

3). $\frac{\cos(x)}{1+\tan(x)}$ à l'ordre 4

On fait le D.I de $\cos(x)$ et de $\tan(x)$ à l'ordre 4

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + O(x^5)$$

$$\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + O(x^5)$$

On fait la division euclidienne de $\frac{\cos(x)}{1+\tan(x)}$

$$\begin{array}{r|l} 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} & 1 + x + \frac{x^3}{3} \\ - (1 + x + \frac{x^3}{3}) & 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{5x^3}{6} + \frac{29x^4}{24} \\ \hline -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{24} & \\ - (-x - x^2 - \frac{x^3}{3}) & \text{(On s'arrête ici afin} \\ \hline \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \frac{27x^4}{24} & \text{de ne pas dépasser l'ordre 4)} \\ - (\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{x^5}{6}) & \\ \hline - \frac{5x^3}{6} + \frac{27x^4}{24} + \frac{x^5}{6} & \\ - (-\frac{5x^3}{6} - \frac{5x^4}{6} - \frac{5x^5}{18}) & \\ \hline \frac{52x^4}{432} + \frac{x^5}{6} - \frac{5x^5}{18} & \\ = \frac{29x^4}{24} + \frac{x^5}{6} - \frac{5x^5}{18} & \end{array}$$

Donc: D.I en 0 à l'ordre 4 de:

$$\frac{\cos(x)}{1+\tan(x)} = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{5x^3}{6} + \frac{29x^4}{24} + O(x^5)$$