

Exercice 1 :

Rappel lemme d'Arden

$$\begin{cases} L_1 = aL_2 + bL_4 & (1) \\ L_2 = aL_4 + bL_3 & (2) \\ L_3 = (a+b)L_3 + \varepsilon & (3) \\ L_4 = aL_4 + \varepsilon & (4) \end{cases}$$

Si $L = AL + B$ et $\varepsilon \notin A$
alors $L = A^*B$

On utilise Arden pour (3) et (4)

$$L_3 = (a+b)^* \cdot \varepsilon = (a+b)^* \quad (5)$$

$$L_4 = a^* \quad (6)$$

On remplace (5) et (6) dans (2)

$$L_2 = a \cdot a^* + b(a+b)^* \quad (7)$$

On remplace (6) et (7) dans (1)

$$\begin{aligned} L_1 &= a^2 \cdot a^* + ab \cdot (a+b)^* + ba^* \\ &= (a^2 + b)a^* + ab(a+b)^* \end{aligned}$$

$$L_1 = (a^2 + b)a^* + ab(a+b)^*$$

$$L_2 = a \cdot a^* + b(a+b)^*$$

$$L_3 = (a+b)^*$$

$$L_4 = a^*$$