Exercice 9 : $z^2 - \sqrt{3}z - i = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times (-i)$
$= 3 + 4i$

$z_1 = -\frac{\sqrt{3} - \sqrt{3+4i}}{2} = -\frac{\sqrt{4i}}{2} = -2i$

$z_2 = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3+4i}}{2} = \frac{3+2i}{2} = \frac{3}{2} + i$

On va chercher une solution un peu plus parlante.
On cherchera donc $\delta \in \mathbb{C}$
$\delta^2 = \Delta \wedge \delta = x + iy$

δ est donc correct si : $(x+iy) = 3+4i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = 4 \\ x^2 + y^2 = \sqrt{3^2+4^2} = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ y^2 = 1 \\ 2xy = 4 \end{cases} \quad \text{ou} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Donc : $\delta = \pm(2+i)$

En choisissant $\delta = 2+i$, les solutions sont alors :

$z_1 = \frac{\sqrt{3}+2+i}{2} \quad \wedge \quad z_2 = \frac{\sqrt{3}-2-i}{2}$