

### Exercice 1

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  (ça marche avec  $\mathbb{R}$  aussi, faut juste faire gaffe aux signes)

Def:  $\exists N \in \mathbb{N}, \exists c > 0$  tq  $\forall n \geq N \quad f(n) \leq c g(n) \Rightarrow f(n) = O(g(n))$

Alors  $\forall n \geq N \quad \frac{f(n)}{g(n)} \leq c$   $\leadsto$  le quotient est majoré

Def:  $\exists N_2 \in \mathbb{N}, \exists c_2 > 0, \forall n \geq N_2 \quad f(n) \geq c_2 g(n) \Rightarrow f(n) = \Omega(g(n))$

Alors  $\forall n \geq N_2 \quad \frac{f(n)}{g(n)} \geq c$   $\leadsto$  le quotient est minoré

1)  $\frac{1}{5} n^3 - 3n^2 \in O(n^3)$

• divisons par  $n$  :  $\frac{1}{5} n^2 - 3n \rightarrow +\infty$  NON

•  $\frac{1}{5} n - 3 \rightarrow +\infty$  NON

•  $\frac{1}{5} - \frac{3}{n} \rightarrow \frac{1}{5}$  OUI  $O(n^3)$

•  $\frac{1}{5n} - \frac{3}{n^2} \rightarrow 0$  oui  $O(n^4)$

2)  $\frac{1}{2} n^4 + 2n + 3$

~~$O(n^3)$~~   ~~$O(n^4)$~~   ~~$O(n^5)$~~  ...  
 ~~$\Omega(n^3)$~~   ~~$\Omega(n^4)$~~   ~~$\Omega(n^5)$~~   
 $\downarrow$   
 $\Theta(n^4)$

3)  $5n^3$  •  $\Omega(n^3)$  et pas plus  
 •  $O(n^3)$  et pas moins  
 $\Rightarrow \Theta(n^3)$

$5n^3 \neq \Omega(n^4)$

Par l'absurde : si  $5n^3 = \Omega(n^4)$

Alors  $\exists N, c > 0$  tq  $\forall n \geq N \quad 5n^3 \geq c \cdot n^4 \leadsto \frac{5}{n} \geq c > 0$  ABSURDE

4)  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$  On a  $2^n = O(n^n)$

$2^n = 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$   $n! = O(n^n)$

$n^n = n \times n \times n \times \dots \times n$   $2^n = O(n!)$

donc  $2^n \leq n! \leq n^n$

### Exercice 3

1	2	3	4	5	6	7
$\log(n)$						
$\log(n^2)$						

$\frac{\log(n)}{\log(n^2)} = \frac{\log(n)}{2\log(n)} = \frac{1}{2}$  donc  $\log(n) = \Theta(\log(n^2))$

### Exercice 5

1)  $A(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n \leq 3 \\ 1 + A(n-1) + A(n-3) \end{cases}$

2) nb d'additions au moins exponentiel