Matthieu
Le Franc
N°Etudiant :
71800858

DM1 : Outils Logiques

Exercice 1 :

1). Un ordre bien fondé $(\mathbb{Z}, >)$ car la suite est strictement croissante sur $\mathbb{Z}$.

2). Un ordre bien fondé $(\mathbb{N}, >)$ car la suite est strictement croissante sur $\mathbb{N}$.

3). Un ordre bien fondé ($n >_{|\cdot|} m$ ssi $|n| > |m|$) car $\forall n, m \in \mathbb{Z}$ tq $n >_{|\cdot|} m$, $|n| > |m|$.

4). Un ordre bien fondé $([0, 1] \subset \mathbb{R}, >)$ car la suite est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 :

On dit qu'un système de réécriture est terminant ssi la relation de réécriture associée est d'un ordre bien fondé.

On a 2 réécritures :

A). $uaabv \rightarrow uabbv$

B). $uababv \rightarrow uaabv$

$\forall$ mot $x \in X^*$

- Soit x C dans une forme terminante
- Soit on applique A $\Rightarrow$ nbr a diminue de 1
- Soit on applique C $\Rightarrow$ nbr de a diminue de 1

Exercice 2 : $(\mathbb{Z}, >_d)$ est un ordre partiel car $\forall x, y, z \in \mathbb{Z}$, si $x >_d y$ et $y >_d z$: $|x| > |y| > |z|$ donc $x >_d z$

Regardons maintenant s'il est bien fondé.
$\forall m, n \in \mathbb{Z}$: soit $n \cdot m$, alors les deux éléments ne sont pas comparables.
Soit $n | m$ et il existe $k \in \mathbb{Z}$ tq $m = kn$

Si n est premier : le seul diviseur propre de n est 1.
Donc : $n >_d n >_d 1$ car 1 n'a pas de diviseurs propres.

Si n n'est pas premier : les diviseurs propres sont forcement inférieurs au nombre qu'ils divisent.

Donc $(\mathbb{Z}, d)$ est un ordre bien fondé car la suite n'est pas decroissante et infinie.