Exercice 2:

1). $\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x) - x.\cos(x)}{\sin(x) - x}$ on fait le D.L à l'ordre 4:

$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^4)$

$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + o(x^3)$

On remplace: $\lim_{x \to 0} \frac{x - \frac{x^3}{6} - x(1 - \frac{x^2}{2})}{x - \frac{x^3}{6} - x}$

$= \lim_{x \to 0} \frac{x - x - (x^3/6) + x^2/2}{-x^3/6} = \lim_{x \to 0} \frac{-x^3/6}{-x^3/6} - \frac{x^3/2}{x^3/6}$

$= \lim_{x \to 0} \frac{6}{6} - \frac{2}{6} = -2$

2). $\lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$ on fait le D.L à l'ordre 2:

$\sin(x) = x + o(x^2)$

$\lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin(x)}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \to 0} \left(\frac{x}{x}\right)$

$= \lim_{x \to 0} (1)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \to 0} \frac{1}{1^x} = 1$

3). $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x}{\tan x - x}$ on fait le D.L à l'ordre 4

$\sin(x) = x - \frac{x^3}{6} + o(x^4)$; $\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + o(x^4)$