15.04.2021

Maths 4 TD 5 Probas

Exercice 1

1) $\mathcal{P}(E) = \{\{1\},\{2\},\{7\},\{42\},\{1,2\},\{1,7\},\{1,42\},\{2,7\},\{2,42\},\{7,42\},\{1,2,7\},\{1,2,42\},\{2,7,42\},\{1,7,42\},E,\emptyset\}$

2) Non : $\{2\} \subset \mathcal{P}(E)$
↳ le singleton, pas l'élément

3) non, oui

4) oui, oui, non

$\# P(E) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = (1+1)^n = 2^n = 2^4 = 16$

Exercice 2

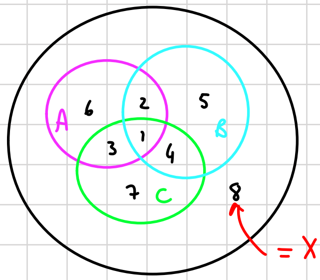
Espace probabilisé : $(\Omega, \mathcal{T}, P)$

$\Omega = [\![1, 100]\!]$

$\mathcal{T} = \mathcal{P}(\Omega)$

$P(\{k\}) = \frac{1}{100}$ $\quad k \in [\![1, 100]\!]$

Exercice 3



1) $X \in P(\Omega)$ qui réalise l'assertion de l'énoncé

$X = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
$= \overline{A \cup B \cup C}$

2) Y = 5, 6 et 7 sur le dessin

$Y = (A \cap \overline{(B \cup C)}) \cup (B \cap \overline{(A \cup C)}) \cup (C \cap \overline{(A \cup B)})$

$Y = (A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (B \cap \bar{A} \cap \bar{C}) \cup (C \cap \bar{A} \cap \bar{B})$

3) $X_1 = A \cap B \cap C$ $\qquad X_1 \cup X_2 = A \cap B$

$X_1 \cup X_4 = B \cap C$ $\qquad$ et $\qquad X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_4 = (X_1 \cup X_2) \cup (X_1 \cup X_3) \cup (X_1 \cup X_4)$

$X_1 \cup X_3 = A \cap C$ $\qquad Z$ = 1, 2, 3 et 4 sur le dessin

Donc $Z = X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_4 = (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$

4) T = tout sauf 1

$T = \overline{A \cap B \cap C}$

Exercice 5

1) $\Omega = [\![1, 20]\!]$

2) $P(\{k\}) = \frac{1}{20}$, $k \in [\![1, 20]\!]$

3) a) $E = \{12\}$

b) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

c) $E = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

4) a) $P(\{12\}) = \frac{1}{20}$

b) $P(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) = \frac{6}{20}$

c) $P(\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}) = \frac{6}{20}$

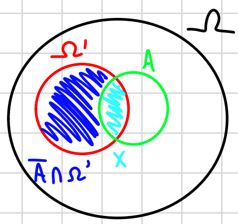
Exercice 4

1) T tribu de Ω , $\Omega' \subset \Omega$

mq $T' = \{A \cap \Omega' \mid A \in T\}$ est une tribu sur Ω'

1) $\Omega' = \Omega \cap \Omega'$, $\Omega \in T$ car T est une tribu sur Ω.
Donc $\Omega' \in T'$

2) $X \in T'$
donc $\exists A \in T$ tq $X = A \cap \Omega'$



comme $A \in T$, $\bar{A} \in T$ (car T une tribu)

alors $\bar{A} \cap \Omega' \in T'$
= complémentaire de X dans Ω'