RUNSER Laure
21955060

Mathématiques 4 : DM2
Exercices 3, 5, 7 du partiel du 11/03/2021

Exercice 3

Calculons la congruence des premières puissances de 2020

$2020 = 42 \times 47 + 46$ donc $2020^1 \equiv 46 \mod 47$

alors $2020^2 = 2020 \times 2020 \equiv 46 \times 46 \equiv 2116 \equiv 1 \mod 47$

et donc $\forall n \in \mathbb{N}$ $2020^n \equiv \begin{cases} 46 \mod 47 \text{ si } n \text{ est impair} \\ 1 \mod 47 \text{ si } n \text{ est pair} \end{cases}$

Donc le reste dans la division euclidienne de $2020^{123456789}$ est 46.

Exercice 5

1) (E) : $2x \equiv 4 \mod 17$

or 9 est l'inverse de 2 modulo 17 car $2 \times 9 = 18 \equiv 1 \mod 17$

En multipliant par 9 des deux côtés on obtient :

(E) $\Leftrightarrow$ $x \equiv 9 \times 4 \mod 17$

$\Leftrightarrow$ $x \equiv 2 \mod 17$

Donc les solutions que E sont les $\boxed{x = 17k + 2 \quad \forall k \in \mathbb{Z}}$.

2) (E) : $6x \equiv 2 \mod 8$

$\Leftrightarrow$ $6x = 2 + 8k$, $\forall k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow$ $3x = 1 + 4k$, $\forall k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow$ $3x \equiv 1 \mod 4$

or $3 \times 3 = 9 \equiv 1 \mod 4$ donc 3 est l'inverse de 3 modulo 4.

On a donc (E) $\Leftrightarrow$ $3 \times 3x \equiv 3 \times 1 \mod 4$

$\Leftrightarrow$ $x \equiv 3 \mod 4$

Donc les solutions de (E) sont les x tels que $\boxed{x = 3 + 4k, \; k \in \mathbb{Z}}$

Je suis désolée mais je n'ai pas eu le temps de faire les autres exercices.