

2) On peut déduire une forme  $A^n \forall n \in \mathbb{N}$

$$A^n = \begin{pmatrix} 1^n & 0 & b \\ 0 & (-2)^n & 0 \\ 0 & 0 & 3^n \end{pmatrix}$$

$$\text{Si } n > 1: b = (A_{3,1})^{n-1} + (A_{3,3})^{n-1}$$

$$\text{Sinon: } b = 1$$

3) Initialisation:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1^2 & 0 & 1^1 + 3^1 \\ 0 & (-2)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 3^2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

Hérédité: Soit  $n \in \mathbb{N}$ , on suppose que  $A^n$  est vrai.

Montrons que  $A^{n+1}$  est vraie:

$$A^{n+1} = \begin{pmatrix} 1^{n+1} & 0 & (A_{3,1})^n + (A_{3,3})^n \\ 0 & (-2)^{n+1} & 0 \\ 0 & 0 & 3^{n+1} \end{pmatrix}$$