

Exo2. Questions 1 et 2

1)  $L_1 = \{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}\} = a^* b^*$   
reconnaisable

2)  $L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$

Supposons que  $L_2$  est reconnaissable  
Il existe  $N$  tel que dans le lemme de l'étoile  
 $U =$

il existe  $x, y, z$  t.q.

$$U = xyz$$

$$y \neq \epsilon$$

$$|xy| \leq N$$

$$\text{et } \forall k, xy^kz \in L_2$$

$$2) L_2 = \{a^m b^n \mid m \leq n\}$$

Supposons que  $L_2$  est reconnaissable  
 Il existe  $N$  tel que dans le lemme de l'étoile.  
 $u = a^N b^{N+1}$

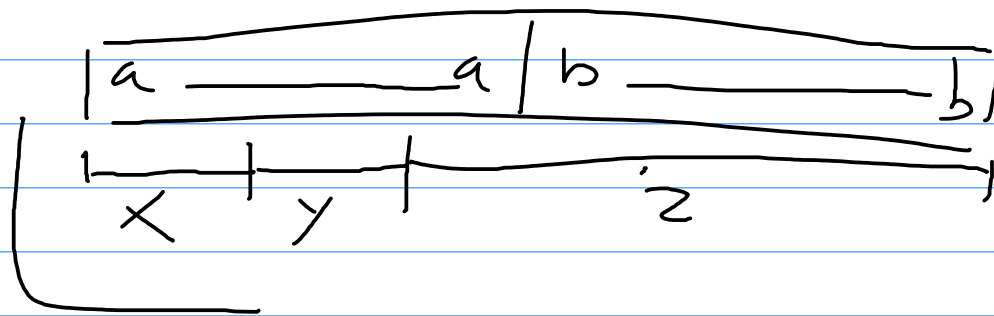
il existe  $x, y, z$  t.q.

$$u = xyz$$

$$y \neq \epsilon$$

$$|xy| \leq N$$

$$\text{et } \forall k, xy^kz \in L_2$$



$$\text{on a } x = a^p$$

$$y = a^q \quad q \geq 1$$

$$p+q \leq N$$

$$\text{or } N+q \geq N+1$$

On prends  $k=2$   $xy^2z = a^{N+q} b^{N+1}$   
 donc  $xy^2z \notin L_2$

Donc  $L_2$  n'est pas reconnaissable.  
(par l'absurde)