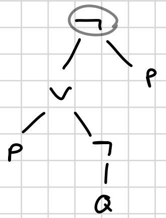
23.09.21

LOS TD 1 Syntaxe et sémantique de la log. prop.

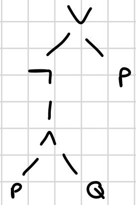
Exercice 1

A)



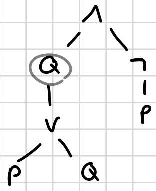
NON : ¬ est d'arité 1 mais a 2 fils

B)



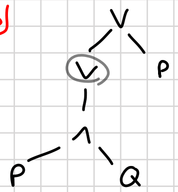
OUI : arbre bien formé

C)



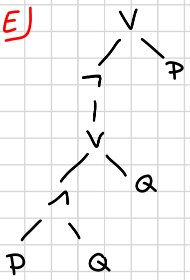
NON : Q est une prop donc d'arité 0. Or il a 1 fils.

D)



NON : ∨ est d'arité 2 mais n'a qu'un seul fils.

E)

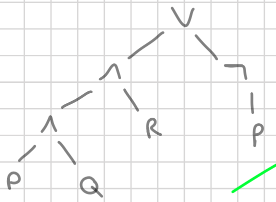


OUI : arbre bien fondé

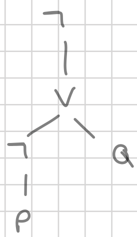
Exercice 2

A) $(P \wedge Q \wedge R) \vee \neg P$

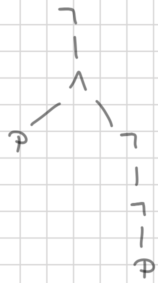
OUI : $P \wedge (Q \wedge R) = (P \wedge Q) \wedge R$



B) $\neg(\neg P \vee Q)$



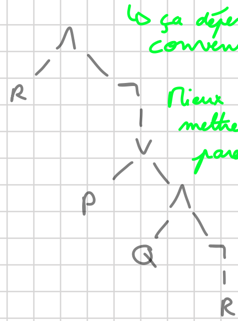
C) $\neg(R \wedge \neg\neg P)$



D) $R \wedge \neg(P \vee (Q \wedge \neg R))$

Priorité de ∧ sur ∨

↳ ça dépend des conventions.



Mieux vaut mettre des parenthèses

Exercice 3 $P^I = 1,\ Q^I = 0,\ R^I = 0$

A) $\llbracket \neg Q \rrbracket^I$

$= \text{NOT}\ \llbracket Q \rrbracket^I$

$= \text{NOT}(0)$

$= 1$

B) $\llbracket \neg(P \wedge \neg Q) \rrbracket$

$= \text{NOT}\ \llbracket P \wedge \neg Q \rrbracket^I$

$= \text{NOT}\left(\text{AND}\left(\llbracket P \rrbracket^I, \llbracket \neg Q \rrbracket^I\right)\right)$

$= \text{NOT}\left(\text{AND}\left(1, \text{NOT}\ \llbracket Q \rrbracket^I\right)\right)$

$= \text{NOT}(\text{AND}(1, 1))$

$= \text{NOT}(1)$

$= 0$

C) $\llbracket \neg(\neg P \vee \neg Q) \rrbracket$

$= \text{NOT}\left(\text{OR}\left(\text{NOT}(\llbracket P \rrbracket), \text{NOT}(\llbracket Q \rrbracket)\right)\right)$

$= \text{NOT}(\text{OR}(0, 1))$

$= \text{NOT}(1) = 0$

D) $\llbracket R \vee \neg(P \wedge Q) \rrbracket$

$= \text{OR}\left(\llbracket R \rrbracket^I, \text{NOT}\left(\text{AND}\ \llbracket P \rrbracket^I, \llbracket Q \rrbracket^I\right)\right)$

$= \text{OR}(0, \text{NOT}(\text{AND}(1, 0)))$

$= \text{OR}(0, \text{NOT}(0))$

$= \text{OR}(0, 1) = 1$

E) $\llbracket P \wedge \neg Q \wedge R \rrbracket$

$= \text{AND}\left(\llbracket P \rrbracket^I, \text{AND}\left(\text{NOT}\ \llbracket Q \rrbracket^I, \llbracket R \rrbracket^I\right)\right)$

$= \text{AND}(1, \text{AND}(1, 0))$

$= \text{AND}(1, 0)$

$= 0$

Exercice 4

A) $Q \vee \neg Q$ oui $Q^I = 0$ (ou $Q^I = 1$)

B) $\neg(P \wedge \neg Q)$ oui $P^I = 0$ et Q libre (ou $Q = 1$ et P libre)

C) $\underbrace{\neg\overbrace{(\neg P \vee Q)}^{0}}_{1} \wedge P \wedge \neg Q$ oui $P^I = 1,\ Q^I = 0$

D) $R \vee (P \wedge Q)$ $R^I = 1$, P et Q libres (ou $P^I = Q^I = 1$ et R libre)

E) $P \wedge \neg Q \wedge R$ oui $P^I = 1,\ Q^I = 0,\ R^I = 1$

F) $\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \wedge Q \wedge R)$ oui $P^I = Q^I = R^I = 1$ (ou $P^I = 1,\ Q^I = 0$ et R libre)

Exercice 5

		$\downarrow$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

a) $\varphi \downarrow \psi = \neg(P \vee Q)$

		$P \vee Q$	$\neg(P \vee Q) = P \downarrow Q$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

b) $\varphi \downarrow \varphi = \neg(\varphi \vee \varphi) = (\neg\varphi) \wedge (\neg\varphi) = \neg\varphi$

c) $\varphi \vee \psi = \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi) = \neg\varphi \downarrow \neg\psi$

$= (\varphi \downarrow \varphi) \downarrow (\psi \downarrow \psi)$