

Nom: Le Bunc
Prénom: Matthieu
N° Etu: 718 00858

Outils logiques, DM3

Exercice 1:

1). $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (x \Rightarrow y)$

Donc, $(x \Rightarrow y) \Leftrightarrow (y \vee \neg x)$

x	y	$\neg x$	$y \vee \neg x$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

2). $(x \Leftrightarrow y) \Leftrightarrow (x \Rightarrow y) \wedge (y \Rightarrow x)$

x	y	$x \wedge y$	$\neg x$	$\neg y$	$\neg x \wedge \neg y$	$(x \wedge y) \vee (\neg x \wedge \neg y)$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1

3).

x	y	$y \vee \neg x$	$x \vee \neg y$	$(y \wedge \neg x) \wedge (x \vee \neg y)$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

On observe que la table de vérité pour $(x \wedge y) \vee (\neg x \wedge \neg y)$ a les mêmes résultats que celle de $x \Leftrightarrow y$

Exercice 2:

$$1). (x \Rightarrow (x \vee y)) \Leftrightarrow (x \vee y) \vee \neg x$$

x	y	$x \vee y$	$\neg x$	$(x \vee y) \vee \neg x$
0	0	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	1	0	1
1	1	1	0	1



On a bien une tautologie, donc la formule est valide (tous les états de la proposition sont vrais).

$$2). (x \Rightarrow (x \wedge y)) \Leftrightarrow (x \wedge y) \vee \neg x$$

x	y	$x \wedge y$	$\neg x$	$(x \wedge y) \vee \neg x$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	0	1



Formule invalide ici.

$$3). (x \Rightarrow (y \Rightarrow x)) \Leftrightarrow (x \vee \neg y) \vee \neg x$$

x	y	$\neg x$	$\neg y$	$x \vee \neg y$	$(x \vee \neg y) \vee \neg x$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1



Formule valide

Exercice 0:

1) On cherche à montrer que $[x](v[b/x]) = [x[B/x]]v$ dans \mathcal{B}

On sait que $b = [B]v$ dans \mathcal{B}

On peut donc écrire: $[x](v[[B]v/x])$

$$\Rightarrow [x][[B]/x]v$$

$$\Rightarrow [x[B/x]]v$$