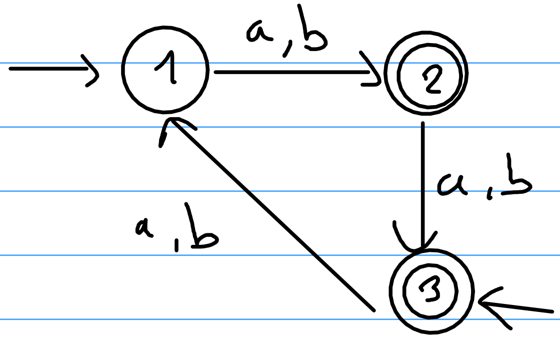
Exercice 2 : A2



car états finaux

$$\begin{cases} L_1 = (a+b)\, L_2 & (1) \\ L_2 = (a+b)\, L_3 + \varepsilon & (2) \\ L_3 = (a+b)\, L_1 + \varepsilon & (3) \end{cases}$$

Remarque : ici comme il y a 2 états initiaux le langage reconnu sera $L_1 + L_3$

On remplace (1) dans (3)

$$L_3 = (a+b)^2 L_2 + \varepsilon \quad (4)$$

On remplace (4) dans (2)

$$L_2 = (a+b)^3 L_2 + (a+b) + \varepsilon$$

On utilise Arden

$$L_2 = ((a+b)^3)^* (a+b+\varepsilon)$$

On utilise que les puissances d'une même expression commutent :

$$L_2 = ((a+b)^3)^* + (a+b)((a+b)^3)^* \quad (5)$$

On remplace (5) dans (1) et (4)

$$L_1 = (a+b)((a+b)^3)^* + (a+b)^2((a+b)^3)^*$$

$$L_3 = (a+b)^2((a+b)^3)^* + (a+b)^3((a+b)^3)^* + \varepsilon$$

$$= (a+b)^2((a+b)^3)^* + ((a+b)^3)^*$$

$$L_1 + L_3 = (\varepsilon + (a+b) + (a+b)^2)((a+b)^3)^*$$

On a donc dans $L_1 + L_3$: les mots de taille 0 modulo 3 de taille 1 modulo 3 et de taille 2 modulo 3

Donc $L_1 + L_3 = (a+b)^*$ et c'est le langage reconnu par t_2