2/. On sait que pour $m \in \{-3;2\}$, $\det(M)=0$. Hors, d'après la règle de Cramer : si le déterminant d'une matrice est nul, il n'y a pas de solutions.

Donc, le système admet une solution unique $\forall m \in \mathbb{R} / \{-3;2\}$

3/. Pour $m=1$:

$$M^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}^3$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & -4 & 12 \\ 12 & -4 & 16 \\ -8 & -12 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 8 & -4 & 12 \\ 12 & -4 & 16 \\ -8 & -12 & 0 \end{vmatrix} = 8 \times \begin{vmatrix} -4 & 16 \\ -12 & 0 \end{vmatrix} + 4 \times \begin{vmatrix} 12 & 16 \\ -8 & 0 \end{vmatrix} + 12 \times \begin{vmatrix} 12 & -4 \\ -8 & -12 \end{vmatrix}$$

$$= 8 \times ((-4) \times 0 + 12 \times 16) + 4(12 \times 0 + 8 \times 16)$$
$$+ 12 \times (12 \times (-12) + 8 \times (-4))$$
$$= 1536 + 512 - 1728 - 384$$

$$\det(M^3) = -64$$