Tipuri exerciții examen CN

February 18, 2022

Acest document este doar orientativ. El nu a fost întocmit (nici verificat) de titularul de curs, ci de Sebastian Ciobanu, fost student și actual profesor de laborator utilizând programa din anii universitari 2016-2017 și 2020-2021. Fiți prezenți la cursul din anul curent pentru a obține informații actuale legate de examen și de posibilele exerciții!

Examen CN: 3-4 exerciții = 2-3 în stilul celor de mai jos + unul mai greu care nu apare aici

Observație: semnele {...} indică faptul că enunțul poate fi formulat cu oricare variantă cuprinsă între acolade.

Observație: semnul $\times$ trebuie înlocuit cu un număr real.

Observație: semnul ? indică faptul că exercițiul este mai puțin important decât celelalte.

1 Capitol: Rezolvarea sistemelor liniare

1. Scrieți sistemul liniar

$$\begin{cases} \times x_1 + \times x_2 + \times x_3 = \times \\ \times x_1 + \times x_2 + \times x_3 = \times \\ \times x_1 + \times x_2 + \times x_3 = \times \end{cases}$$

   în forma matriceală $Ax = b$, determinând A, b, x.

   Curs 4

2. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & 0 & 0 \\ \times & \times & 0 \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$ o matrice inferior triunghiulară, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$. Rezolvați sistemul $Ax = b$ folosind metoda substituției directe.

3. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ 0 & \times & \times \\ 0 & 0 & \times \end{bmatrix}$ o matrice superior triunghiulară, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$. Rezolvați sistemul $Ax = b$ folosind metoda substituției inverse.

4. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$.

   (a) Rezolvați sistemul $Ax = b$ folosind algoritmul de eliminare Gauss {

   - fără pivotare,
   - cu pivotare parțială,
   - cu pivotare totală

   }.

   (b) ?Scrieți descompunerea LU a lui A folosindu-vă de subpunctul anterior. Scrieți matricele L, U, T_i. Scrieți și matricele P, I_{kl} acolo unde este cazul. (Curs 4 + 5)

   (c) Calculați det A.

5. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$. Să se arate că sistemul $Ax = b$ nu are soluție unică (A este singulară) folosind {

   - algoritmul de eliminare Gauss fără pivotare,
   - algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare parțială,
   - algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare totală

   }.

Curs 5

6. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$.

   (a) Calculați o descompunere LU a matricei A cu {
   - $l_{ii} = 1$,
   - $u_{ii} = 1$

   } în felul următor: o {
   - linie,
   - coloană

   } din L, o {
   - linie,
   - coloană

   } din U.

   (b) Să se rezolve sistemul liniar $Ax = b$ folosind această descompunere și metodele substituției.

7. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$ o matrice simetrică și pozitiv definită, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$.

   (a) Verificați că într-adevăr A este pozitiv definită. *Hint: Dacă este și simetrică, se poate verifica prin verificarea definiției, calculul valorilor proprii sau calculul de minori principali. Dacă nu, se va face prin verificarea definiției.*

   (b) Calculați descompunerea Cholesky cu $l_{ii} > 0$ pentru A.

   (c) Să se rezolve sistemul liniar $Ax = b$ folosind această descompunere și metodele substituției.

8. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$. Să se arate că sistemul $Ax = b$ nu are soluție unică (A este singulară) folosind {

   - LU *(La LU nu este specificat în curs. La LU pivotul 0 indică A singulară.)*+metodele substituției,
   - ~~Cholesky+metodeke substituției~~

   }.

Curs 6

9. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$.

   (a) Să se calculeze descompunerea QR pentru matricea A folosind algoritmul lui {

   - Householder *(dacă o coloană este deja in forma superior triunghiulară, atunci puteți spune că matricea P de la acel pas este I),*
   - Givens *(dacă un element pe care dorim să-l facem* 0 *este deja* 0*, atunci puteți spune că matricea R_{ij} de la acel pas este I)*

   }. Scrieți matricele Q și R, dar și matricele de reflexie/rotație (depinde de algoritm) de la fiecare pas.

   (b) Să se rezolve sistemul liniar $Ax = b$ folosind această descompunere și metoda substituției inverse.

10. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$. Să se arate că sistemul $Ax = b$ nu are soluție unică (A este singulară) folosind {

   - QR *(La Givens nu este specificat în curs. La Givens matricea este singulară doar dacă la finalul pasului r elementul a_{rr} este 0. Elementul acesta se schimbă la fiecare înmulțire cu matricea de rotație din pasul r.)* +metoda substituției inverse

   }.

Curs 7

11. (este inclus în rezolvarea exercițiului următor) Calculați A^{-1}, unde $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$, rezolvând sistemele liniare $Ax = e_j, j \in \{1, 2, 3\}$.

12. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$.

    (a) Să se calculeze matricea iterației M cu metoda {
    - fiind dată matricea B,
    - Jacobi,
    - Gauss-Seidel,
    - relaxării succesive cu $\omega = \times$

    }.

    (b) Să se studieze convergența metodei.

    (c) Pentru $x^{(0)} = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$, să se calculeze $x^{(1)}$.

2 Capitol: Vectori și valori proprii

Curs 8

1. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$.

   (a) Scrieți polinomul caracteristic.

   (b) Determinați (de mână) valorile proprii și vectorii proprii corespunzătoare lui A.

   (c) Precizați multiplicitatea algebrică și geometrică a fiecărei valori proprii.

   (d) Aplicați teorema lui Gershgorin pe acest exemplu.

2. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$ (de obicei, o matrice simetrică). Aplicați o iterație din metoda puterii pe matricea A, folosind $u^{(0)} = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$ ca vector de start.

3. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$ (de obicei, o matrice simetrică). Aplicați o iterație din metoda iterației inverse pe matricea A, folosind $u^{(0)} = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$ ca vector de start și $\mu = \times$. Rezolvarea sistemului liniar se va face cu algoritmul {

   - de eliminare Gauss fără pivotare,
   - de eliminare Gauss cu pivotare parțială,
   - de eliminare Gauss cu pivotare totală,
   - LU+metodele substituției,
   - Cholesky+metodele substituției,
   - QR+metoda substituției inverse

   }.

4. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$.

   (a) Aplicați o iterație a algoritmului QR pentru valori proprii, folosind pentru descompunerea QR algoritmul lui{

i. Householder *(dacă o coloană este deja in forma superior triunghiulară, atunci puteți spune că matricea P de la acel pas este I),*

ii. Givens *(dacă un element pe care dorim să-l facem 0 este deja 0, atunci puteți spune că matricea R_{ij} de la acel pas este I)*

}.

(b) Verificați (de mână) faptul că $A^{(1)}$ are aceleași valori proprii ca A.

5. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$ o matrice în formă Hessenberg superioară.

(a) Aplicați o iterație a algoritmului QR pentru valori proprii, folosind pentru descompunerea QR algoritmul potrivit din punctul de vedere al eficienței.

Hint: E vorba de algoritmul lui Givens aplicat numai acolo unde nu sunt zerouri.

(b) Verificați (de mână) faptul că $A^{(1)}$ are aceleași valori proprii ca A.

3 Capitol: Rezolvarea sistemelor liniare (2)

Curs 9

1. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times \\ \times & \times \\ \times & \times \end{bmatrix}$. Găsiți (de mână) descompunerea după valori singulare (SVD) a lui A.

2. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times \\ \times & \times \\ \times & \times \end{bmatrix}$. Determinați pseudoinversa Moore-Penrose a lui A folosind {
   - descompunerea SVD,
   - formula $(A^\top A)^{-1}A$ (doar dacă rang A = 2)

   }.

3. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times \\ \times & \times \\ \times & \times \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$. Să se calculeze soluția în sensul celor mai mici pătrate folosind sistemul de ecuații normale. Rezolvați sistemul de ecuații normale folosind {
   - algoritmul de eliminare Gauss fără pivotare,
   - algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare parțială,
   - algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare totală,
   - LU+metodele substituției,
   - Cholesky+metodele substituției,
   - QR+metoda substituției inverse

   } ca metodă de rezolvare a sistemelor liniare.

4. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times \\ \times & \times \\ \times & \times \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}$. Să se calculeze soluția în sensul celor mai mici pătrate folosind pseudoinversa Moore-Penrose. Determinați pseudoinversa Moore-Penrose a lui A folosind {
   - descompunerea SVD,
   - formula $(A^\top A)^{-1}A$ (doar dacă rang A = 2)

   }.

4 Capitol: Interpolare numerică

Curs 9+10

1. Fie tabelul $\begin{array}{c|cccc} x & \times & \times & \times & \times \\ \hline f(x) & \times & \times & \times & \times \end{array}$.

   Să se aproximeze f(×), folosind {

   - polinomul de interpolare Lagrange,
   - **forma Newton** a polinomului de interpolare Lagrange + pentru calculul diferențelor divizate {
     - definiția *(care este nerecursivă)*,
     - schema lui Aitken

     },
   - formula Neville pentru polinomul de interpolare Lagrange + pentru calculul diferențelor {
     - definiția *(care este nerecursivă)*,
     - schema lui Aitken

     },
   - **formula lui Newton** progresivă pe noduri echidistante (doar dacă nodurile sunt echidistante) + pentru calculul diferențelor finite {
     - definiția *(care este nerecursivă)*,
     - schema lui Aitken

     },
   - **formula lui Newton** regresivă pe noduri echidistante (doar dacă nodurile sunt echidistante) + pentru calculul diferențelor finite {
     - definiția *(care este nerecursivă)*,
     - schema lui Aitken

     },
   - funcții spline liniare continue

   }.

2. Fie tabelul $\begin{array}{c|cccc} x & \times & \times & \times & \times \\ \hline f(x) & \times & \times & \times & \times \end{array}$.

   Să se aproximeze f(×), folosind interpolarea în sensul celor mai mici pătrate folosind un polinom de grad {

   - 1
   - 2

   }. Rezolvarea sistemului liniar corespunzător se va face folosind {

- algoritmul de eliminare Gauss fără pivotare,
- algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare parțială,
- algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare totală,
- LU+metodele substituției,
- Cholesky+metodele substituției,
- QR+metoda substituției inverse

}.

5 Capitol: Ecuații neliniare

Curs 11

1. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \times$ o funcție neliniară. Dorim să rezolvăm ecuația $f(x) = 0$ pe intervalul $[\times, \times]$. Fie metoda bisecției (înjumătățirii intervalului).
   (a) Stabiliți dacă este rezonabil să aplicați această metodă. *Hint: Verificați dacă f este continuă și dacă $f(a)f(b) < 0$.* Dacă nu, găsiți a, b corespunzători.
   (b) Aplicați o iterație a algoritmului.

2. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \times$ o funcție neliniară. Dorim să rezolvăm ecuația $f(x) = 0$ pe intervalul $[\times, \times]$. Fie metoda tangentei (Newton-Raphson).
   (a) Stabiliți dacă este rezonabil să aplicați această metodă. *Hint: Verificați dacă f este continuă și dacă $f(a)f(b) < 0$ + f este derivabilă, f' este continuă* Dacă nu, găsiți a, b corespunzători.
   (b) Verificați presupozițiile teoremei de convergență. Alegeți x_0 conform teoremei de convergență.
   (c) Aplicați o iterație a algoritmului pornind de la x_0 găsit anterior.

3. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \times$ o funcție neliniară. Dorim să rezolvăm ecuația $f(x) = 0$ pe intervalul $[\times, \times]$. Fie metoda falsei poziții (coardei).
   (a) Stabiliți dacă este rezonabil să aplicați această metodă. *Hint: Verificați dacă f este continuă și dacă $f(a)f(b) < 0$.* Dacă nu, găsiți a, b corespunzători.
   (b) Verificați presupozițiile teoremei de convergență. Alegeți x_0 și $\tilde{x}$ conform teoremei de convergență.
   (c) Aplicați o iterație a algoritmului pornind de la x_0 și $\tilde{x}$ găsite anterior.

4. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \times$ o funcție neliniară. Dorim să rezolvăm ecuația $f(x) = 0$ pe intervalul $[\times, \times]$. Fie metoda secantei.
   (a) Stabiliți dacă este rezonabil să aplicați această metodă. *Hint: Verificați dacă f este continuă și dacă $f(a)f(b) < 0$.* Dacă nu, găsiți a, b corespunzători.
   (b) Conform teoremei de convergență locală, cum ar trebui ca se facă inițializarea x_0, x_1? Răspunsul va fi unul intuitiv. *Răspuns: cât mai aproape de rădăcina căutată.*
   (c) Aplicați o iterație a algoritmului pornind de la $x_0 = \times$ și $x_1 = \times$.

5. Fie $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \times$ un polinom. Dorim să rezolvăm ecuația $p(x) = 0$ (adică să căutăm o rădăcină a polinomului). Fie metoda lui Laguerre. Aplicați o iterație a algoritmului pornind de la $y_0 = \times$.

6. Fie sistemul neliniar cu 3 ecuații și 3 necunoscute

$$\begin{cases} \times \cdots \times = \times \\ \times \cdots \times = \times \\ \times \cdots \times = \times \end{cases}.$$

Pornind de la $x_0 = \times$, aplicați o iterație din metoda lui Newton pentru rezolvarea acestui sistem. Rezolvarea sistemului liniar corespunzător se va face folosind {

- algoritmul de eliminare Gauss fără pivotare,
- algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare parțială,
- algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare totală,
- LU+metodele substituției,
- Cholesky+metodele substituției,
- QR+metoda substituției inverse

}.

6 Capitol: Optimizare numerică

Curs 11+12

1. ?Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = \times$, $x_k = \times$, $d_k = \times$. Suntem în contextul minimizării lui f și al algoritmului de descreștere.
   (a) Verificați dacă d_k este o direcție de descreștere pentru f în x_k.
   (b) Scrieți funcția $g(\alpha) = f(x_k + \alpha d_k)$.
   (c) ?Minimizați (de mână) funcția $g(\alpha)$ și obțineți $\bar{\alpha}$.
   (d) Pentru $\bar{\alpha} = \times$, obțineți x_{k+1}.

2. ?Fie funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = \times$ pe care dorim să o minimizăm pe intervalul $[\times, \times]$. Pornind de la $a_0 = \times$ aplicați o iterație din {
   - metoda lui Newton,
   - metoda secantei,
   - aproximarea spline cubică

   }.

3. ?Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = \times$ pe care dorim să o minimizăm, $x_k = \times$, $d_k = \times$. Verificați dacă $a = \times$ este acceptabil după regula lui Armijo, știind că $\epsilon = \times, \sigma = \times$.

4. ?Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = \times$ pe care dorim să o minimizăm, $x_k = \times$, $d_k = \times$. Verificați dacă $a = \times$ este acceptabil și apoi acceptat după regula lui Goldstein, știind că $\epsilon = \times$.

5. ?Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = \times$ pe care dorim să o minimizăm, $x_k = \times$, $d_k = \times$. Verificați dacă $a = \times$ este acceptabil după regula lui Wolfe, știind că $\epsilon = \times$.

6. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = \times$, $x_k = \times$. Suntem în contextul minimizării lui f și al metodei pantei maxime. Calculați direcția de descreștere d_k.

7. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = \times$ pe care dorim să o minimizăm.
   (a) Calculați $\nabla f(x)$.
   (b) Calculați $\nabla^2 f(x)$.
   (c) Arătați că $\nabla^2 f(x)$ este pozitiv definită (notație $\nabla^2 f(x) > 0$), $\forall x \in \mathbb{R}^2$.
   (d) Putem trage o concluzie legată de convexitatea lui f?

8. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = \times$ pe care dorim să o minimizăm.
   (a) Calculați $\nabla f(x)$.

(b) Calculați $\nabla^2 f(x)$.

(c) Arătați că $\nabla^2 f(x)$ este pozitiv definită (notație $\nabla^2 f(x) > 0$), $\forall x \in \mathbb{R}^2$. *Hint: Dacă este și simetrică, se poate verifica prin verificarea definiției, calculul valorilor proprii sau calculul de minori principali. Dacă nu, se va face prin verificarea definiției.*

(d) Putem trage o concluzie legată de convexitatea lui f? *Hint: Da, este convexă.*

(e) Ce sistem de ecuații trebuie rezolvat ca să obținem $x^* = \arg\min_x f(x)$? *Hint:* $\nabla f(x) = 0$, *datorită rezultatului de la subpunctul anterior.*

(f) Rezolvați sistemul de la subpunctul anterior. Dacă este vorba de un sistem liniar, atunci rezolvarea se va face prin: {

- algoritmul de eliminare Gauss fără pivotare,
- algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare parțială,
- algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare totală,
- LU+metodele substituției,
- Cholesky+metodele substituției,
- QR+metoda substituției inverse

}. Dacă sistemul este neliniar, atunci Pornind de la $x_0 = \times$, aplicați o iterație din metoda lui Newton pentru rezolvarea acestui sistem. Rezolvarea sistemului liniar corespunzător se va face folosind {

- algoritmul de eliminare Gauss fără pivotare,
- algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare parțială,
- algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare totală,
- LU+metodele substituției,
- Cholesky+metodele substituției,
- QR+metoda substituției inverse

}.

9. Fie $A = \begin{bmatrix} \times & \times \\ \times & \times \end{bmatrix}$ o matrice simetrică și pozitiv definită, $b = \begin{bmatrix} \times \\ \times \end{bmatrix}$.

(a) Verificați că într-adevăr A este pozitiv definită. *Hint: Dacă este și simetrică, se poate verifica prin verificarea definiției, calculul valorilor proprii sau calculul de minori principali. Dacă nu, se va face prin verificarea definiției.*

(b) Menționați o funcție f care își atinge minimul în soluția sistemului $Ax = b$. *Hint:* $\min_x \frac{1}{2} x^\top A x - x^\top b$.

(c) Verificați că într-adevăr $\nabla f(x) = Ax - b$ și că $\nabla^2 f(x) = A$.

(d) Pornind de la $x_0 = \times$, aplicați o iterație din {

- metoda pantei maxime,

- metoda gradienților conjugați, folosind pentru β_k formula *(ele sunt echivalente pentru cazul acesta, pătratic)*: {
  - clasică/originală,
  - Fletcher-Reeves,
  - Polak-Ribière,
  - Hestenes-Stiefel

  }

} pentru minimizarea funcției f și, deci, și pentru rezolvarea sistemului liniar $Ax = b$.

10. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = \times$ (pătratică sau nu; *Hint:* $g_k \leftrightarrow \nabla f(x_k)$, $A \leftrightarrow \nabla^2 f(x_k)$.) pe care dorim să o minimizăm.

    (a) Calculați $\nabla f(x)$.

    (b) Calculați $\nabla^2 f(x)$.

    (c) Pornind de la $x_0 = \times$, aplicați o iterație din {
    - metoda pantei maxime,
    - metoda gradienților conjugați, folosind pentru β_k formula: {
      - clasică/originală,
      - Fletcher-Reeves,
      - Polak-Ribière,
      - Hestenes-Stiefel

      }

    }.

11. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = \times$ pe care dorim să o minimizăm.

    (a) Calculați $\nabla f(x)$.

    (b) Calculați $\nabla^2 f(x)$.

    (c) Pornind de la $x_0 = \times$, aplicați o iterație din metoda lui Newton. Rezolvarea sistemului liniar corespunzător se va face folosind {
    - algoritmul de eliminare Gauss fără pivotare,
    - algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare parțială,
    - algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare totală,
    - LU+metodele substituției,
    - Cholesky+metodele substituției,
    - QR+metoda substituției inverse

    }.

12. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = \times$ (pătratică).

    (a) Găsiți A, b astfel încât $f(x_1, x_2) = \dfrac{1}{2}x^\top Ax - x^\top b + c$.

(b) Minimizarea lui f se reduce la rezolvarea cărui sistem liniar?

(c) Rezolvați sistemul liniar de la subpunctul anterior folosind {

- algoritmul de eliminare Gauss fără pivotare,
- algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare parțială,
- algoritmul de eliminare Gauss cu pivotare totală,
- LU+metodele substituției,
- Cholesky+metodele substituției,
- QR+metoda substituției inverse

}.