
Matematika 4 – Logika pre informatikov

Domáca úloha du01

Riešenie domácej úlohy odovzdajte najneskôr v pondelok **14. marca 2016**:

- v **čitateľnej papierovej** podobe na začiatku prednášky o **11:30**;
- elektronicky cez Váš repozitár na github.com ako pull-request do vetvy **du01** najneskôr o **24:00**. Odovzdávaný dokument uložte do súboru **du01.pdf/du01.txt/du01.md** v adrese **du01** vo vetve **du01**. Dokument musí byť v jednom z formátov:
 - **PDF** z TeXu alebo textového procesora, **nie** obrázok rukou písaného textu,
 - hladký text v kódovaní UTF-8, alebo
 - text vo formáte Markdown v kódovaní UTF-8.

Úloha má hodnotu 2 body [po 1 bode za každú časť a), b)].

- a) *Shefferova spojka* (NAND), značka \uparrow , je binárna logická spojka s nasledovným významom:

$A \uparrow B$ je pravdivé vtt aspoň jedno z A alebo B je nepravdivé.

Vybudujte teóriu výrokovej logiky používajúcej iba túto spojku, teda zadefinujte pojem: (i) formuly, (ii) vytvárajúcej postupnosti pre formulu, (iii) vytvárajúceho stromu pre formulu, (iv) splnenia formuly pri ohodnotení výrokových premenných.

- b) Hovoríme, že binárna logická spojka α je definovateľná zo spojok β_1, β_2, \dots , ak existuje formula, obsahujúca iba spojky β_1, β_2, \dots , a výrokové premenné p a q , ekvivalentná s formulou $(p \alpha q)$.

Hovoríme, že unárna logická spojka α je definovateľná zo spojok β_1, β_2, \dots , ak existuje formula, obsahujúca iba spojky β_1, β_2, \dots , a výrokovú premennú p , ekvivalentná s formulou αp .

Napríklad \rightarrow je definovateľná z \neg a \vee pretože $(p \rightarrow q)$ je ekvivalentná s $(\neg p \vee q)$ (samozrejme ekvivalenciu tých dvoch formúl by bolo treba ešte dokázať).

Dokážte, že:

- (i) \uparrow je definovateľná zo spojok \neg , \wedge a \vee ;
- (ii) \neg , \wedge a \vee sú definovateľné z \uparrow .