA \mid BaA \mid BAa \mid aA \mid Aa \mid Ba \mid a$
 $B \rightarrow bBc \mid C \mid bc$
 $C \rightarrow dC \mid d$
 $A \rightarrow aA \mid bA \mid a \mid b$

! Dacă $S \rightarrow \varepsilon$ atunci se adaugă stările $S \rightarrow S'$ și $S' \rightarrow \varepsilon$

se adaugă reguli de ștergere!

PAS 4: se elimină regulile de redenumire $N_i \rightarrow N_j$

$N_{\text{terminal}} = \{\text{redenumirea}\}$

$N_S = \{S\}$

$N_B = \{B, C\}$

$N_C = \{C\}$

$N_A = \{A\}$

se adaugă regulile de la — la —

$S \rightarrow BAaA \mid AaA \mid BaA \mid BAa \mid aA \mid Aa \mid Ba \mid a$
 $B \rightarrow bBc \mid bc \mid dC \mid d$

reguli $C \rightarrow \text{civa}$

$C \rightarrow dC \mid d$

$A \rightarrow aA \mid bA \mid a \mid b$

PAS 5: se aduce în F.N.C. (gramatică de tip 2):

cu reguli de forma $A \rightarrow BC$ sau $A \rightarrow a$

$S \rightarrow BS_1 \mid AS_2 \mid BS_2 \mid BS_4 \mid AS_3 \mid S_3A \mid BS_3 \mid a$
 $S_1 \rightarrow AS_2$
 $S_2 \rightarrow S_3A$
 $S_3 \rightarrow a$
 $S_4 \rightarrow AS_3$

$B_1 \rightarrow b$

$B_2 \rightarrow B_3$

$B_3 \rightarrow c$

$B_4 \rightarrow d$

$B \rightarrow B_1B_2 \mid B_1B_3 \mid B_4C \mid d$

$C \rightarrow C_1C \mid d$

$C_1 \rightarrow d$

$A \rightarrow S_3A \mid B_1A \mid a \mid b$

4 Forma redusa

15)

FORMA REDUSĂ

$$S \rightarrow BA c | A$$

$$A \rightarrow aA | bA$$

$$B \rightarrow bBc | aCb$$

$$C \rightarrow dC | ab$$

$$D \rightarrow aSd | b$$

SIMBOL ÎNUTIL = ÎNACCESIBIL sau

NEPRODUCTIV

SIMBOL NEPRODUCTIV = rezultă un cuvânt final din acel simbol

 $C \rightarrow dC | ab$, C simbol productiv

FORMA REDUSĂ = 0 (zero) SIMBOLURI ÎNUTILE

PAS 1: se elimină simbolurile neproductive

$$N_0 = \emptyset$$

 $N_i = N_{i-1} \cup \text{terminali} \rightarrow \text{cuv}$, unde $\text{cuv} =$
 combinație de (terminali) și
 (neterminali din N_{i-1})

$$N_0 = \emptyset$$

$$N_1 = N_0 \cup \{c, d\}$$

$$N_2 = N_1 \cup \{B, C\} = \{B, C, d, c\}$$

$$N_3 = N_2 \cup \{B, C\} = \{B, C, d, c\} = N_2 \quad (\rightarrow \text{a oprește})$$

$$\Rightarrow N_i = N_j \quad i > j \Rightarrow \text{se oprește}$$

$$\Rightarrow N_i = N(\text{gramatică})$$

PAS 2: $N - N_i = \{\text{neterminali neproductivi}\}$

$$\{S, A, B, C, D\} - \{B, C, D\} = \{S, A\} \rightarrow S, A \text{ neproductivi}$$

 \rightarrow se elimină simbolurile neproductive

$$B \rightarrow bBc | aCb$$

$$C \rightarrow dC | ab$$

$$D \rightarrow aSd | b$$

} gramatică productivă.

PAS 3: \rightarrow se elimină simbolurile inaccesibile

$$V_0 = \{S\}$$

$$V_i = V_{i-1} \cup \{(\text{ne})\text{terminali care a.i.}\}$$

neterminali din $V_{i-1} \rightarrow \text{etc.}$

$$V_0 = \{S\}$$

$$V_1 = V_0 \cup \{b, B, c, a, \emptyset\}$$

$$V_2 = V_1 \cup \{b, B, c, a, \emptyset\} = V_1$$

$$\rightarrow \text{se calculează } N' = V_i \cap N \quad T' = V_i \cap T$$

$$N' = \{B\} \quad T' = \{a, b, c\}$$

PAS 4: \rightarrow se elimină $N - N' \Rightarrow G'(N', T', S, P')$.

$$P': B \rightarrow bBc$$

- 5 Reducerea unei expresii regulate + Arborele expresiei + Automatul cu ϵ -tranzitii + Transformarea din ϵ -tranzitii in determinist + Automatul minimal

$$20) (a^* | b^*)^* a^* b a^* = (a^* | b^*)^* \cdot a^* \cdot b \cdot a^*$$

$$(a^* | b^*) = \underbrace{a^n b^m a^n}_{u} \{ a^{n_1} b^{m_1} a^{n_2} b^{m_2} \dots \}$$

$$a^* = \{ a^n \mid n \geq 0 \}$$

$$(a^* | b^*) = \{ u^* \mid u = \{ a^{n_i} b^{m_i} \}, n_i, m_i \geq 0 \}$$

$$(a^* | b^*) = ((a | b)^*)^*$$

$$(a^* | b^*) = (a | b)^*$$

$$(a^* | b^*)^* a^* b a^* = ((a | b)^*)^* a^* b a^* \\ = \underbrace{(a | b)^*}_{\text{gaurăzăm a căloni de ruboj}}$$

ce $(a | b)^*$ pentru
ea se gaurăzăm oricum
a-uri cu $(a | b)^*$
dacă a^* concatenat este redundant

$$= (a | b)^* \cdot b \cdot a^*$$

→ & expresie regulată se reduce vâreacum intuitiv
PROPRIETĂȚI:

$$L(a^*) = \{ a^n \mid n \geq 0 \}$$

$$a^* \cdot a = a^*$$

$$p \cdot q \neq q \cdot p$$

$$L(a | a^*) = \{ a^n \mid n \geq 1 \}$$

$$(p | q) | r = p | (q | r)$$

$$(p q) r = p (q r)$$

$$p | q \sim q | p$$

$$p \cdot \varepsilon = \varepsilon \cdot p = p$$

$$p(q | r) = p q | p r$$

$$\varepsilon | p p^* = p^*$$

$$\varepsilon | p^* p = p^*$$

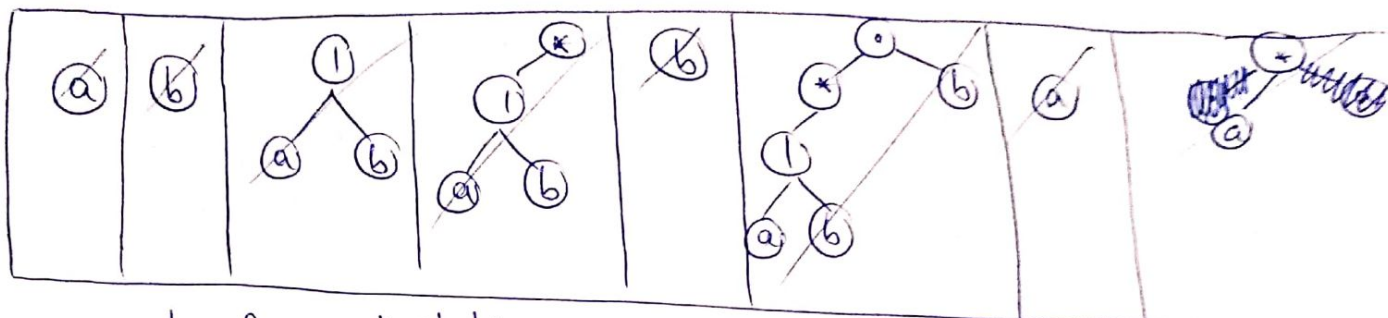
ordinea: $*$, \cdot , $|$
iteratie sau
concatenare

$$(a|b)^* \cdot b \cdot a^*$$

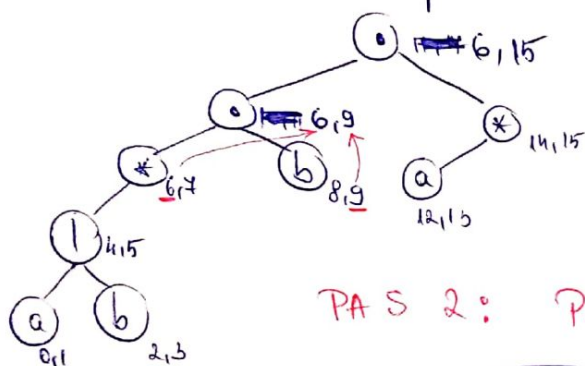
st. operator:



sh. arbori:



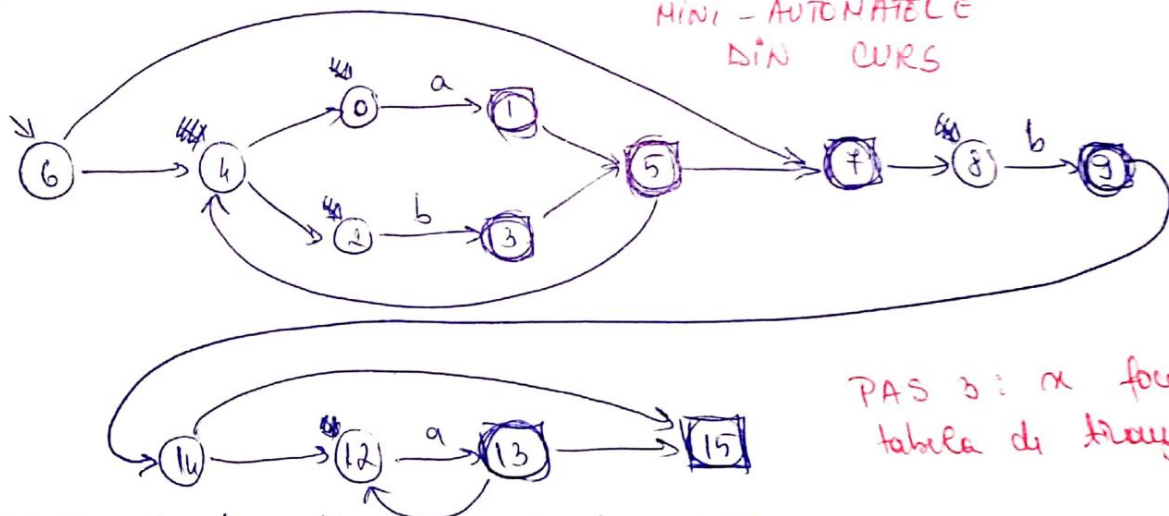
arboare expresii:



Parcurrence Postordine : $S \rightarrow D \rightarrow R$

→ la x ia starea din stanga
filiu din stanga si starea din
dreapta a filiu din dreapta

PAS 2: PENTRU AUTONAT SE FOLOSESC
MINI-AUTONATELE
DIN CURS



PAS 3: α fou
tabela de transiție

* tabela de transiție de pe pagina 3 *

$$\ell(0) = \{0\}$$
$$\mathcal{R}(1) = \{1, 5, 4, 7, 0, 2, 8\}$$
$$\mathcal{C}(2) = \{2\}$$
$$Q(3) = \{3, 5, 1, 7, 0, 2, 8\}$$
$$\text{er}(4) = \{4, 0, 2\}$$
$$d(5) = \{5, 4, 7, 0, 2, 8\}$$
$$\mathcal{R}(b) = \{6, 4, 7, 0, 2, 8\}$$
$$C(7) = \{7, 8\}$$
$$\ell(\delta) = \{8\}$$
$$\mathcal{R}(g) = \{9, 14, 12, 15\}$$
$$\mathcal{L}(12) = \{12\}$$
$$\mathcal{C}(13) = \{13, 12, 15\}$$
$$\ell(14) = \{14, 12, 15\}$$
$$\ell(15) = \{15\}.$$

PAS 4: pe bogia

to be in du

trauzihle se

for closure

(côté de départ)

on poate ajunge

diuturnitate stator
prin E - traxituri)

* tabela de tranziție pentru ε - tranziții *

S	a	b	ε
0	1	∅	∅
1	∅	∅	5
2	∅	3	∅
3	∅	∅	5
4	∅	∅	0, 2
5	∅	∅	4, 7
6	∅	∅	4, 7
7	∅	∅	8
8	∅	9	∅
9	∅	∅	14
12	13	∅	∅
13	∅	∅	12, 15
14	∅	∅	12, 15
15	∅	∅	∅

σ'	a	b
ε(6)	ε(1)	ε(3, 9)
ε(1)	ε(1)	ε(3, 9)
ε(3, 9)	ε(1, 13)	ε(3, 9)
ε(1, 13)	ε(1, 13)	ε(3, 9)

PAS 5: se face tabela de tranziție pentru determinist.
 se pornește de la ε (tranzitia inițială / de start)
 se calculează:
 $ε(σ(ε(start), simbol))$

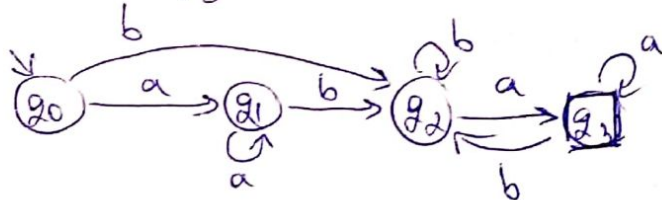
Notă:

$$q_0 = ε(6)$$

$$q_1 = ε(1)$$

$$q_2 = ε(3, 9)$$

$$q_3 = ε(1, 13)$$



* Automatul determinist *

* PASUL 5 *

$$σ(ε(6), a) = ε(\{1\})$$

$$σ(ε(6), b) = ε(\{3, 9\}) = \{3, 4, 5, 7, 0, 2, 8, 9, 14, 12, 15\}$$

$$σ(ε(1), a) = ε(\{1\}) = ε(1)$$

$$σ(ε(1), b) = ε(\{3, 9\})$$

$$σ(ε(3, 9), a) = ε(\{1, 13\})$$

$$σ(ε(3, 9), b) = ε(\{3, 9\})$$

$$σ(ε(1, 13), a) = ε(\{1, 13\})$$

$$σ(ε(1, 13), b) = ε(\{3, 9\})$$

PAS 6: se face notatiile necesare și se face automatul determinist

Minimalizarea automatului obținut

δ	a	b
q_0	q_1	q_2
q_1	q_1	q_2
q_2	q_3	q_2
q_3	q_3	q_2

$j \rightarrow$	q_1	q_2	q_3	
0		1	1	$q_0 \leftarrow i$
		1	1	q_1
			1	q_2
				q_3

PAS 7: se realizează tabela de tranziție cu notările pentru q_0, q_1 (opțional)

$$\begin{aligned} \text{sep}(\delta(q_0, a), \delta(q_1, a)) &= \text{sep}(q_1, q_1) \\ \text{sep}(\delta(q_0, b), \delta(q_1, b)) &= \text{sep}(q_2, q_2) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{sep}(\delta(q_0, a), \delta(q_1, a)) \\ \text{sep}(\delta(q_0, b), \delta(q_1, b)) \end{aligned}} \right\} \text{incomparabile}$$

Pentru q_0, q_2 :

$$\text{sep}(\delta(q_0, a), \delta(q_2, a)) = \text{sep}(q_1, q_3) = 1$$

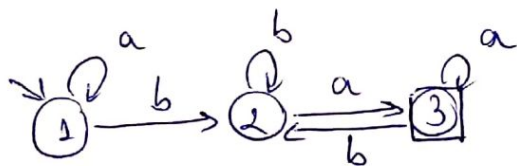
Pentru q_1, q_2 :

$$\text{sep}(\delta(q_1, a), \delta(q_2, a)) = \text{sep}(q_1, q_3) = 1$$

$$[q_0] = [q_1] = \{q_0, q_1\} \stackrel{\text{NOT}}{=} 1$$

$$[q_2] = \{q_2\} \stackrel{\text{NOT}}{=} 2$$

$$[q_3] = \{q_3\} \stackrel{\text{NOT}}{=} 3$$



PAS 10: se face automatul (stările care au 0 în tabel vor fi luate împreună 2 câte 2)

PAS 8: se face tabela de parochi cu 1 unde este stare finală și 0 în rest.

PAS 9: se calculează separabilitatea $\text{separabil}(\delta(i, \text{inhl}), \delta(j, \text{inhl})) = \text{separabil}(\text{stare 1}, \text{stare 2})$

\Rightarrow stare 1 = stare 2 \Rightarrow nu faci nimic rămâne 0

\Rightarrow stare 1 \neq stare 2 \Rightarrow

\Rightarrow se ia valoarea de pe acea celulă dacă s-a calculat pentru ea dacă nu se marchează în listă și se revine asupra ei

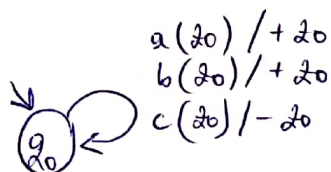
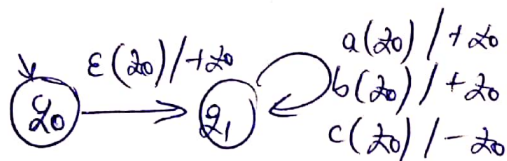
\Rightarrow stare 1 sau 2 = stare finală $\Rightarrow = 1$

6 Pushdown

25)

PUSHDOWN

$$L = \{ (ab)^n c^{n+2}, n \geq 0 \}$$

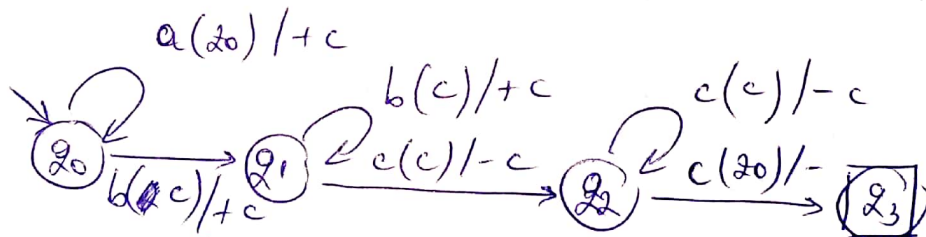
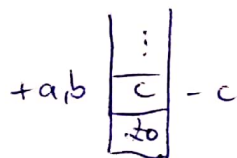
generază $(ab)^n c^{n+1}$ generază $(ab)^n c^{n+2}$
dar are 2 stări

AUTOMATUL PUSHDOWN POATE SĂ NU AIBĂ STARE FINALĂ (SE TERMINĂ CÂND AJUNGE STIVA GOALĂ).

24)

PUSHDOWN DETERMINIST

$$L = \{ a^n b^m c^k, n \geq 1, m \geq 1, k = m+n \}$$



PUSHDOWN DETERMINIST:

1. nu există cu acțiuni tranzitiei de mai multă ori din aceeași stare
2. sunt permise ϵ -tranzitii
3. dacă \exists ϵ -tranzitii, atunci din starea din care areasta pleacă, nu mai pot pleca alte tranzitii cu simboluri din alfabet

7 CYK

27) CYK : apartin w lui $L(G)$?

$S \rightarrow xy | xz$
 $x \rightarrow xy | zy | a$
 $y \rightarrow yz | ba$
 $z \rightarrow a | c$

$w = abac \quad n=4.$

$w \in L(G)?$
#

PAS 1: Se aduce în FNC dacă nu este deja
Gramatica este în FNC. (ori reguli de forma
 $A \rightarrow BC | a$)

PAS 2: CYK
 \rightarrow se face tabelul

$i \backslash j$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
$i=1$	$V_{11} = V_a = \{x, y, z\}$	$V_{12} = V_{ab} = \{x, y\}$	$V_{13} = V_{aba} = \{S, x\}$	$V_{14} = V_{abac} = \{S, x\}$
$i=2$	$V_{21} = V_b = \{y\}$	$V_{22} = V_{ba} = \{y\}$	$V_{23} = V_{bac} = \{y\}$	
$i=3$	$V_{31} = V_a = \{x, y, z\}$	$V_{32} = V_{ac} = \{S, y\}$		
$i=4$	$V_{41} = V_c = \{z\}$			

PAS 3: Se completează tabelul cu V_{ij} = cuv de lungime j care încep de pe poziția i

PAS 4: $V_{cur} = \{ \text{terminale care dau în acel cuvânt} \}$

$$V_{ij} = \bigcup_{k=1}^{j-1} (V_{ik} \circ V_{i+k, j-k})$$

ex: $\{x, y, z\} \circ \{x\} \Rightarrow xx, yx, zx$

V_{ij} = terminale care trec în fiecare dintr-un

$$V_{12} = V_{11} \circ V_{21} = \{x, y, z\} \circ \{y\} = \{S, x\}$$

$$V_{22} = V_{21} \circ V_{31} = \{y\} \circ \{x, y, z\} = \{y\}$$

$$V_{32} = V_{31} \circ V_{41} = \{x, y, z\} \circ \{z\} = \{S, y\}$$

$$V_{13} = V_{11} \circ V_{22} \cup V_{12} \circ V_{31} = \{S, x\} \cup \{S, x\} = \{S, x\}$$

$$V_{23} = V_{21} \circ V_{32} \cup V_{22} \circ V_{41} = \emptyset \cup \{y\} = y$$

$$V_{14} = V_{11} \circ V_{23} \cup V_{12} \circ V_{32} \cup V_{13} \circ V_{41} = \{S, x\} \cup \{S, x\} \cup \{S\} = \{S, x\}$$

PAS 5: \rightarrow se verifică V_{1n}

\rightarrow dacă simbolul de start este inclus în $V_{1n} \Rightarrow$

\Rightarrow cuvântul w este acceptat

Pentru că $V_{14} = \{S, x\}$, deci $S \in V_{14} \Rightarrow w \in L(G).$