

Exercice 1

$$A = (bb|aba)^*$$

$$B = (b|aba)^*$$

$$C = (ab|abb)^*$$

$$A \cup B \rightarrow \varepsilon / b / bb /$$

$$A \cup C \rightarrow \varepsilon / bb / ab /$$

$$A \cap B \rightarrow \varepsilon / bb / aba /$$

$$A \cap C \rightarrow \varepsilon / ababb / (ababb)^2$$

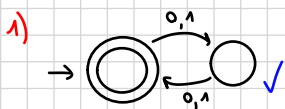
$$B \cap C \rightarrow \varepsilon / abab / ababb /$$

Exercice 2

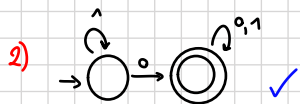
1) Un 0, un nb pair de 1, un 0. ✓

2) Tous les mots où il n'y a pas trois zéros d'affilée.

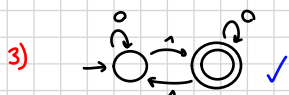
3) Mots quelconques avec un nb de 1 multiple de 3.

Exercice 3

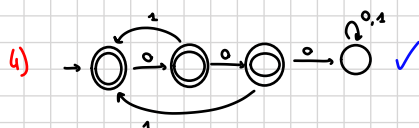
$$(00|01|10|11)^* = ((01)(01))^* = ((01)^2)^*$$



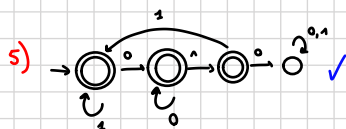
$$(01)^* 0 (01)^*$$



$$0^* (10^* 10^*)^* 10^*$$



$$\text{regexp} = 0x29^*2$$

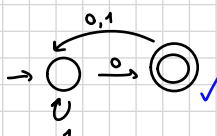


On n'a pas trouvé la regexp, et on a eu la flemme de faire l'algo pour trouver.  
↳ peut-être  $(1|00^*1)^* (\varepsilon|0^*10^*1)$

6) Fais 4 états : ou 00 ← état init  
ou 01  
ou 10 } états finaux  
ou 11

$$(01)^* 1 (01)^*$$

7) multiples de 2

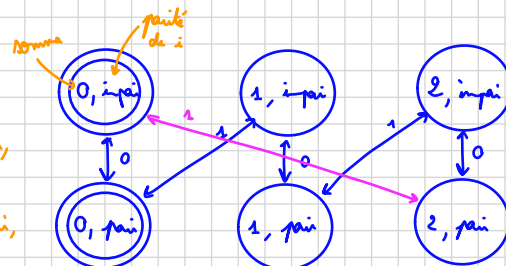


$$(01)^* 0$$

multiples de 3  
 $\sum b_i 2^i \bmod 3 = 0$   
 donc  $\sum b_i (-1)^i \bmod 3$

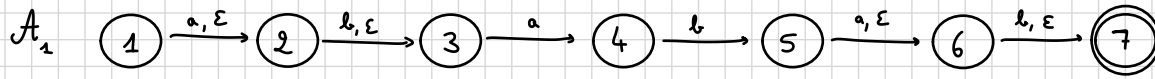
Donc d'un état pair à un état impair, on fait  $-1 \pmod 3$ .

D'un état impair à pair, on fait  $+1 \pmod 3$ .

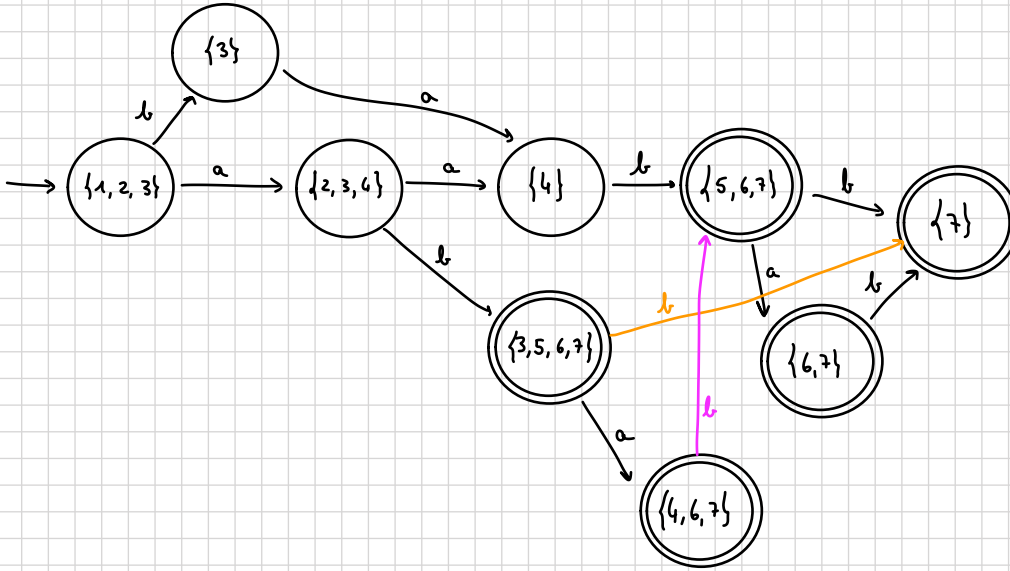


### Exercice 3

1)



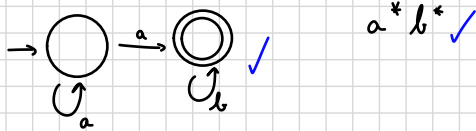
2)  $A'$



3) NAISON

### Exercice 5

1)  $\{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$  rationnel ✓



2)  $\{a^m b^n \mid m < n\}$  non rationnel ✓

Soit  $a^N, b^{N+1} \in \mathcal{L}$

Si  $\mathcal{L}$  est rationnel, d'après le lemme de l'étoile,

$$\exists x, y, z \text{ tq } a^N b^{N+1} = xyz \text{ avec } |xy| \leq N$$

Donc  $\exists k \in \mathbb{N}$  tq  $y = a^k$

$$\forall i, a^{N+i} b^{N+1} \in \mathcal{L} \quad \text{CONTRADICTION}$$

3) Supposons que  $\mathcal{L}$  est rationnel. Alors son complémentaire  $\mathcal{L}^c$  est aussi rationnel.

Or  $\mathcal{L}^c = \{a^m b^n, \forall m \in \mathbb{N}\}$  qui n'est pas rationnel.

Donc  $\mathcal{L}$  n'est pas rationnel.

4) Supposons  $\mathcal{L}$  rationnel.

Alors d'après le lemme de l'étoile  $\exists N \in \mathbb{N}$  tq  $a^N b^N = xyz$  avec  $|xy| < N$

Alors  $\exists k$  tq  $y = a^k$  mais alors  $\forall i \in \mathbb{N}, x y^i z = a^{N+ik} b^N \notin \mathcal{L}$

Contradiction. Donc  $\mathcal{L}$  n'est pas rationnel.

5)  $\{a^{2^m} \mid m \in \mathbb{N}\} = (a^2)^*$  est rationnel (on a trouvé une regexp).

6) Lemme de l'étoile  $\rightarrow$  on fait gonfler de  $a$ . Alors on trouve une suite linéaire de carrés  $\rightarrow$  ABSURDE

7) Même chose  $\rightarrow$  suite linéaire de nb premiers  $\rightarrow$  ABSURDE de nb tq c'est tjrs des carrés / p...  $\Rightarrow$  ABSURDE

8) Lemme de l'étoile sur  $a^N b^{2N} a^N \rightarrow$  on trouve  $a^{N+ik} b^{2N} a^N \neq$  palindrome.