TD2 : -Suite-

Recap Master theoreme :

$$f(n) = \begin{cases} a\, t\left(\frac{n}{b}\right) + f(n) & \text{si } n>1 \\ \Theta(1) & \text{si } n=1 \end{cases}$$

① $f(n) = O(n^{\log_b(a)-\varepsilon})$: $t(n) = \Theta(n^{\log_b a})$

② $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$: $t(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n)$

③ $f(n) = \Omega(n^{\log_b(a)+\varepsilon})$ et $af\left(\frac{n}{b}\right) \leq c f(n)$: $t(n) = \Theta(f(n))$

$$C(n) = 7\, C\left(\frac{n}{12}\right) + \log_2 n$$

$a = 7$

$b = 12$ $\quad \log_b(a) = \log_{12}(7) \approx 0.78$

$f(n) = \log_2 n = O(n^{0.78-\varepsilon})$?

$\log_2 n = O(n^{1/2}) = O(\sqrt{n})$

Donc, cas ① du MT : $C(n) = \Theta(n^{\log_{12}(7)})$

$$D(n) = 2D\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{\log_2 n}$$

$a = 2$

$b = 2$ $\quad \log_b(n) = \log_2(2) = 1$

Quel cas ?

Est-ce qu'il existe $\varepsilon > 0$ tq $\frac{n}{\log_2 n} \in O(n^{1-\varepsilon})$?

Test cas : 1. $f(n) \in \Theta(n)$? non

2. $\frac{n}{\log_2 n} \in \Theta(n)$? $\frac{\frac{n}{\log_2 n}}{n} = \frac{1}{\log_2 n}$ non

3. $f(n)\ \Omega(1^{1+\varepsilon})$? non $= \frac{n}{\log_2(n)}$ ⇝ retour cas 1,

$$\frac{n}{\log_2 n} \in O(n^{1-\varepsilon})$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{\log_2 n}}{n^{1-\varepsilon}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n^{1-\varepsilon}\log_2 n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^{\varepsilon}}{\log_2 n} = \infty$$

$\rightsquigarrow$ $\nexists$ d'application avec le Master Theorem

// NB: $F(n)$ ĉ pour la D impossible appliquer MT.

$$E(n) = 5E\left(\frac{n}{3}\right) + n^2$$

$a = 5$

$b = 3$

$$\log_b a = \log_3 5 = \frac{\ln 5}{\ln 3} \approx 1{,}46$$

$f(n) = \Omega(n^{\log_3 5 + \varepsilon})$? oui

$= n^2$ $\boxed{\text{Cas 3}}$ Donc $E(n) = \Theta(n^2)$ $\varepsilon = 0$