

Exercice 4: Question 7

$$L = \{a^p \mid p \text{ premier}\}$$

Je suppose que L est reconnaissable.

Il existe $N \geq 1$ tel que dans le lemme de l'étoile

Soit p un nombre premier $\geq N$ et $v = a^p$, $v \in L$, $|v| \geq N$
donc par le lemme de l'étoile $\exists x, y, z$ t.q.

$$v = xyz \quad \text{et} \quad \forall k \quad xy^kz \in L$$

$y \neq \varepsilon$

$$|xy| \leq N$$

$$\text{donc } y = a^i \text{ avec } i \geq 1 \quad \text{et donc } xy^kz = a^{p+(k-1)i}$$

$$\text{je prends } k = p+1 \text{ alors } xy^{p+1}z = a^{p+pi} = a^{p(i+1)}$$

$$\text{avec } p \geq 2 \text{ et } i+1 \geq 2 \text{ donc } p(i+1) \text{ n'est pas premier}$$

$$\text{donc } xy^{p+1}z \notin L \quad \text{et par contradiction}$$

L est non reconnaissable