Université Paris-Diderot Année 2019-2020
MIAN1 - Algèbre et analyse élémentaires I

Résolutions de systèmes linéaires

Exercice 1. Résoudre les systèmes suivants :

$$(a) \begin{cases} x+2y-3z=-1 \\ 3x-y+2z=\ 7 \\ 8x+2y-2z=\ 9 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 2x+y-2z=\ 10 \\ x+y+4z=-9 \\ 7x+5y+z=\ 14 \end{cases} \quad (c) \begin{cases} x-3y+7z=-4 \\ x-2y-3z=\ 6 \\ 7x+4y-z=\ 22 \end{cases}$$

Exercice 2. Résoudre en utilisant la méthode du pivot de Gauss :

$$(a) \begin{cases} x-3y-2z=-1 \\ 2x+y-4z=\ 3 \\ x+4y-2z=\ 4 \\ 5x+6y-10z=\ 10 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x+2y+3z-2t=\ 6 \\ 2x-y-2z-3t=\ 8 \\ 3x+2y-z+2t=\ 4 \\ 2x-3y+2z+t=-8 \end{cases}.$$

Exercice 3. Déterminer les valeurs du paramètre réel α pour lesquelles le système suivant :

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ x+2y+\alpha z=2 \\ 2x+\alpha y+2z=3 \end{cases}$$

(a) n'ait aucune solution ;
(b) ait une infinité de solutions ;
(c) ait une solution unique.

Exercice 4. Pour quelles valeurs des paramètres réels α, β, γ le système suivant admet au moins une solution ?

$$\begin{cases} x+2y-3z=\alpha \\ 3x+8y-14z=\beta \\ 2x+4z=\gamma \end{cases}$$

Exercice 5. Soit le système

$$(S) \begin{cases} x+3y+4z=0 & (L_1) \\ 3x+2y+4z=0 & (L_2) \\ x+2y+3z=0 & (L_3) \end{cases}.$$

On remplace L_1 par $L'_1 = L_2 - L_1$, L_2 par $L'_2 = L_2 - L_3$ et L_3 par $L'_3 = L_1 - L_3$. Le système (S) est-il équivalent au système (S') $\begin{cases} L'_1 \\ L'_2 \\ L'_3 \end{cases}$?